

< 논문 >

3-Dim Simplified ALE Hydrocode 개발 및 Taylor Impact Test

이 민 형[†] · 정 완 진^{*}

(2006년 2월 23일 접수, 2006년 7월 6일 심사완료)

Development of 3-Dim Simplified ALE Hydrocode: Application to Taylor Impact Test

Minhyung Lee and Wan-Jin Chung

Key Words: Hydrocode, Simplified ALE, Eulerian, Remesh, Remap, Taylor Impact Test.

Abstract

A new hydrocode which is still under development using Lagrangian, Eulerian and arbitrary Lagrangian-Eulerian operators, has been described. The three operators are implemented into a single framework by incorporating the sequential three stages of Lagrangian, remesh and remap stages. Several numerical schemes used for each operator are discussed briefly in this paper. In order to evaluate the characteristics of each operator, the Taylor Impact Test has been simulated using each operator and the results are compared. Currently the code is 1st order accuracy in the material interface tracking algorithm and can not handle multimaterial in the mixed cell. The areas of possible enhancement of the code are also discussed.

기호설명

1. 서 론

- D : 물성 기울기
- M : 요소 질량
- p : 요소중앙에서 정의된 운동량
- P : 질점에서 정의된 운동량
- v : 속도
- v_g : grid 속도
- v_L : Lagrangian 속도
- V : 요소 체적
- x, y, z : 질점의 좌표
- ϕ : 물성 (property)
- α, β, γ : Laplace's equation의 계수

초고속충돌/폭발 등의 초비정상, 대변형 문제를 해석하기 위하여 50년대 이후부터 전산기법들이 연구되어 왔다. 특히 이러한 전산 프로그램을 wavecode, hydrocode라 하는데 모두 shock-physics code 범주에 속한다.⁽¹⁾ 군사적인 용도로 적용이 되다가 최근에는 초고속 가공, Airplane과 Oil company 등과 같은 산업체에서도 적용된다.

적용문제의 특성에 따라 적절한 기법의 선택을 위하여 Lagrangian, Eulerian 및 ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 기법들의 코드가 각각 개발되었다. 대변형 시 자유표면의 변형이 용이한 Lagrangian 기법은 메쉬의 변형에 의한 외연적 시간적분에 제약이 발생하는 반면에 Eulerian 기법은 이러한 제약이 없으나 구조의 경계면 추적에 정확성의 확보가 요구된다. 두 가지 기법들의 장단점을 취한 ALE 기법이 보다 효율적인 문제도 있다. Eulerian 및 ALE 기법은 물질이 메쉬 경계면을

[†] 책임저자, 회원, 세종대학교 기계항공우주공학부
E-mail : mlee@sejong.ac.kr
TEL : (02)3408-3282 FAX : (02)3408-3333

^{*} 서울산업대학교 금형설계학과

통과하기 때문에 하나의 메쉬에 존재하는 물질들의 구성 및 상태를 계속적으로 추적하는 추가계산이 요구된다. 따라서 Lagrangian 기법과 비교하여 매 시간스텝 당 계산 시간의 증가가 야기되나 초기 균일 메쉬를 유지하거나 대체로 균질한 메쉬를 계속하여 유지시켜주므로 계산 스텝 수 감소를 통한 효율적인 대변형 계산이 가능하다.

국내에서는 Lagrangian 코드가 개발되어 활용되고 있다.^(2,3) 본 논문에서는 최근에 국내에서 처음으로 개발이 시도되고 있는 3차원 Eulerian 및 ALE 코드개발에 적용된 여러 기법들을 기술하였다. 또한 Lagrangian, Eulerian 및 ALE 해석을 각각 수행하여 기법들의 장단점을 검토하여 기법들의 장단점을 제시하고자 한다. 현재 물질경계면 추적은 1차 정확도 그리고 물질 이류(advection)은 2차 정확도로 구현이 되어 있으나 차후 전체적으로 2차 정확도를 구현할 예정이다. 또한 Simplified ALE 코드를 다중물질 MMALE(Material-Material ALE) 전산해석 코드로 개발될 것이다.

