

# 독립좌표연성법을 이용한 여러 개의 원형 구멍을 갖는 직사각형 평판의 자유진동해석

## Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with Multiple Circular Cutouts by Independent Coordinate Coupling Method

곽 문 규\* · 송 명 호\*

Moon K. Kwak and Myungho Song

(2007년 8월 20일 접수 ; 2007년 10월 1일 심사완료)

**Key Words** : Free Vibration(자유진동), Rectangular Plate(직사각형판), Circular Cutout(원형 구멍)

### ABSTRACT

This paper is concerned with the vibration analysis of a rectangular plate with multiple circular holes. On the contrary to the case of rectangular plate with multiple rectangular holes, it is very difficult to perform qualitative analysis on natural vibration characteristics because of geometrical inconsistency. In this paper, we applied the Independent Coordinate Coupling Method(ICCM) to the addressed problem, which was developed to compute natural vibration characteristics of the rectangular plate with a circular hole and proven to be computationally effective. The ICCM is based on Rayleigh-Ritz method but utilizes independent coordinates for each hole domain. By matching the deflection conditions for each hole imposed on the expressions, we can easily derive the reduced mass and stiffness matrices. The resulting equation is then used for the calculation of the eigenvalue problem. The numerical results show the efficacy of the Independent Coordinate Coupling Method.

### 1. 서 론

구멍이 있는 직사각형판은 구조물의 일부로 선박, 비행기, 기계구조물, 원자력 발전소 등에 다양하게 사용되고 있다. 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판의 진동 문제에 대해서는 엄밀해가 존재하지 않기 때문에 Rayleigh-Ritz 방법이나 유한요소법과 같은 근사 방법이 사용된다.

한 개의 구멍을 가지는 경우에 대해서는 많은 연구<sup>(1~6)</sup>가 진행되었으나, 여러 개의 구멍을 가지는 경

우에 대해서는 연구 결과가 많지 않다<sup>(7~8)</sup>.

특히 원형 구멍을 가지는 경우에 대한 연구 결과가 적으며 여러 개의 원형 구멍을 가지는 경우에 대한 연구 결과는 아주 적다. 원형 구멍을 가지는 경우에 대해 전통적인 Rayleigh-Ritz 방법(classical Rayleigh-Ritz method, CRRM)이나 유한요소법을 적용할 수 있다. 그러나 CRRM의 경우 원형 구멍의 기하학적인 형태가 직사각형 평판의 기하학적인 형태와 일치하지 않기 때문에 원형 구멍 영역의 수치적분 계산에 많은 시간이 소요되고<sup>(9~10)</sup>, 유한요소법을 적용하는 경우에는 정성적인 성질의 유도가 어려워진다. 구멍을 가지고 있는 평판의 고유진동해석을 위해 Kwak and Han<sup>(9~11)</sup>은 독립좌표연성법(independent coordinate coupling method, ICCM)

\* 교신저자: 정희원, 동국대학교 기계공학과  
E-mail : kwakm@dongguk.edu  
Tel: (02)2260-3705, Fax: (02)2263-9379  
\* 동국대학교 기계공학과

을 제안하였다. ICCM은 한 개의 직사각형 구멍<sup>(10,11)</sup>, 한 개의 원형 구멍<sup>(9,11)</sup>, 여러 개의 직사각형 구멍<sup>(12)</sup>을 가지는 직사각형 평판에 대해 그 타당성이 입증되었다.

여러 개의 직사각형 구멍을 가진 직사각형 평판에 대한 연구 결과는 Kwak and Song<sup>(12)</sup>의 논문을 참조하기 바란다. 원형 구멍을 가지고 있는 평판의 해석을 위해 도입된 대표적인 방법은 point-matching 방법<sup>(13~16)</sup>이다.

Point-matching 방법은 원형 구멍의 원주상의 일부 점에서 변위 일치 조건을 적용하는 방법이다. 2개의 원형 구멍이 있는 평판에 대한 국내 연구 결과로는 Lee and Lee<sup>(17)</sup>의 연구가 유일하다. 그들은 유한요소법을 적용하고 실험 결과와 비교하였다.

