

〈 논문 〉

## 부틸고무의 변형률 에너지 함수 예측

김 국 원\* · 김 남 웅\*

(2006년 2월 24일 접수, 2006년 7월 31일 심사완료)

### Prediction of Strain Energy Function for Butyl Rubbers

Kug Weon Kim and Nam Woong Kim

**Key Words** : Butyl Rubber(부틸고무), Hardness(경도), Strain Energy Function(변형률에너지 함수), Mooney-Rivlin Model(Mooney-Rivlin 모델), Neo-Hookean Model(Neo-Hookean 모델)

#### Abstract

Up to now, several mathematical theories based on strain energy functions have been developed for rubber materials. These theories, coupled with the finite element method, can be used very effectively by engineers to analyze and design rubber components. However, due to the complexities of the mathematical formulations and the lack of general guidelines available for the analysis of rubber components, it is a formidable task for an engineer to analyze rubber components. In this paper, a method for predicting strain energy functions - Neo-Hookean model and Mooney-Rivlin model - from the hardness using the empirical equation without any experiment is discussed. First, based on the elasticity theories of rubber, the relation between stress and strain is defined. Then, for the butyl rubbers, the model constants of Neo-Hookean model and Mooney-Rivlin model are calculated from uniaxial tension tests. From the results, the usefulness of the empirical equation to estimate elastic modulus from hardness is confirmed and, for Mooney-Rivlin model, the predicted and the experimental model constants are compared and discussed.

#### 1. 서 론

일반적으로 고무는 금속에 비하여 내부마찰이 크고 경제성, 성형의 용이성 때문에 기계구조물의 방충, 방음 및 방진재로 널리 이용되어 왔다. 그러나 고무재료는 하중과 변형이 비선형 관계를 보이고 대변형 범위에서도 탄성거동을 나타내는 초탄성(hyper-elastic)특성을 보인다. 또한 시간에 따라 재료의 물성치가 변하는 점탄성(visco-elastic)

특성을 나타내는 등 매우 난해한 거동을 보인다. 현재까지 고무재료의 비선형 대변형 거동에 대하여 변형률 에너지 함수에 근거한 여러 가지 수학적 이론들이 개발되어 왔다. 이러한 이론들은 유한요소법과 결합되어, 설계자들이 고무부품을 해석하고 설계함에 있어서 매우 효과적으로 이용되고 있다. 그러나 대변형 해석에 필요한 방정식 구성의 어려움과 고무재료에 대한 일반적인 해석 방법의 부재로 인하여, 고무재료의 거동을 해석, 예측하는 일은 매우 번잡스럽고, 세심한 주의를 요한다.

고무재료에 대하여 어떠한 변형률 에너지 함수를 사용할 것인가와 그 함수의 계수를 결정하는 방법에 대해서도 많은 연구가 수행되었다.<sup>(1-3)</sup> 대부분의 고무부품이 비교적 작은 변형 영역에서 사용되며 특히 압축된 상태로 그 기능을 발휘한다는 점을 생각하면, Neo-Hookean 모델 혹은

\* 책임저자, 회원, 순천향대학교 기계공학과  
E-mail : kimkug1@sch.ac.kr  
TEL : (041)530-1225 FAX : (041)530-1550

\* 서울대학교 대학원 기계항공공학부

Mooney-Rivlin 모델을 이용할 수 있다.<sup>(4)</sup>

본 연구에서는 구조물의 방진/방충 마운트로 널리 사용되는 부틸고무에 대하여, Neo-Hookean 모델과 Mooney-Rivlin 모델로 묘사함에 있어서, 고무의 경도로부터 직접 모델상수를 추정하였고 이의 타당성을 검토하였다. 이러한 방법은 고무 재료의 비선형 거동을 어떠한 재료시험없이 예측할 수 있기 때문에 설계적 관점에서 매우 유용한 것이라 사료된다. 먼저 고무를 탄성이론에 근거하여 응력-신장률 관계를 정의하고, 4가지 정도의 부틸고무에 대하여 일축 인장시험으로부터 Neo-Hookean 모델과 Mooney-Rivlin 모델을 결정하였다. 이 결과를 이용하여 경도로부터 고무재료의 탄성계수를 결정하는 수식의 유용성을 판단하였고, 경도로부터 예측되는 Mooney-Rivlin 모델상수를 인장시험 및 인장시험으로부터 결정된 모델상수와 비교, 검토하였다.