2. ALE Hydrocode 구조

현재 보편적으로 사용되고 있는 거의 대부분의 프로그램이 "Operating Splitting"에 의해 지배방정식을 2개의 식으로 나누어 푸는 방식으로 개발되었다(Fig. 1). CEL, JOY, HULL, CSQ, CTH, MESA, KRAKEN 등의 Eulerian 코드가 그리고 CALE, CAVERT, DYNA2D, SALE 등의 ALE 코드가 이 방식을 채택하고 있다.⁽⁴⁾ 이 방식이 많은 연구개발에 채택되는 이유는 외연적 시간적분을 사용하여 수많은 변수들을 다루는 대변형 해석코드에서 기법들의 개발 및 적용의 수월성에 있다.

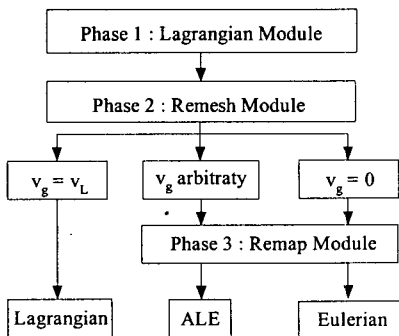


Fig. 1 ALE hydrocode structure

3. 단계별 수치기법

3.1 Phase 1: Lagrangian Step

3차원 유한요소법을 적용하여 8절점 solid 직육면체요소를 기본으로 하고 있다. 계산시간을 고려하여 1점적분에 재료에너지 제어기능을 포함하고 있다. 재료모델은 탄성모델, Von-Mises 항복식을 따르는 탄소성모델 및 Johnson-Cook Fracture 모델이 구현되어 있다. 상태방정식은 Shock EOS 및 Mie-Gruneisen EOS이 구현되었다.

이 단계에서는 매 시간스텝에서 지배방정식을 풀고 질점의 위치, Lagrangian 속도 (v_L) 및 요소의 상태변수 값들을 결정한다. 추가적인 phase 2 및 phase 3 과정을 수행하지 않다면 순수 Lagrangian 계산이 된다.

3.2 Phase 2: Remesh Step

메쉬 재배치과정에서는 phase 1에서 계산된 질점들을 제약(constraint)을 적용하여 적절한 위치로 (v_g) 재배치한다. 다양한 방법이 가능하나 가장 성공적인 방법은 2차원 equipotential smoothing에 기초한 방법이다. Winslow⁽⁷⁾의 의한 메쉬 재배치 기법이 현재 모든 방법의 기초가 되고 있다. 이 방법은 메쉬 라인들이 하나의 포텐셜 라인이 되는 포텐셜 문제로 다룬다. Winslow 방법은 다음과 같은 inversed Laplace's equation에 토대를 둔다.

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = 0 \quad (1)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = 0 \quad (2)$$

여기서,

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \quad \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \quad \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2 \quad (3)$$

기술된 방정식으로부터 x , y 및 z 좌표 점은 반복 해를 구하는 방식으로 구하는데 일반적으로 간단한 Jacob Iteration을 적용한다. 3차원의 경우에도 동일한 방법으로 y - z plane에 대해 위의 식을 적용하면 된다. 현재 경계면의 질점들은 순수 Lagrangian 거동으로 설정되어 있고 내부질점들에 대해 재배치과정이 적용된다.

추가 연구과제로는 초기에 비 균등 메쉬를 의도적으로 설정하였으나 재배치과정에서 그 의도가 상쇄되는 현상을 제외시키는 것이다.

3.3 Phase 3: Remap Step

메쉬 재배치단계에서 질점들을 앞 절에서 기술한 임의의 적절한 위치에 이동하였다. 이 과정에서 요소들간에 체적, 질량, 운동량 그리고 에너지가 이동하게 되며 이러한 이류를(advection) Remap 과정에서 처리한다. 구체적으로 다음과 같은 주요단계들이 있다.

