

불확실한 시간 지연 시스템을 위한 LMI 기반 슬라이딩 모드 관측기 설계법

An LMI-Based Sliding Mode Observer Design Method for Uncertain Time-Delay Systems

최 한 호*
(Han Ho Choi)

Abstract : This paper presents an LMI-based method to design sliding mode observers for a class of uncertain time-delay systems. Using LMIs we derive an existence condition of a sliding mode observer guaranteeing a stable sliding motion. And we give explicit formulas of the observer gain matrices. Finally, we give a simple LMI-based design algorithm, together with a numerical design example.

Keywords : Linear Matrix Inequality(LMI), sliding observer, time-delay system

I. 서론

최근 여러 저자들에 의하여 슬라이딩 모드 관측기 설계 방법이 제안되었다[1-5]. [1]의 방법이 설계를 위해 기호연산(symbolic manipulation)을 위한 소프트웨어를 요구하여 이득행렬을 구하기 어려운 단점을 지닌 것을 고려하여 [2]와 [3]의 저자들은 슬라이딩 모드 관측기 설계를 위한 canonical form을 제안하고 관측기 이득과 변환행렬 계산을 위한 수치적인 방법을 제시하였다. 그리고 [4]에서는 [2]의 방법에 기반하여 LMI를 사용한 설계법을 제시하였다. [2-4]의 방법들은 주어진 시스템을 canonical form으로 변환해야 하므로 다소 복잡하고 간접적인 방법이다. [5]에서는 canonical form으로 변환할 필요가 없는 LMI 기반 슬라이딩 모드 관측기 설계법이 제시되었다. [4,5]에서 제시된 방법은 LMI에 기반하였기 때문에 매우 효율적으로 슬라이딩 모드 관측기의 존재유무를 확인할 수 있으며 극배치조건,

LQ/H_2 성능조건 등과 같이 LMI로 표현가능한 성능지수들을 설계시에 고려해 넣을 수 있는 융통성을 제공한다. 그러나 [4,5]의 방법들은 [1-3]의 방법과 마찬가지로 불확실한 시간 지연 시스템에는 적용이 불가능하다. 이를 고려하여 [4,5]의 방법을 일반화하여 불확실한 시간 지연 시스템에도 적용가능한 LMI 기반 슬라이딩 모드 관측기 설계방법을 제안한다. LMI를 사용하여 안정한 슬라이딩 동작을 보장하는 슬라이딩 모드 관측기의 존재조건을 구한다. 구해진 LMI 존재조건을 해를 사용하여 관측기 이득 행렬의 공식을 제시한다. 마지막으로 제안된 방법의 유효성을 보이기 위해 예제를 제시한다.

II. 문제 설정

우리는 다음과 같은 동역학 방정식으로 표현 가능한 시스템을 고려한다[3].

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x_d(t) + Bu(t) + B_d u_d(t) + D\xi(t, x, x_d, u) \\ y(t) &= Cx(t), \quad x_d(t) = x(t-h), \quad u_d(t) = u(t-h) \\ x(t) &= 0, \quad t < 0, \quad x(0) = x_0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^p$ 로 각각 상태, 입력, 출력을 가리킨다. $h > 0$ 으로 시스템의 시간 지연 상수이다. 시스템 (1)은 다음을 만족시킨다고 가정한다.

A1: $A \in R^{n \times n}$, $A_d \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $B_d \in R^{n \times m}$, 그리고 $C \in R^{p \times n}$, $D \in R^{p \times q}$ 로 상수 행렬들이다.

A2: $\text{rank}(C) = p \geq q = \text{rank}(D)$

A3: $\|\xi(t, x, x_d, u)\| \leq r_1 \|u\| + \beta(t, y, y_d)$ 를 만족시키는 상수 r_1 과 함수 $\beta(t, y, y_d)$ 가 알려져 있다. 여기에서 $y_d = y(t-h)$ 이다.

[1-5]에서 고려된 관측기와 유사한 다음 형태의 슬라이딩 모드 관측기를 고려하자.

