



회전하는 탁구공의 비행경로 예측에 대한 연구

A Study of the prediction of spinning table-tennis balls

한민성 · 이훈식* (한국과학영재학교)

Han, Min-Sung · Lee, Hoon-Sik (Korea Science Academy)

ABSTRACT

M. S. HAN, S. H. LEE, A Study of the prediction of spinning table-tennis balls. Korean Journal of Sport Biomechanics, Vol 16, No 1, pp129-138, 2006. The motion of a spinning table-tennis ball is investigated in both theory and experiment. The equation of motion of spinning table-tennis ball is made using aerodynamics and calculated by C++ program. In theoretical part, gravity, drag force and lift force are regarded as main force. Velocity, angular velocity, mass and Drag and lift coefficients are considered as a independent variable. Experiments are made by a digital stroboscope, a digital camera and a mirror, and snap multi-exposed images were took as a dependent result. In experimental part, both magnitude and direction of velocity and angular velocity are changed in each situation. The predicted three-dimensional trajectories of spinning balls are compared with experimental trajectories. As a result the theoretical trajectories were predicted within 10% of experimental trajectories.

KEYWORDS: SPIN, TABLE-TENNIS, BIOMECHANICS

I. 서론

1. 연구의 필요성

공의 회전이 공의 비행경로에 큰 영향을 끼친다는 것은 구기 스포츠를 보면 쉽게 알 수 있다. 야구의 커브 볼이나, 탁구의 스피너볼 등이 그 대표적인 예이다. 회전하는 공의 비행경로는 상대적으로 회전을 하지 않는 공의 비행경로보다 예측하기 어려워서, 구기 스포츠 선수들이 회전하는 공에 익숙해 지도록 하기 위해서는 많은 연습이 필요하다. 따라서, 회전하는 공의 비행경로

를 이론적으로 예측하고, 그 타당성을 검증하는 일은 많은 구기종목 선수 및 코치들에게 큰 도움을 줄 수 있을 것이다. 회전하는 공의 비행경로가 회전하지 않는 공과 다른 이유는 근본적으로 회전하는 공과 주변 공기의 상호작용에 의해서 생기는 힘인 양력에 있다. 회전하는 공의 경우 마그누스가 처음으로 이 양력을 해석하였다. 비행하는 공이 회전하게 되면, 공의 회전 때문에 공의 표면의 상대속도가 공의 표면의 위치에 따라 달라지게 된다. 이러한 속도차는 베르누이의 원리에 의해 압력차를 발생시키며 이 압력차에 의해 마그누스 힘이 발생한다. 회전하는 공에는 양력을 제외하고도, 항력이 존재하는데, 이는 공의 진행방향에서 공 앞쪽의 공기압

* lhsking@hanmail.net

력과 뒤쪽의 공기 압력 차이 때문에 발생하는 힘이다. 양력, 항력과 중력을 포함하여 운동방정식이 만들어 졌다(Forces that govern a baseball's flight path, Andrew W. Nowicki, 1999). 방정식의 변수로는 양력과 항력에 영향을 미치는 변수인 공의 속도 및 각속도, 공의 항력계수 및 양력계수, 공기의 밀도 등이 고려되었다.

이 방정식의 해는 수치적인 방법으로 구해졌다. Runge-Kutta method(Arken, G. Mathematical Methods for Physicists, 3rd ed. Orlando, FL: Academic Press, pp. 492-493, 1985.)을 알고리즘으로 하는 C++언어로 제작된 컴퓨터 프로그램으로 수치해를 구하였다.

실험은 여러 회전하는 공의 경로를 한 눈에 볼 수 있도록, 회전하는 공의 다중노출 사진을 찍는 것을 목적으로 하였다. 암실에 탁구공 발사기를 설치하여 탑스핀 볼, 언더스핀 볼, 사이드 스핀 볼 등의 회전하는 공을 만들었고, 광원으로는 디지털 스트로보 스크린을 이용하였다. 사진촬영은 노출시간을 1초~2초로 설정하였다. 공에 스티커를 부착하여, 다중노출 사진으로부터 공의 속도와 각속도를 측정할 수 있게 하였다. 사진기의 렌즈의 곡률로 인한 상의 뒤틀림을 고려하여, 2%이내의 오차를 유지하는 거리에서 사진촬영을 하였다. 공의 속도와 각속도를 독립변수로 실험을 하였다.

실험에서 만든 다중노출 사진을 포토샵 프로그램을 이용하여 공의 실제경로를 좌표화 하고, 공의 속도 및 각속도를 정량화 할 수 있었다. 이 결과는 앞에서 방정식의 수치해로 구한 공의 이론적인 경로와 정량적으로 비교되었다.