- (1) 첫째로 요소간의 체적유동이 계산
- (2) 경계면추적 알고리즘으로 물질 이류량 결정
- (3) 요소 간에 질량 및 내부 에너지 이류량 결정
- (4) 질점에서 정의되는 속도 이류 계산

3.3.1 체적 이류

물질 이류과정의 첫 단계는 질점의 이동으로 야기되는 체적유속(volume flux)을 결정하는 것이다. 이러한 체적이동은 요소의 면을 통하여 이동하므로 각각의 면에 속하는 질점의 평균속도를 이용하면 쉽게 결정이 가능하다. 요소의 새로운 체적은 다음과 같은 방식으로 결정한다.

$$V^{n+1} = V^n + \sum_{i=1}^{ns} \Delta V_i \quad (4)$$

여기서, i 는 요소 경계면, ns 는 경계면의 수이다.

3.3.2 경계추적법

매 시간스텝마다 물성 해를 이용하여 한 개의 메쉬 내부에 위치하는 2개 이상의 물질간의 경계면을 찾아낸다. 대표적인 3가지 방법은 다음과 같다: (1) Lagrangian particle methods, (2) Level set methods, (3) Volume of fluid methods. 첫 번째 방법은 현재 거의 사용 되지 않는다. 두 번째 Level set 방법은 가장 최근에 개발되었으며 컴퓨터 그래픽에서 사용하는 contouring 기법과도 유사하다고 보면 된다. 각 질점에서 속도자료를 활용하여 0과 1 사이의 값으로 경계면을 찾는 방법이다. 하지만 질량보존이 이루어지지 않는 문제가 있으며 국부적으로 보존성 문제가 있다고 알려져 있다. 마지막 VOF(Volume of Fluids) 방법은 관심요소와 주위요소에서의 체적율(volume fraction)을 이용하여 경계면을 찾는 방법으로 가장 많이 적용되고 있다.

일차원 기법은 수평적 요소간이나 수직적 요소간의 자료만을 이용하여 물질경계면을 찾아내는

방법이다. 경계면추적의 가장 초기단계의 기법이지만 여전히 기본기법으로 많은 코드들에 적용된다. Noh와 Woodward가 창안한 SLIC(Simple Line Interface Calculation)이 가장 대표적이다.⁽⁸⁾ 이 방법은 이류하는 x, y 각각의 축에 대해 한번씩 번갈아 가며 직선으로 경계면을 찾는다.

따라서 각각의 축에 대해 각각의 다른 경계면을 형성한다. 이 기법은 3차원 요소에도 동일한 방법으로 3개의 축에 대해 3번 sweep하는 방식으로 적용이 가능하므로 매우 용이하다. 따라서 최근에도 이 기법에 바탕을 두지만 정확도를 높이는 노력이 연구되고 있다.⁽⁹⁾ Fig. 2에 경계면을 찾기 위한 5가지의 형태를 도시하였고 이를 본 연구에서는 적용하였다. Fig. 3에는 특별한 경우로 좌측 우측으로 비어 있으며 중앙 요소에만 존재하는 경우인데 이를 특히 "Thin Finger" 경우로 부른다.

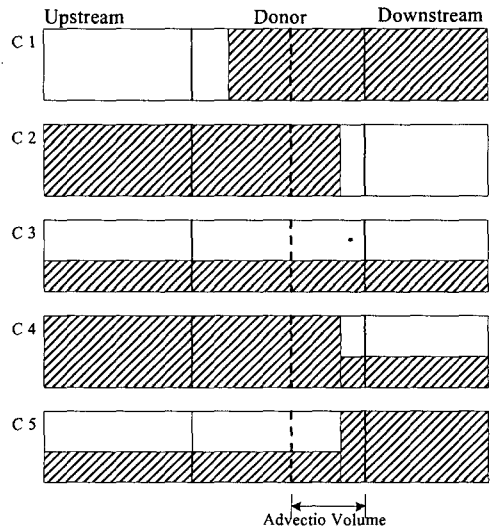


Fig. 2 5 Cases of VOF topology

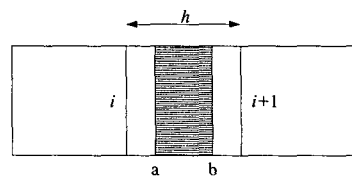


Fig. 3 Special topology: thin finger

3.3.3 물성 이류

이류과정은 다음과 같은 일차원 hyperbolic 편미분방정식이 지배방정식이다.⁽¹⁰⁾

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + v \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \text{ where } v > 0 \quad (5)$$