## 2. 고무를 탄성거동

### 2.1 초탄성 거동

일반적인 탄성체에서는 하중과 변형과의 관계를 선형으로 가정하지만 고무와 같은 재료는 하중과 변형이 비선형의 관계를 나타내며, 변형률이 약 500%까지 탄성거동을 나타낸다. 이러한 물체를 초탄성체라 하며, 단위 체적당 변형률에너지  $U$ 의 변화율이 응력에 의한 일률과 같다는 개념을 이용하여 거동을 나타낼 수 있다.

$$P = \frac{\partial U}{\partial \epsilon} \tag{1}$$

여기서  $P$ 는 second Piola-Kirchhoff 응력텐서이며,  $\epsilon$ 는 Green-Lagrange 변형률 텐서이다.

고무를 등방성이라 가정하면 변형률 에너지 함수를 변형률 불변계수  $I_1, I_2, I_3$  으로 나타낼 수 있다.

$$U = U(I_1, I_2, I_3) \tag{2}$$

여기서 변형률 불변계수를 주신장률(principal stretch)  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \tag{3}$$

비압축성 재료의 경우, Cauchy 응력텐서  $T$ 는 second Piola-Kirchhoff 응력텐서  $P$ 와 다음의 관계를 가진다.

$$T = FPF^T \tag{4}$$

여기서  $F$ 는 변형구배(deformation gradient)텐서이며 다음과 같이 정의된다.

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} \tag{5}$$

여기서  $x$ 는 현재배치(current configuration),  $X$ 는 기준배치(reference configuration)를 나타낸다.

변형률 불변량과 변형률텐서 사이의 관계로부터 Cauchy 응력텐서는 변형률 에너지 함수와 다음의 관계식을 보인다.<sup>(4)</sup>

$$T = 2 \left( \frac{\partial U}{\partial I_1} B - \frac{\partial U}{\partial I_2} B^{-1} \right) - pI \tag{6}$$

여기서  $p$ 는 정압을 나타내고  $B$ 는 Cauchy-Green 변형률 텐서를 나타내며, 만약 좌표축을 주신장률방향과 같게 놓으면  $B$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$B = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix} \tag{7}$$

### 2.2 고무를 탄성계수

재료를 비압축성이라 가정하면  $I_3 = 1$  이 되어  $U$  는  $I_1, I_2$  만의 함수가 된다. 이러한 변형률에너지 함수를 표현하는 재료모델로서 여러 가지가 제시되어 있으나 비교적 작은 변형 영역에서는 Neo-Hookean 모델 혹은 Mooney-Rivlin 모델을 사용할 수 있는 것으로 알려져 있다.<sup>(4)</sup>

Neo-Hookean 모델의 변형률에너지 함수는 다음

과 같다.

$$U = C_0(I_1 - 3) \tag{8}$$

Mooney-Rivlin 모델의 경우 다음과 같다.

$$U = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \tag{9}$$

여기서  $C_0, C_1, C_2$ 는 모델상수로서 일반적으로 재료시험으로부터 얻어진 하중-변형관계에 의해 결정된다.

단축인장의 경우,  $T_1 = \sigma, T_2 = T_3 = 0, \lambda_1 = \lambda$ 로 정의되고, 주신장률도 비압축성조건에 의하면,  $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$ 의 관계식이 성립한다.

따라서 식 (6)은 다음과 같이 나타내어진다.

Neo-Hookean 모델:

$$T_1 = \sigma = 2C_0\lambda^2 - p \tag{10a}$$

$$T_2 = 0 = 2C_0\lambda^{-1} - p \tag{10b}$$

Mooney-Rivlin 모델:

$$T_1 = \sigma = 2C_1\lambda^2 - 2C_2\lambda^{-2} - p \tag{11a}$$

$$T_2 = 0 = 2C_1\lambda^{-1} - 2C_2\lambda - p \tag{11b}$$

위의 식에서 정압  $p$ 를 소거하면 1축 응력 상태에서 응력  $\sigma$  와 신장률  $\lambda$  사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

Neo-Hookean 모델:  $\sigma = 2(\lambda - \lambda^{-2})C_0\lambda \tag{12}$

Mooney-Rivlin 모델:  $\sigma = 2(\lambda - \lambda^{-2})(C_1\lambda + C_2) \tag{13}$

위 식에서의 응력은 진응력을 나타내며, 공학적으로 많이 사용하는 공칭응력의 경우 진응력을 신장률로 나누어주어야 한다. 즉 공칭응력 (engineering stress)  $S$ 에 대해 나타내면 다음과 같다.