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= A\hat{x}(t) + A_d \hat{x}_d(t) + Bu(t) + B_d u_d(t) \\ &\quad + L(y(t) - \hat{y}(t)) + Dv(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 $L \in R^{n \times p}$ 로 이득이고 $\hat{x}_d(t) = \hat{x}(t-h)$ 이다. 불연속적인 벡터 $v(t)$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$v(t) = -\rho(t, y, y_d, u) \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \quad (3)$$

여기에서 $\sigma = F(\hat{y} - y) = F(C\hat{x} - Cx)$ 이고 $F \in R^{m \times q}$ 는 설계해야 할 행렬값이다. 스칼라 함수 $\rho(t, y, y_d, u)$ 는 $r_0 > 0$ 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$\rho(t, y, y_d, u) \geq r_0 + r_1 \|u\| + \beta(t, y, y_d)$$

관측오차 벡터 $e = \hat{x} - x$ 를 정의함으로 다음과 같은 오차 동역학을 구할 수 있다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 7. 18., 채택확정 : 2006. 8. 22.

최한호 : 동국대학교 전기공학부(hhchoi@dongguk.edu)

$$\dot{e} = A_c e + A_d e_d + Dv - D\xi(t, x, x_d, u) \quad (4)$$

여기에서 $A_c = A - LC$, $e_d(t) = e(t-h)$ 이다. 결국 오차 동역학 (4)를 안정화시키도록 하는 이득 L, F 를 구하기 위한 LMI기반 설계 알고리즘을 제시하는 것으로 문제설정을 할 수 있겠다.

III. 주요 결과

아래의 LMI를 고려하자.

$$\begin{bmatrix} (\Phi X \Phi^T + C^T Y C) A - K C + * & * & * \\ A_d^T (\Phi X \Phi^T + C^T Y C) & -W & 0 \\ W & 0 & -W \end{bmatrix} < 0, \quad (5)$$

$$\Phi X \Phi^T + C^T Y C > 0, X = X^T, Y = Y^T$$

여기에서 $\Phi \in R^{n \times (n-q)}$ 는 $\Phi^T D = 0$, $\Phi^T \Phi = I$ 를 만족시키는 임의의 행렬이고 *는 대칭성에 의해 쉽게 유추할 수 있는 행렬 블록을 의미한다. 슬라이딩 모드 관측기 (2)의 이득행렬 F, L 이 다음과 같이 주어진다 가정하자.

$$F = D^T C^T Y, L = (\Phi X \Phi^T + C^T Y C)^{-1} K \quad (6)$$

그러면 우리는 다음을 보일 수 있다.

정리 1: 오차동역학 (4)를 고려하자. LMI (5)를 만족시키는 해 (X, Y, K) 가 존재한다고 가정하자. 그리고 슬라이딩 모드 관측기 (2)의 이득행렬 F, L 이 (6)과 같이 주어진다 가정하자. 그러면 스위칭 평면 $\sigma = F C e = 0$ 에 구속된 슬라이딩 모드 동역학은 다음처럼 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T (A_c P^{-1} \Phi v_1 + A_d P^{-1} \Phi v_d) \\ v_1 &= (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T e \end{aligned}$$

여기에서 $v_d(t) = v_1(t-h)$, $P = \Phi X \Phi^T + C^T Y C$ 이다. 그리고 (7)은 안정하다.

증명: LMI (5)의 해가 존재하고 이득이 (6)처럼 주어진다 가정하자. 그러면 $P = \Phi X \Phi^T + C^T Y C > 0$ 이며 $D^T P = D^T C^T Y C = F C$ 가 성립한다. 변환행렬 M 과 그와 연관된 벡터 v 를 다음과 같이 정의하자.

$$M = \begin{bmatrix} (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T \\ D^T P \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T e \\ D^T P e \end{bmatrix} = M e$$

그러면 $M^{-1} = [P^{-1} \Phi, D(D^T P D)^{-1}]$, $v_2 = \sigma$ 이 성립한다. M 과 v 를 사용하여 오차동역학 (4)를 다음의 regular form으로 바꿀 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \overline{A}_{11} v_1 + \overline{A}_{12} \sigma + \overline{A}_{d1} v_{d1} + \overline{A}_{d2} \sigma_d \quad (8) \\ \dot{\sigma} &= \overline{A}_{21} v_1 + \overline{A}_{22} \sigma + \overline{A}_{d21} v_{d1} + \overline{A}_{d22} \sigma_d + D P D^T (\nu - \xi) \end{aligned}$$

