

## 마이크로 채널 내 사다리꼴 전극의 제타 포텐셜 변화에 따른 혼합효과 증대에 대한 수치해석적 연구

서용권<sup>\*1</sup>, 허형석<sup>1</sup>, 康金芬<sup>2</sup>

### EFFECT OF THE ZETA POTENTIAL CONTROL BY THE TRAPEZOIDAL ELECTRODES IN A MICROCHANNEL ON ENHANCEMENT MIXING-PERFORMANCE

Y.K. Suh<sup>\*1</sup>, H.S. Heo<sup>1</sup> and J.F. Kang<sup>2</sup>

*This paper presents the numerical results of fluid flow and mixing in a microfluidic device for electro-osmotic flow (EOF) with an trapezoidal electrode array on the bottom wall (ETZEA). Differently from previous EOF in a channel which only transports fluid in colloidal system, ETZEA can also be utilized to mix a target liquid with a reagent. In this study we propose a method of controlling fluid flow and mixing enhancement. To obtain the flow and mixing characteristics, numerical computations are performed by using a commercial code, CFX-10, and a self-made code LBM-D. It was found that the flow near the trapezoidal electrode in the ETZEA is of 3-D complex flows due to the zeta potential difference between the trapezoidal electrode and channel walls, and as a consequence the heterogeneous zeta potential on the electrodes plays an important role in mixing the liquid.*

**Key Words:** 전기삼투(Electro-Osmosis), 사다리꼴전극어레이(Triangular Electrode Array), 혼합개선(Mixing Enhancement), 등가 정전용량(Equivalent Capacitor)

#### 1. 서 론

전기삼투 유동은 MEMS(Microelectromechanical System)와 LOC(Lab-On-a-Chip)기술에서 마이크로 채널의 입구와 출구에 전압을 인가해 유체를 구동시키는 방법이다. 이것은 이전의 압력구동에 비해 훨씬 더 간단한 방법이고 채널 단면에 걸쳐 균일 유동이 형성되므로 응용에 있어서 매우 유익하다. 이 전기 삼투는 단순히 유체를 이동하기 위한 수단이라, 본 연구에서 제시하는 것과 같이, 다른 유체와 혼합하기 위한 수단으로도 이용될 수 있다. 그 방법은 채널 벽면 및 바닥에 일정 모양의 전극을 설치하여 이 전극에 고전압을 인가하여 이 전압에 의해서 채널벽면의 제타 포텐셜이 변하게 되는 것을

이용한다. 물론 벽면의 재질을 달리하여 제어를 꾀하는 방법도 있다.

다음은 이와 관련한 최근의 연구동향이다. Herr 등[1]은 모세관 벽이 비균질한(heterogeneous) 제타 포텐셜 분포를 보이는 경우에 대한 유동을 분석하였다. Qian과 Bau[2]은 캐피터 유동에서 제타 포텐셜의 변화를 주어 유동 특성을 이론적으로 관찰하였다. Lee 등[3]과 Lee 등[4] 및 Polson과 Mayes[5]은 유리 채널 양쪽 벽면에 제타 포텐셜을 조절할 수 있도록 인위적으로 전극을 증착하여 인가 전위의 크기에 따라 제타 포텐셜이 변하며 이에 따른 채널 내부 유동의 차이점을 분석하고 있다. Buch 등[6]은 PDMS와 실리콘 웨이퍼를 각각 상판과 하판으로 이용하여 채널을 제작하여 전도체인 실리콘 웨이퍼에 전극을 인가하여 이에 따른 채널 내 유동특성을 분석하였다. Sniadecki 등[7]은 채널 바닥에 바둑판 모양의 전극을 설치하고 이 전극에 주기적으로 양전위와 음전위를 인가하여 이에 따른 유동의 변화를 이용하여 유체가 펌핑되는 방법에 대해 연구하였다.

접수일: 2006년 8월 16일, 심사완료일: 2006년 9월 13일.

