

곡절 길이비에 따른 복합적층 절판 구조물의 거동

Behaviors of Laminated Composite Folded Structures According to Ratio of Folded Length

유 용 민† 임 성 순* 장 석 윤**
Yoo, Yong-Min Yhim, Sung-Soon Chang, Suk-Yoon
(논문접수일 : 2005년 7월 7일 ; 심사종료일 : 2006년 8월 29일)

요 지

본 연구에서는 복합적층 절판 구조물을 고차 전단변형이론을 이용하여 길이변화에 의한 거동 특성을 해석한다. 고차 전단변형이론을 적용하기 위하여 잘 알려진 Lagrangian 및 Hermite 보간함수를 병용한 방법은 다소 복잡하고 4절점 요소에만 적용할 수 있으며, 3절점 요소에 적용할 경우 매우 복잡하게 된다. 이러한 단점 및 복잡성을 피하기 위하여 Lagrangian 보간함수만을 사용한 고차 전단변형이론을 이용하며 복합적층 절판 구조물의 해석과정의 편의성 및 정확성을 위하여 면내 회전각 자유도를 추가한다. 그러므로 한 요소 당 4개의 절점이 있으며, 한 절점 당 10개의 자유도를 가지게 된다. 기존의 절판 구조물은 길이 변화에 대한 영향을 고려한 경우가 적으므로 본 연구에서는 이를 중심 변수로 설정하여 다양한 매개변수 연구를 수행한다. 본 연구에서는 길이 변화에 따라 예측하기 힘든 복잡한 거동을 보이는 복합적층 절판 구조물의 거동 특성을 분석하여 합리적인 설계가 가능하고자 한다.

핵심용어 : 복합적층, 고차 전단변형이론, Lagrangian 보간함수, 면내회전각 자유도, 길이 변화

Abstract

This study deals with behavior characteristics of laminated composite folded structures according to ratio of folded length based on a higher-order shear deformation theory. Well-known mixed finite element method using Lagrangian and Hermite shape interpolation functions is a little complex and have some difficulties applying to a triangular element. However, a higher-order shear deformation theory using only Lagrangian shape interpolation functions avoids those problems. In this paper, a drilling degree of freedom is appended for more accurate analysis and computational simplicity of folded plates. There are ten degrees of freedom per node, and four nodes per element. Journal on folded plates for effects of length variations is not expressed. Many results in this study are carried out according to ratio of folded length. The rational design is possible through analyses of complex and unpredictable laminated composite folded structures.

Keywords : laminated composite, a higher-order shear deformation theory, lagrangian shape interpolation functions, a drilling degree of freedom, variations of length

1. 서 론

복합재료의 우수한 구조적인 장점들로 인하여 다양한 분야에서 사용되기 시작하고 있다. 예전부터 사용되던 항공기, 선박 뿐만 아니라 빌딩 및 교량 등의 공학분야로 넓어지고 있는 추세이다. 특히 복합재료가 가지고 있는 고강도, 저중량, 낮은 열팽창 계수, 피로 및 부식에 대한 높은 저항성 등으로 인하여 토목구조물에 더 많은 적용이 시도되고 있다.

복합재료의 해석을 위하여 그 동안 다양한 이론이 사용되고 있다. 이 중에는 잘 알려진 고전적 판이론, 일차 전단 변형이론 및 근래에 사용되기 시작한 고차 전단변형이론(Lo 등, 1997) 등이 있다. 본 논문에서는 복합적층 절판 구조물을 해석하기 위하여 두께 방향으로 포물선 형태로 가정하여 상·하면에 전단응력이 없는 실구조와 가장 유사하게 예측할 수 있는 고차 전단변형이론을 사용한다. 고차 전단변형이론 중에서 다양한 해석방법이 있지만 Reddy에 의

† 책임저자, 정회원 · 삼성엔지니어링 인프라사업팀
전화: 02-3458-4229 ; Fax: 02-3458-4075
E-mail: yooym@uas.ac.kr

* 정회원 · 서울시립대학교 토목공학과 교수 공학박사

** 서울시립대학교 토목공학과 교수 공학박사

• 이 논문에 대한 토론을 2006년 12월 31일까지 본 학회에 보내주 시면 2007년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

해 사용된 Lagrangian 및 Hermite 함수를 사용하는 방법(Reddy, 1984; 1990)이 아닌 Lagrangian 함수만을 사용하는(Dhainaut, 1997; Sadek, 1998)을 이용한다. 이런 이유로는 구조물의 해석에서 사각형 요소가 아닌 삼각형 요소를 사용하는 경우가 발생하는데, 이때 Lagrangian 및 Hermite를 병용하여 사용한 방법은 삼각형 요소에 적용할 경우 해석 과정이 매우 복잡하게 된다. 그러므로 본 연구에서는 Lagrangian 보간함수만을 사용한 고차 전단변형이론을 이용한다. 본 논문에서는 병용하여 사용하는 방법이 아닌 Lagrangian 보간함수만을 사용한 방법은 평판에만 적용되고 있으므로 이를 절판 구조물로 확장한다.