실험한 공의 속도와 각속도뿐만 아니라 그 외의 변수를 변화시키면서 수치해를 구할 수 있었고, 이를 origin 7.0 프로그램을 이용하여 가시화 할 수 있었다. 이를 바탕으로 회전하는 공의 속도, 각속도, 양력 및 항력계수가 회전하는 공의 비행경로에 얼마나 영향을 주는지에 대한 이론과 실험 결과에 대한 비교 연구의 필요성이 있다.

II. 연구 방법

1. 이론적접근

1) 회전하는 공의 모델링

이번 연구에서는 회전하는 공에 작용하는 가장 큰 3개의 힘인 중력(F_G)과 항력(Drag Force, F_D), 그리고 양력(Lift force, F_L)을 고려하였다. 세 힘을 고려한 공의 운동방정식은 <수식 1>과 같다.

$$m \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \vec{F}_G + \vec{F}_D(\vec{v}(t), \rho) + \vec{F}_L(\vec{v}(t), \omega, p)$$

(수식 1)

<수식 1>을 각각의 힘을 풀어서 쓰면 <수식 2>와 같다. 이때, ρ 는 공기의 밀도, A 는 공의 절단면적(cross section area)이다. 항력과 양력은 특별한 계수를 매개변수로 도입함으로써, 힘의 형태를 쉽게 표현할 수 있다. C_D 는 항력계수, C_L 는 양력계수이다.

$$m \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = m\vec{g} - \frac{1}{2} \cdot C_D(p) \cdot \rho \cdot A \cdot |\vec{v}(t)|^2 \cdot \frac{\vec{v}(t)}{|\vec{v}(t)|} + \frac{1}{2} \cdot C_L(p) \cdot \rho \cdot A \cdot |\vec{v}(t)|^2 \cdot \frac{\vec{\omega} \times \vec{v}(t)}{|\vec{\omega} \times \vec{v}(t)|}$$

(수식 2)

이 때, C_D 는 항력계수, C_L 는 양력계수는 공의 반지름, 속도, 각속도에 의존한다. 다시 매개변수를 도입하여 두 계수를 간단히 <수식 3>의 함수로 표현할 수 있다.

$$p = \frac{r|\vec{w}|}{|\vec{v}|} \quad (\text{수식 3})$$

본 연구에서는 C_D 와 C_L 을 계산하는데, 매끄러운 공과 덩플이 있는 공의 두가지 실제 모델을 적용하였다.

매끄러운 공의 경우 C_D 와 C_L 을 <수식 4>의 함수를 이용하였다.

$$\begin{aligned} C_D &= -0.0027p^2 + 0.0105p + 0.6386 \\ C_L &= 0.3068p \end{aligned}$$

(수식 4)

덩플이 있는 공의 경우 C_D 와 C_L 을 수식5의 함수를 이용하였다.

$$\begin{aligned} C_D &= 1.465p^2 + 0.189p + 0.1995 \\ C_L &= 0.9879p + 0.694 \end{aligned}$$

(수식 5)

2) 운동방정식의 수치 해

3.1에서 구한 x, y, z 축 방향 세 개의 미분 방정식은 C++프로그램을 이용하여 풀어서, 초기조건을 대입하여, 회전하는 공의 $\vec{v}(t)$ 및 $\vec{r}(t)$ 를 얻었다. 프로그램의 계산과정에는 Runge-Kutta 방법이 적용되었다. 공의 위치는 origin 7.0 프로그램을 이용해 3차원으로 나타낼 수 있었다.

2 실험 세팅

<그림 1>은 실험의 세팅 장면이다. 실험실은 암실로 유지되었다. 탁구공 발사기에서 탁구공은 연속적으로

발사된다. 발사되는 공의 화상은 디지털 카메라에 저장된다. 지름 40mm, 질량은 2.86g인 탁구공을 이용하였다. 탁구공의 표면에는 탁구공의 각속도를 해석하기 쉽도록 하기 위해서 <그림 2>와 같이, 원형 스티커 12개, 방향성이 있는 스티커 12개로 총 24개의 스티커를 붙였다. 스티커는 모든 스티커들이 같은 거리로 떨어져 있고, 인접한 색은 모두 다른 방법으로 붙였다. 연