1 정회원, 동아대학교 기계공학부

2 학생회원, 동아대학교 기계공학과 대학원

\* Corresponding author E-mail: yksuh@dau.ac.kr

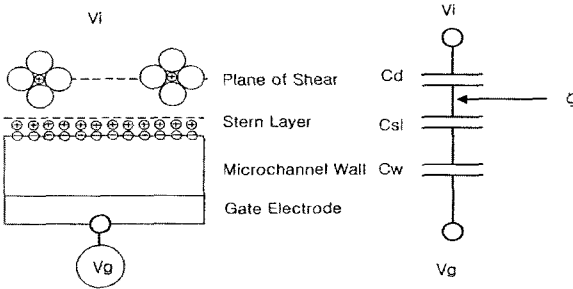


Fig. 1 Equivalent capacitor circuit to be used in determining the potential distribution over an embedded electrode

## 2. 이론해석

전해질 유체와 고체가 만나는 경계면에는 얇은 층이 존재한다. 이 층은, 고체 표면에 전자 전하(일반적으로 음전하)가 모이고 이로 인하여 유체 측에는 반대 이온이 표면에 모이고 서로 강하게 연결되어 거의 움직이지 않은 층과, 그 외부 층으로서 이온들이 활발히 움직이는 층으로 구성된다. 이것을 전기이중층(Electric double layer: EDL)이라고 부르는데 전자를 Stern 층, 후자를 확산층(Diffuser layer 혹은 Gouy-Chapman layer)이라고 한다. 이 때 Stern 층과 확산층 사이의 경계면을 전단면(Shear plane)이라고 부르고 이곳의 전위를 제타 포텐셜(Zeta potential,  $\zeta$ )이라고 한다. 한편 이 특성을 이용하여 전기적인 유체 구동방법으로 가장 널리 쓰이는 것이 전기삼투 현상을 이용한 것인데 유체가 있는 채널 양쪽에 전극을 두고 전위차를 주면 일반적으로 양전하가 더 많이 존재하는 확산층 내 유체가 음극 쪽으로 이동하게 된다. 여기서 유동속도를 결정하는 주요인자는 바로 제타 포텐셜이며, 아래와 같은 Helmholtz-Smolouchowski 식으로 유속을 결정할 수 있다.

$$u_{EOF} = -\frac{\epsilon\zeta E}{\mu} \quad (1)$$

여기서  $u_{EOF}$ 는 EDL 끝단에서의 유속,  $\epsilon$ 는 유체의 전기 유전율,  $\zeta$ 는 제타 포텐셜,  $E$ 는 전기장의 벽면 평행성분이고  $\mu$ 는 유체의 점성계수이다.

다음은 채널 벽면에 전극을 심고 전해질과의 접촉면을 얇게 코팅한 뒤 국소적으로 벽면 제타 포텐셜을 조절할 때 그 포텐셜의 크기를 계산할 수 있게 하는 등가정전용량회로에 대한 설명이다(Fig. 1). 채널 벽면의 일정 깊이에 전극층을 두어 그 곳에 전위( $V_g$ )를 인가하면 Stern 층과 전극사이에는 코팅 재료의 두께와 성질에 의해 결정되는 정전효과(그 용량을  $C_w$ 라 함)가 생긴다. 한편 확산층 내 유체의 물성(농도와 산도)에 따라 확산층에는 다른 정전용량( $C_d$ )이 생기게 된다. 그

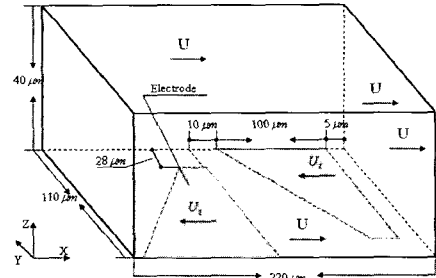


Fig. 2 Perspective view of the flow domain surrounded by a channel with a trapezoidal electrode array.