절판에 대한 역학적 특성을 규명하기 위하여 다양한 연구가 수행되었다. 최초로 Goldberg와 Leve가 절판에 대해 탄성법을 사용한 해석을 수행하였고(Goldberg 등, 1957), 비등방성을 보이는 복합재료를 사용한 적층 절판의 진동 해석은 Niyogi(Guha Niyogi 등, 1999)에 의해 이루어졌다. 그러나 Niyogi 등의 절판 해석은 일차 전단변형이론에 근거한 것이다. 일차 전단변형이론에 의한 해석은 두꺼운 판의 횡방향 전단변형에 대하여 대부분 정확한 결과를 나타낼 수 있으나, 전단보정계수를 가정하여 사용함으로써 해석 모델에 따라서 결과의 정확성을 보장하지 못하는 경우가 발생할 수 있다. 반면 본 연구에서 적용한 고차 전단변형이론은 단면에 의해 가정된 전단보정계수를 필요로 하지 않으므로 절판 구조물의 거동 특성을 더욱 정확히 표현할 수 있다.

장석윤(유용민 등, 2003; 이상열 등, 2004)은 고차 전단변형이론 및 해석 이론의 상호 비교를 통한 복합절판 구조물의 정적 거동 특성에 대한 연구를 수행하였다. 본 연구에서는 장석윤 등에 의해 유도된 Lagrangian 및 Hermite 보간함수의 혼합 방법이 아닌 Lagrangian 보간함수만을 사용하는 평판 해석 기법에 근거하여 이를 절판 구조물로 적용하였다.

본 연구에서 절판 구조물을 등간격으로 해석한 기존 문헌과 비교하고 곡절 길이비를 중심 변수로 설정하여 다양한 매개변수 연구를 수행한다. 이러한 연구를 통하여 지붕구조물 및 교량 등의 대규모 절판 구조물 뿐만 아니라 길이가 다른 경우 등의 난해하고 예측하기 어려운 복합적층 구조물의 거동 특성을 분석하여 합리적인 설계가 가능하고자 한다.

2. 이 론

절판 구조물의 해석에서는 평판의 경우와는 달리 두 가지 경우에 대하여 구별하여야 한다. 절판은 평판이 연결된 구조물로 볼 수 있지만 이렇게 해석하면 절판 구조물에 대

한 정확한 해석이 어렵게 된다. 이를 해결하기 위해 각각의 판은 평판으로 보지만 전체 구조물로 해석할 때는 좌표변환과 면내회전각 자유도를 추가하여야만 한다. 이를 위해서 본 논문에서는 평판 요소와 절판 요소로 구별하고자 한다.

2.1 평판 요소

본 논문에서 사용한 고차 전단변형이론의 변위와 같이 나타낼 수 있다. 여기서는 일차 전단변형이론에서 사용되는 변수들과 같은 의미를 가지지만 $\zeta_x, \zeta_y, \xi_x, \xi_y$ 는 상·하면의 전단 응력에 의해서 결정되는 고차항을 고려해서 나타나는 함수이다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u(x, y, 0) + z\phi_x(x, y, 0) \\ &\quad + z^2\zeta_x(x, y, 0) + z^3\xi_x(x, y, 0) \\ v(x, y, z) &= v(x, y, 0) + z\phi_y(x, y, 0) \\ &\quad + z^2\zeta_y(x, y, 0) + z^3\xi_y(x, y, 0) \\ w(x, y, z) &= w(x, y, 0) \end{aligned} \quad (1)$$

변형률과 변위의 관계는 식 (2)로 표현할 수 있으며 간단히 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} u_x \\ v_y \\ u_y + v_x \\ \phi_y + w_y \\ \phi_x + w_x \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \phi_{x,x} \\ \phi_{y,y} + \phi_{y,x} \\ 2\zeta_y \\ 2\zeta_x \end{Bmatrix} \\ &\quad + z^2 \begin{Bmatrix} \zeta_{x,x} \\ \zeta_{y,y} + \zeta_{y,x} \\ 3\zeta_y \\ 3\zeta_x \end{Bmatrix} + z^3 \begin{Bmatrix} \xi_{x,x} \\ \xi_{y,y} + \xi_{y,x} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^1 \\ k_y^1 \\ k_{xy}^1 \\ k_{yz}^1 \\ k_{xz}^1 \end{Bmatrix} + z^2 \begin{Bmatrix} k_x^2 \\ k_y^2 \\ k_{xy}^2 \\ k_{yz}^2 \\ k_{xz}^2 \end{Bmatrix} + z^3 \begin{Bmatrix} k_x^3 \\ k_y^3 \\ k_{xy}^3 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

합응력은 각각의 적층판의 두께에 상응하는 응력을 적분하여 구할 수 있으며 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} (N_x, M_x, P_x, S_x) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x(1, z, z^2, z^3) dz \\ (N_y, M_y, P_y, S_y) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y(1, z, z^2, z^3) dz \\ (N_{xy}, M_{xy}, P_{xy}, S_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy}(1, z, z^2, z^3) dz \\ (Q_{xz}, M_{xz}, P_{xz}) &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz}(1, z, z^2) dz \\ (Q_{yz}, M_{yz}, P_{yz}) &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz}(1, z, z^2) dz \end{aligned} \quad (3)$$

수치적분을 위하여 전체좌표계 (x, y) 에서 강성행렬의 일정한 범위로 변환된 국부좌표계 (ξ, η) 의 강성행렬 $[K^p]$ 로 재구성하면 다음의 식으로 요약하여 나타낼 수 있다.

