

컴퓨터 대수 시스템 기반의 이공계 수학용 웹 콘텐츠 개발과 형성 평가¹⁾

전영국²⁾ · 김진영³⁾ · 권순걸⁴⁾ · 허희옥⁵⁾

본 연구의 목적은 이공계 대학생들에게 수학에 대한 동기유발과 수학학습에 도움을 주기 위하여 웹기반 학습 시스템을 개발하는 것이다. 이를 위하여 Mathematica와 웹 연동을 가능하게 해주는 webMathematica를 사용하여 이공계 대학생을 위한 미적분 학습용 웹 콘텐츠 시스템인 MathBooster를 제작하였다.

이공계 대학생을 위한 웹 콘텐츠의 구성은 먼저 미적분의 개념을 그래프와 같은 시각화한 그림을 사용함으로써 흥미와 동기의 유발, 그리고 개념 형성을 위해 요소 지식에 관련된 내용을 수식과 텍스트로 제시하였다. 또한 단계별 풀이과정이 제시되는 예제를 제공하여 개념의 이해를 통한 응용력을 배양하도록 콘텐츠를 제공하였다. 학습자의 이해력을 확인하기 위하여 퀴즈를 제공하였으며 베이지언 네트워크를 이용하여 학습자의 퀴즈 풀이 결과에 따라 해당 콘텐츠에 대한 학습의 이해 정도를 진단하는 기능을 개발하였다.

이공계 수학용 웹 콘텐츠의 형성평가를 위하여 MathBooster에 대한 사용자의 반응, 화면구성의 적절성, 실습하기 모드의 만족도, 퀴즈, 진단결과, 피드백 만족도 등의 네 영역으로 구분하여 설문지를 작성하였다. MathBooster의 실습을 마친 이공계 학생을 대상으로 설문지를 배포하였으며 영역별로 통계 처리한 결과 MathBooster 사용에 대한 높은 만족도를 보여 주었다. 이 결과에 따라 향후 시스템을 수정보완 할 과제를 제시하였다.

주요용어 : 컴퓨터 대수 시스템, 이공계 수학, 웹 콘텐츠, 베이지언 추론, 형성 평가

I. 서론

최근 고교를 졸업한 학생들이 이공계 대학으로 진학을 꺼리는 현상이 나타나고 있다. 그중에서 고등학교에서 7차 교육과정을 거쳐 이공계열로 진학한 대학생들이 수학에 대한 기초 학력을 갖추지 못하거나 수학을 어려워함으로써 이공계 전공을 이수하는데 따른 어려움이

1) 본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(R01-2005-000-11224-0)지원으로 수행되었음.

2) 순천대학교 (ycjun@sunchon.ac.kr)

3) 순천대학교 (jinyoungk@empal.com)

4) 순천대학교 (sgkwon@sunchon.ac.kr)

5) 순천대학교 (hoheo@sunchon.ac.kr)

가중되고 있는 실정이다. 공학인증제 등의 도입으로 공학 전공자를 위한 수학교육과정이 강조되고 있기는 하나 여전히 이공계 수학을 위한 체계적인 방식의 도입에 어려움을 겪고 있다. 특히 대학 1학년생이 주로 수강하는 미적분학 강좌는 수학 전공자에 의해 강의되는 경우가 많아서 이공계의 특징을 살린 대학수학을 학습하는데 어려움이 따르고 있다(김성옥, 2005).

이러한 어려움을 해소하는 방안으로 이공계 대학생들이 수학 학습에 대한 흥미와 관심을 유발시킬 수 있는 컴퓨터 대수 시스템(Computer Algebra System, 약어 CAS)의 활용이 대두 되고 있다. CAS란 컴퓨터를 이용하여 수학에 관련된 문제를 기호로 처리하여 연산을 수행하는 시스템으로 수치계산과 대수적 연산을 수행하고 필요한 경우 연산의 결과를 그래픽으로 처리하는 소프트웨어를 통칭한다(전영국, 2001). 공학 및 자연과학 분야에서의 CAS는 수식과 기호를 개념으로 인식하여 사용자에게 개념을 시각화해 주고 논리의 전개를 확인할 수 있는 기능을 제공해 주는 장점을 갖추고 있다(박홍준, 2005). 공학 및 자연과학 분야에서의 CAS의 활용이 날로 중요시 되고 있는 이유는 정밀하고 빠른 계산기로서 뿐만 아니라 수식과 기호를 개념으로 인식하여 사용자에게 개념을 시각화해 주고 논리의 전개를 확인할 수 있는 기회를 제공해 주기 때문이다(Wester, 1999).

CAS가 다른 일반적인 컴퓨터 언어와 차별되는 요인은 변수에 대한 조작과 더불어 식을 간단히 하고, 동치식 변형이 가능하다. 또한 함수, 미·적분 및 대수 형태를 기호로 계산할 수 있고, 방정식과 연립방정식을 풀 수 있으며, 행렬 조작과 그래프를 그리는 등의 다양한 기능을 제공한다. 또한 CAS가 갖추어야 할 필수적인 요소로써 수치적인 해법기능, 그래픽 소프트웨어 기능, 유리수·실수·복소수에 대한 산술, 대수식을 조작하기 위한 컴퓨터 기호 대수 기능이 있다(Karian, 1992). 이러한 CAS의 기능은 개념의 완전한 이해보다 응용력의 배양을 요구하는 공학계열 대학생들의 수학교육에서 더욱 중요하게 인식된다.

본 연구의 목적은 이공계 대학생들이 수학에 흥미와 자신감을 가질 수 있도록 도와줄 뿐만 아니라 이공계 수학에서 등장하는 문제를 알고리즘적으로 접근함으로써 수학에 대한 질차적 지식을 새로운 방식으로 습득하도록 안내하는 것이다. 이러한 이유로 이공계 학생들이 Mathematica와 같은 컴퓨터 대수 시스템을 사용할 때 내장된 명령어를 단순히 호출하여 결과값을 얻게 되는 blackbox식 사용 방법뿐만 아니라 명령어가 수행되는 과정을 알고리즘적으로 이해하는 whitebox를 동시에 제공하는데 초점을 두었다(Buchberger, 1990).