Neo-Hookean 모델:  $S = 2(\lambda - \lambda^{-2})C_0 \tag{14}$

Mooney-Rivlin 모델:

$$S = 2(\lambda - \lambda^{-2})(C_1 + C_2\lambda^{-1}) \tag{15}$$

탄성계수는 신장률에 대해 다음과 같이 정의된

다.

$$E(\lambda) = \lambda \frac{dS}{d\lambda} \tag{16}$$

따라서 탄성계수는 신장률과 다음의 관계식을 나타낸다.

Neo-Hookean 모델:  $E(\lambda) = C_0F_1(\lambda) \tag{17}$

Mooney-Rivlin 모델:

$$E(\lambda) = [C_1F_1(\lambda) + C_2F_2(\lambda)] \tag{18}$$

여기서

$$F_1(\lambda) = 2\left(2\lambda + \frac{1}{\lambda^2}\right) \tag{19a}$$

$$F_2(\lambda) = 2\left(1 + \frac{2}{\lambda^3}\right) \tag{19b}$$

### 3. 인장시험으로부터 모델상수 결정

#### 3.1 실험재료 및 실험방법

부틸고무는 이소부틸렌과 이소프렌의 공중합체이고, IIR로 나타낸다. 공정특성이 우수하며 감쇠능력이 뛰어나 진동과 충격 방지를 위한 지지대와 범퍼 등으로 주로 응용되는 주요한 재료이다. 일반적으로, 변형률 에너지 함수의 모형을 결정하기 위한 실험에는 인장시험, 전단시험, 압축시험 등 여러 가지가 있다. 실험이 간편하고 데이터 처리가 간단하여 가장 광범위하게 사용되는 방법은 1축 인장시험이며, 본 연구에서도 부틸고무의 정적인 기계적 특성을 추출하기 위하여 UTM(Universal Testing Machine, Instron)을 이용하여 1축 인장시험을 수행하였다.

시편은 KS M6782의 아령 1호형을 사용하였으며, 시험 전에 23 °C에서 24시간 이상 유지시켰다. Fig. 1은 시편의 형상 및 치수를 나타낸 것이다. 시편의 표점거리  $L_0$ 는 33 mm이다. 시험기의 인장속도는 5 mm/min, 시험온도는 23 °C 이었으며 변형률 400 %까지 인장시험을 수행하였다.

Fig. 2는 1축인장 실험결과로서 시편의 경도 종류에 따른 하중과 신장률사이의 관계를 나타낸다.

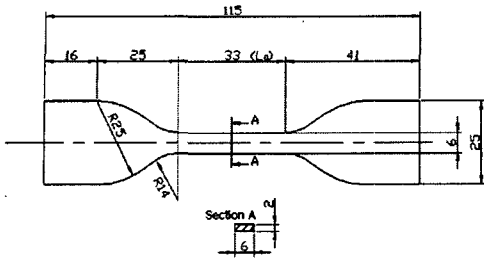


Fig. 1 The tensile specimen (unit : mm)

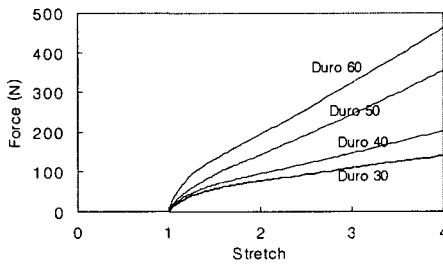


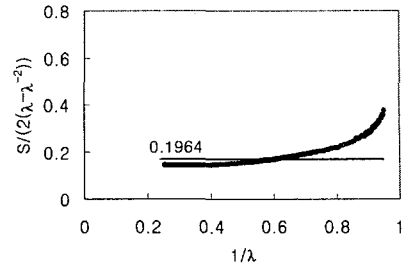
Fig. 2 Force-stretch curves from uniaxial tension test