이 연구에서는 Kwak and Han<sup>(9~10)</sup>에 의해 개발된 ICCM을 여러 개의 원형 구멍을 가지는 직사각형 평판의 고유 진동 문제에 적용하기 위해 이론을 확장하고 두 개의 원형 구멍을 가지는 직사각형 판에 대해 수치계산을 수행하였다. 수치계산 결과를 유한요소법 결과와 비교한 결과 두 개의 원형 구멍을 가지는 평판의 자유진동 문제에 대해서 ICCM이 타당함을 확인하였다. 수치계산 결과를 토대로 두 개의 원형 구멍이 평판의 고유진동수에 미치는 영향을 토론하고 모든 변이 단순지지인 평판의 고유진동모드를 계산하여 구멍이 고유진동모드에 미치는 영향을 조사하였다.

## 2. 직사각형 평판에 대한 Rayleigh-Ritz 방법의 적용

구멍이 없는 직사각형판에 대한 운동에너지와 탄성에너지는 다음 식으로 주어진다<sup>(7)</sup>.

$$T_p = \frac{1}{2} \rho h \int_0^a \int_0^b w^2 dx dy \quad (1)$$

$$V_p = \frac{1}{2} D \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (2)$$

여기서  $a$ 는  $X$ 축 방향의 길이,  $b$ 는  $Y$ 축 방향의

길이를 나타낸다. 그리고  $\rho$ 는 평판의 질량밀도,  $h$ 는 평판의 두께,  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ ,  $E$ 는 영의 계수,  $\nu$ 는 푸아송 비를 나타낸다. 편의를 위해 무차원 변수,  $\xi = x/a, \eta = y/b$ 를 도입하고 허용함수를 사용하면 탄성변위가 다음과 같이 표현된다<sup>(9)</sup>.

$$w(\xi, \eta, t) = \Phi(\xi, \eta) q(t) \quad (3)$$

여기서  $\Phi(\xi, \eta) = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m]$ 이며  $q(t) = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$ 는  $m \times 1$ 의 일반좌표계 벡터를 나타낸다. 그리고  $m$ 은 허용함수의 총수를 나타낸다. 변수분리를 적용하면 허용함수는 다시 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>(9)</sup>.

$$\Phi_i(\xi, \eta) = \phi_i(\xi) \psi_i(\eta), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

여기서  $\phi_i(\xi), \psi_i(\eta)$ 는 각 방향으로의 허용함수를 나타낸다. 식(3)을 식(1)과(2)에 대입하면 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 유도된다<sup>(9)</sup>.

$$T_p = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\rho h a b \bar{M}) \dot{q} \quad (5)$$

$$V_p = \frac{1}{2} q^T \left( \frac{D b}{a^3} \bar{K} \right) q \quad (6)$$

여기서  $\bar{M}$ 와  $\bar{K}$ 는 무차원화된 질량, 강성 행렬이다. Kwak and Han의 연구 결과<sup>(9,10)</sup>에는 모든변이 단순지지, 고정, 자유인 경우에 대해 이 무차원 행렬들에 대한 계산방법이 제시되어 있다. 이 연구에서는 그 연구 결과를 그대로 사용한다.

## 3. 독립좌표연성법

전체에너지로부터 차감되어야 할 각각의 구멍에 대한 에너지를 구하는 것은 쉬운 일이 아니다. Kwak and Han<sup>(9~11)</sup>은 이러한 문제점을 해결하기 위해 독립좌표연성법(ICCM)의 사용을 제안하였는데 ICCM의 구멍에 대해 별도의 좌표계를 설정하고 변위 일치 조건을 이용해 좌표계를 통일시키는 방법이다. 이 연구에서는 ICCM을 여러 개의 원형 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판에 적용하고자 한다. 이를 위해 다음 그림과 같이  $n$ 개의 원형 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판을 고려하고 각 원형 구멍의 중심을 원점으로

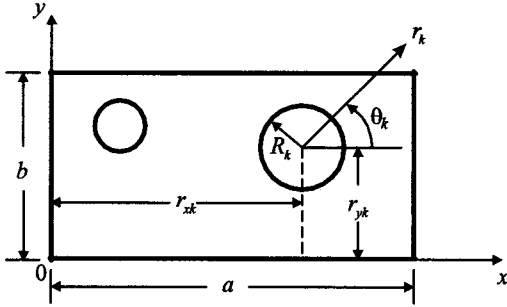


Fig. 1 Rectangular plate with multiple rectangular holes with local axes

하는 극좌표계를 동시에 고려해 보자.