$$[K^p] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta \quad (4)$$

여기서 $[D]$ 는 전체좌표계의 강성행렬을, $[B]$ 는 국부좌표계의 변형률과 변위 관계식을, 그리고 $|J|$ 는 Jacobian 변환행렬을 의미한다. 즉,

$$[D] = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & D_{ij} & E_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ B_{ij} & D_{ij} & E_{ij} & F_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ D_{ij} & E_{ij} & F_{ij} & G_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ E_{ij} & F_{ij} & G_{ij} & H_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{A}_{ij} & \bar{B}_{ij} & \bar{D}_{ij} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{B}_{ij} & \bar{D}_{ij} & \bar{E}_{ij} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{D}_{ij} & \bar{E}_{ij} & \bar{F}_{ij} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서, $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, E_{ij}, F_{ij}, G_{ij}, H_{ij}$ 는 단면력과 변형률의 관계를 나타내는 강성을 의미하며, 식 (6)에서와 같이 구할 수 있다. 여기서 \bar{Q}_{ij}^k 는 k번째 적층에서 판의 두께 z_{k+1} 와 z_k 사이에서의 좌표변환된 탄성 강도를 의미한다.

$$\begin{aligned} & (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, E_{ij}, F_{ij}, G_{ij}, H_{ij}) \\ &= \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{Q}_{ij}^k (1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6) dz \quad (i, j = 1, 2, 6) \\ & (\bar{A}_{ij}, \bar{B}_{ij}, \bar{D}_{ij}, \bar{E}_{ij}, \bar{F}_{ij}) \\ &= \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{Q}_{ij}^k (1, z, z^2, z^3, z^4) dz \quad (i, j = 4, 5) \end{aligned} \quad (6)$$

또한 18×36의 크기를 가지는 강성행렬은 다음과 같다.

$$[\bar{B}] = \sum_{i=1}^4 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_{1,y} & N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{1,y} & N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,y} & N_{1,x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,x} \\ 0 & 0 & N_{1,y} & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,x} & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2N_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3N_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3N_1 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 N_i 는 기하학적 함수이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N_1(r, s) &= 1/4(1-r)(1-s) \\ N_2(r, s) &= 1/4(1+r)(1-s) \\ N_3(r, s) &= 1/4(1+r)(1+s) \\ N_4(r, s) &= 1/4(1-r)(1+s) \end{aligned}$$

2.2 절판 요소

절판 구조물의 해석에서 일반 평판 해석과는 다른 중요한 사항은 좌표변환 및 이로 인해 불가피하게 발생하는 면내회전각 자유도(ϕ_z)의 처리문제이다. 우선 좌표변환을 언급하면 앞에서 언급한 한 절점 당 9개와 면내회전각 자유도를 포함하여 총 10개의 자유도가 생긴다. 그러므로 한 요소 당 40개의 좌표변환 행렬이 필요하게 된다. 이는 각각의 평판을 전체 구조물로 치환할 때 필요하게 된다.

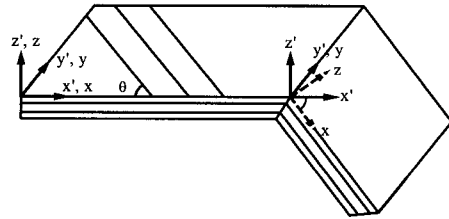


그림 1 절판요소의 국부 및 전체 좌표

그림 1은 평판이 연결된 절판 구조물에서 x, y, z 는 각 판의 좌표, x', y', z' 는 전체좌표를 나타낸다. 또한 θ 는 적층된 층의 화이버 보강각도를 의미한다. 식 (8)은 좌표변환 행렬을 나타낸 것이다. 여기서 사용한 $C_{\alpha,\beta}$ 는 $\cos(\alpha, \beta)$ 로서 방향 코사인을 의미한다.

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \\ \phi'_x \\ \phi'_y \\ \phi'_z \\ \xi'_x \\ \xi'_y \\ \xi'_x \\ \xi'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{x',x} & C_{y',x} & C_{z',x} & 0 & 0 \\ C_{x',y} & C_{y',y} & C_{z',y} & 0 & 0 \\ C_{x',z} & C_{y',z} & C_{z',z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{y',y} & -C_{x',y} \\ 0 & 0 & 0 & -C_{y',x} & C_{x',x} \\ 0 & 0 & 0 & C_{y',z} & -C_{x',z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_x \\ \xi_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)은 $\{u'\} = [R] \{u\}$ 의 형태로 간단히 요약할 수 있다. 절판 요소의 전체 강성 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[K^p] = [\bar{R}]^T [\bar{K}] [\bar{R}] \quad (9)$$

여기서,

$$[\bar{R}] = \begin{pmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{pmatrix}_{40 \times 40}$$

이고,

$$[\bar{K}] = \begin{pmatrix} [K^p] & [0] \\ [0] & [K^a] \end{pmatrix}_{40 \times 40} \text{ 이다.}$$

$[K^p]$ 는 식 (4)에서 구한 전체 행렬(36×36)이며 $[K^a]$ 는 절판 구조물을 해석하기 위하여 구성하는 면내회전각 자유도(ϕ_z)에 관련된 행렬(4×4)이다. 면내회전각 변위는 평판에서는 존재하지 않는 자유도이나 절판의 해석과정에서 좌표변환 관계에 의해서 발생하므로 이를 고려하여 강성행렬을 구성하면 강성행렬의 대각선에 0이 존재하는 문제를 피할 수가 있다. 본 논문에서는 식 (10)을 사용하여 해석한다. 여기서 h는 두께이며 A는 면적을 의미한다.

$$[\phi_z] = 0.02(E_1 + E_2)hA \sum_{i=1}^4 \begin{pmatrix} 1 & -1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & 1 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & -1/3 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

3. 해석 예 및 결과분석

3.1 해석 모델

본 연구에서 해석하고자 하는 절판 구조물의 기하학적 형상은 그림 2와 같다.