리고 그 사이 즉 Stern 층에 세 번째 정전용량( $C_d$ )도 생기지만 다른 층에 비해서 너무 얇은 층이어서 등가정전용량회로에는 포함시키지 않는 것이 상례이다. 따라서 두 개의 정전용량비( $C_w/C_d$ )와 전기삼투용 인가전위와 벽면전위 조절용 전위 차( $V_g - V_i$ )에 의해 전극이 없는 일반 면의 제타 포텐셜과는 다른 제타 포텐셜( $\zeta$ )이 결정된다. 관계식은 아래 식과 같다.

$$\zeta = \zeta_0 + \frac{C_w}{C_d}(V_g - V_i) \quad (2)$$

$$C_w = \frac{\epsilon_w}{d} \quad (2-1)$$

$$C_d = 2.285zc^{1/2} \cosh(19.4z\zeta_0) \quad (2-2)$$

여기서  $V_i$ 는 채널 내 유체의 국소 전위,  $z$ 는 이온의 원자가,  $c$ 는 벌크(bulk) 유체의 농도,  $d$ 는 전극층과 Stern 층과의 거리,  $\epsilon_w$ 은 진공 유전율과 코팅 재료의 유전상수를 곱한 것이다. 그리고  $\zeta_0$ 는 전극 코팅에 사용된 재료의 제타 포텐셜이다.

실제 유동을 가정하여,  $V_g - V_i$ 를 300V,  $\zeta_0$ 를 -13.5mV(Parylene 재료의 제타 포텐셜 [7]), 그리고 전해질 농도를 10mM, 원자가를 1, 진공유전율을  $8.85 \times 10^{-12} [F/m^2]$ , 코팅재의 유전상수를 3.15,  $d$ 를 1.22μm라 하면  $C_d = 0.236 [F/m^2]$ 이고  $C_w = 2.29 \times 10^{-5} [F/m^2]$ 가 되며  $\zeta$ 는 15.6mV가 되어 양의 제타 포텐셜을 가지게 된다. 이것으로  $V_g$ 의 변화에 따라 벽면의 제타 포텐셜이 변하는 것을 알 수 있다.

## 3. 유동 모델과 수치해석 방법

### 3.1 유동 모델

Fig. 2는 본 연구에서 사용된 해석모델의 형상이다. x, y, z는 각각 채널의 길이, 폭, 깊이 방향의 좌표이다. 채널의 길이, 깊이, 폭은 각각 220μm, 40μm, 110μm이다. 채널 바닥에는

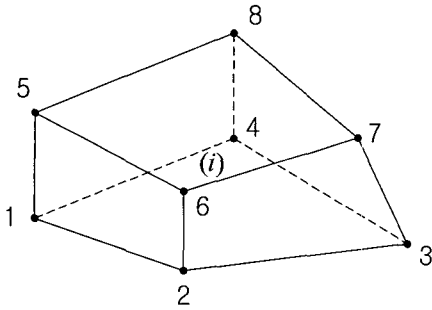


Fig. 3 The cell of the  $i^{th}$  element including local node numbers

사다리꼴 전극을 두었으며 혼합효과의 증대를 위해 서로 엇갈리게 하였다. 전극의 코팅에는 Parylene을 사용하는 것으로 한다.

### 3.2 수치해석 방법

본 해석을 위하여 보편적인 신뢰성이 입증되어 있는 상용 코드 CFX-10을 사용하였으며 이와 동시에 자체 개발 코드 LBM-D으로 계산한 결과와 상호 비교하였다. 계산 격자는 상용코드에서 약 26만개의 비균일 육면체 격자를 사용하였고 LBM-D에서 약 25만개의 균일 육면체 격자를 적용하였다.

본 해석에 사용된 상용코드의 주요 식은 각각 연속방정식과 투운동량 방정식 그리고 농도방정식이다. 그리고 LBM-D에 사용한 주요 식들은 다음과 같다[8,9].

$$f_{\alpha}(X + \alpha e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - f_{\alpha}(X, t) = \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(X, t) - f_{\alpha}^{(0)}(X, t)] \quad (3)$$

$$f_{\alpha}^{eq} = \omega_{\alpha} \rho [1 + \frac{3}{c^2} e_{\alpha} \cdot u + \frac{9}{2c^2} (e_{\alpha} \cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2} (u \cdot u)] \quad (4)$$

$$DBQ19: \begin{cases} e_{\alpha} = (0, 0, 0) & \text{for } (\alpha = 0) \\ e_{\alpha} = (\pm 1, 0, 0)c, (0, \pm 1, 0)c, (0, 0, \pm 1)c & \text{for } (\alpha = 1, 2, \dots, 6) \\ e_{\alpha} = (\pm 1, \pm 1, 0)c, (\pm 1, 0, \pm 1)c, (0, \pm 1, \pm 1)c & \text{for } (\alpha = 7, 8, \dots, 18) \end{cases} \quad (5)$$