$k$ 번째 원형 구멍 영역의 변위에 대해서는 허용함수를 극좌표계에 근거해 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>(9,10)</sup>.

$$w_k(r_k, \theta_k, t) = \Psi_k(r_k, \theta_k) q_k(t) \quad (7)$$

여기서  $\Psi_k(r_k, \theta_k) = [\Psi_{k1} \Psi_{k2} \dots \Psi_{km_k}]$ 는 구멍 영역의 탄성변위에 대한  $1 \times m_k$ 의 이차원 허용함수 행렬을 나타내며  $q_k(t) = [q_{k1} q_{k2} \dots q_{km_k}]^T$ 는  $m_k \times 1$ 의 일반좌표계 벡터를 나타낸다. 그리고  $m_k$ 는  $k$ 번째 원형 구멍에 대한 허용함수의 총수를 나타낸다.  $k$ 번째 원형 구멍에 대한 허용 함수는 다음과 같이 표현된다<sup>(9)</sup>.

$$\Psi_{k1} = 1, \Psi_{k2} = \frac{r_k}{R_k} \cos \theta_k, \Psi_{k3} = \frac{r_k}{R_k} \sin \theta_k \quad (8a-c)$$

$$\Psi_{k(r+3)} = A_r \left[ J_r \left( \lambda_r \frac{r_k}{R_k} \right) + C_r I_r \left( \lambda_r \frac{r_k}{R_k} \right) \right] f_r(\theta_k), \quad r = 1, 2, \dots \quad (8d)$$

여기서  $J_r$ 과  $I_r$ 은  $r$ 차의 첫 번째 베셀함수와 수정 베셀함수를 나타낸다. 처음 세 개의 모드는 강체운동을 나타내며 다른 모드들은 탄성 진동 모드를 나타낸다. 특성치는 참고문헌<sup>(9,10)</sup>에 표로 주어져 있다. 식(8)로 주어지는 허용함수를 이용하면 차감되어야 할  $k$ 번째 원형 구멍 영역의 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다<sup>(9,10)</sup>.

$$T_k = \frac{1}{2} \rho h \pi R_k^2 \dot{q}_k^T \dot{q}_k \quad V_k = \frac{1}{2} \frac{\pi D}{R_k^2} q_k^T \Lambda_k q_k \quad (9a,b)$$

여기서  $\Lambda_k$ 는 다음과 같은  $m_k \times m_k$ 의 대각선 행렬이다.

$$\Lambda_k = \text{diag} \left( \left[ 0 \quad 0 \quad 0 \quad \lambda_1^4 \quad \lambda_2^4 \quad \lambda_3^4 \quad \dots \quad \lambda_{m_k-3}^4 \right] \right) \quad (10)$$

식(5), (6)과 (9)를 사용하면 전체 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 유도된다.

$$T_{\text{total}} = \frac{1}{2} \rho h a b \dot{q}^T \bar{M} \dot{q} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \rho h \pi R_k^2 \dot{q}_k^T \dot{q}_k \quad (11a)$$

$$V_{\text{total}} = \frac{D}{2} \left( \frac{b}{a^3} q^T \bar{K} q - \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{R_k^2} q_k^T \Lambda_k q_k \right) \quad (11b)$$

운동에너지와 탄성에너지를 무차원 상수를 도입해 다시 표현하면 다음과 같다.

$$T_{\text{total}} = \frac{\rho h a b}{2} \left( \dot{q}^T \bar{M} \dot{q} - \sum_{k=1}^n \pi \alpha \beta_k^2 \dot{q}_k^T \dot{q}_k \right) \quad (12a)$$

$$V_{\text{total}} = \frac{D b}{2 a^3} \left( q^T \bar{K} q - \sum_{k=1}^n \frac{\pi \alpha}{\beta_k^2} q_k^T \Lambda_k q_k \right) \quad (12b)$$

여기서  $\alpha = b/a, \beta_k = R_k/a$ 이다.