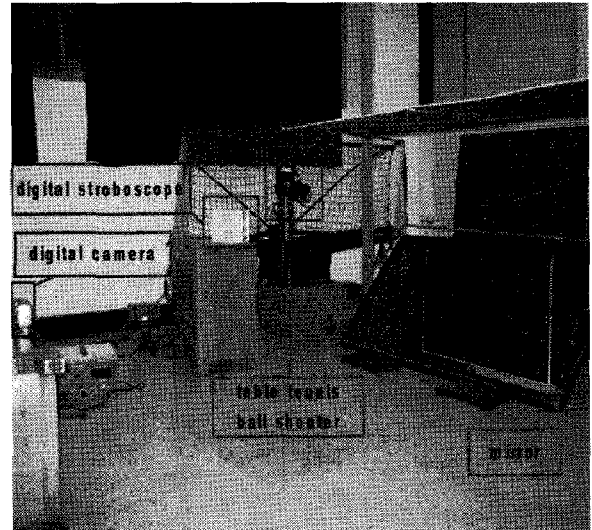


그림 1. 실험 세팅 장면

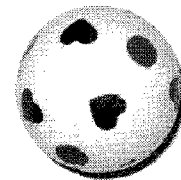


그림 2. 탁구공 마크

속적으로 회전하는 공을 만들기 위해서 특정한 각속도와 속도의 탁구공을 일정시간간격으로 발사할 수 있는 탁구공 발사기(robo-pong 2040, newgy) 를 이용하였다. 이번 연구에서는 Robo-pong 2040를 이용하여 공의 속도를 제어하였고, 발사기의 롤러부분을 돌려서 공의 회전방향을 결정할 수 있었다. 광원은 다중섬광장치를 이용하였다. 다중섬광장치(digital strobo scope)의 빛이 켜지고 꺼지는 진동수로 제어할 수 있었다. 사진은 수동모드를 지원하는 디지털카메라인 canon digital IXUS 40 를 사용하여 찍었다.

3. 사진 촬영

다중섬광장치의 진동수는 133.33Hz로 일정하게 유지하여 실험하였다. 셔터속도는 1초로 설정하였다.

사진은 3차원 화상을 얻을 수 있도록 거울을 이용해서 찍었다. <그림 3>에 거울을 이용한 방법이 잘 나타나 있다.

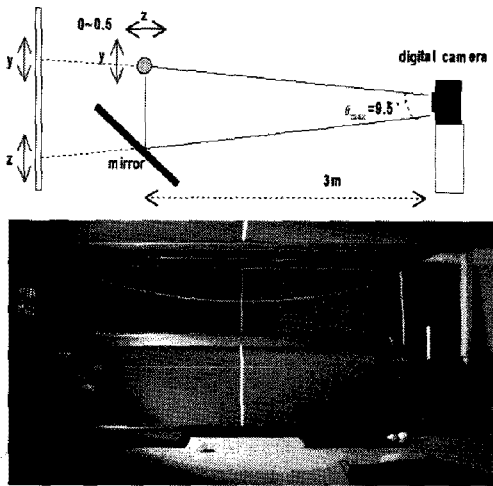


그림 3. 거울을 이용한 방법

<그림 3>의 윗부분에는 카메라로 들어오는 빛의 광선을 추적해 놓았다. 카메라로 들어오는 광선을 보면, 하나의 디지털 카메라에 2개의 평면이 찍힐 수 있음을 알 수 있다. 카메라에 저장되는 이미지의 윗면에는 카메라와 평행인 평면에 투영된 2차원 공의 움직임이 나타나 있을 것이고, 카메라에 저장되는 이미지의 아랫면에는, 사진기와 수직인 평면에 투영된 탁구공의 움직임이 나타날 것이다. 이때 거울과 지면과의 각도는 45도로 유지되었다. <그림 3>의 아랫부분의 사진에서 자연스럽게 늘어뜨려진 실이 거울에 직선으로 나타나는 것으로 보아 거울의 각도가 잘 맞았음을 알 수 있다.

4. 데이터 해석

사진을 해석 할 때에는 직교좌표축을 설정하였는데, 중력의 방향을 $-y$ 의 방향, 사진기와 평행인 면의 y 방향에서 반시계로 직각인 방향을 x 방향, $x \times y$ 의 방향을 z 방향으로 잡았다. 원점은 탁구공 발사기로 설정하였다. <그림 4>에는 거울을 이용하여 3차원 회상을 찍은 예가 나와 있다.

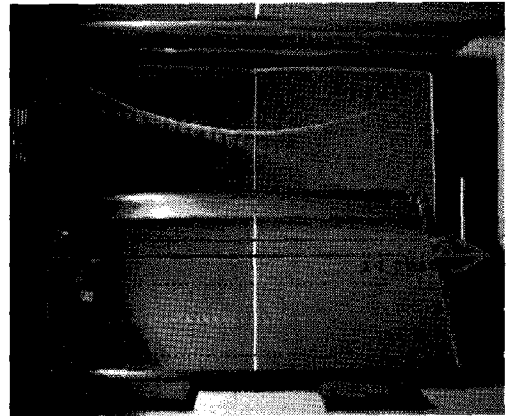


그림 4. 거울을 이용한 3차원 회상

1) 공의 운동궤적 및 속도 해석

다중노출사진은 Adobe 사의 photoshop 7.0 을 이용하여 해석 하였다. 사진에 찍힌 공의 점의 이동양상을 보고 공의 각속도를 알 수 있었고, 공의 이동경로는 공의 중심점을 바탕으로 함수를 fitting 하여 얻어내었다. <그림 5>와 같은 방법으로 photoshop 7.0에 있는 브러쉬 토크를 이용하여 공의 실루엣을 바탕으로 공의 중심점을 찾아낼 수 있었다. 공의 초기속도는 처음 두 공사이의 거리차와 다중선평광장치의 진동수를 곱하여 얻을 수 있었다. 이 원리는 다음 수식에 잘 나타나 있다.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \approx \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} \approx \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \Delta \vec{r} \cdot f$$