본 웹 콘텐츠의 구성은 먼저 미적분의 개념을 그래프와 같은 시각화한 그림을 사용함으로써 흥미와 동기의 유발, 그리고 개념 형성을 위해 요소 지식에 관련된 내용을 수식과 텍스트로 제시하였다. 또한 단계별 풀이과정이 제시되는 예제를 제공하여 개념의 완전 이해를 통한 응용력을 배양하도록 하고 있다. 마지막으로 학습자가 학습내용을 스스로 검증해 볼 수 있도록 퀴즈를 설계하였다. 이렇게 개발된 웹콘텐츠를 실제 공과대학에서 적용하여 형성 평가한 결과를 제시하였다.

II. 이론적 배경

대학수학을 공부하는 대학생들을 대상으로 실시한 설문 분석을 보면 흥미로운 패턴을 발견할 수 있다. 대학수학 학습에 필요한 요인 분석과 학습지도에 관한 김병무(2006)의 연구 결과를 보면 비록 특정 대학생들에게 설문 조사를 실시한 결과이긴 하지만 대학수학에

대한 성공적인 요인으로서 “문제풀이에 도움이 필요할 때 기꺼이 도움 요청하기”가 전체 학생(364명) 중에 4위를 차지했다. 컴퓨터와 수학에 대한 태도를 조사한 설문 조사 결과를 보면 “컴퓨터를 이용하여 수학을 배울 수 있고”, “수학 공부는 컴퓨터를 필요로 하며”, “컴퓨터는 수학을 배우는데 도움이 된다”라고 응답이 1, 2, 3위 순으로 긍정적인 답변을 하였다.

이공계 대학생을 위한 수학교육에 관한 국내 연구는 그리 많지 않다(권오남, 주미경, 2003). 정형찬 외(1993)의 논문은 한국기술교육대학의 특수한 상황에서 인문계 졸업생과 상공업계열을 졸업한 신입생 간에 나타나는 수학실력의 격차와 수학 자체에 흥미가 없는 학생들에게 공업수학을 가가르치는 어려움을 지적하고 있다. 그들이 제시한 해결책의 하나는 계산 능력을 키울 수 있도록 충분히 연습하고 훈련 받을 수 있는 환경과 시간을 제공하는 것이다. 최운행(1994)은 공학대학생을 위한 수학교육의 개선점을 언급한 그의 논문에서 교재에 관한 지적을 하고 있다. 대부분 기초적인 수학 정리의 증명과 소개에 치우친 점과 컴퓨터를 이용한 응용 예가 매우 적다는 점, 그리고 문제를 공동으로 해결할 수 있는 능력을 배양하는 교재의 부족 등이 개선되어야 한다고 제안하였다.

김성옥(2005)은 최근 7차교육과정의 변화에 의해 발생한 공과대학 신입생들의 수학에 대한 평균능력의 변화와 실력 차이의 발생에 따른 대학수학 교육의 어려움을 지적하였다. 예컨대 수학 또는 미적분을 전혀 공부하지 않고도 대학에 진학하는 사례가 발생하고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 미적분학 또는 수학에 대한 지식이 부족한 학생들을 위한 보충 교육과정이 요구되는데 현실적으로 이를 위한 교재 제작과 이를 제대로 교육할 수 있는 강사의 수요가 충족되어야 하는 문제점을 가지고 있다.

이러한 연구 결과를 종합해 보면 컴퓨터를 이용한 이공계 대학생들을 위한 수학 학습 시스템을 개발하여 계산 능력을 키울 수 있도록 충분히 연습할 수 있는 보충학습을 제공하는 것이다. CAS를 도입하면 이공계 수학에서 많이 등장하는 콘텐츠를 쉽게 개발할 수 있을 뿐만 아니라 개별화 학습을 가능하게 하는 학습 관리 시스템을 추가할 수 있다. 일반적으로 CAS를 이용한 수학 교육에 관한 연구는 국내와 국외에서 많이 이루어지고 있다(류희찬, 조완영, 1998; 박홍준, 전영국, 장문석, 2005; 전영국, 2001; 엄민섭, 2000). 국내에서는 강의실 수업의 보조도구로써 Mathematica, GSP, Maple 그리고 그래픽 계산기를 이용한 수학교육이 활발히 연구되고 있다.

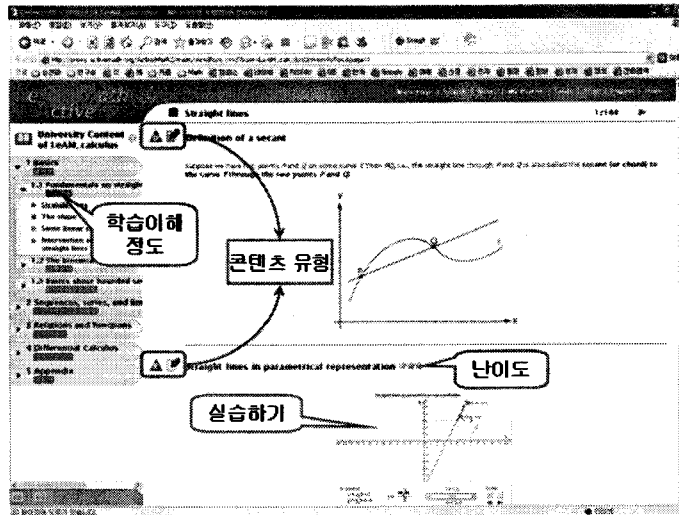
수학교육에서 CAS를 도입한 연구가 비교적 보편화되어 있는 추세와 다르게 이공계 수학을 위한 CAS에 관한 연구는 매우 드물다. 지난 4-5년 사이에 이러한 연구가 진행되고 있는데 예를 들면 웹매스매티카를 활용한 교육 예제 사이트를 방문해 보면 기계공학의 진동부분에서 가장 기초가 되는 감쇄를 고려하지 않은 스크링의 진동에 대하여 수식을 세우고 이 수식에 대한 그래프를 매스매티카의 연산 결과를 통해 확인해 보도록 도와주는 공업수학 콘텐츠를 이용할 수 있다(<http://math.iccc.net:8180/webMathematica/MSP/mmartin/beats>). 이공계 대학 수학 학습을 위한 전용 사이트를 구축하고 관련 연구가 지속적으로 출판되고 있는 독일의 ACTIVEMATH와 영국의 WALLIS를 소개한다.

1. ACTIVEMATH(<http://www.activemath.org>)

독일의 Research Center for Artificial Intelligence에서 CAS를 이용한 대학수학 교육용 웹 콘텐츠를 제공하는 대표적 사이트인 ACTIVEMATH는 중등수학과 대학수학에서 다루

는 다양한 콘텐츠를 제공하며, 독일의 대학에서 이용하는 독립적인 콘텐츠도 제공하고 있다.