식(12)에는 전체좌표계에 대한 일반좌표와 각각의 구멍 부분에 대한 극좌표계가 모두 포함되어 있다. 고유진동해석을 위해서는 이들 일반좌표계를 하나로 통일할 필요가 있다. 이를 위해 사용되는 조건이 전체좌표계에 근거한 탄성변위와 극좌표계에 근거한 탄성변위가 구멍내의 점들에서 일치해야 한다는 조건이다. 즉,  $k$ 번째 구멍에 대해 다음식이 만족되어야 한다.

$$w_k(r_k, \theta_k, t) = w(\xi, \eta, t), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

이 조건의 만족을 위해 Kwak and Han<sup>(9)</sup>은 구멍 내 유한 개의 점을 지정하고 이 점에서 변위 일치 조건을 만족하는 방법을 사용해 변환행렬을 유도하였다. 그러나 Kwak and Han<sup>(10)</sup>은 고유벡터의 직교성을 이용해 보다 개선된 변환행렬을 유도 방법을 개발하였다. 이 연구에서도 고유벡터의 직교성을 이용한다. 먼저 식(13)에 식(3)과 (7)을 대입하면 다

음과 같은 식이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^{m_k} \Psi_{kj}(r_k, \theta_k) q_{kj}(t) = \sum_{i=1}^m \Phi_i(\xi, \eta) q_i(t) \quad (14)$$

위 식의 양변에  $\Psi_{ki}(r_k, \theta_k)$ 를 곱하고 적분을 구멍 영역에 대해 수행하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{m_k} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_k} \Psi_{kj}(r_k, \theta_k) \Psi_{ki}(r_k, \theta_k) r dr d\theta q_{kj}(t) = \\ \sum_{i=1}^m \int_0^{2\pi} \int_0^{R_k} \Psi_{ki}(r_k, \theta_k) \phi_i(\xi) \psi_i(\eta) r dr d\theta q_i(t), \\ i = 1, 2, \dots, m_k \end{aligned} \quad (15)$$

$\Psi_{ki}(r_k, \theta_k)$ 의 직교성을 이용하면 식(15)는 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} q_{ki}(t) = \sum_{j=1}^{m_k} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_k} \Psi_{kj}(r_k, \theta_k) \phi_i(\xi) \psi_i(\eta) r dr d\theta q_{kj}(t) \\ = \sum_{j=1}^{m_k} (S_k)_{ij} q_{kj}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n_c \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)은 다음과 같이 간단하게 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$q_k = S_k q \quad (17)$$

여기서  $S_k$ 는  $k$ 번째 구멍에 대한  $m_k \times m$ 의 전체좌표계와 국부좌표계 사이의 변환 행렬이다.  $S_k$ 를 구하는 과정에서 적분을 수행해야 하는데 이를 위해 다음과 같은 무차원화된 좌표계들 간의 관계식이 필요하다.

$$\xi = \frac{r_{jk}}{a} + \frac{r_k \cos \theta_k}{a}, \quad \eta = \frac{r_{jk}}{b} + \frac{r_k \sin \theta_k}{b} \quad (18)$$

식(17)을 식(12)에 대입하면 전체 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 통합된 일반좌표계에 대해 표현된다.

$$T_{total} = \frac{\rho h a b}{2} \dot{q}^T \bar{M} \dot{q}, \quad V_{total} = \frac{D b}{2 a^3} q^T \bar{K} q \quad (19a, b)$$

여기서

$$\bar{M}_r = \bar{M} - \sum_{k=1}^n \pi \alpha \beta_k^2 S_k^T S_k \quad (20a)$$

$$\bar{K}_r = \bar{K} - \sum_{k=1}^n \frac{\pi \alpha}{\beta_k^2} S_k^T \Lambda_k S_k \quad (20b)$$