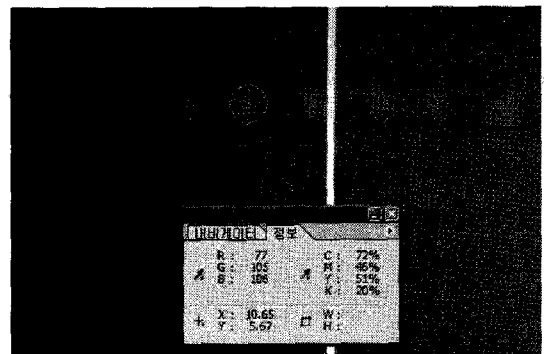


그림 5. 공의 중심점 구하는 방법

2) 공의 각속도 해석

공의 각속도는 힘을 고려할 때 표면마찰을 고려하지 않았으므로, 한 궤적 내에서 일정하다고 가정한다. 각속도의 방향은 탁구공 발사기에서 결정 될 수 있으므로 <그림 6>에서 나타나듯이 탁구공의 각속도의 방향은 y 축과 z 축 두 가지로 하였다. 이번 해석에서는 공에 붙착한 스티커의 변화를 가속도의 크기를 측정할 한다. 각속도의 크기는 먼저 찍힌 다중노출 사진을 바탕으로 해석에 용이한 부분을 추출하고 두 점의 좌표를 이용해 각속도를 구할 수 있었다.

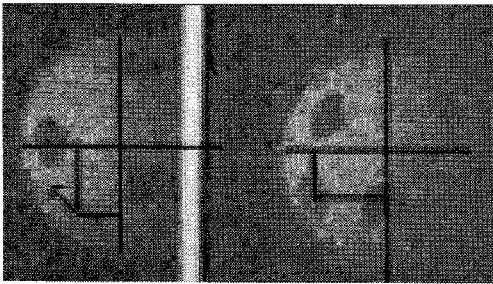
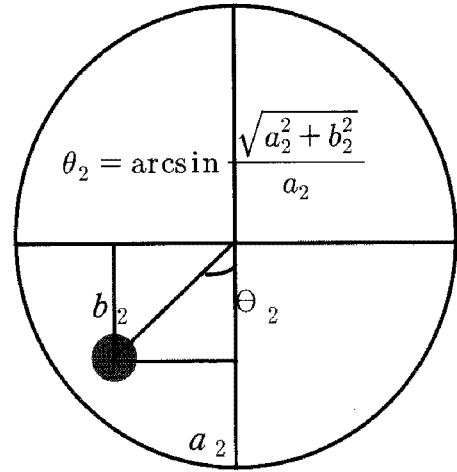


그림 6. 각속도 좌표 구하는 방법

(1) 회전축이 z 방향일 때

<그림 7>은 회전축이 z 방향일 때를 나타낸 것이다. 이 경우에는 실루엣을 바탕으로 추적한 공의 중심에 원점이 위치하는 임의의 직교좌표를 설정하고 <그림 8>과 같은 방법으로 해석한다. <그림 8>에서 n 은 촬영된 두 사진의 중간 프레임 사이에 빛이 쬐진 횟수이다.



$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta t}$$

$$\omega = (\theta_2 - \theta_1) \cdot nf$$

그림 7. 회전축 z 방향 해석

(2) 회전축이 y 방향일 때

공의 회전축이 y 방향일 때는 <그림 8>과 같이 될 것이다. 이때 이 공을 위쪽에서 바라본다면, <그림 8>와 같은 방법으로 바꿀 수 있다. 그리고 탁구공의 반지름이 r 일 때, $\theta_1 = \arcsin \frac{\sqrt{r^2 - c^2}}{a_1}$, $\theta_2 = \arcsin \frac{\sqrt{r^2 - c^2}}{a_2}$ 가 되고, $\omega = (\theta_2 - \theta_1) \cdot nf$ 가 된다.