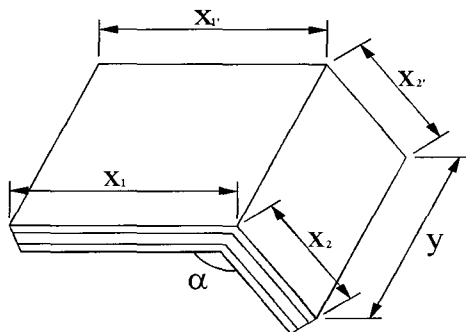


그림 2 해석 모델의 기하학적 형상

여기서 x_1, x_2 는 x축 방향의 부재하단이며, x_1, x_2 는 부재상단의 길이이다. 본 논문에서는 부재 상·하단의 길이를 변화시켜 구조물의 거동을 분석하고자 한다. 또한 α, y 는 각각 곡절각도와 y축 방향의 길이를 의미하며, 두께는 h이며, 특별한 언급이 없는 경우 h=1이다. 해석의 편의상 x축 하단의 길이 x_1, x_2 를 더한 것을 X로, y축 길이를 L로 놓겠다. 보통 x_1 과 x_2 는 같은 길이이며, x_1 와 x_2 도 같다.

표 1 재료 물성

	E_1	E_2	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}
재료I	$40E_2$	-	$0.6E_2$	$0.5E_2$	$0.6E_2$	0.25
재료II	$25E_2$	-	$0.5E_2$	$0.2E_2$	$0.5E_2$	0.25

해석 예제의 재료 물성(Reddy, 1997)은 표 1과 같으며 하중조건은 등분포하중인 경우이다. 표에서 보는 것과 같이 기존 논문의 비교 및 거동 파악을 위하여 무차원단위를 사용한다.

3.2 프로그램 검증

본 연구 방법으로 구한 절판 구조물의 연구 실적이 없는 관계로 Lagrangian 및 Hermite 보간함수를 사용한 논문과 비교하여 고차 전단변형이론의 타당성을 검증하고자 한다.

표 2 고차 전단변형이론의 검증 (재료 II, $w = w_0 E_2 h^3 / y^4 q$)

X/h	Fiber	Crank Angle	Ref. 12	Present
10	0/90	0	1.9470	1.9724
		45	0.08214	0.08848
		60	0.05096	0.05296
		90	0.01987	0.02003

표 2는 기존 연구문헌 결과와 비교한 것이다. 여기서 약간의 차이가 발생하는데, 이는 보간함수의 사용방법에 대한 것으로 판단되며 같은 결과로 보기에 무리가 없다. 해석한 경계조건은 x축 방향은 고정이며, y축 방향은 자유단이며 물성은 재료 II이다.

3.3 길이 변화

본 연구에서는 그림 2에서처럼 하면의 길이(x_1)와 상면의 길이(x_2) 변화에 대하여 해석하고자 한다. 기존의 연구 논문은 등간격의 절판 구조물만 해석하였기에 비등간격인

경우에 대해서는 연구가 이루어지지 않았다. 그러므로 본 논문에서는 길이 변화에 따른 절판 구조물의 거동 특성을 상세히 분석하고자 한다.

3.3.1 화이버 보강각도

복합적층 구조물은 단일 구조물과는 달리 적층을 함으로써 단일 구조물이 얻을 수 없는 효과를 가질 수 있으며 적층단면의 화이버 보강각도를 달리 함으로써 완전히 다른 거동을 보이게 된다. 그러므로 이에 대한 영향을 알아보하고자 한다.

그림 3은 x_1 과 x_1' 의 관계가 변할 때 화이버 보강각도에 따른 중앙 절점의 처짐을 나타낸 것이다. 경계조건은 양단 고정, 양단 자유이다. 같은 조건에서 화이버 보강각도가 클수록 처짐이 작아지는 것을 볼 수 있다. 그림 3에서 화이버 보강각도를 적절히 배치함으로써 상당한 차이가 발생하는 것을 알 수 있다.

표 3 길이 변화에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 II, $X/L=0.25$, $X/h=20$, $\alpha=120$, $w=w_0E_2h^3/y^4q$)

	$x_1'/x_1=1$	$x_1'/x_1=0.5$	$x_1'/x_1=0.1$
0/90	0.12786	0.15737	0.12580
0/90/0	0.09595	0.11715	0.09415
[0/90] _s	0.06548	0.07933	0.06403

표 3은 그림 3과 같이 화이버 보강각도에 따른 길이 변화를 나타낸 것이다. 경계조건은 한번 고정 삼변 자유이다. 그러나 그림 3에서처럼 한방향으로 보강된 것과 달리 표 3에서는 $x_1'/x_1=0.5$ 일 때 처짐이 크게 나오는 것을

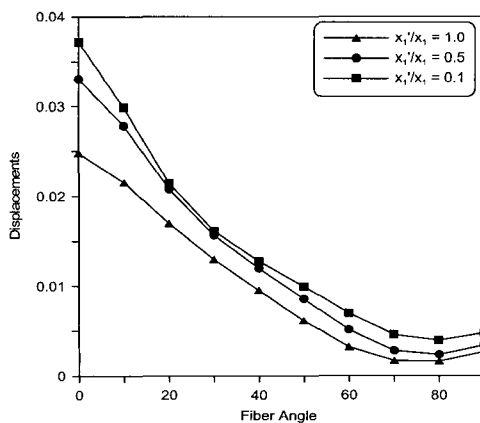


그림 3 화이버 보강각도($\theta-\theta/\theta$)에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 I, $X/L=0.2$, $X/h=20$, $\alpha=90$)

볼 수 있다.

