韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 20집 제 3호, 2006. 9. 343-359

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 20, No. 3, Sep. 2006. 343-359

수학사 및 예화자료를 활용한 교수 · 학습이 학생들에게 미치는 효과
-수학 I 수열 단원을 중심으로-

윤 대 원 (경상대학교)
박 선 정 (마산가포고등학교)

본 연구에서는 고등학교 수학 I 의 수열 단원을 바탕으로 학습자의 흥미유발 및 사고력 계발 육성을 위해, 실생활 소재 및 게임, 영화 속에서 수학적 내용을 추출하여 예화문제를 개발하고, 교수 · 학습이 학생들에게 미치는 효과를 조사하였다.

I. 서 론

第7차 교육과정에서는 다양한 교수 · 학습을 위한 유의사항으로 「생활 주변 현상이나 구체적 사실을 학습 소재로 하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 지도하고 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는 능력을 길러주며, 생활 주변이나 다른 교과에서 접할 수 있는 수학과 관련된 여러 가지 형태의 문제를 다루어, 수학에 대한 흥미와 관심을 갖게 하여, 수학의 필요성을 느끼도록 하고, 수학의 활용성, 타 분야와의 관련성, 가치성 등에 대한 올바른 인식을 가지도록 하여 수학을 대하는 바람직한 태도를 지닐 수 있도록 한다.」 등을 제시하고 있다.

허민(2000)은 수학의 실용성을 보여주는 훌륭한 방법으로 수학사를 이용할 수 있다고 하였다. 수학사를 통해 '수학은 필요에 의해 발생했다'는 점을 확인할 수 있으며, 수학의 각 주제를 좀더 의미있게 전달할 수 있다고 설명하였다.

우정호(1998)는 수학사를 수학교육에 이용하면 다음과 같은 이점이 있다고 하였다. 첫째로 알고리즘적인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는 데 이용할 수 있다. 둘째로 교육과정 구성에서 '자연스러운' 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다. 셋째로 수학의 역사적 발달 과정에 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 접해 보게 하여, 학습동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어 넣을 방안을 찾을 수 있을 것이다. 넷째로 현대 기술 문명의 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다.

---

* ZDM 분류 : U24
* MSC2000분류 : 97U20
* 주제어 : 수학사, 예화자료, 수열

수학교육에 수학사 도입에 관한 연구들을 살펴보면, 이덕호·이만희(2000)는 수학사의 활용을 통해 성취도가 낮은 학생들의 관심과 흥미를 가지게 하여 수업에 참여하게 될 것이라고 하였고, 허민(1997)은 수학사를 통하여 수학의 '인간화'를 도모할 수 있다고 보았고, 김종명(1999)은 수학사를 통해서 수학은 변화하고 발전하는 학문임을 보여줄 수 있다고 하였다.

본 연구에서는 고등학교 2학년 인문계열 학생 31명을 대상으로 개발한 수학사적 교수·학습 자료를 활용한 수업 전·후 단계에서 검사를 실시한 결과, 수학사를 활용한 학습 자료가 수학에 대한 학생들의 흥미와 동기유발, 나아가 수학에 대한 학생들의 인식 변화 및 다양한 문제해결 능력을 기르는 것을 확인하였다.

Ⅱ. 교과서에 실린 수학사 내용 조사

제7차 교육과정의 고등학교 수학Ⅰ 교과서의 수열 단원에서는 수학사를 전개 과정 중 어느 단계에서 다루고 있는지, 어떠한 내용을 다루고 있는지를 조사하기 위해 10종의 교과서를 분석하였다.

<표 1> 제7차 교육과정 수학Ⅰ 교과서 수열 단원에서 다루고 있는 내용

	출판사	도입	전개	정리
A	㈜고려출판	·피보나치 수열		·제갈량의 군대 ·삼각수
B	㈜교학사	·가우스와 수열의 합 ·피보나치 수열 ·토마스 멜더스의 인구론		·파피루스에 실린 수열 이야기
C	㈜금성출판사	·알고리즘의 유래	·가우스와 등차 수열의 합	·피보나치 수열 ·하노이 탑 ·유클리드 호제법
D	대한교과서㈜	·단원에 관련된 수학자 소개		
E	동아서적㈜			·피타고라스 학파와 삼각수
F	㈜두산	·피보나치 수열 ·가우스와 등차수열 의 합	·가우스 ·피타고라스 ·린드 파피루스 ·페아노 ·알콰리즈미	·하노이 탑
G	법문사	·브라만 탑의 수수께끼	·가우스와 등차 수열의 합	·피보나치 수열 ·페르마, 골드바하
H	㈜중앙교육진흥연구소	·피보나치 ·푸리에	·가우스의 합	·피보나치 수열 ·하노이 탑
I	㈜지학사	·피타고라스 학파와 사각수	·가우스의 합	·인구론과 수열 ·하노이 탑
J	㈜천재교육	·가우스 ·삼각수, 사각수 ·하노이 탑		·오각수