따라서 여러 개의 원형 구멍을 가지는 직사각형 평판의 고유치 문제는 다음과 같이 귀결된다.

$$[\bar{K}_r - \bar{\omega}^2 \bar{M}_r] A = 0 \quad (21)$$

#### 4. 수치해석

이 연구에서는 ICCM의 타당성 및 여러 개의 구멍이 고유진동수 변화에 미치는 영향을 조사하기 위해  $\nu=0.3$ 이고 Fig. 2와 같이 두 개의 원형구멍을 가지고 있는 정사각형 평판을 고려하였다. ICCM의 결과는 CRRM과 상용 유한요소 해석 프로그램 ANSYS 결과와 비교되었다. ANSYS 계산을 위해서  $\nu=0.3$ ,  $E=76$  GPa,  $a=1$  m,  $\rho=7,800$  kg/m<sup>3</sup>이 사용되었으며 계산된 고유진동수로부터 무차원 고유진동수를 산출하였다.

ICCM을 적용함에 있어 평판 전체에 대해서 각 방향으로 10개의 허용함수, 즉 총 100개의 허용함수를 고려하였으며 각 원형 구멍에 대해 50개의 허용함수를 고려하였다. 허용함수 개수의 타당성에 대해

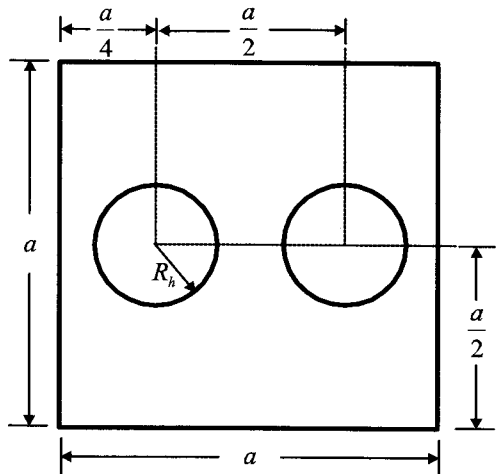


Fig. 2 Square plate with two square holes

서는 Kwan and Han의 연구 결과<sup>(9)</sup>를 참조하기 바란다.

Figs. 3, 4, 5는 평판의 모든 변이 단순지지인 경우, 고정인 경우와 자유인 경우의 경계조건에 대해 ICCM과 ANSYS를 사용해 구한 무차원 고유진동수 결과를 보여주고 있다. 여기서  $\beta = R_h/a$ 이다. 그림에서 알 수 있듯이 ICCM으로 구한 결과와 ANSYS의 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3, 4, 5는 직사각형 구멍의 경우<sup>(12)</sup>와 비슷한 경향을 보

이고 있음을 알 수 있다. 저차의 진동에 대해서는 구멍의 형상이 큰 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 특히 모든 변이 단순지지인 평판과 고정인 평판의 경우 기본 진동수가 구멍에 의해 크게 변하지 않음을 알 수 있다. 구멍을 가지고 있는 직사각형평판에 대해 구멍의 개수와 크기가 평판에 비해 크지 않다면 기본 진동수의 계산에서 이들 구멍을 무시할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 6과 7은 모든 변이 단순지지인 평판에 대해 각각  $\beta=0.1$ 와  $\beta=0.2$ 인 경우에 대한 등고선이다. Fig. 3을 살펴보면  $\beta=0.1$ 인 경우는 고유진동수에 약간의 변화가 일어나며  $\beta=0.2$ 인 경우는 큰 변화가 일어나는 지점임을 알 수 있다. Fig. 6과 7은 이들 두 경우에서 진동모드에 어떤변화가 일어났는지를 보여준다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 구멍의 크기가 그렇게 크지 않은 경우의 진동모드는 구멍이 없는 경우의 진동모드와 흡사함을 알 수 있다. 그러나 구멍이 커지면서 진동모드 자체에 많은 변화가 발생한다. Fig. 7로부터 알 수 있듯이 첫 번째 진동모드의 경우 가운데 부분의 변위가 평평해짐을 알 수 있고, 두 번째 모드의 형상이 많이 변함을 알 수 있다. 반면에 세 번째와 네 번째 모드들은 형상자체의 큰 변화가 없다. 다섯 번째와 여섯 번째 모드는 큰 변화를 보여주는 데 구멍의 크기가 커지면서 국부모드가 나타나기 때문인 것으로 보인다.