3.2 모델상수 결정

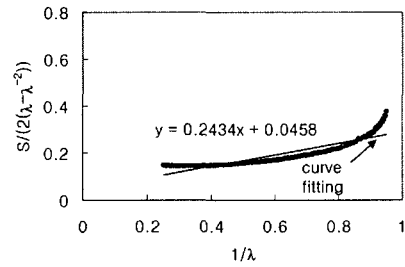
실험결과로부터 변형률에너지 함수의 모델상수를 얻기 위하여 다음과 같은 방법을 취하였다.<sup>(5)</sup>

식 (14), (15)의 응력-신장률 관계식에서,  $S/(2(\lambda - \lambda^{-2}))$  값을  $\lambda^{-1}$ 에 대해 나타내면 Neo-Hookean 모델의 경우 상수  $C_0$ , Mooney-Rivlin 모델의 경우 기울기가  $C_2$ 인 직선의 형태가 된다. 따라서 응력-변형률 실험결과로부터 직선 근사를 취해 Neo-Hookean 및 Mooney-Rivlin 모델상수  $C_0, C_1, C_2$ 를 구할 수 있다. Fig. 3은 Duro 40 고무시편에의 인장시험 결과를 가로축은  $\lambda^{-1}$ , 세로축은  $S/(2(\lambda - \lambda^{-2}))$ 에 대해 나타낸 것이다. 실험자료로부터 일차함수로 근사시켜 Neo-Hookean 및 Mooney-Rivlin 모델상수를 구했으며, 같은 방법으로 Duro 30, 50, 60의 고무시편에 대해서도 계산을 수행하였다. Table 1에 그 결과를 나타내었다.

Figs 4, 5, 6, 7은 각각 Duro 30, 40, 50, 60의 고무시편에 대해 계산된 변형률 에너지 함수와 인장시험결과를 비교한 그림들이다. 전반적으로



(a)



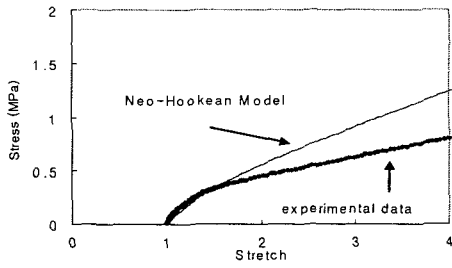
(b)

Fig. 3 Determination of material constants from experimental data of Duro 40: (a) Neo-Hookean model; (b) Mooney-Rivlin model

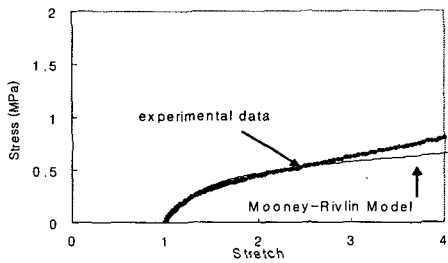
Table 1 Model constants of strain energy function based on the uniaxial tension test [unit : MPa]

Hardness	Neo-Hookean Model Constant	Mooney-Rivlin Model Constant
Duro 30	$C_0 = 0.1574$	$C_1 = 0.0314$ $C_2 = 0.2060$
Duro 40	$C_0 = 0.1964$	$C_1 = 0.0458$ $C_2 = 0.2434$
Duro 50	$C_0 = 0.2709$	$C_1 = 0.1613$ $C_2 = 0.1764$
Duro 60	$C_0 = 0.3931$	$C_1 = 0.1461$ $C_2 = 0.3969$

Neo-Hookean 모델에 비해 Mooney-Rivlin 모델이 실험치를 잘 묘사하고 있다. Neo-Hookean 모델의 경우 신장률 150 % 정도를 넘어서면 실험치와 많은 차이를 보이고 있으며, 이 범위 내에서는 실험치보다 소프트한 거동을, 변형이 증가할수록 과도한 응력을 보이고 있다. Mooney-Rivlin 모델은 신장률 150 %까지 실험치와 매우 잘 일치하였으며, 신장률 약 250 %까지는 실험치를 잘 따

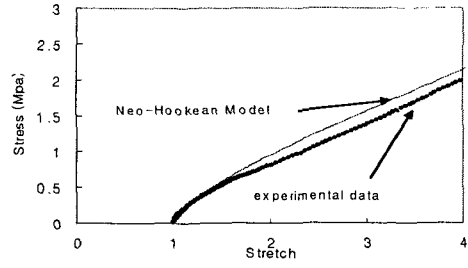


(a)