10종의 교과서를 분석한 결과 학습 동기 유발을 위해서 많은 교과서들이 수학사에서 흥미 있는 일화를 적당한 위치에 배치하여 다루려고 하였지만, 가우스의 예처럼 교육과정상의 내용과 밀접한 관련을 가진 경우가 드물어 단원에 관련된 수학자를 언급만 하는 경우가 많았다. 수학자의 업적을 다루더라도 개념이나, 원리, 법칙의 발견과 그 발달과정을 생략해 흥미를 유발시키기에는 부족한 부분이 많았다. 그리고 수학사를 학습 동기 유발을 목적으로 해 대부분 도입 부분에 위치하거나 마지막 정리 부분에서 다루고 있었다. 전개 부분에 수학사를 다룬 교과서도 있었지만, 수학자를 언급하거나 설명 없이 수학사를 가져와 문제를 풀도록 지시하는 경우가 대부분이어서 수학 수업의 효율성을 높이는 부분에 미흡하다. 특히 도입 부분에 다루었던 수학사를 전개 부분에서 다시 문제에 활용하고 있는 교과서는 극히 드물어 수학사와 교과 내용이 분리되어 제시 되는 경우가 많았다.

Ⅲ. 수학사를 활용한 교수·학습 자료의 개발과 활용

실제 수업에서 수학사를 다루면 학생들에게 수학이 필요에 의해서 만들어지고, 역사적으로 어떻게 발전해 왔는지, 그리고 계속적으로 발전한다는 것을 보여줄 수 있어 학생들이 수학에 흥미와 관심을 갖게 되어 학습동기 유발이 될 것으로 기대한다. 따라서 교수·학습 자료의 개발은 학생들로 하여금 동기유발이 될 수 있도록 다음 사항에 기준을 두고 자료를 개발하여 활용할 수 있도록 하였다.

첫째, 본 자료는 단원과 관련된 인물, 일화 등은 학생들이 되도록 이해하기 쉬운 것과 대표적인 것을 선정하였다.

둘째, 수학사뿐만 아니라, 책이나 영화, 게임 등 다양한 소재에서 단원과 관련 내용을 추출하여 학습 자료로 재구성하였다.

셋째, 수학 Ⅰ의 수열 단원의 도입 부분에 한정된 수학사적 자료들을 재구성 및 수정 보완하여 교수·학습 전반에 사용할 수 있도록 구성하였다.

여기에서는 수학사 및 예화 문제를 활용한 교수·학습 자료를 몇 가지만 소개하기로 한다.

1. 예화문제 - 소설 『개미』에 나오는 수열

베르나르 베르베르의 소설『개미』에 실려 유명해진 문제입니다.
그러나 그보다 먼저 클리퍼드 스톨(Clifford Stoll)의 유명한 헤커 소설 『뻐꾸기 알』에 등장했습니다.

1
11
12
1121
122111
112213
12221131
?

- 박부성(2001). p.95

발문1. 제8행에 올 수의 배열은?

발문2. 숫자 4가 처음으로 나타나는 행은?

(교사용)

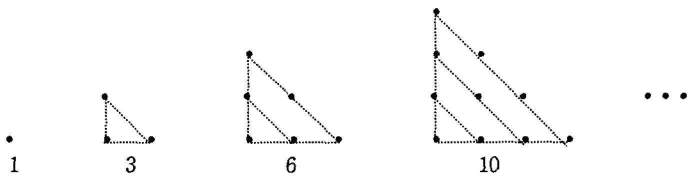
1. 주어진 규칙을 발견하였다면 제 8행은 제 7행을 읽으면서 숫자만 가져오면 된다. 따라서 답은 “1123123111”

2. 주어진 규칙을 따르면서 9행, 10행, … 계속 진행해 나가도 4가 좀처럼 보이지 않는다. 숫자 4가 나타나려면 숫자가 연속하여 4개가 나타나야 한다. 하지만, 아무리 계속하여도 숫자가 연속하여 4개가 나타나지는 않는다. 예를 들면 숫자 2나 3이 1개 있고, 1이 1개 있어서 다음 행에 표현할 때는 “○111”이 되지만, 그 다음에는 다시 2나 3이라는 숫자가 오게 되므로 4개가 연속하여 나타나지 않는다. 같은 방법으로 2나 3도 최대 3개까지는 연속이 가능하지만, 4개가 연속해서 나타나지는 못한다. 따라서 답은 “나타나지 않는다”이다.

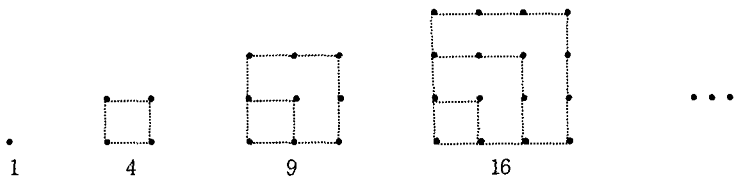
2. 다각수

피타고라스 학파는 여러 가지 수의 신비로운 현상을 연구하여 이름을 붙였다. 아래에 있는 다양한 모양은 수를 나타내는 점을 평면에 표시한 후 선분으로 연결했을 때 나타나는 도형이다. 이 모양을 보고 나타나는 수를 삼각수, 사각수, 오각수, … 로 이름 붙였다.