ACTIVEMATH는 학습자의 이해를 돕기 위해 수학 학습 내용 제공에서 끝나지 않고 웹 상에서 학습자가 구하고자 하는 값을 입력하여 그래프나 계산값을 얻을 수 있는 자바애플릿을 이용하고 있다. 그리고 학습자에게 피드백을 제공하기 위한 방법으로 인지주의적 모델링을 통한 설계를 장점으로 뽑을 수 있다. 학습자가 각 콘텐츠에 머무른 시간, 학습자의 콘텐츠에 대한 반응과 예제 풀이 등의 정보를 토대로 각각의 학습자에 따라 피드백 메시지를 다양하게 전달한다.



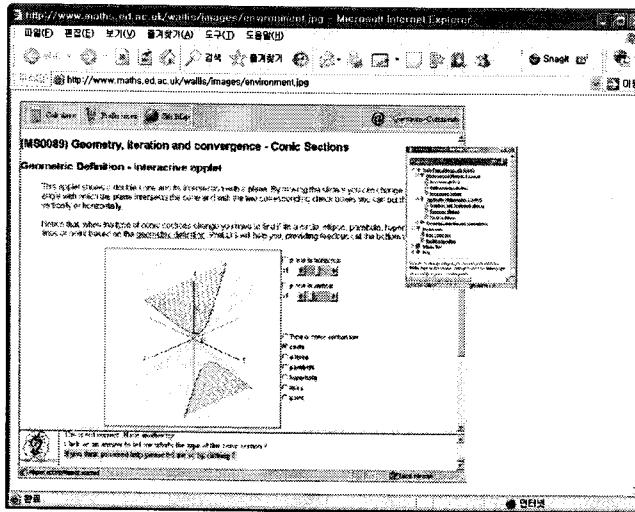
<그림 1> ACTIVEMATH 데모 사이트

학습자의 학습 이해 정도에 따라 아주 잘 이해하고 있는 상태는 초록, 조금 더 학습이 필요한 상태는 노랑, 재학습이 필요한 상태는 빨강으로 보여주며, 아직 학습을 하지 않은 상태는 회색으로 보여준다. 그리고 제공되는 콘텐츠 유형에 따라 정의는 D, 예제는 E, 연습문제는 X 등의 9가지 유형으로 세분화하여 보여주고 있으며 별의 개수로 과제에 대한 난이도를 알려준다.

제공되는 콘텐츠의 유형에서 주목할 부분은 연습문제이다. 연습문제는 객관식, 주관식 두 가지 문항으로 되어 있으며, 학습자가 문제를 해결하는데 도움이 되도록 문제 난이도에 따른 힌트가 단계별로 제시된다. 그리고 출제된 문제들을 검토하기 위해 학습자가 문제를 해결하면 해당 문제에 대한 학습자들의 반응을 체크한다.

2. WALLIS(<http://www.maths.ed.ac.uk/wallis>)

ACTIVEMATH와 함께 대표적인 CAS 기반의 콘텐츠 제공 사이트인 WALLIS는 함수, 미적분, 벡터방정식을 다루며, 시스템 내의 profiler, modeler, preferences applet을 통해 학습자의 학습 습성을 진단하여 학습자에게 피드백을 제공한다. 수식을 표현하기 위해 WebEQ라는 수식 입력기를 이용하여 수식을 제공하고 있다. 이것은 MathML로 전달되어 CAS를 통하여 LaTeX 문법으로 변환되고, 수식 입력기에서 입력된 정보는 피드백 시스템으로 전달되어 DOM2 interface를 통해 피드백에서 수식을 제공한다.



<그림 2> WALLIS 데모 페이지

III. 컴퓨터 대수 시스템 기반의 웹 콘텐츠 개발

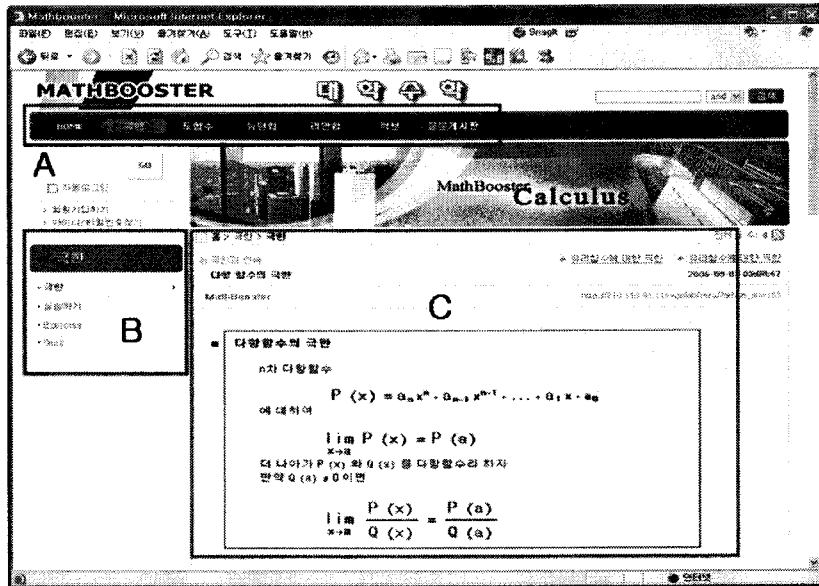
앞에서 소개한 두 사이트의 기본적인 특징은 연습문제를 제공하며 그에 대한 피드백을 학습자 중심으로 제공하고 있다. 이러한 연구를 토대로 우리는 국내 이공계 대학수학용 웹 콘텐츠를 개발하고 학습자의 진단을 결과에 따른 피드백을 제공하는 이러닝 콘텐츠를 개발하여 MathBooster라 이름 붙였다. MathBooster에 탑재된 콘텐츠는 공과대학에서 다루는 대학 수학 1학기 분량인 극한·도함수·적분을 중심으로 제작하였다. 모든 콘텐츠는 HTML과 PHP로 구현되었으며, 학습자가 직접 조작할 수 있는 실습하기 페이지는 webMathematica는 JSP 기반의 Tomcat 서버를 사용하였다.