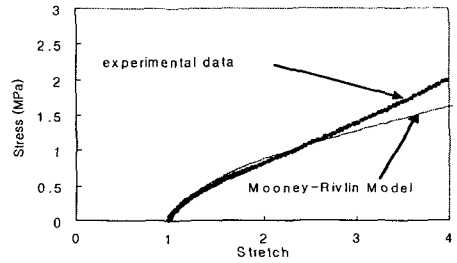


(b)

**Fig. 4** Stress-stretch curve of experimental data of Duro 30: (a) Neo-Hookean model; (b) Mooney-Rivlin model

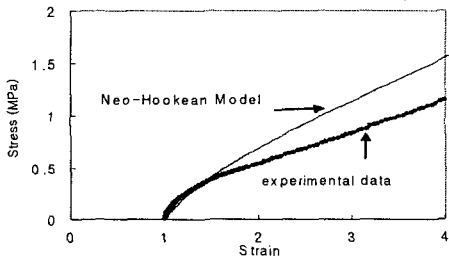


(a)

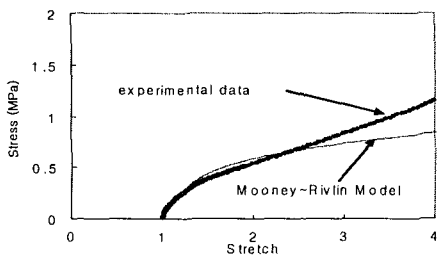


(b)

**Fig. 6** Stress-stretch curve of experimental data of Duro 50: (a) Neo-Hookean model; (b) Mooney-Rivlin model

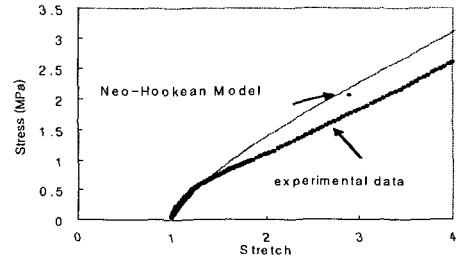


(a)

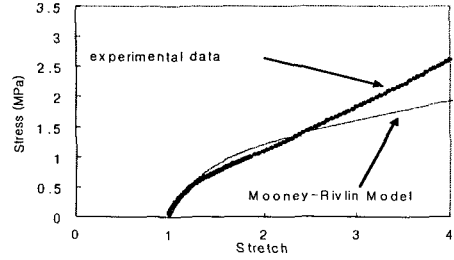


(b)

**Fig. 5** Stress-stretch curve of experimental data of Duro 40: (a) Neo-Hookean model; (b) Mooney-Rivlin model



(a)



(b)

**Fig. 7** Stress-stretch curve of experimental data of Duro 60: (a) Neo-Hookean model; (b) Mooney-Rivlin model

라고고 있으나 그 이상에서부터는 오차가 급격히 증가하며 Neo-Hookean 모델과는 반대로 실험치보다 작은 응력을 보이고 있다. 일반적으로 알려진 바와 같이 두 모델 모두 작은 변형 영역(약 150% 신장률까지) 그 거동을 잘 묘사하지만,<sup>(4)</sup> 그 이상의 변형을 범위에서는 정확하지 못함을 알 수 있다.

#### 4. 경도와 탄성계수

일반적으로 고무제작 기술자들은 고무를 근사적으로 특성화시키고 분류하기 위해 경도 값을 선호한다. 그러나 고무재료를 이용하여 제품에 응용하고자하는 설계자들은 재료의 탄성계수를 필요로 하며, 미소변형인 경우 이를 이용함으로써 그 부품의 강성을 추정하게 된다. 따라서 측정된 경도로부터 탄성계수를 결정하는 손쉬운 방법이 필요하다.

문헌조사에 의하면 경도와 탄성계수의 관계에 대해 많은 연구가 있었다. 이중 Yeoh<sup>(6)</sup>는 측정된 경도로부터 탄성계수를 추정하는 다음의 간단한 실험식을 제안하였다.

$$\text{Log}E_y = 0.0184H_r + 1.704 \quad (20)$$

여기서  $H_r$ 은 경도값이며  $E_y$ 는 psi 단위의 탄성계수이다.