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{(0)} \quad (6)$$

$$\rho u = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}^{(0)} \quad (7)$$

$$g_{\alpha}^i(X + \alpha e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - g_{\alpha}^i(X, t) = \frac{1}{\tau_i} [g_{\alpha}^i(X, t) - g_{\alpha}^{i,eq}(X, t)] \quad (8)$$

$$g_{\alpha}^{i,eq} = \omega_{\alpha} c_i [1 + \frac{3}{c^2} e_{\alpha} \cdot u + \frac{9}{2c^2} (e_{\alpha} \cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2} (u \cdot u)] \quad (9)$$

$$c_i = \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{(i)} \quad (10)$$

입구와 출구에는 주기조건을 주어 계산시간을 절약하였고 사다리꼴 바닥 전극이 있는 면에는  $-200\mu\text{m/s}$ ,  $-100\mu\text{m/s}$ ,

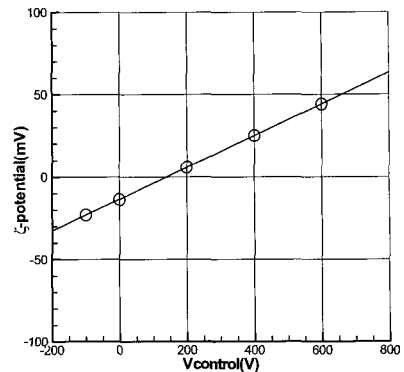


Fig. 4 Change in zeta potential(mV) as a function of the applied electric potential(V)

$100\mu\text{m/s}$ 의 일정한 속도조건을 주었으며 다른 벽면에 대해서는  $100\mu\text{m/s}$ 로 일정하게 주었다. 본 연구에서 사용된 작동 유체는 물이고 밀도는  $1000\text{kg/m}^3$ , 동점성 계수는  $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ , 유전율은  $78.5\text{F/m}$ 이다.

### 3.3 혼합지수와 평균농도

본 연구에서는 농도가 다른 두 유체의 혼합 정도를 나타낼 수 있는 혼합지수를 다음과 같은 방법으로 구하였다. Fig. 3은 입의 한 격자 셀을 나타내고 있다. 격자선의 교점인 노드(node; 그림에서 번호가 표시된 곳)에는 계산 결과로 얻어진 농도 값이 정의되어 있다. 이 노드 정보와 요소 정보, 농도 값을 이용하여 아래와 같이 혼합지수  $D$ 를 구할 수 있다.

$$v_i = v_i / \bar{V} \quad (11)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I f_i \tilde{C}_i \quad (12)$$

$$D = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left( \frac{\tilde{C}_i - \bar{C}}{\bar{C}} \right)^2} f_i \quad (13)$$

여기서  $v_i$ 는  $i$ -번째 요소의 체적,  $\bar{V}$ 는 전체 요소의 평균 체적,  $\tilde{C}_i$ 는 해당 요소의 대표 농도로서 8개 노드의 평균,  $f_i$ 는 요소에 대한 체적 가중치이다.

## 4. 결과 및 검토

본 연구에서 레이놀즈 수  $Re$ 는 대표길이  $59\mu\text{m}$ (채널 단면의 수력 직경), 동점성계수  $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ , 대표속도  $100\mu\text{m/s}$ 로 하여  $0.0059$ 이다. Fig. 4는 벽면전극에 적절한 두께( $1.22\mu\text{m}$ )의 Parylene의 절연층을 입힌 후 인가 전압에 의해 제타 포텐셜이 변화하는 것을 식 (2)으로 구한 결과로 나타낸 것이다. 전