일차원 방정식을 다루지만 동일한 방식으로 x, y 그리고 z 방향으로 sweep하면 적용이 용이하다. 차분화 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\phi_{j+1/2}^{n+1} - \phi_{j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{\bar{\phi}_{j+1} - \bar{\phi}_j}{\Delta x} = 0 \quad (6)$$

여기서, ϕ_i 는 임의의 물성이다. 경계면 j 을 통해 dt 동안 이동하는 물성의 체적유속은 $\bar{\phi}v\Delta t$ 이다. 이동하는 물성의 평균값은 다음과 같이 구한다. 여기서, $\phi_{j-1/2}$ 는 upwind 요소의 물성이다. 정확도를 높이기 위하여 요소내부의 물성기울기 $D_j = \partial \phi / \partial x$ 을 고려한다(Fig. 4).

$$\bar{\phi}_j = \phi_{j-1/2}^n + \frac{1}{2} (1-n)\Delta x D_j, \quad n = \frac{v\Delta t}{\Delta x} \quad (7)$$

1차 정확도:

$$D_j = 0 \text{ (the upwind method)} \quad (8)$$

2차 정확도:

$$D_j = \frac{\phi_{j+1/2}^n - \phi_{j-1/2}^n}{\Delta x} \quad (9)$$

3.3.4 질점속도 이류

질점에서 정의되는 속도 및 운동량의 이류가 본 단계에서 이루어진다. 근본적으로 staggered grid system 기법과 cell-centered 기법 2가지가 알려져 있는데 두 번째 방법이 보다 일반적이다. 이 방법은 앞 단원에서 이미 다루었던 cell-centered properties들에 대한 이류 기법을 그대로 활용하고자 하는 취지이며 따라서 질점에서 정의되는 속도를 요소의 중앙에 대한 평균값으로 변환하여 이류를 실시한다. 최종적으로 새로운 운동량 값을 활용하여 다시 질점에 대한 속도값으로 재 분포하는 방법이다. 이 방법에 해당되는 SALE기법을 아래에 기술한다.⁽¹¹⁾

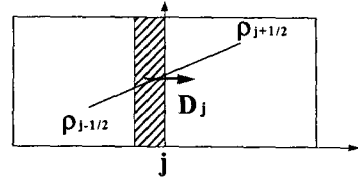


Fig. 4 Material property index at interface

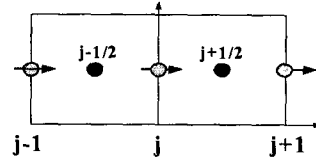


Fig. 5 Momentum index at node and interface

여기서는 1차원으로 기술하는데 그 이유는 이 기법의 중요한 개념을 보다 쉽게 이해가 가능하기 때문이며 2차원 및 3차원 형태의 식 또한 쉽게 확장이 가능하기 때문이다. 이 방법은 단지 속도 한 개의 정보만을 이류하는 간단한 기법으로 1차 정확도를 지닌다. 따라서 매우 효율적이나 확산 (dispersion) 효과가 나타나는 단점이 있다. 이 기법에서는 임의의 질점에서의 운동량 변화는 질점을 공유하는 양쪽의 2 요소에서의 운동량 변화량 합 의 1/2로 결정한다(Fig. 5).

$$\begin{aligned} p_{j+1/2} &= \frac{1}{2} \rho_{j+1/2} (v_j + v_{j+1}) \\ P_{j+1/2} &= \frac{1}{2} M_{j+1/2} (v_j + v_{j+1}) \\ P_j &= M_j v_j \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 질점 속도 v 는 운동량 이류를 사용하여 다음과 같은 방식으로 결정된다.

$$\begin{aligned} \Delta P_{j-1/2} &= p_{j-1} \Delta v_{j-1} - p_j \Delta v_j \\ P_j^{n+1} &= P_j^n + \frac{1}{2} (\Delta P_{j-1/2} + \Delta P_{j+1/2}) \\ \therefore v_j^{n+1} &= \frac{P_j^{n+1}}{M_j^{n+1}} \end{aligned} \quad (6)$$

2차원 방정식에 대한 확장은 같은 절차를 사용하면 쉽게 얻어진다. 즉, 질점에서의 운동량의 변화량은 질점을 감싸고 있는 주위 4개 요소에서의 운동량 변화량의 1/4로 결정한다.