또한 Gent<sup>(7)</sup>는 다음의 수식을 제안하였다.

$$E_g = \frac{56 + 7.66H_r}{2.67r(254 - 2.54H_r)} \quad (21)$$

여기서  $r$ 은 경도측정기의 압입반경이며, 근사적으로 0.0515 cm의 값을 사용한다.  $E_g$ 의 단위는  $\text{kg/cm}^2$ 이다.

먼저 위식들의 유용성을 확인해보겠다. 본 연구에서 사용된 Duro 30, 40, 50, 60에 대해 식 (20), (21)에 따라 탄성계수를 계산하고, 이 값을 인장시험으로부터 구한 Neo-Hookean 및 Mooney-Rivlin 변형률함수의 모델상수로부터 예측되는 탄성계수와 비교해보았다. 식 (17), (18)로부터 신장률이 1에 가까워지면, 재료의 탄성계수는 근사적으로 각각  $6C_0$ ,  $6(C_1 + C_2)$ 와 같다. Table 2에

인장시험으로 결정된 탄성계수와 실험식으로부터 예측되는 탄성계수를 나타내었다. 4가지 고무에 대해 실험식으로부터 예측되는 탄성계수는 Mooney-Rivlin 모델에 의해 결정된 탄성계수와 매우 유사한 값을 보이고 있으며, Neo-Hookean 모델에 의해 결정되는 탄성계수는 상대적으로 작은 값을 보이고 있다. 탄성계수란 변형이 매우 작을 때에만 이용되는 개념임을 생각할 때 앞 절 Neo-Hookean 모델의 응력-신장률 곡선에서 충분히 예측되는 결과이다. 즉 신장률의 값이 1 근처에서 Neo-Hookean 모델의 경우 실제보다 작은 응력값을 보이기 때문이다. 이상의 결과에서, 고무의 경도로부터 탄성계수를 결정할 때 Yeoh의 실험식 및 Gent의 실험식 모두 유용하며 특히 본 연구에 사용된 부틸고무에 있어서는 Gent의 실험식이 상대적으로 좋은 결과를 보이고 있다.

#### 5. 변형률에너지 함수 결정

앞 절에서 Gent의 실험식은 부틸고무의 탄성계수를 매우 잘 추정하였음을 알았다. 여기서는 Gent의 실험식을 이용하여 고무 경도로부터 변형률에너지 함수를 결정하는 방법에 대해 고찰해보겠다.

변형률에너지 함수 중 Neo-Hookean 모델의 경우, Gent의 실험식로부터 계산된 탄성계수와  $6C_0$ 는 서로 같으므로 경도로부터 Neo-Hookean 모델이 결정된다.

Mooney-Rivlin 모델의 경우 식 (21)로부터 계산된 탄성계수가  $6(C_1 + C_2)$ 와 같으므로 Mooney-Rivlin 모델을 결정하기 위해서는 모델상수에 대한 하나의 정보가 더 필요하다. 여기서  $C_1$ 이  $C_2$ 를 유일하게 결정하기 위한 물리적인 근거는 존

Table 2 Young's modulus calculation based on test and prediction based on empirical equation [unit : MPa]

	$6C_0$	$6(C_1+C_2)$	Yeoh's eqn., $E_y$	Gent's eqn., $E_g$
Duro 30	0.9444	1.4244	1.2432	1.1456
Duro 40	1.1784	1.7352	1.8990	1.6948
Duro 50	1.6254	2.0262	2.9009	2.4636
Duro 60	2.3586	3.2580	4.4313	3.6168

재하지 않는 것으로 보인다. 그러나 공학적으로 많이 사용되는 경도 범위 내에서  $C_1$ 과  $C_2$ 와의 관계를 경험적으로 밝힌다면 의미가 있을 것으로 사료된다. 본 연구에서는  $C_1/C_2$ 의 비에 주목하여 인장시험으로부터 결정된 모델상수들을 검토해 보겠다. 4가지 경도 모두  $C_1$  보다  $C_2$ 가 크지만 그 비는 서로 다르다. 즉, Duro 30의 경우  $C_1/C_2$ 가 0.152임에 비해 Duro 40은 0.188, Duro 50은 0.914, Duro 60은 0.368의 값을 보인다. 따라서 실험에 사용된 경도 30 - 60 사이의 부틸고무에 대해서는  $C_1/C_2$ 의 비가 0 - 1 사이의 값을 알 수 있다.