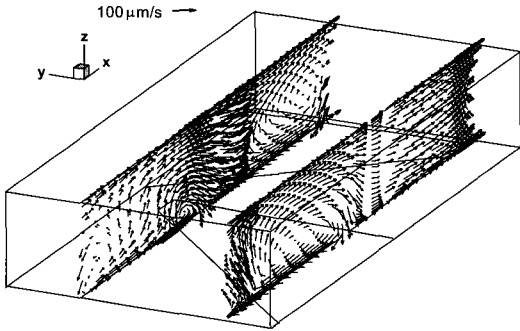


Fig. 5 Sectional view of velocity vectors in the channel

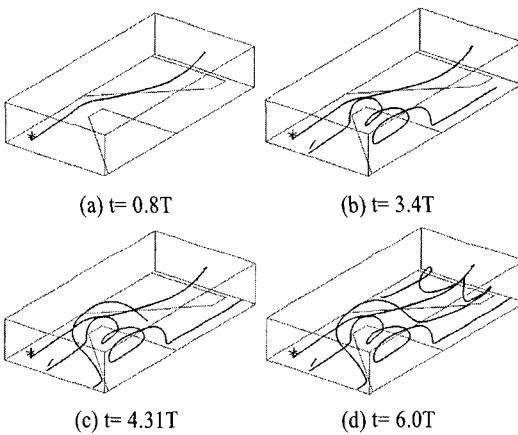


Fig. 6 Pathlines around electrodes for time step

해질과 전극 사이의 전위차가 0이면 코터에 고유의 제타 포텐셜 -13.5mV이 얻어진다. 인가 전압의 변화에 따라서 제타 포텐셜도 그에 비례하여 변하는 것을 알 수 있다. 그리고 제타 포텐셜의 변화는 식 (1)의 변수로 작용하여 코팅 벽면의 유속을 결정할 수 있다.

Fig. 5는 사다리꼴 전극이 있는 채널 내  $xz$ 평면을  $y$ 축 방향으로  $20\mu\text{m}$ ,  $80\mu\text{m}$  위치의 수직단면에 대한 속도분포를 나타낸 것이다. 이것은 전극이 있는 표면의 유체속도를  $-200\mu\text{m/s}$ 으로 하였을 경우이다. 두 전극 위 지역에서 모두 시계방향의 와류가 발생한 것을 볼 수 있다. 이 와류는 같은 전극에서 전극폭(즉 전극의  $x$ 방향 길이)이 작은 위치보다 폭이 더 큰 위치에서 크기가 더 큰 즉 원뿔에 유사한 형상을 가진다. 두 개의 원뿔을 서로 엇갈리게 둔 유동이라고 상상할 수 있으며 이 와류는 주변에 흐르는 유체를 전극 폭이 작은 쪽에서 흡입하고 큰 쪽에서 내 보내는 형태이다.