여기에서 $\sigma_d(t) = \sigma(t-h)$, $v_{d1}(t) = v_1(t-h)$ 이며 \overline{A}_{ij} 와 \overline{A}_{di} 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \overline{A}_{11} &= (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T A_c P^{-1} \Phi, \\ \overline{A}_{22} &= D^T P A_d D (D^T P D)^{-1}, \\ \overline{A}_{12} &= (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T A_d D (D^T P D)^{-1}, \\ \overline{A}_{21} &= D^T P A_c P^{-1} \Phi, \\ \overline{A}_{d1} &= (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T A_d P^{-1} \Phi, \\ \overline{A}_{d2} &= D^T P A_d D (D^T P D)^{-1}, \\ \overline{A}_{d2} &= (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T A_d D (D^T P D)^{-1}, \\ \overline{A}_{d1} &= D^T P A_d P^{-1} \Phi \end{aligned} \quad (9)$$

위의 regular form은 만약 $\dot{\sigma} = \sigma = \sigma_d = 0$ 이 성립하면 (8)은 (7)과 같은 $(n-q)$ 축소차수 동역학으로 주어짐을 의미한다. 결국 [7]에 의해 스위칭 평면 $\sigma = F C e = 0$ 에 구속된 슬라이딩 모드 동역학은 (7)로 주어짐을 의미한다. 동역학 (7)은 $V_r = v_1^T P_0 v_1 + \int_{t-h}^t v_1^T W_0 v_1 dt$ 의 도함수가 $\dot{V}_r \leq -k_1 v_1^T v_1$ 을 만족하게 하는 $P_0 > 0, W_0 > 0, k_1 > 0$ 가 존재하면 안정하다. 만약 $W_0 = \Phi^T P^{-1} W P^{-1} \Phi, P_0 = \Phi^T P^{-1} \Phi$ 라고 하면 $P_0 > 0, W_0 > 0$ 이다. (7)과 (9)를 사용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$V_r = 2v_1^T \Phi^T (A_c P^{-1} \Phi v_1 + A_d P^{-1} \Phi v_d) + v_1^T W_0 v_1 - v_d^T W_0 v_d \quad (10)$$

부등식 $2x^T y \leq x^T H x + y^T H^{-1} y$ 가 임의의 벡터 x, y 와 행렬 $H > 0$ 에 대하여 성립한다는 사실을 이용하여 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$2v_1^T \Phi^T A_d P^{-1} \Phi v_d \leq v_1^T \Phi^T A_d W^{-1} A_d^T \Phi v_1 + v_d^T W_0 v_d$$

결국 (10)은 다음처럼 고쳐 쓰일 수 있다.

$$\dot{V}_r \leq v_1^T \Phi^T P^{-1} [P A_c + A_c^T P + P A_d W^{-1} A_d^T P + W] P^{-1} \Phi v \quad (11)$$

[6]에 주어진 Schur complement 공식을 이용하면 (5)와 (6)이 다음 부등식이 성립함을 보일 수 있다.

$$P A_c + A_c^T P + P A_d W^{-1} A_d^T P + W = -Q < 0 \quad (12)$$

이는 $\dot{V}_r \leq -k_1 v_1^T v_1$ 가 $k_1 = \lambda_{\min}(\Phi^T P^{-1} Q P^{-1} \Phi) > 0$ 에 대하여 성립함을 의미한다. ■

정리 1을 이용해서 슬라이딩 모션이 유한한 시간내에 일어난다는 다음처럼 보일 수 있다.

정리 2: LMI (5)를 만족시키는 해 (X, Y, K) 가 존재한다고 가정하자. 이득이 (6)처럼 주어진다 가정하자. 오차동역학 (4)를 고려하자. 그러면 유한한 시간내에 슬라이딩 모션이 스위칭 평면 $\sigma = F C e = 0$ 에서 발생한다.