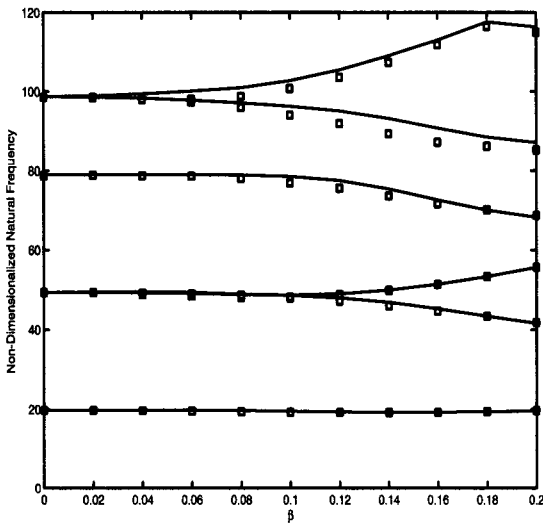


Fig. 3 Simply-supported square plate with two square holes(- : ICCM, □ : ANSYS)

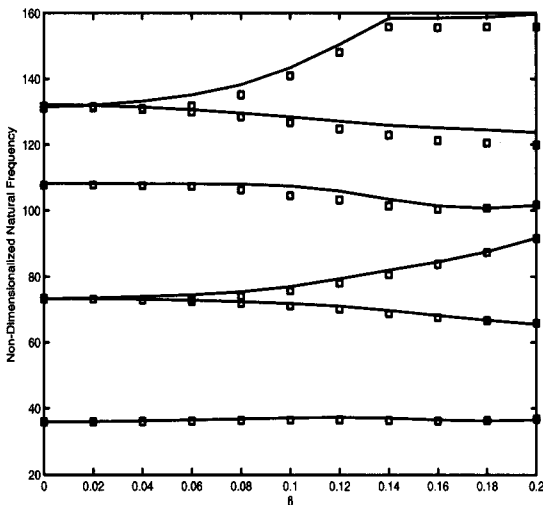


Fig. 4 Clamped square plate with two square holes (- : ICCM, □ : ANSYS)

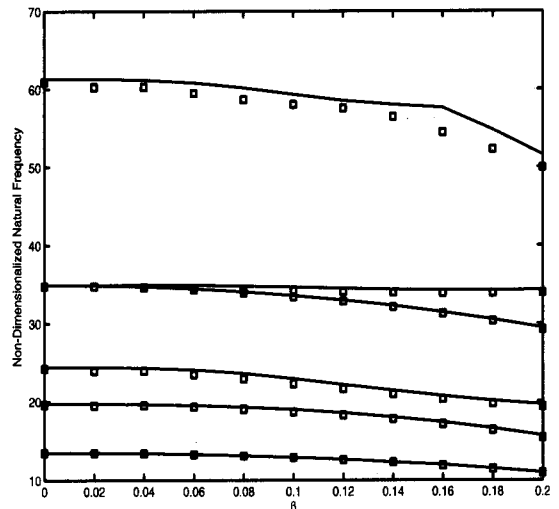


Fig. 5 Free-edge square plate with two square holes (- : ICCM, □ : ANSYS)