Fig. 6는 입구 하단에 임의의 입자를 두었을 때 유선을 따라서 입자가 이동하는 궤적을 추적한 것이다(본 연구에서

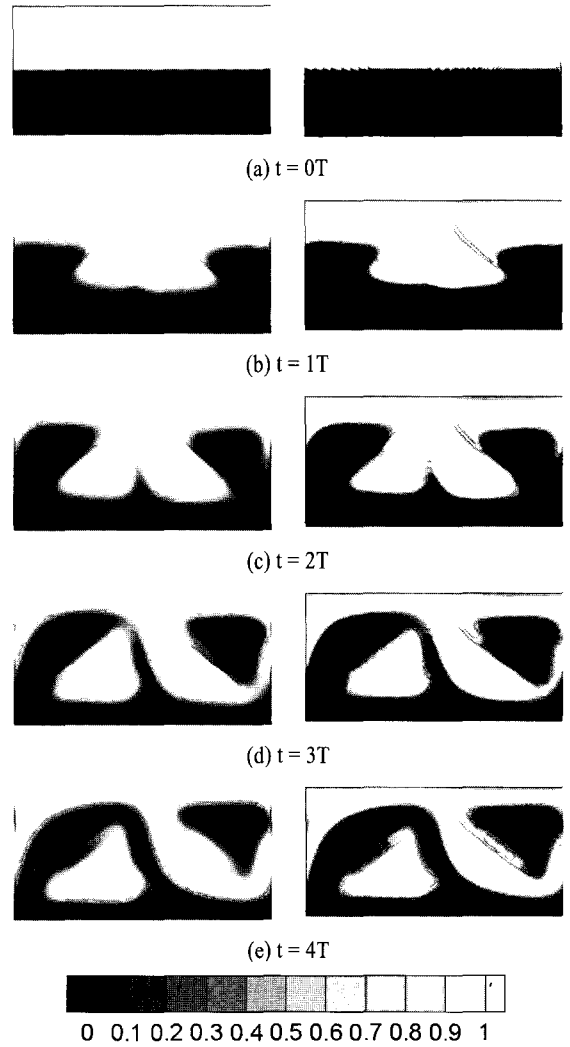


Fig. 7 Comparison the patterns of the concentration distribution respect to time step, left; CFX results right; LBM-D results

유동은 정상적이므로 궤적선(pathline), 유선(streamline) 및 유맥선(streakline)은 모두 같다. Fig. 6(a)와 같이 입구에서 출발한 입자는 두 개의 사다리꼴을 피해 그냥 지나가지만 이어서 Fig. 6(b)에서 보는 바와 같이 다음 주기에서 원뿔 형상의 와류에 흡입되고 시계방향으로 회전한다. 측면 벽면으로 흘러가는 입자는 더 이상 회전하지 못하고 아래방향으로 내려가게 된다. Fig. 6(c)에서 입자는 와류에 흡입되지 않고 그 위로 넘어가고 있으며, Fig. 6(d)에서는 다른 사다리꼴에 입자가 흡입되고 다시 회전한 뒤 측면 벽면 쪽으로 이동하는 모습을 보이고 있다. 이와 같이 채널내 입자는 사다리꼴에서 흡입되고 내부에 어느 정도 머물다가 다음 사다리꼴로 흘러 내려가는

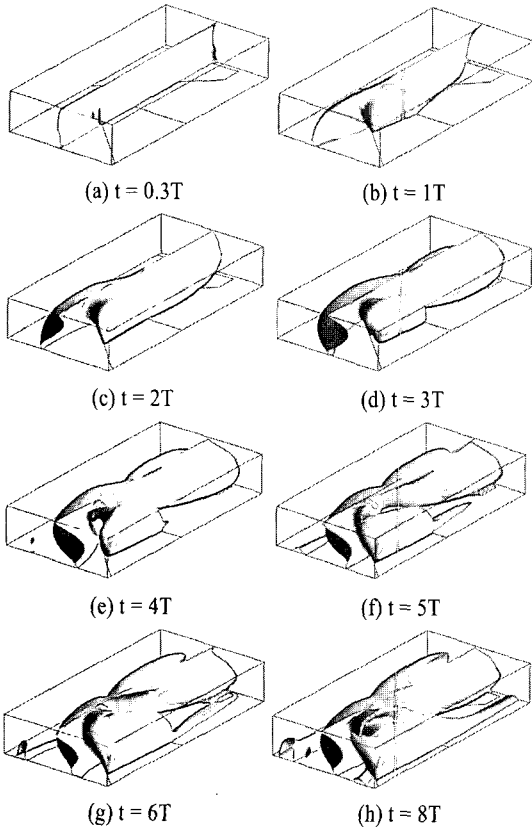


Fig. 8 Iso-surface deformation respect to time step

것을 확인할 수 있었다. 이러한 입자의 복잡한 운동은 당연히 유체혼합 효과를 증대시킬 것이라 유추할 수 있다.

Fig. 7은 채널의 반을 농도 0, 나머지 반을 농도 1로 두고 시간을 점차 증가시키면서 해석한 결과로 전극이 있는 하단으로부터 채널높이 대비 1/3되는 단면에서의 농도분포를 나타낸 것이다. 좌측의 결과는 상용코드의 해석결과이고 우측의 그림은 개발코드의 결과이다. 여기서 시간주기  $T$ 는 전극이 없는 경우에서 입자가 하나의 공간 주기(Fig. 2에서  $220\mu\text{m}$ )를 이동하는 데 소요는 시간을 의미한다. 그림을 보면, 처음에 좌측 전극 위에서는 농도 1의 유체가 사다리꼴 전극의 짧은 변 쪽(그림에서는 위 쪽)에서 흡입되고, 우측 전극 위에서는 농도 0의 유체가 역시 사다리꼴 전극의 짧은 변 쪽(그림에서는 아래 쪽)에서 흡입되는 양상을 보인다. 두 전극 사이의 지역에서는 농도 1의 유체가 두 번째 전극의 짧은 변 쪽으로 이동하면서 흘러간다(Fig. 7(b), (c)). 이 유체는 사다리꼴의 경사진 변을 따라 내려와서는 하류에 있는 다음 전극 쪽으로 이동하고 있다(Fig. 7(d), (e)). 이로 인해 전극 바로 위에 있는 유체는 좌우측 전극에서 각각 농도 1과 0의 유체로 채워진다