모델상수의 비에 따른 거동특성을 살펴보기 위해, 탄성계수는 경도로부터 추정된 값을 사용하고, 모델상수의 비를 0.1, 0.5, 1.0 등 3가지 경우에 대해 응력-신장률 계산을 수행하였다. 각각의 경우에 대한 Mooney-Rivlin 모델상수 값을 Table 3에 나타내었다.

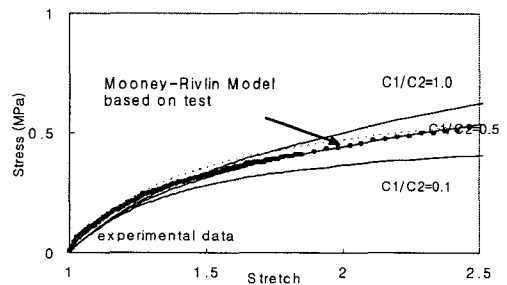
Figs. 8, 9, 10, 11에 모델상수의 비에 따른 응력-신장률 관계를 나타내었는데, 인장시험 결과 및 인장시험으로부터 계산된 Mooney-Rivlin 모델과 비교하였다. 관심영역을 신장률 2.5까지로 한정하였고, 이 범위까지의 실험결과 및 계산결과를 비교하였다. 결과를 살펴보면,  $C_1/C_2$ 값이 증가할수록 큰 응력값이 계산됨을 알 수 있으며, Duro 30의 경우  $C_1/C_2$ 의 값이 0.5일 때 실험 테

이터와 잘 일치하고 있으며, Duro 40, 50의 경우  $C_1/C_2$ 의 값이 0.1과 0.5 사이일 때, 그리고 Duro 60의 경우  $C_1/C_2$ 의 값이 0.1일 때 실험결과를 비교적 잘 묘사하고 있음을 알 수 있다. 따라서 Mooney-Rivlin 모델상수를 계산함에 있어서  $C_1/C_2$ 의 값은 0.1과 0.5 사이의 값을 사용해야 할 것으로 판단되며, Duro 30의 저경도의 경우 0.5에 가까운  $C_1/C_2$ 값, Duro 60의 고경도의 경우 0.1에 가까운  $C_1/C_2$ 값을 사용하는 것이 비교적 더 정확한 결과를 보이고 있다.

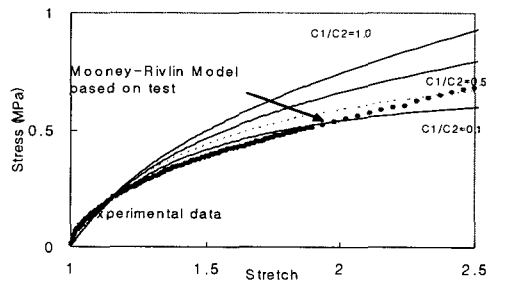
이상의 결과로부터, 부틸고무의 응력-신장률 관계를 번잡스럽고 힘든 재료시험을 통하지 않고, 재료의 경도로부터 곧바로 탄성계수 및 변형률에너지 함수(Neo-Hookean 모델, Mooney-Rivlin 모델)를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

**Table 3** Model constants calculated for various  $C_1/C_2$  based on Hardness

	$C_1/C_2$	$C_1$ [MPa]	$C_2$ [MPa]
Duro 30	0.1	0.0174	0.1736
	0.5	0.0636	0.1273
	1.0	0.0955	0.0955
Duro 40	0.1	0.0257	0.2568
	0.5	0.0942	0.1883
	1.0	0.1412	0.1412
Duro 50	0.1	0.0373	0.3733
	0.5	0.1369	0.2737
	1.0	0.2053	0.2053
Duro 60	0.1	0.0548	0.5480
	0.5	0.2009	0.4019
	1.0	0.3014	0.3014



**Fig. 8** Comparison of stress-stretch curves with experiment, Mooney-Rivlin model based on experiment and numerical data with various ratios of  $C_1/C_2$  for Duro 30



**Fig. 9** Comparison of stress-stretch curves with experiment, Mooney-Rivlin model based on experiment and numerical data with various ratios of  $C_1/C_2$  for Duro 40