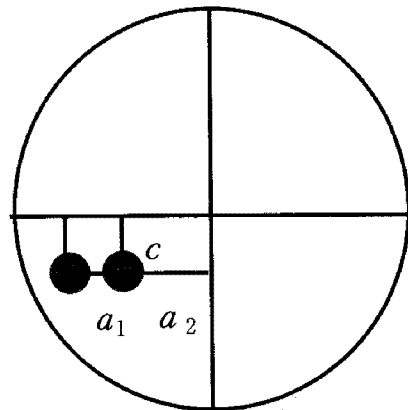
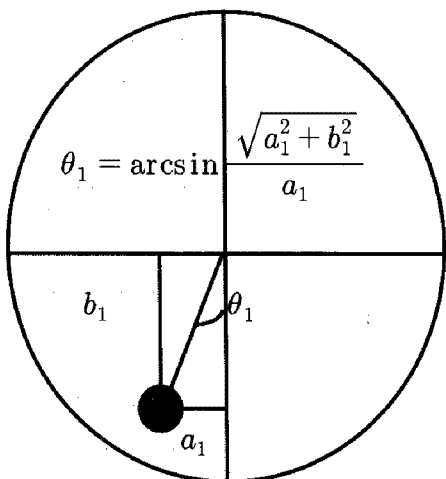


그림 8. 회전축 y 방향 해석

IV. 결과 및 논의

본 연구의 사진판독에 의한 해석 결과는 다음과 같다.

1. 실험을 통한 이론적 값의 검증

1) z축방향의 각속도만 있는 공의 운동

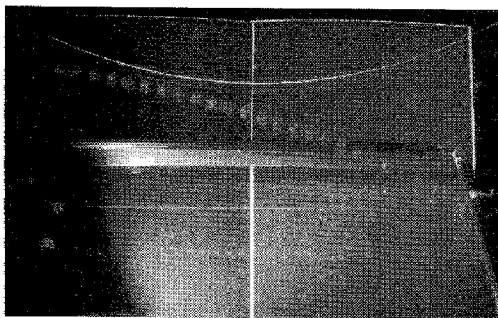


그림 9. z축 방향 각속도 궤적

표 1. z축 방향 각속도

V_{x0} (m/s)	5.05983
V_{y0}	-0.68376
V_{z0}	~0
ω_x	~0
ω_y	~0
ω_{z0} (rad/s)	-253.72

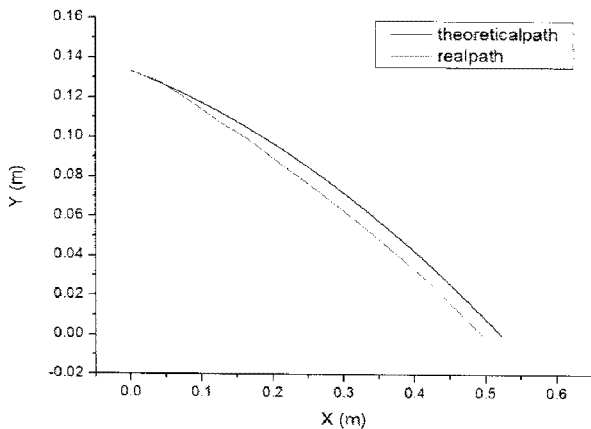


그림 10. z축 방향으로 회전하는 공의 실제경로와 이론적 경로

<그림 9>의 해석결과는 <표 1>에 나타내었다. 공의 초기속도 해석된 초기 조건을 이용하여 이론적인 경로를 만들었고, 해석된 공의 실제경로와 비교해 보았다. <그림 10>은 실제 경로와 이론적 경로를 함께 나타내었다. 빨간색으로 표시된 선은 사진기로 찍어진 사진을 분석하여 얻어진 공의 실제 이동경로이고, 검정색으로 표시된 선은 수식2의 방정식에 초기조건을 대입하여 얻은 이론적인 공의 경로이다. 실제 값에는 이론값의 신뢰도는 $y=0$ 인점에서 x좌표를 비교하였는데, 실제값은 0.4959 m 이론값은 0.52247m 로 약 5.4%의 오차가 존재함을 알 수 있다.

2) y축방향의 각속도만 있는 공의 운동

<그림 11>의 실험의 초기조건은 앞에서 제시된 해석 방법을 통하여 분석되었으며 결과는 <표 2>에 나타내었다. 해석된 초기 조건을 이용하여 이론적인 경로를 만들었고, 해석된 공의 실제경로와 비교해 보았다. 이론값과 실제값의 차이를 쉽게 보기 위해서 X축과 Y축의 단위를 다르게 하였다. 이번 경우의 이론값의 신뢰도는 마지막 점의 오차로 판별하였다. <표 3>은 마지

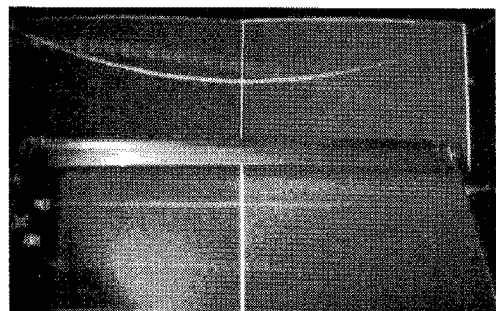


그림 11. y축 방향 각속도 궤적

표 2. y축 방향 각속도

V_{x0} (m/s)	5.1965
V_{y0}	-0.20512
V_{z0}	~0
ω_x	~0
ω_y	~0
ω_{z0} (rad/s)	251.32

표 3. 최종 공의 x, y 방향 각속도 오차

final value	x	y
이론값(m)	0.4459	0.01851
실제값(m)	0.48639	0.02006
오차(%)	8.32%	7.73%

막 점의 정보이다.