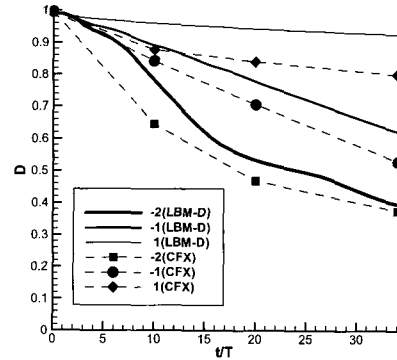


Fig. 9 Mixing index with respect to dimensionless time for LBM-D and CFX results

(Fig. 7(d), (e)). 이 다음 과정에서는 이들 유체가 서서히 채널 측면 벽 쪽으로 이동해 가는 모습을 보인다(좌측 전극의 유체는 아래 쪽 벽 쪽, 우측 전극의 유체는 위 쪽 벽 쪽으로 이동한다). 특히 이 그림에서는 상용코드의 해석결과와 개발코드의 결과가 거의 일치하고 있다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 농도가 0.5인 등 농도장의 면(즉 농도 0과 1의 경계면)을 시간변화에 따라 입체적으로 나타낸 것이다. 세부적인 거동은 지금까지 설명한 유동양상과 잘 일치한다. 좌측 전극에서 우선 계면이 아래 쪽으로 블록하게 되는 것을 볼 수 있다(Fig. 8(b)-(d)). 내부에서는 유체의 회전과 늘어짐이 발생함을 상상할 수 있다. Fig. 8(f)부터 사다리꼴 전극의 내부에서 회전하던 유체는 측 벽면과 가까워지면서 더 이상 회전하지 못하고 주유동과 같이 아래방향으로 흘러내려가면서 다시 더욱 더 늘어난다(Fig. 8(g)). Fig. 8(h)에서는 전단계에서 늘어난 유체가 다시 사다리꼴 전극위의 유체와 만나 접하게 된다. 이것은 전형적인 카오스 혼합의 형태이며 이 원리를 통해 서로 다른 유체가 혼합되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 혼합지수를 벽면 유속( $U$ )에 대한 사다리꼴 전극 표면의 유속( $U_t$ )의 비가 -2, -1, 1일 때의 결과를 시간 주기에 따라 나타내었다. 혼합지수가 1인 경우는 두 유체가 혼합되지 않고 반으로 유지한 상태이다. 혼합지수가 작을수록 혼합이 잘된다고 생각할 수 있다. 같은 주기에서 유속비가 -2인 경우가 가장 혼합효과가 높은 것을 확인할 수 있다. 그리고 상대 유속이 1인 경우는 통상의 전기 삼투 유동과 같이 전극의 존재와 무관하게 균일류가 형성되기 때문에 오직 분자적 확산 효과에 의해서만 혼합효과가 발생한다. 그리고 LBM-D의 방법에 의한 결과도 상용코드와 정성적으로 같은 결과를 보여주고 있다. 다만, 두 결과의 차이 특히 상용 코드의 결과가 더 양호한 혼합효과를 보이고 있다. 본 결과를 도출하는 데 적용된 Peclet 수는 상용코드에서는  $Pe=59000$ 이고 LBM-D에서는  $Pe=4800$ 이다. 따라서 상용코드의 결과가 더 낮은 혼합효과