그림 4는 $\theta/90$ 으로 배치할 때의 길이 변화에 대한 중앙 절점의 처짐을 나타낸 것이다. 경계조건은 그림 3과 같다. 그림 3과는 달리 길이 변화에 따라서 일정한 간격으로 처짐이 변하는 것을 볼 수 있다. 이처럼 화이버 보강각도의 배치와 길이가 달라질 때 거동 특성이 다르게 나타나는 것을 알 수 있다.

표 4 앵글플라이 배치에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 II, $X/L=0.2$, $X/h=10$, $h=2$, $\alpha=90$, $w=w_0E_2h^3/y^4q$)

	$x_1'/x_1=1$	$x_1'/x_1=0.5$	$x_1'/x_1=0.1$
30/-30	0.06114	0.07382	0.07648
45/-45	0.03897	0.04916	0.05217
30/-30/30	0.05742	0.06710	0.06813
60/-60/60	0.01649	0.02458	0.03079

표 4는 앵글플라이로 배치된 경우의 중앙 절점의 처짐을 나타낸 것이다. 경계조건은 양단 고정 양단 자유이다. 크로스플라이와는 달리 $x_1'/x_1=1$ 인 경우에 다른 길이 변화와 차이가 발생하는 것을 알 수 있다.

3.3.2 길이-두께비

기존의 복합적층 구조물의 해석에서 사용되던 이론들은 두께가 두꺼워지면서 횡방향 전단변형 효과를 충분히 고려하지 못하여 실질적인 구조물과 차이가 발생하게 되었다. 그러므로 전단변형 효과를 충분히 고려할 수 있는 고차 전단변형이론을 사용하여 절판 구조물을 해석하였다.

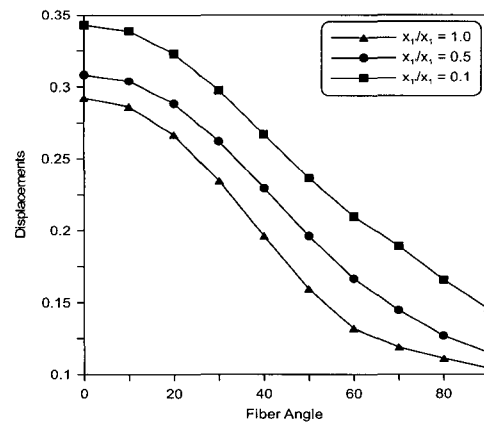


그림 4 화이버 보강각도($\theta/90$)에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 I, $X/L=0.5$, $X/h=10$, $h=2$, $\alpha=150$)

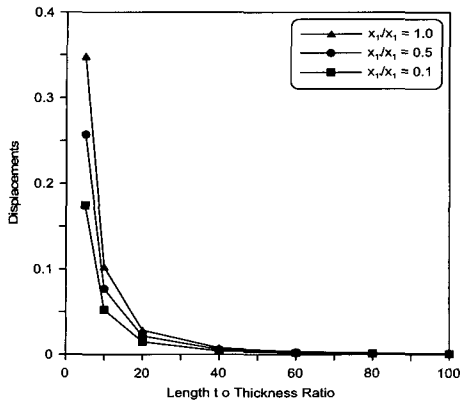


그림 5 0/90인 경우의 길이-두께비에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 I, $X/L=0.2$, $\alpha=90$)

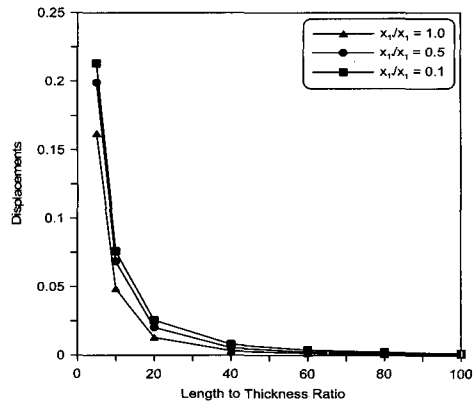


그림 6 60/-60인 경우의 길이-두께비에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 II, $X/L=0.25$, $\alpha=120$)

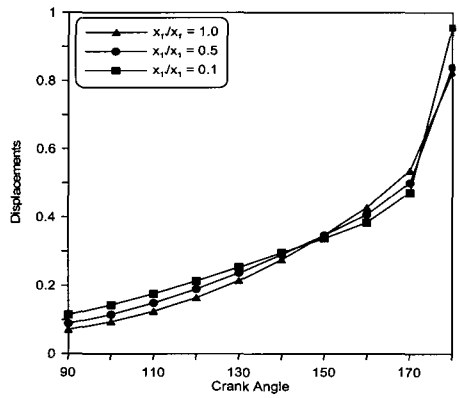


그림 7 0/90/90/0인 경우의 곡절각도에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 II, $X/L=0.2$, $X/h=5$, $h=4$)