3.4 Phase Interface

3개의 모듈들을 연결시켜 하나의 프로그램내부에서 Lagrangian solver, Eulerian solver, ALE solver가 모두 구동되도록 하기 위하여 다음과 같은 처리가 필요하다.

3.4.1 변수 초기화

질점 및 요소들에 Remap phase에서 필요한 변수 및 Lagrangian phase에서 필요한 변수들을 초기화한다. 질점에서의 초기 질량 및 속도뿐만 아니라 Eulerian solver에서 필요한 VOF 값이 모든 요소들에 초기화가 필요한데 이는 초기에 요소들에 재료가 차있는 정도를 나타낸다.

3.4.2 내력벡터 계산

Eulerian 및 ALE 해석을 위하여 Lagrangian 모듈 내부에 Remesh 및 Remap phase를 추가하게 되는데 이에 따라 Lagrangian 모듈의 내력벡터 계산과정이 달라진다. 중요 사항은 다음의 3가지이다.

- VOF의 값이 0인 요소 (Void)에 대해서는 계산을 하지 않는다.
- Lagrangian solver에서는 각 유한요소에서 변형률, 인공점성 및 응력을 계산한 후 내력벡터를 계산한다. ALE 및 Eulerian Solver에서는 응력을 계산 후 Remesh 및 Remap 과정들이 순차적으로 수행되며, remap된 응력성분을 이용하여 내력벡터를 계산한다.
- 부분적으로 차 있는 요소의 체적이 변하는 경우 물질의 체적 및 밀도를 계산하여야 하는데, 체적변화와 동일한 비율로 물질의 체적 및 밀도가 변하도록 하였다.

3.4.3 모듈간의 변수 통신

Lagrangian phase에서 응력까지 계산을 끝낸 이후 Remap phase로 넘어가게 되는데 이 과정에서 넘겨주어야 할 변수들은 다음과 같다.

- 요소 중앙에서 정의된 물성 : 밀도, 응력텐서, 등가소성변형률, 인공점성 등.
- 질점에서 정의된 물성 : 속도
- 부분 충전된 요소에서 차 있는 물질의 체적

재료 구성방정식에 따라 추가로 주고받아야 할 변수들이 달라진다. 또한 VOF 값을 주고받게

된다. Lagrangian 단계에서 Remap 단계로 질점의 질량벡터는 넘어가지 않으나 Remap 단계에서는 달라지므로 이를 Lagrangian 단계로 다시 돌려주어야 하며 이 값이 다음 시간스텝에서 사용된다.

4. 검증: Taylor Impact Test

검증은 2차원 plain strain 조건인 사각형상의 바(bar)가 왼쪽으로 강체 벽에 충돌하는 예제를 채택하였다. Lagrangian, Eulerian 및 ALE의 3가지 기법으로 각각 해석을 수행하였다.

Eulerian 계산영역은 x, y, z 방향으로 32 x 1 x 10 (mm x mm x mm)이며, 각 요소 당 한 변의 길이가 1mm로 총 320개 요소를 사용되었다. 이중 재료는 초기 FILL 기능을 사용하여 아래쪽 30 x 1 x 3 만큼 채웠다. 반면에 Lagrangian 및 ALE 계산 영역은 Eulerian 계산에서 초기 재료가 차 있는 부분만을 동일 메쉬 크기로 모델링 하였다. 기타 해석조건은 동일하게 설정하였다.