삼각수



사각수



오각수는 1, 5, 12, 22, 35, 51, …, 육각수는 1, 6, 15, 28, 45, 66, …, 칠각수는 1, 7, 18, 34, 55, 81, …, 팔각수는 1, 8, 21, 40, 65, 96, …, 으로 이루어진다.

- 동아서적(2002). p.150

발문1. n번째 삼각수와 사각수는 어떤 의미를 가지는지 생각해 보자.

발문2. 삼각수와 사각수, 삼각수와 오각수 삼각수와 육각수 사이의 관계에 대하여 생각해 보자.

발문3. n번째 r각수를 구하고, 삼각수와 r각수 사이의 관계에 대하여 생각해 보자 (박교식

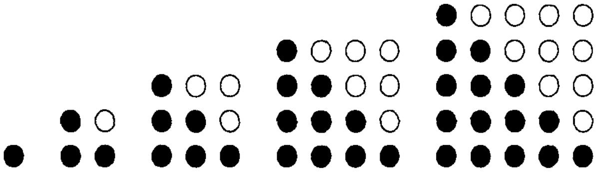
(2002)).

(교사용)

1. 삼각수는 첫째항이 1이고, 계차수열이 2, 3, 4, … 로 이루어져 있어 n번째 삼각수는 1부터 n까지의 자연수의 합과 같다.

사각수는 첫째항이 1이고, 계차수열이 3, 5, 7, … 로 이루어져 있어 n번째 사각수는 1부터 n개의 홀수의 합과 같다.

2. 삼각수와 사각수 사이의 관계는 시각적으로 확인이 가능하다.



여기에서 n번째 사각수는 n번째 삼각수와 $n-1$번째 삼각수의 합임을 알 수 있다. (단, $n \geq 2$) 또한 식으로도 증명 가능하다.

n번째 삼각수는 $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$, $n-1$번째 삼각수는 $a_{n-1} = \frac{1}{2}n(n-1)$ 이므로 $a_n + a_{n-1} = \frac{1}{2}n(n+1) + \frac{1}{2}n(n-1) = n^2 = b_n$ 이다.

n번째 사각수와 $n-1$번째 삼각수를 합하면

$$b_n + a_{n-1} = n^2 + \frac{1}{2}n(n-1) = \frac{1}{2}n(3n-1) = c_n$$

이므로 n번째 오각수가 된다. 여기에서 사각수를 다시 삼각수로 표현하면

$$c_n = b_n + a_{n-1} = a_n + a_{n-1} + a_{n-1} = a_n + 2a_{n-1} \text{ (단, } n \geq 2)$$

이다. 즉, n번째 오각수는 n번째 삼각수와 $n-1$번째 삼각수의 2배의 합이다.

마지막으로 삼각수와 육각수 사이의 관계를 살펴보자.

n번째 육각수에서 n번째 삼각수를 빼면

$$\begin{aligned} d_n - a_n &= n(2n-1) - \frac{1}{2}n(n+1) \\ &= \frac{3}{2}(n^2 - n) \\ &= \frac{3}{2}n(n-1) \\ &= 3a_{n-1} \end{aligned}$$

이 되므로

$$d_n = a_n + 3a_{n-1} \text{ (단, } n \geq 2)$$

이다. 따라서 n번째 육각수는 n번째 삼각수와 $n-1$번째 삼각수의 3배의 합임을 알 수 있다.

3. 삼각수의 수열의 계차수열의 일반항은 $n+1$,

사각수의 수열의 계차수열의 일반항은 $2n+1$,

오각수의 수열의 계차수열의 일반항은 $3n+1$,

육각수의 수열의 계차수열의 일반항은 $4n+1$이므로 r각수의 수열의 계차수열의 일반항은 $(r-2)n+1$임을 알 수 있다.

따라서 r각수의 일반항 r_n은

$$\begin{aligned} r_n &= 1+\sum_{k=1}^{n-1}\{(r-2)k+1\} \\ &= 1+(r-2)\cdot\frac{1}{2}n(n-1)+(n-1) \\ &= \frac{1}{2}n(n-1)r+2n-n^2 \\ &= \frac{1}{2}n\{(r-2)n+(4-r)\} \end{aligned}$$

이다.

위 2번에서 다각수와 삼각수 사이의 관계를

n번째 사각수는 $b_n = a_n + a_{n-1}$, n번째 오각수는 $c_n = a_n + 2a_{n-1}$, n번째 육각수는 $d_n = a_n + 3a_{n-1}$ (단, $n \geq 2$) 로 나타낼 수 있다. 따라서 r각수와 삼각수 사이에 다음의 관계가 성립할 것으로 추측이 가능하다.