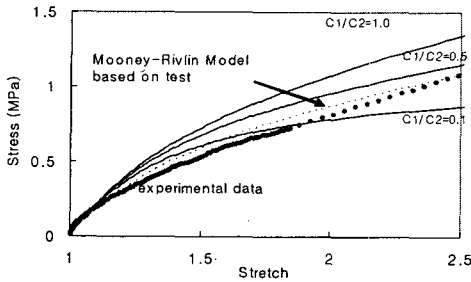


Fig. 10 Comparison of stress-stretch curves with experiment, Mooney-Rivlin model based on experiment and numerical data with various ratios of  $C_1/C_2$  for Duro 50

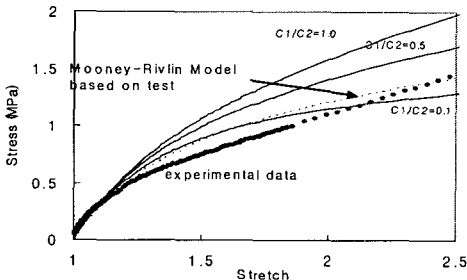


Fig. 11 Comparison of stress-stretch curves with experiment, Mooney-Rivlin model based on experiment and numerical data with various ratios of  $C_1/C_2$  for Duro 60

## 6. 결론

본 연구에서는, 부틸고무의 경도로부터 변형률 에너지 함수(Neo-Hookean 모델, Mooney-Rivlin 모델)를 결정하였다. 구체적으로 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 고려된 4가지 경도의 고무재료에 대해 인장 시험을 실시하고, Neo-Hookean 및 Mooney-Rivlin 모델상수를 결정짓는 방법을 기술하였다. Neo-Hookean 모델의 경우 변형의 크기가 매우 작은 경우에만 사용할 수 있으며, 또한 실험치에 비해 작은 탄성계수 값을 보인다. Mooney-Rivlin 모델은 일반적으로 알려진 바와 같이 변형률 약 150%까지는 실제 거동을 비교적 잘 묘사하였다.

(2) 인장시험으로부터 구해지는 Mooney-Rivlin 모델상수로부터 결정되는 탄성계수와 실험식으로

부터 예측되는 탄성계수는 비교적 잘 일치하였다. 이로부터, 경도로부터 탄성계수를 예측하는 실험식(특히 Gent의 실험식 (21))은 본 연구에서 사용한 부틸고무의 경우 유용하리라 판단된다.

(3) Gent의 실험식 (21)으로부터 Mooney-Rivlin 모델상수를 예측하였고, 인장시험 및 이로부터 결정된 모델상수와 비교하여 그 유용성을 확인하였다. 본 연구에서 사용한 부틸고무(경도 30, 40, 50, 60)의 경우 모델상수를 계산함에 있어서  $C_1/C_2$ 의 값은 0.1에서 0.5 사이의 값을 사용하는 것이 적절하다고 판단된다. 이러한 결과는 부틸고무의 응력-신장률관계를, 재료시험을 통하지 않고, 고무의 경도로부터 Mooney-Rivlin 모델상수를 계산할 수 있으므로 설계적 관점에서 매우 효과적이라 사료된다.

## 참고문헌

- (1) James, A. G., Green, A. and Simpson, G. M., 1975, "Strain Energy Functions of Rubber I. Characterization of Gum Vulcanizates," *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 19, pp. 2033~2058.
- (2) Haines, D. W. and Wilson, W. D., 1979, "Strain Energy Density Function for Rubberlike Materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 27, pp. 345~360.
- (3) Kim, W. D., Kim, W. S., Kim, D. J., Woo, C. S. and Lee, H. J., 2004, "Mechanical Testing and Nonlinear Material Properties for Finite Element Analysis of Rubber Components," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 28, No. 6, pp. 848~859.
- (4) Treloar, L. R. G., 1975, *The Physics of Rubber Elasticity*, 3d Ed., Clarendon, Oxford.
- (5) Finney, R. H. and Kumar, A., 1988, "Development of Material Constants for Nonlinear Finite Element Analysis," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 61, pp. 879~891.
- (6) Yeoh, O. H., 1984, "On Hardness and Young's Modulus of Rubber," *Plastics and Rubber Processing and Appl.*, Vol. 4, No. 2, pp. 141~144.
- (7) Gent, A. N., 1958, "On the Relation Between Indentation Hardness and Young's Modulus," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 31, pp. 896~906.