1. MathBooster 화면 설계

금번에 구현한 MathBooster의 화면구성은 <그림 1>에 보인 바와 같이 A, B, C 세 개의 영역으로 구분하여, A 영역에서는 대학수학에서 장으로 구성된 주제를 상위학습메뉴를 선택하도록 하였고, B 영역에서는 해당 상위학습메뉴에 포함된 하위학습메뉴(콘텐츠 설명, 실습, 예제, 퀴즈)를 선택할 수 있도록 하였다. 마지막 C 영역에서는 선택한 메뉴에 대한 설명 또는 학습자가 직접조작 활동을 할 수 있는 페이지가 보여진다.

특히 B 영역은 각 메뉴마다 특성을 지니고 있는데, 크게 4가지로 나눌 수 있다. 먼저 콘텐츠 메뉴는 미적분의 개념을 그래프와 같은 시각화한 그림을 사용함으로써 흥미와 동기의 유발, 그리고 개념 형성을 위해 요소 지식에 관련된 내용을 수식과 텍스트로 보여준다. 두 번째 실습하기 메뉴는 학습한 콘텐츠를 직접 함수나 수치를 입력하여 결과값을 확인할 수 있다. 세 번째 예제 메뉴는 단계별 풀이과정이 제시되는 예제를 제공하여 개념의 완전 이해를 통한 응용력을 배양할 수 있는 페이지를 보여준다. 마지막으로 퀴즈 메뉴는 사용자가 학

습내용을 스스로 검증해 볼 수 있는 페이지를 보여준다.



<그림 1> MathBooster의 화면구성

2. MathBooster의 구성

1) 콘텐츠 설명 페이지

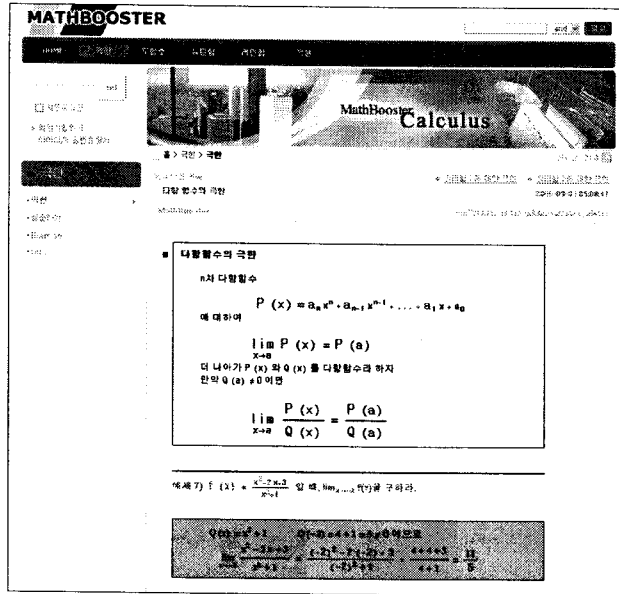
MathBooster는 이공계 대학에서 다루는 대학수학 I의 내용인 극한, 도함수, 뉴턴법, 리만합, 적분을 상위 학습 메뉴로 설계하였다. 그리고 이 메뉴를 선택하면 그에 따른 하위 학습 메뉴들을 볼 수 있다. 예를 들어 리만합을 선택하면 리만합과 관련된 상합·하합·중간합·왼쪽합·오른쪽합에 관한 학습을 할 수 있는 하위 학습메뉴를 보여준다.

<그림 2>은 사용자가 학습하고자 하는 콘텐츠를 선택하면 해당 콘텐츠의 개념을 시각적으로 보여주어 흥미를 유발시키는 페이지이다. 그리고 올바른 개념형성을 위해 선택한 콘텐츠에 관련된 정의 및 정리를 수식과 텍스트로 설명함으로써 이해를 도와준다. 또한 예제를 통한 풀이과정을 단계별로 제시하여 개념을 완전히 이해할 수 있게 한다.

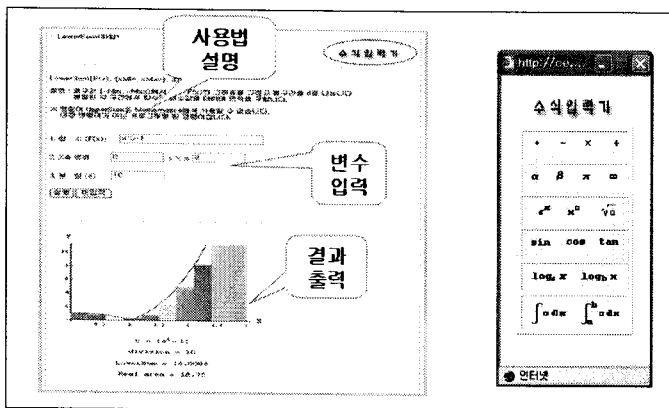
2) 실습하기 페이지

실습하기 페이지는 사용자가 콘텐츠를 학습한 후, 계산값 또는 그래프를 다양하게 실습해 볼 수 있도록 제작되었으며 <그림 3>과 같이 네 부분으로 구성되어 있다.

- ① 콘텐츠 이름
- ② 콘텐츠 실습을 위해 사용법을 설명하는 부분
- ③ 사용자가 다양한 변수를 입력할 수 있는 부분
- ④ 계산결과를 보여주는 부분



<그림 2> 이공계 콘텐츠 소개 페이지



<그림 3> 실습하기 페이지(좌)와 수식입력기(우)

3) 연습문제 페이지

연습문제 페이지는 <그림 4>에서 보는 것처럼 사용자가 학습한 콘텐츠를 간단한 예제와 풀이를 통해 사용자의 문제해결력을 돕기 위한 페이지이다. 연습문제 페이지에 제시된 문항을 사용자가 직접 풀이한 후, 그 결과는 실습하기 페이지를 이용하여 계산 결과를 확인할 수 있고, 다양한 문제를 해결 할 수 있다.

MATHEBOOSTER

MathBooster Calculus

극한

ex 1) $\lim_{x \rightarrow -2} x^2$ 극한을 계산하라.

풀이

x^2 을 $x = -2$ 으로 평가하고 공변적용이용하자. $\lim_{x \rightarrow -2} x^2 = (-2)^2 = 4$ 이므로,
 $\lim_{x \rightarrow -2} x^2 = \lim_{x \rightarrow -2} (x \cdot x) = \left(\lim_{x \rightarrow -2} x \right) \left(\lim_{x \rightarrow -2} x \right) = (-2) \cdot (-2) = 4$

ex 2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x}{x+2}$ 극한 값을 계산하라.