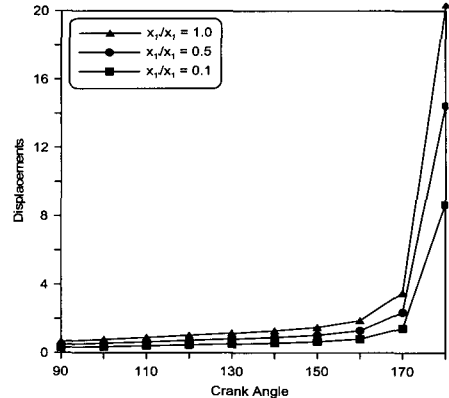


그림 8 45/-45인 경우의 곡절각도에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 I, $X/L=0.25$, $X/h=5$, $h=4$)

그림 5는 0/90인 크로스플라이인 경우의 길이-두께비에 대한 중앙 절점의 처짐을 나타낸 것이다. 경계조건은 한변 고정 삼변 자유이다. 여기에서는 길이-두께비가 20 이상인 경우에 길이 변화에 대해 차이가 크게 발생하는 것을 알 수 있다.

그림 6은 앵글플라이인 경우의 길이-두께비에 의한 중앙 절점의 처짐이다. 경계조건은 두변 자유 두변 고정이다. 그림 5의 경우에 비교해서 길이-두께비에 대한 변화에 더 민감한 거동을 보이지만 크로스플라이인 경우와 마찬가지로 길이-두께비가 클수록 차이가 발생하는 것을 볼 수 있다.

표 5 길이-두께비에 의한 중앙 절점의 처짐(재료 I, $X/L=0.5$, $\alpha=150$, $w=w_0 E_2 h^3 / y^4 q$)

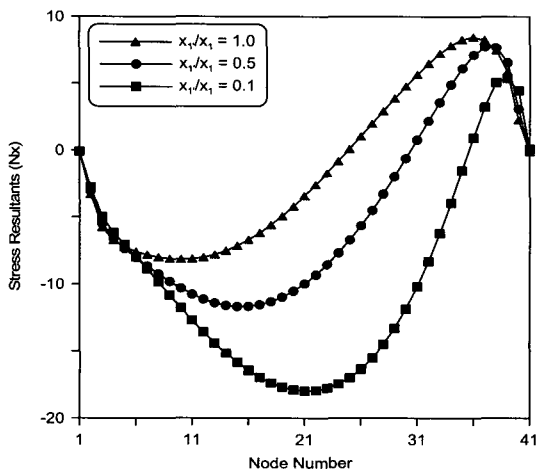
X/h		$x_1/x_2=1$	$x_1/x_2=0.5$	$x_1/x_2=0.1$
5	0/90/0	5.3445	3.8387	2.5182
	30/-30/30	4.7723	3.3442	2.1233
	45/-45/45	3.4553	2.4627	1.5829
10	0/90/0	2.1804	1.5895	1.0650
	30/-30/30	2.0659	1.4594	0.9271
	45/-45/45	1.4368	1.0299	0.6589

표 5는 크로스플라이와 앵글플라이인 경우에서 길이-두께비가 큰 경우의 중앙 절점의 처짐을 나타낸 것이다. 경계조건은 한변 고정 삼변 자유이다. 표에서 보는 것과 같이 길이-두께비 및 화이버 배치에 따라서 거동에 많은 차이가 발생하는 것을 볼 수 있다.

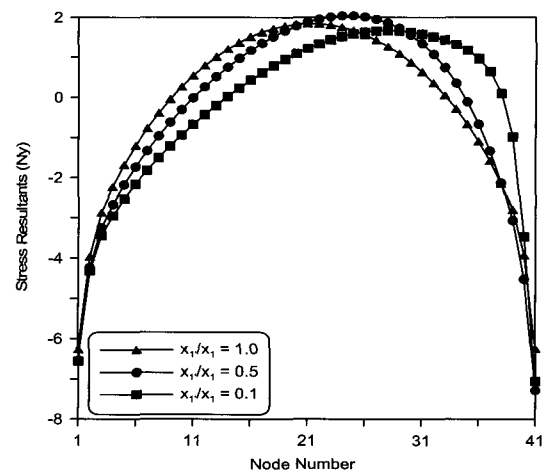
3.3.3 곡절각도

그림 2의 곡절각도 α 를 임의의 각도로 배치함으로써 다양한 형태의 절판을 만들 수 있으며, 거동 또한 다르게 나타난다. 여기서는 곡절각도와 길이 변화가 절판 구조물에 미치는 영향을 알아보려고 한다.

그림 7과 그림 8은 각각 크로스플라이와 앵글플라이인 경우의 중앙 절점의 처짐을 나타낸 것이고, 경계조건은 양변 고정 양변 자유인 경우이다. 크로스플라이인 경우에는 곡절각도가 증가함에 따라서 처짐이 커지는 것을 볼 수 있으며 앵글플라이인 경우에는 어느 정도의 곡절각도에서는 유사하다가 갑자기 거동이 틀러지는 것을 볼 수 있다. 여기서 곡절각도 180은 평판을 의미하며 평판과 절판과의 차이도 알 수 있다.