증명 : $V = e^T P e + \int_{t-h}^t e^T W e dt$ 라고 하자. 그러면 도함수가 다음처럼 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T [A_c e + A_d e_d - D\xi + Dv] + e^T W e - e_d^T W e_d \\ &\leq -e^T Q e - 2r_0 \|e\| < 0 \end{aligned} \quad (13)$$

정리 1과 (13)은 오차동역학 (4)가 안정함을 의미하므로 안정한 슬라이딩 모션이 유한한 시간내에 일어남을 보이는 것은 reachability 조건 $\sigma^T(D^T PD)^{-1} \bar{\sigma} \leq -k_2 \|d\|$ 가 양수 k_2 에 대하여 성립함을 보이는 것으로 충분하다[3,7]. $D^T P = FC$ 와 가정 A3를 이용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\sigma^T(D^T PD)^{-1} \bar{\sigma} \leq -\|d\| [r_0 - (c_1 \|d\| + c_2 \|e_d\|)] \quad (14)$$

여기에서 $c_1 = \|S_0 A_d\|, c_2 = \|S_0 A\|, S_0 = (D^T PD)^{-1} D^T P$ 이다. e 가 점근적으로 안정하므로 다음을 만족시키는 양수 t_1, ϵ 가 존재한다.

$$\|e(t)\| < c_0 = (r_0 - \epsilon) / (c_1 + c_2), \quad \forall t_1 < t$$

만약 $\|e(t)\| < c_0, \forall t_1 < t$ 이면 $\|e(t-h)\| < c_0, \forall t_1 + h < t$ 가 성립하므로 $\|e(t)\| < c_0, \|e(t-h)\| < c_0, \forall t_1 + h < t$ 이 성립한다. 이와 (14)는 다음을 의미한다.

$$\sigma^T(D^T PD)^{-1} \bar{\sigma} \leq -\epsilon \|d\|, \quad \forall t_1 + h < t$$

결국 안정한 슬라이딩 모션이 유한한 시간내에 일어남을 알 수 있다[3,7]. ■

주 1: (13)은 슬라이딩 모드 관측기 (2)가 항상 다음과 같은 LQ 성능을 만족시킴을 의미한다.

$$\int_0^\infty e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \int_{-h}^0 e^T W e dt \quad (15)$$

주 2: $A_d = 0$ 인 경우에 (5)는 다음처럼 고쳐 쓰일 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \Phi X \Phi^T + C^T Y C & A - K C + * < 0, \\ \Phi X \Phi^T + C^T Y C > 0, & X = X^T, Y = Y^T \end{pmatrix} \quad (16)$$

[4,5,8,9]의 결과를 이용하여 LMI (16)은 [1-5]에 주어진 슬라이딩 모드 관측기의 존재조건과 동치이거나 유사함을 보일 수 있다. [5]의 결과를 이용하여 (16)의 해가 존재할 필요충분조건은 다음 조건을 만족시키는 해 (P, F) 가 존재하는 것임을 보일 수 있다.

$$P > 0, \quad \Theta(PA + A^T P)\Theta^T < 0, \quad D^T P = FC \quad (17)$$

여기에서 Θ 는 $C\Theta = 0, \Theta^T \Theta = I$ 를 만족시키는 임의의 행렬이다. [5]의 결과를 이용하여 (17)의 해가 존재할 필요충분조건은 $rank(CD) = rank(D)$ 와 $C(sI - A)^{-1}D$ 가 비최소위상이거나 함을 보일 수 있다. 이는 $C(sI - A)^{-1}D$ 가 비최소위상이거나 $rank(CD) \neq rank(D)$ 이면 LMI 조건 (5)의 해가 존재하지 않고 결국 시간 지연 시스템 (1)을 위해 슬라이딩 모드 관측기 (2)를 공식 (6)을 사용해서 설계할 수 없음을 의미한다.

주 3: 본 논문의 결과는 다음과 같은 설계 알고리즘으로 요약할 수 있다.

i) $rank(CD) \neq rank(D)$ 이거나 $C(sI - A)^{-1}D$ 가 비최소위상인지 확인한다. 둘 중 하나라도 만족되면 설계가 불가

능하므로 빠져나온다.

ii) $\Phi^T D = 0, \Phi^T \Phi = I$ 를 만족시키는 $n \times (n - q)$ 행렬 Φ 를 구한다.

iii) (5)의 해를 LMI 최적화를 통해 구한다.

iv) 공식 (6)을 이용해 이득을 구한다.