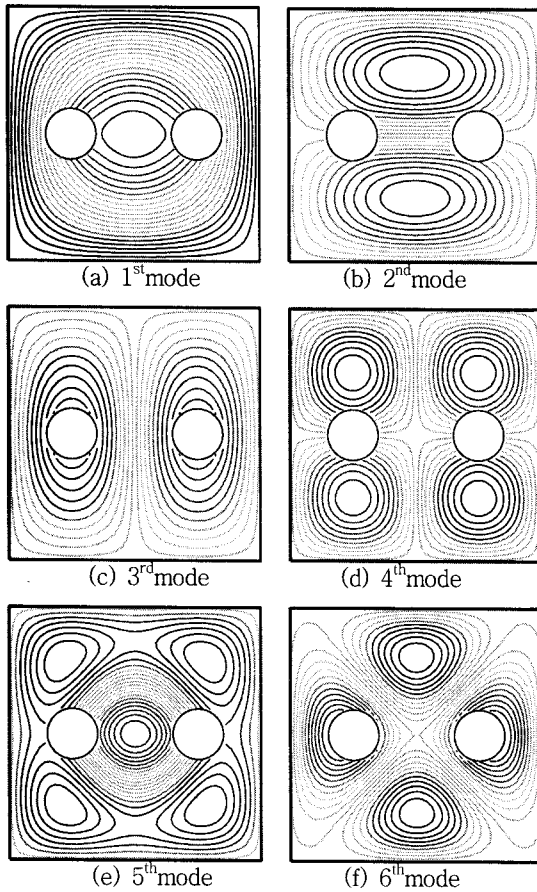


Fig. 6 Mode shapes of simply-supported square plate with two square holes ( $\beta=0.1$ )

### 5. 결 론

이 연구에서는 직사각형 평판이 여러 개의 원형 구멍을 가지고 있는 경우에 대해 이전 연구에서 개발되었던 독립좌표연성법(ICCM)을 적용하고 그 타당성 및 고유진동 특성 변화를 조사하였다.

이 연구에서는 한 개의 원형 구멍을 가지는 직사각형판에 적용되었던 ICCM을 확장해 여러 개의 원형 구멍을 가지는 직사각형판 문제를 새롭게 정식화하였다. 두 개의 원형 구멍을 가지는 정사각형판을 고려하여 ICCM에 의한 수치 결과를 유한요소 프로그램인 ANSYS 결과와 비교하였는데 두 방법의 결과가 거의 일치하고 있음을 보여준다. ICCM을 적용하는 경우에 나타나는 한 가지 제약은 변환 행렬의 유도를 위한 수치적분의 계산 정밀도이다.

두 개의 원형 구멍을 가지고 있는 정사각형 평판

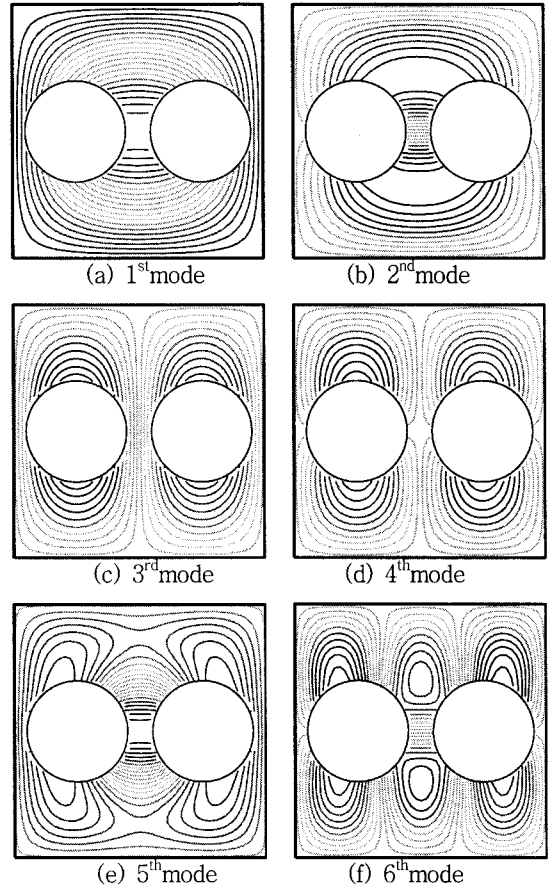


Fig. 7 Mode shapes of simply-supported square plate with two square holes ( $\beta=0.2$ )

의 경우 경계조건에 상관없이 최저차의 고유진동수는 구멍의 영향을 많이 받지 않으나 고차의 고유진동수는 구멍의 크기가 커질수록 변화가 큼을 알 수 있다. 그 변화는 직사각형 구멍을 가지고 있는 경우와 비슷함이 관찰되었다. 따라서 구멍의 형상은 고유진동특성에 크게 영향을 주지 않음을 알 수 있다. ICCM을 사용해 모든 변이 단순지지만 평판의 고유진동 모드를 구하고 구멍의 영향을 조사하였다. 계산 결과는 구멍이 최저차 진동모드에 대해서는 큰 영향을 주지 않지만 구멍이 커지면서 구멍의 영향이 크게 나타남을 보여주었다. ICCM은 고유진동모드 계산에도 효과적으로 사용될 수 있음을 확인하였다.