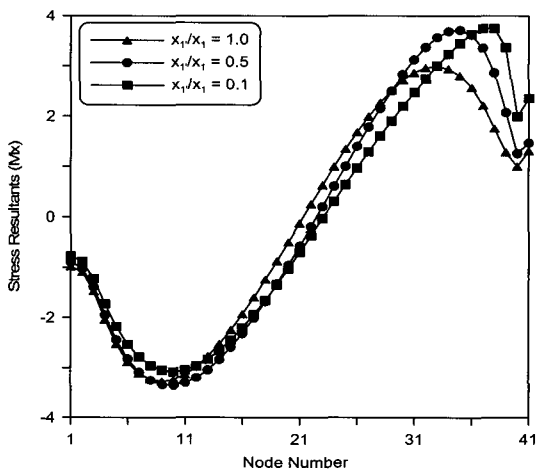


(a) 합응력 (N_x)

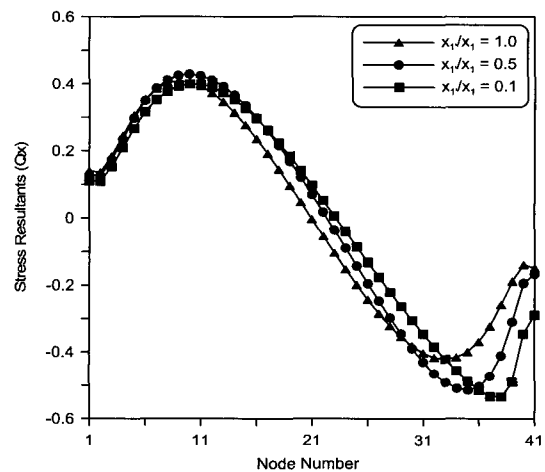


(b) 합응력 (N_y)

그림 9 0/90/0인 경우의 절점의 합응력 (재료 I, $X/L=0.2$, $X/h=5$, $h=4$, $\alpha = 90$)



(a) 합응력 (M_x)



(b) 합응력 (Q_x)

그림 10. 30/-30인 경우의 절점의 합응력 (재료 II, $X/L=0.25$, $X/h=10$, $h=2$, $\alpha = 120$)

표 6 곡절각도에 의한 중앙 절점의 처짐 (재료 II, $X/L=0.5$, $X/h=10$, $h=2$, $w = w_0 E_2 h^3 / y^4 q$)

α		$x_1/x_1 = 1$	$x_1/x_1 = 0.5$	$x_1/x_1 = 0.1$
120	0/90	0.16469	0.18844	0.23138
	60/-60	0.05519	0.09381	0.14653
170	0/90	0.61060	0.61410	0.65628
	60/-60	0.04432	0.04723	0.49786

표 6은 크로스플라이와 앵글플라이에서 보인 곡절각도에 민감한 거동을 보인 경우에 대하여 길이변화에 대한 처짐을 나타낸 것이다. 여기서의 경계조건은 양면 고정 양면 자유이다. 그림에서 보는 것과 유사한 거동 특성이 보이는 것을 알 수 있다.

3.3.4 합응력

여기에서는 절판 구조물의 절점에 대한 합응력을 나타내고자 한다. 절판 구조물은 평판과는 달리 곡절각도에 따라서 임의의 각도로 구부러진 구조물이므로 절점에서 처짐이나 응력이 중요한 거동 특성을 보이게 된다. 그러므로 절판 구조물의 올바른 해석을 위하여 합응력에 대한 해석을 수행하고자 한다.

그림 9는 0/90/0인 경우의 절점의 면내 합응력에 대한 결과를 나타낸 것이다. 경계조건은 양면 고정 양면 자유이다. 길이 변화에 따라서 처짐과는 다른 합응력이 나타나는 것을 알 수 있다. 그림에서 보는 것과 같이 N_x 에서는 길이 변화가 작을수록 절점 중앙에서 작게 나타나며, N_y 는 절점 위쪽에서 더 크게 나타나는 것을 볼 수 있다.

그림 10은 30/-30인 경우의 합응력 M_x , Q_x 에 대한 결과를 나타낸 것이다. 경계조건은 그림 9와 같다. 길이 변화에 대해서 약간 다른 거동을 보이지만 대체로 유사한 형태를 보이는 것을 알 수 있다.

3.3.5 변위형상

지금까지 복합적층 절판 구조물을 대상으로 길이 변화를 중심 변수로 선정하여 이에 대한 거동 특성에 대한 여러 가지 해석을 수행하였다. 여기서는 지금까지 수행한 결과를 보다 보기 쉽게 하기 위해 변위 형상을 나타내고자 한다. 경계조건은 양단 고정 양단 자유이다.

그림 11은 0/90인 크로스플라이의 길이 변화에 대한 거동을 나타낸 것이다. 여기서 볼 수 있듯이 길이 변화가 작아질수록 거동이 위쪽으로 옮겨지는 것을 알 수 있다. 이것은 위쪽 고정단의 길이가 작아짐에 따른 결과로 판단된다.

그림 12는 앵글플라이인 경우의 처짐 형상을 나타낸 것이다. 화이버 보강각도 및 곡절각도의 차이로 인해서 거동이 다른 것을 볼 수 있다. 이처럼 복합적층 절판 구조물은 상당히 복잡한 거동을 보이는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 공학분야의 지붕 구조물 및 교량 등의 거대 구조물에서 다양하게 사용되는 복합적층 절판 구조물을 해석하였다. 해석이론으로는 그동안 사용되었던 Lagrangian 및 Hermite 보간함수를 병용한 방법이 아닌 Lagrangian 보간함수만을 사용한 고차 전단변형이론을 사용하였다. 이러한 방법을 사용함으로써 지금까지 논의되지 않았던 곡절 길이 변화에 대한 해석을 수행할 수 있었으며 이를 중심 변수로 선정하여 여러 가지 조건에 달리하여 이에 대한 영향을 분석하였다.