<표 3>을 통해서도 이론적 값이 실제 값을 10% 오차 이내에서 예측 가능하다는 것을 확인할 수 있었다.

2 시뮬레이션을 통한 각 변수들의 정량적 분석

1) 시뮬레이션을 통한 방법

다양한 속도 및 각속도를 가진 공의 경로는 10% 오차 이내로 여러 번 검증되어졌다. 검증된 범위에서의 시뮬레이션을 통해 계산된 공의 경로는 실제경로와 거의 비슷한 결과를 나타낼 것이라 예상된다. 본 연구에서는 다음의 가정을 바탕으로 시뮬레이션을 통하여 정량적인 분석을 하였다.

이론부분에서 사용한 방정식을 푸는 프로그램 소스를 C++언어로 작성하였고 미분방정식의 수치해를 구하는 방법 중 하나인 룬지-쿠타 방법이 이용되었다. 시뮬레이션에서는 변수를 공의 질량, 공의 초기속도, 공의 초기각속도, 공기의 밀도, 공기의 항력 및 양력계수를 변수로 설정하였다.

2) 초기 각속도의 영향

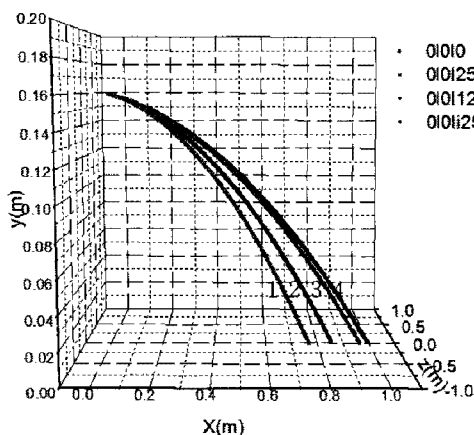


그림 12. z축방향으로 공이 회전하는 경우

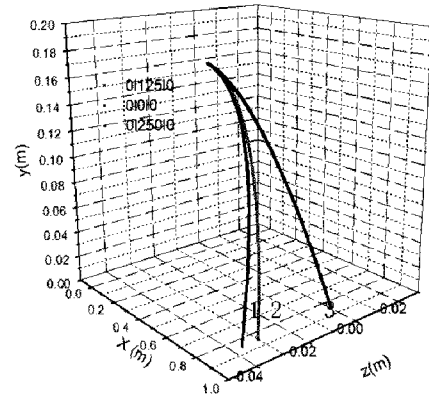


그림 13. y축 방향으로 공이 회전하는 경우

공의 속도는 실제 검증된 범위에서 시뮬레이션을 이루어지게 하기 위해서 $(5.2\hat{x} - 0.2\hat{y})m/s$ 로 하였다. 초기 각속도가 z축 방향으로, -250, 0, 125, 250 rad/s 인 공 과, y축 방향으로 -250, 0, 125, 250 rad/s 의 공을 모두 시뮬레이션 하였다. <그림 12>는 z축 방향으로 공의 초기각속도가 -250, 0, 125, 250 rad/s로 지정된 공의 궤적을 하나의 그래프에 나타낸 것이다. 차이를 쉽게 보기 위해 x축과 y축의 눈금단위를 다르게 하였다. 1번 선은 -250rad/s, 2번 선은 0rad/s, 3번 선은 125rad/s, 4번 선은 250rad/s 의 각속도로 회전하는 공의 궤적을 나타낸다. 그래프를 통해 각속도가 0보다 작으면 회전하지 않을 때 보다 상대적으로 더 빨리 떨어지는 궤적 유형이 나타나는 것을 알 수 있다. 3번 선이나 4번 선과 같이 각속도가 양인 경우에는 실제 경로보다 더 완만한 곡선을 그리며 더 긴 경로를 가는 것을 알 수 있다.

<그림 13>는 초기 각속도가 y축 방향으로 0, 125, 250 rad/s인 공들의 경로를 나타내었다. 방정식의 대칭성을 고려하여 음인 경우는 나타내지 않았다. 그래프를 보면 공의 y축 방향으로 회전할 경우에는, 공의 경로가 3차원으로 바뀐 것을 알 수 있다. 각속도가 클수록 z축 방향의 경로 변화는 크게 나타났다. 그리고 시뮬레이션을 통해서 각속도가 커질수록 궤적의 변화폭이 적어진다는 사실도 알 수가 있다.