$r_n = a_n + (r-3)a_{n-1}$ (단, $n \geq 2$)

실제로 위 식이 성립함을 보일 수 있다. n번째 삼각수는 $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$,

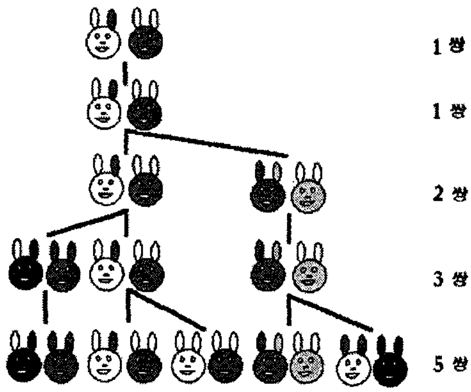
$n-1$번째 삼각수는 $a_{n-1} = \frac{1}{2}n(n-1)$ 이므로

$$\begin{aligned} a_n+(r-3)a_{n-1} &= \frac{1}{2}n(n+1)+(r-3)\cdot\frac{1}{2}n(n-1) \\ &= \frac{1}{2}n(n+1)+(r-3)(n-1) \\ &= \frac{1}{2}n(r-2)n+(4-r) \\ &= r_n\ (\text{단, } n \geqq 2) \end{aligned}$$

3. 피보나치 수열

이탈리아의 수학자 피보나치는 다음과 같은 문제를 제시하였다.

「갓 태어난 암수 한 쌍의 토끼가 있다. 이 토끼는 태어나서 1개월만 지나 성장해서 어미가 되고, 그 후 매월 암수 한 쌍의 토끼를 낳는다. 태어난 한 쌍의 토끼는 생후 2개월이면 마찬가지로 매월 한 쌍의 토끼를 낳는다고 한다. 이와 같이 계속될 때, 12개월 후 토끼는 몇 쌍이 되겠는가? (단, 토끼는 죽지 않는다.)」



이 토끼의 쌍의 수를 매월 계산하여 보면 다음과 같은 수열을 얻는다.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,⋯

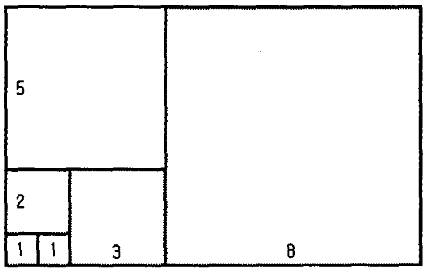
이와 같이, 연속한 두 항의 합이 다음 항을 이룰 때, 이를 피보나치 수열이라고 한다.
이러한 피보나치 수열이 발견되면서 수열은 많은 수학자들의 이목을 끌게 되었고 그 결과 점차 학문적으로 발전하였다.

- 고려출판사(2002). p.105

발문1. 아래의 피보나치 사각형의 넓이를 이용하여 피보나치 수열 $\{f_n\}$ 의 처음 6개 항의 제곱의 합을 구해보자. 또,

$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + \cdots + f_n^2 = f_n \cdot f_{n+1} \quad (\text{단}, n \geq 2)$$

이 성립함을 설명하여라. (주어진 숫자는 변의 길이를 나타낸다.)



발문2. 피보나치 수의 처음 n개의 합을 계산하면 $f_1 + f_2 + \cdots f_n = f_{n+2} - 1$ 이 성립함을 증명하여라.

발문3. 가로, 세로의 길이가 각각 1, 2인 직사각형이 있다. 세로의 길이가 2가 되도록 직사각형을 배열할 때, n개의 직사각형을 배열하는 규칙을 찾아보자.

(교사용)

1. 수열 $\{f_n\}$ 의 처음 6개 항의 제곱의 합은 8과 13을 두 변으로 갖는 직사각형의 넓이와 같음을 알 수 있다. 따라서

$$f_1^2+f_2^2+\cdots+f_6^2=1^2+1^2+2^2+3^2+5^2+8^2=8\cdot 13$$

수학적 귀납법으로 $f_1^2+f_2^2+f_3^2+\cdots+f_n^2=f_n\cdot f_{n+1}$ (단, $n\geq 2$)를 증명하자.

먼저 주어진 사각형에서 한 변의 길이가 1인 2개의 사각형의 넓이의 합은 2이므로 $2=1\times 2$로 나타낼 수 있다.

따라서 $n=2$일 때 주어진 식은 성립한다.

$n=k$일 때 주어진 식이 성립한다고 가정하면,

$$f_1^2+f_2^2+f_3^2+\cdots+f_k^2=f_k\cdot f_{k+1}\ \cdots ①$$

이 성립한다.

식 ①의 양변에 f_{k+1}^2 을 더하면

$$\begin{aligned} f_1^2+f_2^2+f_3^2+\cdots+f_k^2+f_{k+1}^2 &= f_k\cdot f_{k+1}+f_{k+1}^2 \\ &= f_{k+1}(f_k+f_{k+1}) \\ &= f_{k+1}\cdot f_{k+2} \end{aligned}$$

이므로 $n=k+1$일 때도 주어진 식이 성립한다. 그러므로

$$f_1^2+f_2^2+f_3^2+\cdots+f_n^2=f_n\cdot f_{n+1}\ \ (\text{단, } n\geq 2)$$

이 성립한다.