IV. 수치적 예

$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$ 는 [10]에 주어진 F4E 팬텀 전투기 모델을 나타낼 수 있다. [10]에 따르면 시스템 행렬이 다음처럼 주어진다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.9896 & 17.4100 & 96.15 \\ 0.2648 & -0.8512 & -11.39 \\ 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$B = \begin{bmatrix} -97.78 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

위의 모델에서 x_1, x_2, x_3 는 각각 공칭 가속도, pitch rate, elevator angle이다. 비행기의 기계적이며 유압을 이용한 서보기구의 전달 지연이나 비행사의 시간 지연으로 인하여 비행기의 모델은 실제로 작은 시간지연을 갖는다. [11]에서와 비슷하게 시스템 (1)을 시뮬레이션 하기 위해 다음처럼 가정한다.

$$\begin{aligned} A_d &= 0.3A, \quad B_d = 0, \quad D = B, \\ x_1(0) &= x_2(0) = 0, \quad x_3(0) = 1, \\ x(t) &= 0, \quad t \in [-h, 0), \quad h = 0.1, \\ \xi(t, x, x_d, u) &= 0.1 \sin 2\pi t, \quad u = [2.4595, 2.1662]y \end{aligned}$$

주 3에 주어진 설계 알고리즘을 통해 다음과 같은 이득 행렬 F, L 을 얻을 수 있다.

$$F^T = \begin{bmatrix} -1.134 \\ -8.491 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 233.583 & -971.834 \\ -25.250 & 115.573 \\ -66.976 & 279.125 \end{bmatrix} \quad (19)$$

가정들로 부터 $\rho(t, y, y_d, u) = 1$ 로 놓을 수 있음을 알 수 있다. 결국 다음과 같은 슬라이딩 모드 관측기를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + 0.3A\hat{x}(t-0.1) - L[C\hat{x}(t) - y(t) \\ &\quad + Bu(t) - B \text{sign}[FC\hat{x}(t) - Fy(t)], \\ \hat{x}(t) &= 0, \quad t \in [-0.1, 0] \end{aligned} \quad (20)$$

관측기의 성능을 보여주기 위해 수치적인 시뮬레이션을 행하였다. [2,3]에서 처럼 채터링 현상을 줄이기 위하여 $\text{sign}[\sigma]$ 는 $\sigma / (|\sigma| + 0.01)$ 로 대체하였다. 그림 1은 실제 상태값 x 와 관측된 값 \hat{x} 을 보여준다. 약 1초 후에 x 과 \hat{x} 는 거의 완벽하게 일치함을 알 수 있다. 비교를 위해 (20)에서 불연속적인 부분을 없애 $\rho(t, y, y_d, u) = 0$ 으로 한 경우 즉 다음처럼 Luenberger 선형 관측기를 사용한 경우에도 시뮬레이션 하였다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + 0.3A\hat{x}(t-0.1) - L[C\hat{x}(t) - y(t) \\ &\quad + Bu(t)] \\ \hat{x}(t) &= 0, \quad t \in [-0.1, 0] \end{aligned} \quad (21)$$

그림 2는 위의 Luenberger 선형 관측기의 성능을 보여준

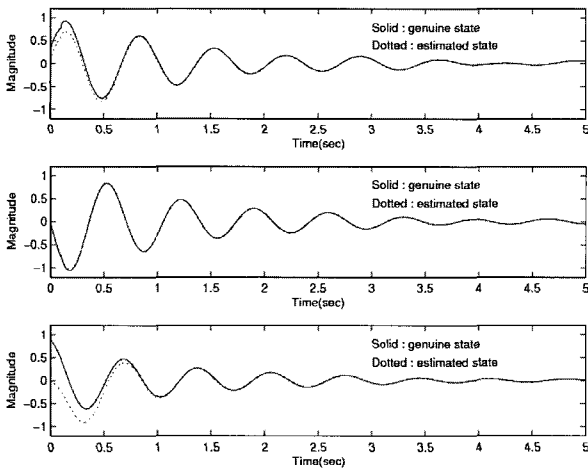


그림 1. 슬라이딩 모드 관측기 시뮬레이션. (위) x_1 . (중간) x_2 . (아래) x_3 .
 Fig. 1. Sliding mode observer simulation. (Top) x_1 . (Middle) x_2 . (Bottom) x_3 .