풀이

$\frac{1}{3}$

<그림 4> 연습문제 페이지

Answer

문항	1	2	3	4	5	6	정답합계
	1	2	4	2			4/6

Q1. $f(x) = 2x^2 - x + 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ 를 구하시오.
 1 번을 선택하셨군요. 정답입니다

풀이

극한 정리를 이용

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 - x + 1)$
 $= 2 \lim_{x \rightarrow -1} x^2 - \lim_{x \rightarrow -1} x + \lim_{x \rightarrow -1} 1$
 $= 2 \times 1^2 - (-1) + 1 = 2 + 1 + 1 = 4$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 2x^2 - x + 1 = 4$
 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} 2x^2 - x + 1 = 4$

$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} 2x^2 - x + 1 = 4$

<그림 5> 정답 확인 페이지

4) 퀴즈(Quiz) 페이지

퀴즈 페이지는 학습자가 학습한 내용을 스스로 검증해 볼 수 있도록 설계하였다. 이는 학습자의 해당 콘텐츠의 학습 이해 정도에 대한 진단을 위한 것이다. 퀴즈 페이지에서 제시

되는 문항들은 사용자의 문제해결력을 높이기 위한 방안으로 퀴즈 페이지에 접속시마다 비슷한 유형의 문항이 매번 다르게 출력되도록 하였다. 퀴즈 페이지에 제시된 문항들에 대한 답을 체크한 후 결과보기를 클릭하면 아래 <그림 4>와 같이 정답유무와 각 문항에 대한 풀이를 확인할 수 있다. 이는 학습한 콘텐츠를 성공적으로 해결한 것에 대해 성취감을 줌으로써 학습능률을 높이는 역할을 한다.

퀴즈 풀이에 대한 진단 결과는 학습한 내용에 대한 성공과 실패의 정보, 실패의 원인을 알려주는 정보, 실패만회를 위해 학습에 필요한 학습 자료의 정보를 제공한다. <그림 5>를 보면 주어진 퀴즈 5문제에 대한 학습자의 답에 대하여 MathBooster가 정답 여부를 확인하고 풀이 과정에 대한 보충 설명을 해 주는 상황을 보게 된다. MathBooster는 정답 여부를 확인하는 것이 그치지 않고 한 단계 더 나아가 베이지언 추론망을 이용하여 퀴즈 문항을 해결하는데 필요한 7가지 학습 요소들에 대해 “수, 우, 미, 양, 가”로 진단하여 상대평가의 방식으로 보여지게 된다. 베이즈의 이론을 기초로 한 베이지언 추론망은 수학적 확률이론과 그래픽이론의 결합으로 이루어진 그래픽 모델로 구성 요소들 간의 의존적인 관계를 확률적 이론에 기반을 두어 표할 수 있으며, 복잡한 시스템을 간단한 모듈로 구성하여 새로운 정보가 입력되면 미리 입력된 정보의 조합으로 확률적 추론을 가능하게 한다(Mislevy, 1995). 이렇듯 베이지언 추론망의 결과를 토대로 사용자는 자신의 부족한 부분을 명확히 알 수 있어 자신의 부족한 지식 영역을 학습하는데 도움을 받을 수 있다.

IV. 연구 설계

1. MathBooster 만족도 조사 대상

이공계 수학을 위한 전용 웹 콘텐츠를 개발하고 난 후 MathBooster에서 제공하는 기능과 콘텐츠를 보완하기 위하여 형성평가를 적용하였다(전영국, 이병호, 2002). 이공계 수학 학습 사이트를 개발 목적에 부합하도록 수정하기 위한 목적에 따라 설문지를 사용하여 최종 사용자 집단 중 일부를 대상으로 설문 조사를 실시하였다. 조사는 전라남도 S대학교 공과대학 M학과 34명(남:32, 여:2)을 대상으로 2006년 5월 25일부터 6월 13일까지(주1회 MathBooster 실습) 진행되었다. 학년별 인원은 2학년 15명, 3학년 13명, 4학년 6명으로 구성되어 있다.

2. 설문지 작성

본 연구에서 사용한 설문지는 Maryland 대학의 HCI 연구실에서 개발된 QUIS (Questionnaire for User Interaction Satisfaction)를 본 연구에서 개발한 MathBooster에 맞추어 사용자의 주관적인 만족도를 측정하기에 알맞게 보완하였다.

본 설문지는 MathBooster에 맞게 5개의 영역으로 구성되어 있다. 측정하는 주요 영역은 ①사용자의 수학에 대한 태도 ②MathBooster에 대한 사용자의 반응 ③화면구성 만족도 ④실습하기 만족도 ⑤Quiz, 진단결과, 피드백 만족도등에 관한 만족도를 평가해 볼 수 있도록 작성하였다.

<표 1> 설문 측정 항목

영역	설문내용	문항번호
사용자의 수학에 대한 태도	수학시간 흥미	항1.1
	자신의 수학 실력	항1.2
	수학 학습에 CAS의 도움 정도	항1.3
	수학 응용 정도	항1.4
	수학의 중요도	항1.5
MathBooster에 대한 사용자의 반응	MathBooster 편리도	항2.1
	MathBooster 흥미도	항2.2
	MathBooster 내용 만족도	항2.3
화면구성 적절성	전체적인 화면 구성	항3.1
	문자 크기 적절성	항3.2
	수식 표현 적절성	항3.3
실습하기 만족도	실습과정의 활용	항4.1
	수식 입력기의 활용도	항4.2
	실습하기 도움 정도	항4.3
퀴즈 난이도, 진단결과, 피드백 만족도	퀴즈 난이도	항5.1
	피드백 만족도	항5.2
	진단결과 적절성	항5.3

3. 설문지 분석

윈도우즈 환경에서 SPSS를 사용하여 설문지를 분석하였다. 신뢰도 분석을 한 결과 Cronbach의 α 값은 0.724로 비교적 높게 나타났다.

4. 비디오 기법 및 면담

설문 조사에 응한 이공계 대학생 중에서 몇몇 학생을 선발하여 MathBooster에서 제공하는 웹 콘텐츠를 사용하는 모습을 비디오로 촬영하였으며 MathBooster를 사용하는 중간에 연구자 중 한 명이 형성평가를 위하여 자연스럽게 질문을 구사하였다.