2.

$$\begin{aligned} f_1 &= f_3-f_2, \\ f_2 &= f_4-f_3, \\ &\cdots \\ f_n &= f_{n+2}-f_{n+1} \end{aligned}$$

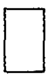
인데, 이 식들을 변끼리 더하면,

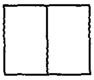
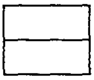
$$f_1+f_2+\cdots+f_n=f_{n+2}-f_2$$

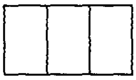
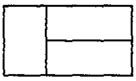
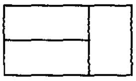
를 얻고, $f_2=1$이므로

$$f_1+f_2+\cdots f_n=f_{n+2}-1\ .$$

3. 세로의 길이가 2가 되도록 블록을 쌓아야 하기 때문에

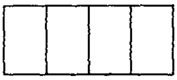
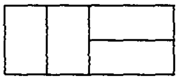
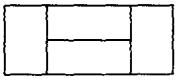
$n=1$ : 1가지 경우 밖에 없다.

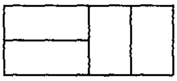
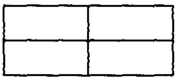
$n=2$  ,  : 2가지 경우이고,

$n=3$  ,  ,  : 3가지 경우이다.

이때, 맨 앞 블록이 세로로 긴 경우 다음에 올 칸이 2칸 비어 있으므로 $n=2$ 인 경우의 수와 같고, 맨 앞 블록이 가로로 긴 경우 다음에 올 칸이 1칸 비어 있으므로 $n=1$일 때의 경우의 수와 같다. 따라서 $n=3$ 일 때의 경우의 수는 $n=1$와 $n=2$의 경우의 수의 합과 같다.

같은 방법으로, $n=4$ 일 때는 5가지 경우이다.

 ,  ,  ,

 , 

맨 앞 블록이 세로로 긴 경우 다음에 올 칸이 3칸 비어있으므로 $n=3$ 인 경우의 수와 같고, 맨 앞 블록이 가로로 긴 경우 다음에 올 칸이 2칸 비어 $n=2$ 일 때의 경우의 수와 같다. 따라서 $n=4$일 때의 경우의 수는 $n=2$ 와 $n=3$ 의 경우의 수의 합과 같다.

높이가 2가 되도록 블록을 쌓을 때의 규칙은 피보나치 수열과 같다. 단 첫 번째 항과 두 번째 항이 모두 1이 피보나치 수열과는 달리 첫 번째 항은 1이고, 두 번째 항은 2로 시작하며 n개의 블록을 쌓는 경우의 수는 $n-1$ 개와 $n-2$ 개의 블록을 쌓을 때의 경우의 수의 합과 같다.

이 외에도 다음과 같은 주제로 발문과 그에 대한 풀이를 만들어 보았습니다.

<표 2> 활동지의 주제 및 발문 내용

소단원	주제	발문내용
수열의 뜻	파피루스에 실린 수열 이야기	· 수열의 예 찾기 · 수열의 규칙을 식으로 나타내기
등차수열	게임으로 배우는 수열	· 20개의 고리를 두 명이 순대를 정하여 한 번씩 번갈아 가며 1번에 3개까지 옮길 수 있고 마지막 20번째 고리를 옮기면 지는 게임에서 항상 이길 수 있는 방법 찾기 · 같은 방법으로 20번째 고리를 잡는 사람이 이기는 게임에서 항상 이길 수 있는 방법 찾기
	아벨의 일화	· 1부터 100까지의 등차수열의 합 구하기 · 자연수 n까지의 합으로 일반화시키기 · 홀수의 합과 짝수의 합을 구하고, 그 의미를 찾아보기
	저울 문제	· 10개의 구슬이 든 10개의 주머니 중 1개의 주머니에는 무게가 9g인 구슬이 들어있고, 나머지 9개의 주머니에는 무게가 10g인 구슬이 들어있을 때, 저울을 적게 사용하여 무게가 9g인 구슬이 든 주머니를 찾기
등비수열	선비의 꾀	· 등비수열의 규칙 찾기
	제갈량의 군대	· 등비수열의 합 구하기
여러 가지 수열	벌집의 원리	· 여러 가지 수열의 규칙 찾기
	브라만 탑의 수수께끼	· 여러 가지 수열의 규칙 찾기 · 브라만 탑의 수수께끼를 해결하기
	티티우스-보데 수열	· 여러 자기 수열의 규칙 찾기
수학적 귀납법	다이하드3	· 30ml와 50ml의 물통을 이용하여 40ml의 물을 만들고, 그 과정을 단계별로 나타내기

Ⅳ. 학생들의 태도 검사 및 분석

1. 실험설계

문헌 연구를 바탕으로 직접 제작한 학습지를 경남 소재 모 고등학교의 2학년 남자 인문반 1개반, 31명을 대상으로 수업을 실시한 다음 수학에 대한 태도의 변화를 알아보기 위하여 사전 검사와 사후 검사를 실시하였다. 대상 학급의 학생들의 수리영역의 성취도가 전국평균에 비해 떨어지는 비교적 수학에 흥미가 없는 집단을 대상으로 하였다. 분석방법은 두 모집단의 평균의 차이 유무를 판단하는 통계적 검정 방법으로, '두 모집단의 평균 간의 차이는 없다'라는 귀무가설과 '두 집단의 평균 간에는 차이가 있다'라는 대립가설 중에 하나를 선택하는 t-검정 방법을 사용하였다.

2. 검사도구

학습태도 검사지는 한국교육개발원(1992)에서 제작한 검사문항 중 흥미, 주의집중, 자신감, 성취동기 영역에 속하는 각 5문항씩 20문항으로 제작하였다(부록, 수학적 태도 검사지 참고).