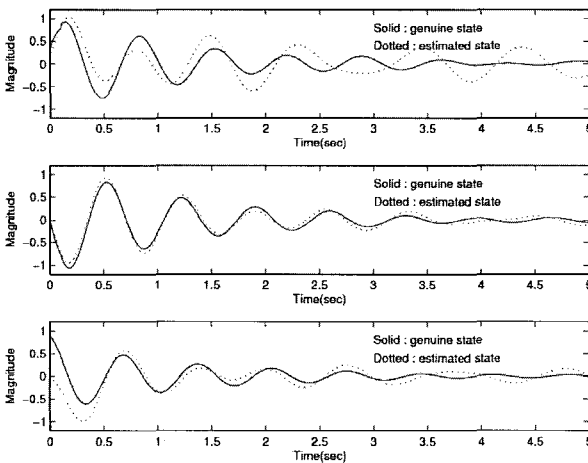


그림 2. 선형 관측기 시뮬레이션. (위) x_1 . (중간) x_2 . (아래) x_3 .
 Fig. 2. Linear observer simulation. (Top) x_1 . (Middle) x_2 . (Bottom) x_3 .

다. 슬라이딩 모드 관측기 (20)의 성능이 Luenberger 선형 관측기 (21) 보다 월등히 좋음을 알 수 있다.

V. 결론

불확실성을 갖는 다변수 시간 지연 시스템을 위한 슬라이



최한호

1966년 8월 25일생. 1988년 2월 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1990년 2월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1994년 8월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 2003년 3월~현재 동국대학교 전기

공학과 교수. 관심분야는 가변구조제어이론, 마이콤 기반 제어, 가상현실 및 로보틱스.

이딩 모드 관측기가 존재할 조건을 LMI형태로 제시하였고 LMI 존재 조건의 해를 이용하여 슬라이딩 모드 관측기 이득 행렬의 공식을 유도하였다. 마지막으로 수치적인 예를 LMI 기반 설계 알고리즘과 함께 제시하였다.

참고문헌

- [1] B. L. Walcott and S. H. Zak, "State observation of nonlinear uncertain dynamical systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 32, no. 2, pp. 166-170, 1987.
- [2] C. Edwards and S. K. Spurgeon, "On the development of discontinuous observers," *Int. J. Contr.*, vol. 59, pp. 1211-1229, 1994.
- [3] C. Edwards and S. K. Spurgeon, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Bristol, PA : Taylor & Francis Ltd, 1998.
- [4] C. P. Tan and C. Edwards, "An LMI approach for designing sliding mode observers," *Int. J. Contr.* vol. 74, no. 16, pp. 1559-1568, 2001.
- [5] 이재관, 최한호, " $C(sI - A)^{-1}B$ 가 최소위상이 될 LMI 조건을 이용한 해석과 설계," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제11권, 제11호, pp. 895-900, 2005.
- [6] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, "Linear matrix inequalities in system and control theory," Philadelphia, SIAM, 1994.
- [7] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 22, no. 2, pp. 212-222, 1977.
- [8] S. H. Zak, and S. Hui, "On variable structure output feedback controllers," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 38, pp. 1509-1512.
- [9] H. H. Choi, "Variable structure output feedback control design for a class of uncertain dynamic systems," *Automatica*, vol. 38, pp. 335-341, 2002.
- [10] U. Shaked, "An LPD approach to robust H_2 and H_∞ static output-feedback design," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 48, pp. 866-872, 2003.
- [11] E. M. Jafarov, "Robust sliding mode controllers design techniques for stabilization of multivariable time-delay systems with parameter perturbations and external disturbances," *Int. J. Systems Science*, vol. 36, pp. 433-444, 2005.