본 연구에서는 곡절 길이 변화에 대하여 화이버 보강각도, 길이-두께비 및 곡절각도 등의 해석을 수행하였다. 화이버 보강각도에 의한 해석에서는 길이 변화에 민감하게 반응하며 거동 특성이 틀러지는 것을 볼 수 있었고, 길이-두께비에 대해서는 길이-두께비가 클수록 길이 변화에 다르게 나타나는 것을 알 수 있었다. 곡절각도에 의해서는 크로스플라이와 앵글플라이 등의 배치에 따라서 길이 변화에 다른 거동을 보이는 것을 볼 수 있었다. 또한 합응력에 대해서도 처짐과는 다른 거동 특성이 나타나는 것을 알 수 있었다. 이러한 길이 변화에 대한 거동 특성을 분석

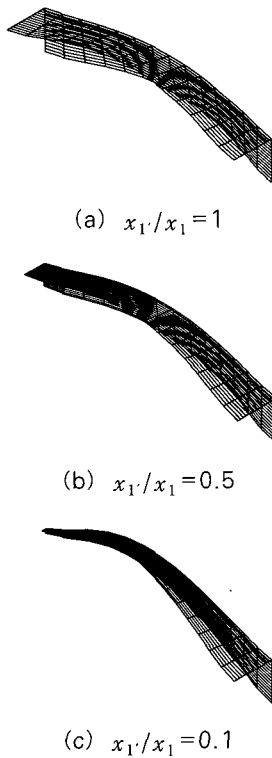


그림 11 0/90인 경우의 변위형상

(자료 1, $X/L=1/3$, $X/h=10$, $h=4$, $\alpha=90$, $w=w_0 E_2 h^3 / y^4 q$)

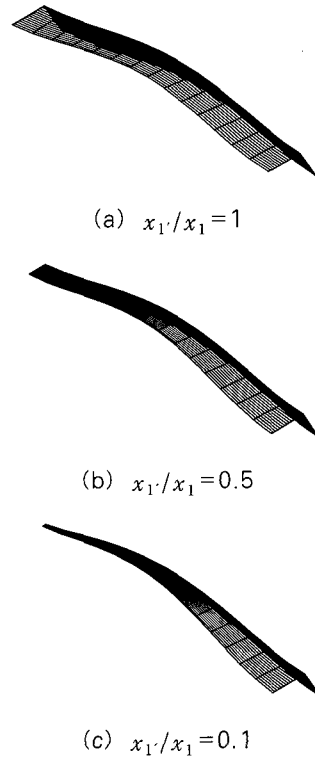


그림 12 45/-45인 경우의 변위형상

(자료 1, $X/L=0.25$, $X/h=5$, $h=4$, $\alpha=120$, $w=w_0 E_2 h^3 / y^4 q$)

함으로서 복합적층 절판 구조물의 해석에서 곡절 길이 변화의 특성을 파악할 수 있었으며 절판 구조물의 거동을 이해하는데 도움이 될 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- 유용민, 이상열, 장석윤 (2003), 고차 전단변형 이론을 이용한 임의의 각도를 갖는 비등방성 절판 구조물의 안정성, 대한토목학회, 23(3A), pp.527~535.
- 유용민, 임성순, 장석윤 (2003), 임의의 곡절각도를 갖는 비등방성 절판의 변위형상 비교, 대한토목학회, 23(6A), pp.1311~1319.
- 이상열, 유용민, 장석윤 (2004), 고차 전단변형판 이론을 이용한 채널단면을 갖는 복합적층 절판 구조물의 유한요소 진동해석, 한국전산구조공학회, 17(1), pp.21~30.
- Bathe, K. J.(1996), Finite element procedures, Prentice Hall.
- Dhainaut, M.(1997), A comparison between serendipity and lagrange plate elements in the finite element method, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 13(5), pp.343~353.
- Goldberg, J. E., Leve, H. L.(1957), Theory of prismatic folded plate structures, *International Association for Bridge and Structural Engineering Journal*, 17.
- Guha Niyogi, A., Laha, M. K., Sinha, P. K.,(1999), Finite element vibration analysis of laminated composite folded plate structures, *Shock and Vibration*, 6(5/6), pp.273~284.
- Lo, K. H., Christensen, R. M., Wu, E. M.(1977), A higher-order theory of plate deformation, Part 1:homogeneous plates, *Journal of Applied Mechanics*, 44, pp.663~668.
- Lo, K. H., Christensen, R. M., Wu, E. M.(1977), A higher-order theory of plate deformation, Part 2:laminated plates, *Journal of Applied Mechanics*, 44, pp.669~676.
- Reddy, J. N.(1984), A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation, *International Journal of Solids and Structures*, 20(9/10), pp.881~896.
- Reddy, J. N.(1984), A simple higher-order theory for laminated composite plates, *Journal of Applied Mechanics*, 51, pp.745~752.
- Reddy, J. N.(1990), A general nonlinear third-order theory of plates with moderate thickness, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 25(6), pp.677~686.
- Reddy, J. N.(1997), Mechanics of laminated composite plates, CRC press.
- Sadek, E. A.(1998), Some serendipity finite elements for the analysis of laminated plates, *Computers & Structures*, 69(1), pp.37~51.