영 역	문 항
흥 미 영역	1, 5, 9, 13, 17
주의집중 영역	2, 6, 10, 14, 18
자 신 감 영역	3, 7, 11, 15, 19
성취동기 영역	4, 8, 12, 16, 20

3. 가설검정의 순서

1) 귀무가설 : 수학사를 활용한 교수·학습 자료가 고등학교 2학년 인문계열의 학생들에게 수학 및 수학교과에 대한 태도에 유의미한 효과가 없을 것이다.

2) 대립가설 : 수학사를 활용한 교수·학습 자료가 고등학교 2학년 인문계열의 학생들에게 수학 및 수학교과에 대한 태도에 유의미한 효과가 있을 것이다.

3) 유의수준 : 0.05

4) 검정통계량을 계산하여 결과를 분석한다.

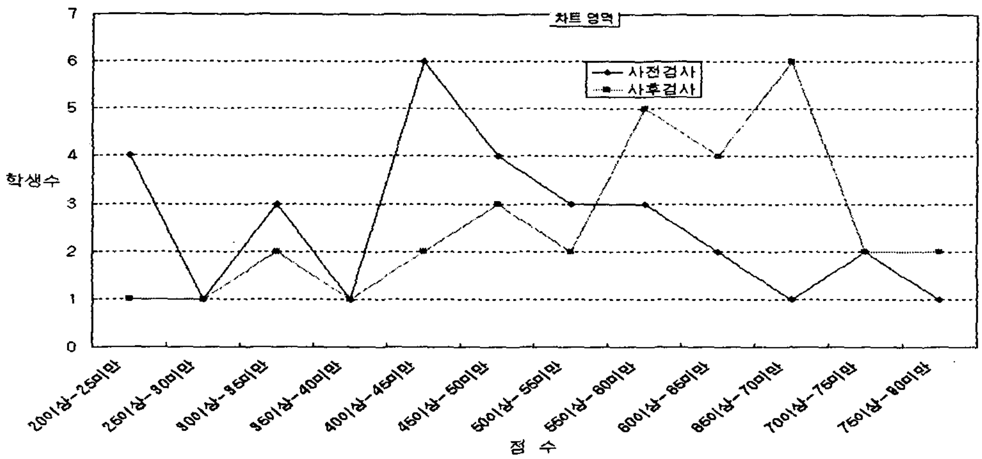
4. 분석 결과

<표 3> 전체 및 영역별 기술 통계량 (100점/25점 만점)

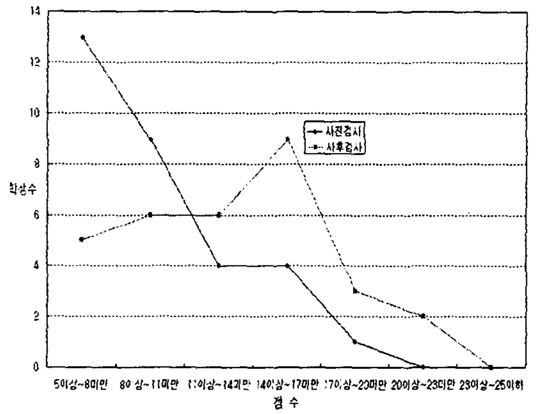
	사전/사후	학생수	평균	표준오차	표준편차
전 체	사전	31	46.1	0.4975	15.42
	사후		55.16	0.4624	14.33
흥 미 영역	사전		8.97	0.1245	3.86
	사후		12.4	0.1456	4.51
주의집중 영역	사전		13.1	0.1376	4.27
	사후		14.2	0.1062	3.29
자 신 감 영역	사전		10.6	0.1331	4.13
	사후		13.4	0.1393	4.32
성취동기 영역	사전		13.4	0.1466	4.54
	사후		15.2	0.1498	4.64

<표 4> 영역별 대응 표본 t-검정 통계량 ($P < 0.05$)

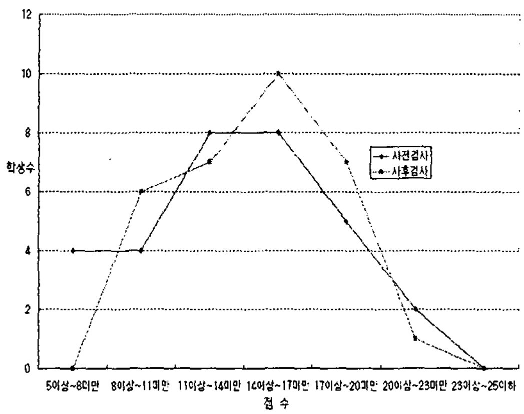
	평균	자유도	t통계량	$P(T \leq t)$ 양측검정	t기각치 양측검정
전 체	-9.0645	30	-2.3448	0.0258	2.0423
흥 미 영역	-3.3871		-2.9153	0.0067	
주의집중 영역	-1.1612		-1.2381	0.2253	
자 신 감 영역	-2.7419		-2.5144	0.0175	
성취동기 영역	-1.7742		-1.5270	0.1372	