- 충돌속도 : 200 m/s
- 재료밀도 : 8930 kg/m³
- 탄성계수 : 100 GPa
- 푸아송비 : 0.3
- 초기항복응력 : 0.4 GPa
- Hardening tangent modulus : 0.1 GPa

ALE 계산에서는 특히 Taylor-Impact 경우 질점들이 한 방향으로 압축되는 경향을 나타내므로, 특히 x 방향 (이동 방향), 내부 질점들의 x 변위를 경계면 질점의 자료로 수정하고 y 및 z 자료값은 equipotential smoothing을 수행하였다.

Lagrangian, Eulerian 및 ALE 기법으로 계산한 결과를 변형후의 길이 및 충격 면에서 z 방향으로 넓어진 폭을 표 1에 LS-DYNA의 결과와 함께 비교하여 나타내었다. 모두 동일한 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다. Fig. 6~8에 각각의 기법으로 예측된 변형결과들을 제시하였는데 변형이 거의 잘 일치하게 예측되고 있음을 보여준다. Eulerian이 경우 부분 충전되어 있는 요소에서는 재료의 길이 측정 시 VOF의 값을 사용하였다. 비교를 위하여 LS-DYNA의 Lagrangian 해석 결과를 Fig. 9에 도시하였다.

해석 Solver에 따른 특성을 이해하기 위하여 전체계산 스텝의 수를 Table 2에 제시하였다. 시간 스텝은 가장 작은 메쉬의 특성길이와 물성을 기준으로 임계시간이 결정되는데 변형이 많이 발생하는 Lagrangian 기법의 경우 스텝간격이 줄어들어 따라 계산스텝수가 늘어난다. 반면, 항상 고정 메쉬를 사용하는 Eulerian 기법의 경우 시간스텝의 크기가 유지되어 전체계산 스텝의 수는 가장 작다. ALE 기법의 경우 중간형태를 취하게 됨은 당연하다.

따라서 Lagrangian 기법은 스텝 당 계산 시간은 빠르나 총 계산 시간 (termination time)에 도달하기 위한 계산스텝의 총 횟수는 Eulerian에 비해 매우 커지며 문제에 따라 변형이 더욱 발생하는 계산의 경우 최종 변형까지 계산을 지속하지 못하게 되는 경우가 발생한다.

Table 1 Comparison of Taylor impact test

	Present			LS-DYNA	
	Lag.	ALE	Euer.	Lag.	Euler.
변형 후 길이	22.42	23.4	21.8	22.5	22.7
변형 후 폭	9.45	9.51	9.4	9.5	9.2