3) 속도의 영향

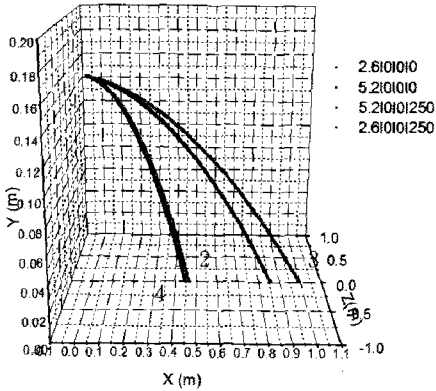


그림 14. z축방향으로 공이 회전하는 경우

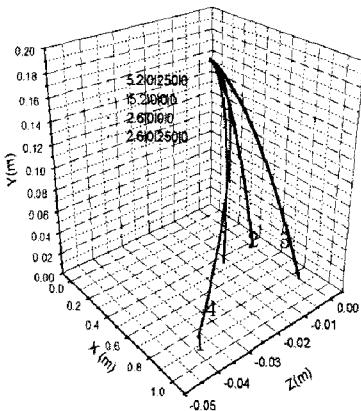


그림 15. y축방향으로 공이 회전하는 경우

공의 속도를 바꾸어 가면서 속도가 바뀔 때 따라 다른 요소들의 영향이 얼마나 바뀌는지를 시뮬레이션 하였다. 실제 검증된 범위에서 시뮬레이션 하기 위하여 $(5.2\hat{x} - 0.2\hat{y})m/s$ 와, $(2.6\hat{x} - 0.1\hat{y})m/s$ 두 가지 속도로 시뮬레이션 하였다. 공의 초기각속도는 z 축 방향으로, 0, 250rad/s 두 종류로 바꾸어 가면서 실험하고, y 축 방향으로, 0, 250rad/s 두 가지 종류로 시뮬레이션 하였다. <그림 15>는 공의 초기 각속도가 z 축 방향으로, 0, 250rad/s 인 두 공의 두 속도에 대한 궤적을 나타낸 것이다. 결과는 <그림 14>에 나타내었다. 이 내용은 <표 4>에 요약되어 있다. 한 결과이다. 차이를 쉽게 보기 위해 x 축과 y 축의 눈금단위를 다르게 하였다.

표 4. z축 방향으로 회전하는 공의 시뮬레이션 초기조건

	0rad/s	250rad/s
$(5.2\hat{x} - 0.2\hat{y})m/s$	3	4
$(2.6\hat{x} - 0.1\hat{y})m/s$	1	2

표 5. y축 방향으로 회전하는공의 시뮬레이션 초기조건

	0rad/s	250rad/s
$(5.2\hat{x} - 0.2\hat{y})m/s$	1	4
$(2.6\hat{x} - 0.1\hat{y})m/s$	3	2

그래프를 통해 속도가 더 빠르면 빠를수록, 공의 회전이 공의 비행경로에 기여하는 영향이 더 크다는 사실을 알 수 있다. <그림 15>는 각속도를 공의 초기각속도가 y 축 방향으로 0, 250rad/s 인 두 공의 두 가지 속도에 대한 비행경로이다. <그림 15>에 대한 초기조건은 <표 5>에 나와 있다. 단, 각속도의 방향만 y 축 방향으로 하였다. <그림 15>를 보면 속도가 빠른 1번과 4번의 경우 경로차이가 속도가 느린 2번과 3번의 차이보다 더 크다는 것을 알 수 있다.

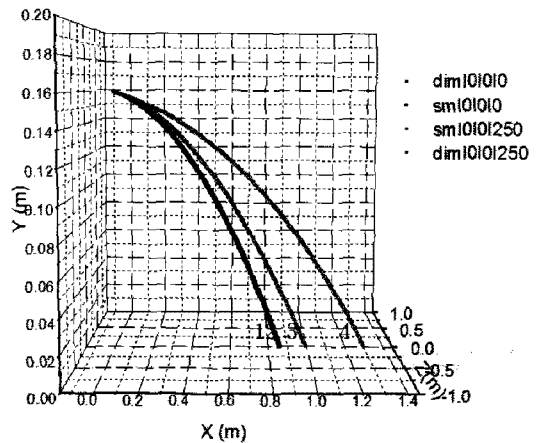


그림 16. z축방향으로 공이 회전하는 경우

4) 항력계수 및 양력계수의 영향

표 6. z축방향으로 공이 회전하는 경우의 초기조건

	0rad/s	250rad/s
매끄러운 표면	4	2
딴풀이 있는 표면	3	1

공의 속도는 실제 검증된 범위에서 시뮬레이션이 이루어지게 하기 위해서 $(5.2\hat{x} - 0.2\hat{y})m/s$ 로 일정하게 유지되었다. 공의 항력계수 및 양력계수는 실제의 공과 같은 조건으로 실험하기 위해서, 골프공 및 탁구공의 항력계수 및 양력계수 함수를 사용하였다. 다른 계수들의 각각의 공에 대해서 초기속도를 z 방향으로 $0, 250rad/s$ 두 가지로 시뮬레이션 하였고, y 축 방향으로, $0, 250rad/s$ 로 두 가지로 시뮬레이션 하였다. 차이를 쉽게 보기 위해 x 축과 y 축의 눈금단위를 다르게 하였다. <표 6>에는 <그림 16>의 각 선에 따른 초기조건들이 나타나 있다.