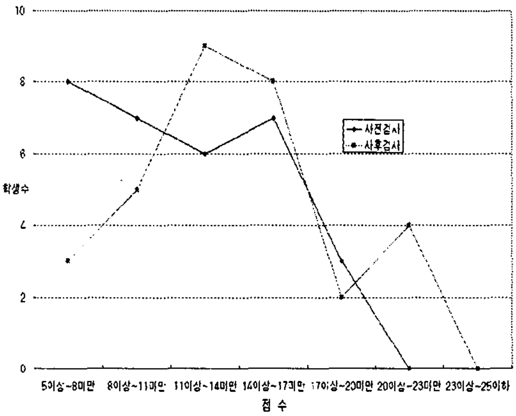
<그림 1> 수학적 태도에 대한 학생들의 분포 상태



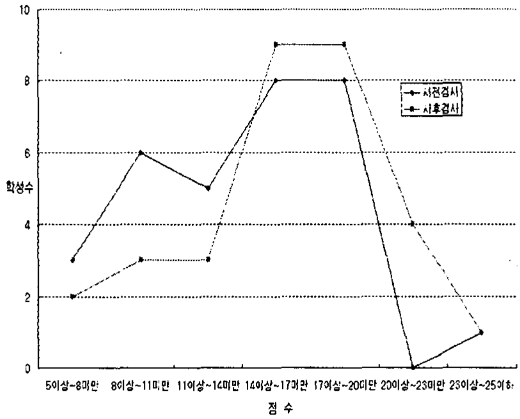
<그림 2> 흥미 영역에 대한 학생들의 분포 상태



<그림 3> 주의집중 영역에 대한 학생들의 분포 상태



<그림 4> 자신감 영역에 대한 학생들의 분포 상태



<그림 5> 성취동기 영역에 대한 학생들의 분포 상태

위에서 살펴본 수학적 태도검사에서 태도 검사지는 한국교육개발원에서 개발한 검증된 검사지로서 검사도구는 4가지 영역 총20문항으로 구성되어 있다. 고등학교 2학년 인문계열 학생 31명을 대상으로 개발한 수학사적 교수 · 학습 자료의 활용한 수업 전 · 후 단계에서 검사를 실시하여 수학사 및 예화자료가 학생들의 수학교과에 대한 태도에 유의미한 효과가 있는지 알아보기 위해 t-검정(쌍체비교)을 실시하였다. 그 결과 전체 평균과 흥미 영역, 자신감 영역의 확률이 각각 0.0258, 0.0067, 0.0175로 유의수준 0.05에서 가설을 기각하므로 교수 · 학습 지도시 수학사 및 예화자료를 활용할 경우 전체적인 수학적 태도에 유의미한 변화를 보였고, 특히 수학에 대한 흥미와 자신감을 갖는 것으로 나타났다. 수학사 및 예화자료를 통해 학생들의 흥미도가 4개의 영역 중 가장 변화가 크게 나타났다. 반면에 주의집중 영역과 성취동기 영역의 확률은 각각 0.2253, 0.1372로 가설을 채택하여 변화가 없는 것으로 나타났다. 수학에 대한 흥미와 자신감영역은 변화가 있었지만, 상대적으로 주의집중이나 성취동기 영역에 변화가 없다는 결과가 나타나 그 원인을 조사해 본 결과 크게 두 가지 이유를 찾을 수 있었다. 하나는 수학적 태도 검사는 각 영역별로 25점 만점으로 이루어졌고, 그 중 사전검사에서 상대적으로 점수가 낮았던 흥미 영역과 자신감 영역에서는 많은 변화를 볼 수 있었지만, 반대로 사전검사에서 점수가 높게 나타난 주의집중 영역과 성취동기 영역은 그 변화율이 적게 나타났다는 것이다. 또 하나의 이유는 학생들에게 질의응답 결과 수학사를 활용하여 실제 수업이 이루어진 기간이 짧았다는 것과 수업 후 성취도를 평가할 기회가 없어 실제 변화됨을 못 느낀 것으로 나타났다.

V. 결 론

교육 현장에서는 단원과 관련된 수학사나 수업 자료의 필요성을 절실히 느낀다. 수업 시간에 활용하기 위해 자료를 찾다보면 이 책, 저 책 흩어져 있어 많은 시간이 필요할 뿐만 아니라, 중 · 고등학생 수준으로 제시되어 있지 않아 다시 자료를 재구성하는 노력이 필요하였다. 따라서 본 연구에서는

실제 현장에 적용할 수 있는 자료 개발에 중점을 두었고 이를 수업에 직접 활용해 본 결과 수학사나 다양한 예화문제가 학생들의 흥미유발에 상당한 효과가 있는 것으로 밝혀졌다.

실제 수학사와 예화 문제로 구성된 학습지를 사용해 본 결과 교과서 내용을 충분히 분석하여 전달하고, 주어진 문제에 대하여 다양한 풀이 방법을 제시하는 학습 지도도 학생들에게 유익했지만, 수학사나 다양한 예화 문제들은 학생들의 흥미유발에 상당한 효과를 보였고, 그 내용의 이해나 기억에도 상당히 도움이 되는 것으로 보였다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 제7차 교육과정, 교육부 고시 제 1997-15호[별책 8].