V. 설문지 분석 결과

1. MathBooster 만족도 분석

본 절에서는 설문지를 토대로 사용자들의 MathBooster에 대한 만족도를 보여준다. 만족도 분석은 ① MathBooster에 대한 사용자의 반응 ②화면구성 적절성 ③실습하기 메뉴 만족도 ④퀴즈, 진단결과, 피드백 만족도 네 영역으로 나누어 실시하였다. 각 영역별 결과는 다음과 같다.

1) MathBooster에 대한 사용자의 반응

<표 2>는 MathBooster의 편리성, 흥미성, 유용성 문항에 대한 응답 결과이다.

<표 2> MathBooster에 대한 사용자 반응

	항 3.1 (편리성)		항 3.2 (흥미성)		항 3.3 (유용성)	
	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)
매우 그렇다	3	8.8	3	8.8	12	35.3
그렇다	22	64.7	22	64.7	19	55.9
보통이다	7	20.6	9	26.5	3	8.8
그렇지 않다	2	5.9	0	0	0	0
매우 그렇지 않다	0	0	0	0	0	0

항 3.1은 MathBooster를 사용하기에 편리한가에 대한 질문의 응답으로 ‘매우 그렇다’ 3명, ‘그렇다’ 22명, ‘보통이다’ 7명으로 대체로 편리하게 구성되어 있음을 알 수 있다. 항 3.2는 MathBooster를 사용하는데 흥미를 불러일으키는가에 대한 질문의 응답으로 ‘매우 그렇다’ 3명, ‘그렇다’ 22명으로 MathBooster가 학습자에게 흥미를 유발시키는데 도움을 준다는 것을 알 수 있다. 항 3.3은 MathBooster에 탑재된 수학 내용이 도움이 되는가에 대한 질문의 응답으로 ‘매우 그렇다’ 12명, ‘그렇다’ 19명으로 MathBooster가 제공하는 수학 내용이 도움이 된다는 것을 알 수 있다. 따라서 MathBooster에 대한 사용자의 전반적인 반응은 전반적으로 만족감을 느끼는 것을 알 수 있다.

2) MathBooster 화면구성의 적절성

<표 3>은 MathBooster의 메뉴 구성, 문자 크기, 수식 표현의 적절성 문항에 대한 응답 결과이다.

<표 3> MathBooster 화면구성의 적절성

	항 4.1 (메뉴구성 적절성)		항 4.2 (문자크기 적절성)		항 4.3 (수식표현 적절성)	
	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)
매우 그렇다	0	0	1	2.9	2	5.9
그렇다	14	41.2	27	79.4	17	50.9
보통이다	18	52.9	6	17.6	11	32.4
그렇지 않다	2	5.9	0	0	4	11.8
매우 그렇지 않다	0	0	0	0	0	0

항 4.1은 MathBooster의 메뉴구성에 만족하는가에 대한 질문의 응답으로 ‘눈에 띈다’ 14명, ‘보통이다’가 18명으로 MathBooster의 화면구성은 대체로 평이한 것으로 나타났다. 이는 MathBooster의 화면 구성이 대중적인 웹사이트의 구성을 따라 구성하여 나타난 결과라고 볼 수 있다. 항 3.2는 MathBooster에 탑재된 콘텐츠의 문자 크기의 적절함에 대한 질문의 응답으로 ‘그렇다’ 27명, ‘보통이다’가 6명으로 MathBooster에서 제공하는 콘텐츠의 가독성이 적절한 것을 알 수 있다. 항 3.3은 MathBooster의 수식표현의 명확함에 대한 질문에 대한 응답으로는 ‘그렇다’ 17명, ‘보통이다’가 11명으로 학습자가 수식이나 수학기호를 읽는데 대체로 명확하다는 것을 알 수 있다. 따라서 MathBooster의 화면구성에 대해 대체로 잘 되어 있음을 알 수 있다.

3) MathBooster 실습하기 메뉴의 만족도

<표 4>는 MathBooster 실습하기 메뉴의 실습과정, 수식입력기, 계산값의 만족도 문항에 대한 응답 결과이다.

항 5.1은 실습하기에서 계산값을 보고자 할 때 필요한 변수 입력과 결과보기 과정이 명쾌한가에 대한 질문의 응답으로 ‘그렇다’ 16명, ‘보통이다’ 16명으로 학습자가 실습하기를 직접 조작하여 계산값을 얻는데 있어 어려움 없이 쉽게 이용할 수 있다는 것을 알 수 있다. 이는 학습자가 실습하기를 이용하는데 있어 실습하기 과정에 대한 설명이 추가되어 있어 나타난 결과라고 볼 수 있다. 항 5.2는 실습하기에서 특수문자나 명령의 입력을 도와주는 수식입력기에 대해 만족하는가에 대한 응답으로 ‘매우 그렇다’ 6명, ‘그렇다’가 18명으로 학습자가 실습하기를 이용하는데 있어 수식입력기가 도움이 된다는 것을 의미한다. 항 5.3은 실습하기에서 계산값을 보고자 할 때 필요한 변수 입력과 결과보기 과정에 대해 만족하는가에 대한 응답으로 ‘매우 그렇다’ 18명, ‘그렇다’가 15명으로 학습자가 직접조작을 통하여 계산값이나 그래프를 확인할 수 있는 실습하기에 대한 만족도가 높은 것을 알 수 있다. 따라서 MathBooster의 실습하기 메뉴는 대체로 잘 되어 있음을 알 수 있다.

<표 4> MathBooster 실습하기 메뉴의 만족도

	항 5.1 (실습과정)		항 5.2 (수식입력기)		항 5.3 (계산값)	
	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)
매우 그렇다	1	2.9	6	17.6	18	52.9
그렇다	16	47.1	18	52.9	15	44.1
보통이다	16	47.1	9	26.5	1	2.95
그렇지 않다	6	2.9	0	0	0	0
매우 그렇지 않다	0	0	1	2.9	0	0

4) 퀴즈, 진단결과, 피드백에 대한 만족도

<표 5>는 MathBooster 퀴즈 메뉴의 퀴즈 난이도, 진단 결과, 피드백 내용 만족도문항에 대한 응답 결과이다.