검은 선과 녹색선은 매끄러운 표면의 공의 궤적이고, 녹색선과 붉은색 선은 덩플이 있는공의 궤적이다. 즉, 공의 덩플은 공의 양력을 더 크게 발생시킨다는 것을 알 수 있다. 각속도를 y 축 방향으로, $0, 250rad/s$ 두 종류로 시뮬레이션한 결과는 <그림 17>에 나타나 있다. <그림 17>의 초기조건은 <표 6>과 같으나 각속도의 방향만 y 방향으로 바꾼 공의 궤적을 나타낸 그래프이다. 여기서도 덩플은 공의 양력을 더 크게 유도한다는 사실을 알 수 있다. 결론적으로, 공의 표면조건에 기인하는 공의 항력계수와 양력계수들도 회전하는 공의 운동에 많은 기여를 하는 것으로 밝혀졌다.

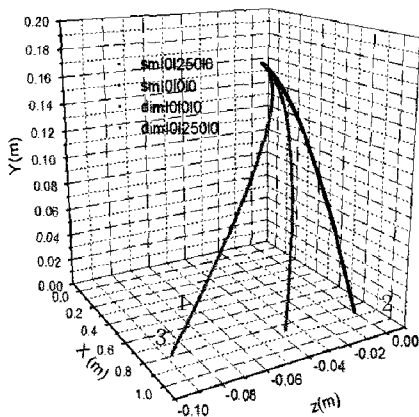


그림 17. y 축 방향으로 공이 회전하는 경우

V. 결론

- 회전하는 공의 비행경로를 다중노출 사진으로 찍고, 회전 방향에 의한 공의 비행경로의 변화를 확인하고 해석할 수 있었다.
- 타당한 이론을 세워 프로그램을 만들고 실제경로와 10% 내에서 예측 가능한 경로를 만들 수 있었으며, 다양한 각속도 및 속도에 대한 실험에서 검증되었다.
- 10% 오차 내로 검증된 시뮬레이션을 통하여, 공의 각속도, 공의 속도, 공의 질량, 공의 항력계수 및 양력계수들이 모두 회전하는 공의 궤적에 중요한 영향을 미치는 것으로 판명되었으며, 각 요인들의 영향들을 정량적으로 알 수 있었다. 세부적인 내용은 아래와 같다.
 - 회전하는 각속도가 커질수록 각속도로 인한 공의 궤적의 변화가 컸으나, 커지는 정도는 점점 작아졌다.
 - 속도가 클수록 공의 각속도가 공의 비행경로에 미치는 영향이 더 커졌다.
 - 매끄러운 표면보다, 덩플이 있는 공이 같은 초기각속도에 대하여 더 큰 궤적 변화를 보였다.

참고 문헌

- 이중숙(1997). 마그누스 효과의 스포츠 활용 방안. 부산여자대학교 자연과학대학논문집 제13집. 336-355
- Adair, R. K.(2002). *The physics of baseball*, 3rd ed. Harpercollins, New York, NY
- Alaways, L. W..(1998). Aerodynamics of the curve-ball- An investigation of the effects of angular velocity on baseball trajectories. PhD thesis, University of California, Davis, Davis, CA. 1-131
- Alaways, L.W., Mish, S. P., And Hubbard, M.(2001). Identification of release condition and aerodynamic forces in pitched-baseball trajectories.

- Journal of Applied Biomechanics* 17. 63-76
- Andrew, W. Nowick. (1999) *Forces that govern a baseball's flight path.* 1-5
- Arfken, G.(1985.) *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd ed. Orlando, FL: Academic Press, pp. 492-493
- Christian. Theobalt, Irene Albrechi, Jorg, Haber, Marcus, Magonor, Hans-peter, seidel. Pitching a baseball- Tracking high-speed motion with multi-exposure Images. Ryutaro. Himeno, Hideki. Matsumoto, Shun, Doic, (2000). *A numerical analysis of flows around a rotating baseball.* Riken Review No 30 : Focused on high performance computing in RIKEN 1999, 20-24,
- Frohlichl-Cliff.(1984). Aerodynamic drag crisis and its possible effect on the flight of baseballs. *American Journal of Physics.*
- John. C. Adams. Flight mechanics of a spinning dimpled spherrid. *The American Society of Mechanical Engineers.*
- Michael, Berger.(2000). *Physics of baseball a study of pitching.* 1-26
- Watts and Ferrer.(1987). The lateral force on a spinning sphere: Aerodynamics of a curveball. *American Journal of Physics.*

투 고 일 : 1월 30일

심 사 일 : 2월 1일

심사완료일 : 3월 2일