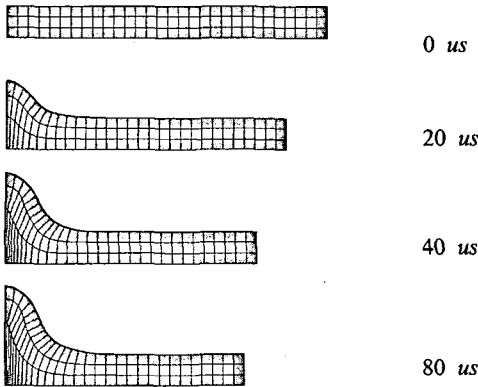


Fig. 6 Taylor impact test, Lagrangian analysis

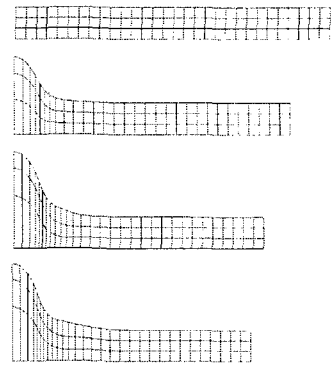


Fig. 7 Taylor impact test, ALE analysis

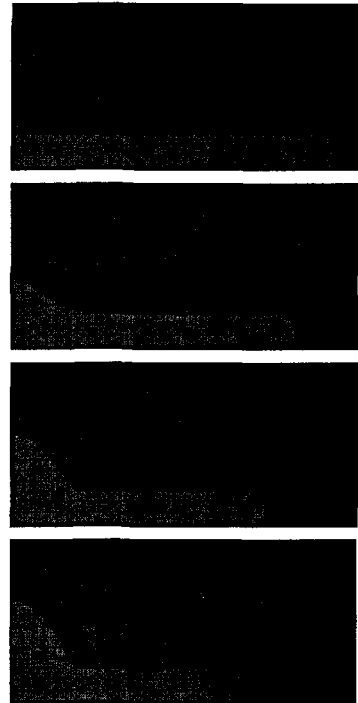


Fig. 8 Taylor impact test, Eulerian analysis

Table 2 Comparison of number of cycles

	Present Code		
	Lagrangian	ALE	Eulerian
N. of cycles	1589	1168	639

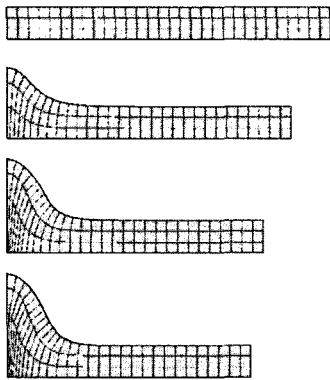


Fig. 9 Taylor impact test, LS-DYNA Lagrangian analysis

5. 결 론

국내에서는 최초로 유한요소법을 적용한 3차원 Simplified ALE hydrocode를 최근에 C/C++ 언어를 사용하여 개발하였다. 이러한 shock physics hydrocode는 선진국에서 도입이 되지 않는 성격의 프로그램으로 국내에서는 처음으로 기반을 마련하게 되었다. 특히 Lagrangian, Eulerian 및 ALE 기법들을 모두 통합한 프레임으로 개발하여 문제에 따른 효율적인 해석 도구의 활용이 가능하게 되었다. 검증으로 Taylor Impact Test를 다루어 각각의 기법들의 장단점을 검토해 보았다.

다중물질 MMALE (Multimaterial ALE) 코드로 확장 연구가 현재 진행 중이며 또한 다중물질처리 기법에서 물질경계면 추적에 2차 정확도 구현할 예정이다.

후 기

이 논문은 국방과학연구소의 고에너지물질 특화연구센터 연구비(UD040023AD) 지원으로 이루어졌음.

참고문헌

- (1) Johnson, W. E., Anderson, C. E., 1987, "History and Application of Hydrocodes in Hypervelocity Impact," *Int. J. of Impact Eng.* Vol. 5, pp. 423~439.
- (2) Lee, M. and Kim, S. W., 2002, "Development of 2D Lagrangian Hydrocode," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 23, No. 5, pp. 137~145.
- (3) Yoo, Y. H. and Lee, M., 2003, "A Three-Dimensional FE Analysis of Large Deformations in Contact-Impacts Using Tetrahedral Elements," *Comp. Mech.* Vol. 30(2), pp. 96~105.
- (4) Benson, 1992, "Computational Methods in Lagrangian and Eulerian Hydrocodes," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 99, pp. 235~394.
- (5) Flanagan, D.P. and Belytschko, T., 1981, "A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control," *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 17, pp. 679~706.
- (6) Hallquist, J.O. Goudreau, G.L. and Benson, D.J., 1985, "Sliding Interfaces with Contact-Impact in Large-Scale Lagrangian Computations," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 51, pp. 107~137.
- (7) Winslow, A. M., 1963, "Equipotential Zoning of Two-Dimensional Meshes," Lawrence Livermore National Lab., UCRL-7312.
- (8) Noh, W. H. and Woodward, P., 1977, "SLIC(Simple Line Interface Calculation)," Lecture Notes in Physics, 59, Springer Verlag.
- (9) Anninos, P., 1999, "New VOF Interface Capturing and Reconstruction Algorithm," Lawrence Livermore National Lab., UCRL-ID-135084.
- (10) Young, D. L., 1982, "Time Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid Distortion," *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, edited by K.W. Morton and M.J. Baines, Academic Press.
- (11) Benson, D. J., 1992, "Momentum Advection on a Staggered Mesh," *J. of Comput. Phys.*, Vol. 100, pp. 143~162.