<표 5> 퀴즈, 진단결과, 피드백에 대한 만족도

	항 6.1 (퀴즈 난이도)		항 6.2 (진단결과)		항 6.3 (피드백)	
	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)
매우 그렇다	1	2.9	9	26.5	5	14.7
그렇다	17	50.9	16	47.1	25	73.5
보통이다	15	44.1	6	17.6	3	8.8
그렇지 않다	1	2.9	3	8.8	1	2.9
매우 그렇지 않다	0	0	0	0	0	0

항 6.1은 퀴즈 난이도에 대한 질문의 응답으로 ‘그렇다’ 17명, ‘보통이다’가 17명으로 퀴즈의 난이도는 대체로 평이한 것으로 나타났다. 항 6.2는 학습자가 퀴즈를 풀고 난 후 제공되는 학습자의 지식영역에 대한 진단결과와 본인의 수학능력이 얼마나 일치하는가에 대한 질문의 응답으로 ‘매우 그렇다’ 9명, ‘그렇다’가 16명으로 지식진단 결과와 학생들이 느끼는 자신의 지식의 정도와 대체로 일치함을 알 수 있다. 항 6.3은 학습자가 퀴즈를 풀고 난 후 제공되는 학습자의 문제풀이 결과에 대해 제공되는 피드백에 대해 만족하는가에 대한 질문의 응답으로 ‘매우 그렇다’ 5명, ‘매우 그렇다’가 25명으로 학습자의 문제풀이 결과에 따라 제공되는 피드백이 전반적으로 도움이 되는 것을 알 수 있다. 이는 베이지안 네트워크를 이용하여 학습자가 해결한 퀴즈 문항의 정오에 따라 달리 주어지는 피드백 내용에 따른 결과라 볼 수 있다.

2. 수학에 대한 태도와 MathBooster 만족도 관계

사용자들의 수학에 대한 태도와 MathBooster 만족도 간에 어떠한 관계를 보이는가를 조사하기 위하여 일련의 상관분석을 실시하였다. 항목들은 사용자의 수학에 대한 태도, 사용자의 전반적인 만족도, 화면 구성 만족도, 실습하기 만족도, 퀴즈, 진단결과, 피드백 만족도, MathBooster 만족도로 나타내었다. <표 6>은 그 결과를 나타낸 것이다.

상관계수는 각 항목들의 전체적인 상관도가 높은 것으로 나타났다. 따라서 수학에 대한 태도가 높을수록 MathBooster 만족도가 높아지는 관계를 가짐을 알 수 있다. 특히 사용자의 수학에 대한 태도와 실습하기 만족도에서 문항 간에 상관관계 $r = 0.665$ 로 높게 나왔으며 비교적 강한 양적 선형관계를 보여주고 있다. 수학에 대한 긍정적인 태도를 가진 학생일수록 phpMath로 실습하기에 대한 만족도가 높을 것을 볼 수 있다.

<표 6> 항목별 상관관계 분석표

변수		수학에 대한 태도	MathBooster 전반적인 만족도	화면 구성 만족도	실습하기 만족도	Quiz, 진단결과, 피드백 만족도
수학에 대한 태도	Pearson 상관계수 유의확률	1				
MathBooster 전반적인 만족도	Pearson 상관계수 유의확률	.485(**)	1			
화면 구성 만족도	Pearson 상관계수 유의확률	.255	.556(**)	1		
실습하기 만족도	Pearson 상관계수 유의확률	.665(**)	.580(**)	.461(**)	1	
Quiz, 진단결과, 피드백 만족도	Pearson 상관계수 유의확률	.100	.223	.366(*)	.041	1

** 상관계수는 0.01 수준(양쪽)에서 유의합니다.
* 상관계수는 0.05 수준(양쪽)에서 유의합니다.

VI. 결론

본 연구에서는 이공계 대학생의 동기유발을 위한 학습 방법으로 수학용 소프트웨어인 Mathematica와 webMathematica 기반의 콘텐츠를 이용하여 수학적 공식이나 정리를 설명하는데 있어 시각적인 인터페이스를 통해 흥미를 불러일으키고, 수학에 관심을 갖도록 하는데 도움을 주고자 MathBooster를 개발하였다. 이는 단순 계산능력이 아닌, 응용력 배양이 가능하도록 즉각적이고 동적인 연산기능은 물론 계산된 결과 및 시각화 자료가 웹을 통하여 제공되도록 설계하였다. 이러한 연구는 컴퓨터 대수 시스템의 대수, 수치 연산 및 그래프 위주의 시각적 기능과 웹연동 기술을 결합하여 이공계 수학용 콘텐츠와 학습 관리 시스템을

개발하여 혁신적 방법을 제공하는 특징을 갖추고 있다. 현재 개발된 MathBooster는 이공계 수학 전용으로 구축된 ACTIVEMATH와 WALLIS에 비하면 OpenMath와 같은 웹전용 수식처리 시스템을 사용하고 있지 않고, 연습문제 풀이와 정형화된 피드백을 제공하고 있지 않다는 점에서 다르다. 특히 베이지언 추론망을 사용한 적응적 피드백 제공과 phpMath를 이용한 단계별 실습 모드를 제공한다는 점에서 차별화된다(박홍준, 2005).

설문지를 통한 MathBooster 만족도에 대한 결과에 따르면, 콘텐츠에 수식뿐만 아니라 시각적인 그래프를 보여주어 수학에 대한 흥미를 유발시켜 학습내용의 습득이 용이하여 이에 따른 MathBooster 만족도는 전반적으로 높게 나왔다. 이 결과는 학습 내용을 보여주는 콘텐츠 설명 페이지가 학습에 도움이 되는 것을 의미하고, 실습하기 페이지는 동적인 계산과 그에 따른 그래프를 보여줌으로 콘텐츠의 학습 능률 향상에 도움이 되는 것을 말한다(송기홍, 1995; Kajler, 1998).

본 연구에서 우리가 개발한 이공계 대학생의 미적분 학습을 위한 웹 콘텐츠를 사용함으로써 다음과 같은 장점을 얻을 수 있었다. 1) 정적이고 언어 중심으로 구성되어 있던 수학교육 습에서 시각화를 부여함으로써 흥미를 유발한다. 이는 수학적 지식의 의미를 눈으로 직접 보여주어 수학 교육의 효과를 높일 수 있다. 2) 정확하고 빠른 그래프 작성뿐만 아니라 계산 값을 즉시 얻을 수 있어 쉽게 이해가 가능하다. 3) 사실적인 그래픽을 통해 수학적 원리의 파악을 위해 요구되는 개념의 이해를 촉진시키고 개념 사이의 상호 관계나 연결이 분명해지도록 돕는다. 4) 웹을 통해 학생들에게 수학 내용을 직접 활용할 수 있는 상황을 만들어준다. 이를 통해 학생들은 수학에 적극적이고 활발하게 참여하는 부수 효과를 갖게 된다. 이러한 장점은 컴퓨터 대수 시스템을 이용한 수학교육의 활용에 대한 연구에서도 일관성있게 나타나고 있으며 수학의 시각화뿐만 아니라 컴퓨터 대수 시스템이 갖고 있는 계산의 용이성, 알고리즘적 사고에 기반한 구성적 수학의 장려, 모듈별 추론 학습을 가능하게 하는 특징과 관련되어 있다(박홍준, 전영국, 장문석, 2005; Buchberger, 1990; Bundy, 1983).