ICCM의 타당성을 입증하기 위해 두 개의 원형구멍을 가지는 정사각형판을 고려하였지만 ICCM이 임의 개수의 원형 구멍을 가지는 직사각형판의 고유진동해석의 경우에 대해서도 유효할 것으로 생각된다.

## 후 기

이 연구는 동국대학교 논문 게재 장려금 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드린다.

## 참 고 문 헌

- (1) Monohan, L. J., Nemergut, P. J. and Maddux, G. E., 1970, "Natural Frequencies and Mode Shapes of Plates with Interior Cut-outs", *The Shock and Vibration Bulletin*, Vol. 41, pp. 37~49.
- (2) Paramasivam, P., 1973, "Free Vibration of Square Plates with Square Opening", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 30, pp. 173~178.
- (3) Ali, R. and Atwal, S. J., 1980, "Prediction of Natural Frequencies of Vibration of Rectangular Plates with Rectangular Cutouts", *Computers and Structures*, Vol. 12, pp. 819~823.
- (4) Lam, K. Y., Hung, K. C. and Chow, S. T., 1989, "Vibration Analysis of Plates with Cut-outs by the Modified Rayleigh-Ritz Method", *Applied Acoustics*, Vol. 28, pp. 49~60.
- (5) Bhat, R. B., 1985, "Natural Frequencies of Rectangular Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Rayleigh-Ritz Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 102, pp. 493~499.
- (6) Sakiyama, T., Huang, M., Matsuda, H. and Morita, C., 2003, "Free Vibration of Orthotropic Square Plates with a Square Hole", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, pp. 63~80.
- (7) Leissa, A. 1993, *Vibration of Plates*, Acoustical Society of America.
- (8) Nippon Kaiji Kyokai, 1981, *Guide to Ship Vibration*.
- (9) Kwak, M. K. and Han, S., 2005, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Rectangular Cutout by Independent Coordinate Coupling Method", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 1398~1407.
- (10) Kwak, M. K. and Han, S., 2006, "Free Vibration Analysis of Simply-supported Rectangular Plate with a Circular Cutout by Independent Coordinate Coupling Method", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 283~293.
- (11) Kwak, M. K. and Han, S., 2007, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Hole by means of Independent Coordinate Coupling Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 306, pp. 12~30.
- (12) Kwak, M. K. and Song, M., 2007, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with Multiple Rectangular Holes by Independent Coordinate Coupling Method", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*(to appear).
- (13) Kumai, T., 1952, "The Flexural Vibrations of a Square Plate with a Central Circular Hole", *Proc. 2nd Japan Natl. Congr. Appl. Mech.*, pp. 339~342.
- (14) Hegarty, R. F. and Ariman, T., 1975, "Elasto-dynamic Analysis of Rectangular Plates with Circular Holes", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 11, pp. 895~906.
- (15) Eastep, F. E. and Hemmig, F. G., 1978, "Estimation of Fundamental Frequency of Non-circular Plates with Free, Circular Cutouts", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 56, No. 2, pp. 155~165.
- (16) Nagaya, K., 1980, "Transverse Vibration of a Rectangular Plate with an Eccentric Circular Inner Boundary", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 16, pp. 1007~1016.
- (17) Lee, Y.-S. and Lee, Y.-B., 1994, "Free Vibration Analysis of 4 Edges Clamped, Isotropic Square Plates with 2 Collinear Circular Holes", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 283~293.
- (18) Lee, H. S. and Kim, K. C., 1984, "Transverse Vibration of Rectangular Plates Having an Inner Cutout in Water", *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 21, No. 1, pp. 21~34.