김종명 (1999). 수학사를 도입한 수학교육, 수학사랑 제1회 MATH FESTIVAL.

박교식 (2002). 수열의 교수·학습을 위한 교수단원 소재 연구-다각수와 각뿔수-, 대한수학교육학회지<학교수학> **4(3)**, pp.361-373.

박규홍 · 임성근 · 양지청 · 김수영 · 남기수 · 양경식 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 교학사.

박배훈 · 김원경 · 조민식 · 김두성 · 김원석 · 정원진 · 이대현 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 법문사.

박부성 (2001). 재미있는 영재들의 수학퍼즐, 자음과 모음.

우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부.

우정호 · 류희찬 · 문광호 · 송갑석 · 박선화 · 박경미 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 대한교과서.

이강섭 · 허민 · 김수환 · 이정례 · 임영훈 · 왕규채 · 송교식 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 지학사.

이덕호 · 이만희 (2000). 수학수업의 흥미유발을 위한 수학사 및 예화자료 연구, 한국학교수학회논문집 **3(1)**, pp.59-67.

임재훈 · 이경화 · 김진호 · 윤오영 · 반용호 · 조동석 · 이희종 · 박수연 · 한명주 · 남승진 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 두산.

정광식 · 강병개 · 서정인 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 동아서적.

조태근 · 임성모 · 정상권 · 이재학 · 홍진곤 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 금성출판사.

최봉대 · 강옥기 · 황석근 · 이재돈 · 김영욱 · 홍진철 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 중앙교육진흥연구소.

최상기 · 이용수 · 이만근 · 이재실 · 백한미 · 조택상(2002). 고등학교 수학Ⅰ, 고려출판.

최용준 · 신현성 (2002). 고등학교 수학Ⅰ, 천재교육.

허민 (1997). 수학사를 활용한 수학 교육, 기초과학연구소논문집.

허민 (2000). 수학의 실용성, 수학사랑 제2회 MATH FESTIVAL.

The Effect of using Teaching-Learning Materials from Mathematical History, with Illustrations of the Impact Students

-Centered around Sequence Chapter of Mathematics I-

Yoon, Dae Won
Dept. of Mathematics Education, Gyeongsang National University, 660-701, Korea
E-mail : dwyoon@gsnu.ac.kr

Park, Sun Jung
Masan Gapo high school, 631-320, Korea
E-mail : 9736018@hanmail.net

The purpose of this research is to study the effect of using teaching materials related to the chapter on the mathematical history of sequence and to propose practical ways for teachers to use the materials in class. This study will show how to employ mathematical history to illustrate the practical use of mathematics, arouse students' interest, and improve the understanding of mathematics of students who are not interested in mathematics.

* ZDM Classification : U24
* MSC2000 Classification : 97U20
* Key words : mathematical history, illustrations, sequence

<부록> 수학적 태도 검사지

※ 이 설문지는 시험이 아니므로 틀린 답이나 정답이 없습니다.

이 설문지는 여러분의 수학 및 수학교과에 대한 태도를 알아보고자 작성한 것입니다.

따라서 여러분의 성적과는 전혀 상관이 없습니다. 그러니 각 문항에 대해 자세히 읽고 빠짐없이 여러분의 의견을 솔직하게 나타내어 주십시오.

( )고등학교 2학년 성별 ( )

1. 나는 수학 시간이 즐겁다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

2. 나는 수학 시간에 다른 생각을 많이 한다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
1	2	3	4	5

3. 나는 수학 공부를 잘해서 칭찬을 받을 수 있다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

4. 나는 수학 시간에 배운 것을 응용해 보고 싶다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

5. 수학 공부를 열심히 할수록 재미있는 것 같다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

6. 나는 수학 시간에 선생님이 가르치는 것을 열심히 듣는다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

7. 나는 수학 공부만큼은 잘 할 수 있다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

8. 나는 수학 시험을 본 후에 점수를 빨리 알고 싶다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

9. 나는 수학 시간이 지루하다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
1	2	3	4	5

10. 나는 수학 시간에 다른 학생과 장난을 하지 않는다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

11. 나는 수학 시험에서 좋을 점수를 얻을 수 있다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

12. 수학 공부는 선생님한테 혼나지 않을 정도만 하면 된다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
1	2	3	4	5

13. 나는 수학 시간이 기다려 진다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

14. 나는 수학 시간에 바르게 앉아서 공부한다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

15. 나는 수학 공부를 잘 할 수 없다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
1	2	3	4	5

16. 나는 다른 학생보다 수학 공부를 더 잘 하고 싶다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

17. 난 수학시간이 좀 많았으면 좋겠다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

18. 나는 수학 시간이 언제 끝났는지 모를 때가 많다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

19. 나는 앞으로 수학과목에서 좋은 성적을 올릴 수 있다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

20. 나는 수학 공부를 잘하기 위하여 계획을 세우고 노력한다.

매우 그렇다	그렇다	보통이다	아니다	전혀 아니다
5	4	3	2	1

※ 설문 응답 결과는 순수한 연구 목적 이외에는 사용 및 공개되지 않을 것입니다.