비디오 해석과 면담 질문에 대한 응답을 해석한 결과를 지면의 제약으로 소개하지 못하였지만 면담을 통하여 파악한 내용과 MathBooster 만족도 조사에서 나타난 형성 평가의 결과를 토대로 차후에 MathBooster를 다음과 같이 수정하여 발전시킬 예정이다. 첫째, 퀴즈 메뉴의 진단결과를 보완하여 학습자에게 좀 더 상호작용적인 피드백을 줄 수 있도록 구현한다. 둘째, 진단결과를 바탕으로 학습자에게 부족한 영역에 대해 개념 정리와 예제를 제시하여 학습자가 부족한 지식 영역을 완전히 습득한 후 다음 단계로 넘어갈 수 있도록 피드백을 제공한다. 셋째, 피드백 제공에 따른 보충 학습의 제공을 일률적으로 하지 않고 학습자의 특성에 맞게 하이퍼텍스트를 제공할 예정이다(박종선, 1999). 넷째, 이공계 수학 문제를 다룰 때 단순한 계산상의 결과의 제시보다 질차적 문제해결을 프로그래밍에 입각한 알고리즘적 사고를 촉진하는 모듈을 추가할 예정이다(Dubinsky, 1995). 다섯째, MathBooster를 사용하기 전과 사용한 후를 비교하여 수학학습에 관한 어떤 변화가 나타나는지를 알아보는 연구를 수행할 예정이다.

참고문헌

권오남, 주미경 (2003). 대학 수학교육 연구의 동향과 과제. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 42(2), 229-245.

- 김병무 (2006). 대학수학 학습에 필요한 요인 분석과 학습지도. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집> 20(2), 215-230.
- 김성옥 (2005). 공학전공자를 위한 대학수학 교육과정과 교수. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집> 19(2), 409-416.
- 류희찬, 조완영 (1998). 컴퓨터를 이용한 수학적 표현에 관한 연구. 대한수학교육학회 논문집 8(2), 651-662.
- 박종선 (1999). 웹기반의 적응적 코스웨어 설계를 위한 탐색지원기법에 관한 고찰. 교육공학연구 15(1), 65-89.
- 박홍준 (2005). 컴퓨터 대수 시스템과 웹 연동 기술을 활용한 웹 매뉴얼 생성기 개발. 순천대학교 석사학위논문.
- 박홍준, 전영국, 장문석 (2005). 컴퓨터 대수 시스템과 웹 연동 기술을 활용한 코스웨어 개발용 웹 매뉴얼 생성기, 컴퓨터교육학회 논문집 8(5), 97-108.
- 송기홍 (1995). 수학적 개념의 형상화를 위한 컴퓨터 화면 구성. 대한수학교육학회논문집, 5(1), 55-64.
- 엄민섭 (2000). 중등 수학교육에서의 Mathematica 활용방안에 대한 고찰. 울산대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 전영국 (2001). Mathematica를 이용한 웹기반 미적분 모듈의 개발. 컴퓨터교육학회논문지. 4(2), 105-114.
- 전영국, 이병호 (2002). Mathview로 작성한 웹페이지의 활용에 대한 형성평가. 컴퓨터교육학회논문지. 5(2), 111-121.
- 정형찬, 심재동, 이경희 (1993). 공학기초과목으로서 수학교과과정 및 교육방법에 관한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 32(3), 256-262.
- 최운행 (1994). 공학대학생을 위한 수학교육의 개선. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 33(2), 195-196.
- Buchberger, B. (1990). Should students learn integration rules?. ACM SIGSAM Bull.(24), pp. 10-17.
- Bundy, A. (1983). The computer modeling of mathematical reasoning. Academic Press, London.
- Dubinsky, E. (1995). ISETL: A Programming Language for Learning Mathematics, Comm. in Pure and Appl. Math., 48, 1-25.
- Kajler, N. (Ed.) (1998). Computer-Human Interaction in Symbolic Computation. Springer-Verlag/Wien.
- Karian, Z. (Ed.) (1992). Symbolic computation in undergraduate mathematics education. MAA Notes 24, Mathematical Association of America.
- Mislevy, R. J. (1995). Probability-based inference in cognitive diagnosis. In P. Nichols, S. Chipman, and R. Brennan (Eds.), Cognitively diagnostic assessment (pp. 43 - 71). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Wester, M. J. (Ed.) (1999). Computer Algebra Systems. John Wiley.

Development and Formative Evaluation of Web-based Contents for Engineering Mathematics Based on a Computer Algebra System

Jun, Youngcook⁶⁾ · Kim Jinyoung⁷⁾ · Kwon, Sunkweol⁸⁾ · Heo, Heeok⁹⁾

Abstract

The aim of this paper is to develop a web-based learning system in order to motivate college students in the area of science and engineering to study college calculus. We designed and developed web-based contents, named MathBooster, using Mathematica, webMathematica and phpMath taking advantages of rapid computation and symbolic computation. The features of MathBooster consists of four parts: graphical representation of calculus concepts, textual illustrations of conceptual understanding, example-based step-by-step learning with phpMath, and quizzes with diagnostic feedback. After the MathBooster was practiced with engineering students, the formative evaluation was conducted with survey items composed in four categories: user responses, screen layout, practicing examples and diagnostic feedback in solving quizzes. The overall level of user satisfaction was statistically measured using SPSS. Those results indicate which parts of MathBooster are needed for future enhancement.

Key Words : Computer algebra system, Engineering mathematics, Web contents, Bayesian inference, Formative evaluation

6) Sunchon National University (ycjun@sunchon.ac.kr)

7) Sunchon National University (jinyoungk@empal.com)

8) Sunchon National University (sgkwon@sunchon.ac.kr)

9) Sunchon National University (hoheo@sunchon.ac.kr)