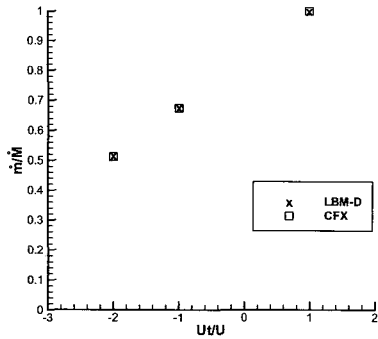


Fig. 10 Dimensionless flow rate with respect to dimensionless relative velocity for LBM-D and CFX results

를 나타내어야 함에도 불구하고 그 반대의 결과를 얻은 이유로서, 상용코드에서는 인위적인 확산효과가 의외로 상당히 큰 것으로 짐작할 수 있다. 이는 확산층의 폭을 개략적으로 구해보면 더욱 자명해진다. 확산층의 폭  $L$ 은 개략적으로 식  $L = \sqrt{Dt}$ 으로 구할 수 있다. CFX 적용시 사용한 확산계수(D)  $10^{-13} \text{m}^2/\text{s}$ 와 Fig. 7 (e)이 구해진 무차원 시간( $t/T$ )=4의 실시간 2.3초를 대입하여  $L$ 을 계산하면 약  $0.48 \times 10^{-6} \text{m}$ 가 된다. 그런데 Fig. 7 (e)의 상용코드 해석결과를 보면 두 경계선의 폭은 약  $10 \times 10^{-6} \text{m}$ 로 측정된다. 이로부터 상용 코드의 확산이 매우 크게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 10은 무차원 유량을 전극 표면에서의 무차원 유속비에 따라 나타낸 것이다. 여기서 유량의 무차원은 전극이 없는 경우의 유량을 기준으로 하여 정의된다. 전극 표면에서의 유속비가 음의 값을 가지면서 그 크기가 증가할수록 채널 내의 유량은 감소한다. 구체적으로, 유속비가 -2일 때는 유속비가 1인 경우와 비교하여 유량이 반으로 줄어들고 있다. 이는 채널의 설계시 고려되어야 할 중요한 사항이다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 마이크로 채널 내 사다리꼴 바닥 벽면의 제타 포텐셜을 조정하여 나타나는 유체유동과 혼합효과를 상용코드 CFX-10 및 자체 개발 코드 LBM-D를 통해서 규명하였다. 본 해석 결과를 정리하면 다음과 같이 결론지을 수 있다.

- (1) 마이크로 채널 내에 사다리꼴 전극을 엇갈리게 배열하였을 때 양호한 혼합효과를 얻을 수 있다.
- (2) 이 경우 채널 내 유체는 유체의 늘어나고 접히는 전형적인 카오스 혼합효과를 기대할 수 있다.
- (3) LBM-D방법을 이용하여 상용코드의 결과와 비교하여 정성적으로 일치하는 결과를 얻었다.
- (4) 사다리꼴 전극 표면의 유속비가 -2일 때 다른 경우와 비

교하여 혼합효과가 가장 크다.

- (5) 사다리꼴 바닥면의 상대유속이 증가하면 채널 내 흐르는 유량은 작아진다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단의 국가지정연구실사업에 의한 지원으로 수행되었음.

### 참고문헌

- [1] Herr, A.E., Molho, J.I., Santiago, J.G., Mungal, M.G. and Kenny, T.W., 2000, "Electroosmotic Capillary Flow with Nonuniform Zeta Potential," *Anal. Chem.*, Vol.72, p.1053-1057.
- [2] Qian, S. and Bau, H.H., 2005, "Theoretical Investigation of Electro-Osmotic Flows and Chaotic Stirring in Rectangular Cavities," *Applied Mathematical Modelling*, Vol.29, p.726-753.
- [3] Lee, G.B., Fu, L.M., Lin, C.H., Lee, C.Y. and Yang, R.J., 2004, "Dispersion Control in Microfluidic Chips by Localized Zeta Potential Variation Using the Filed Effect," *Electrophoresis*, Vol.25, p.1879-1887.
- [4] Lee, C.Y., Lee, G.B., Fu, L.M., Lee, K.H. and Yang, R.J., 2004, "Electro kinetically Driven Active Micro-mixers Utilizing Zeta Potential Variation Induced by Field Effect," *J. Micromech. Microeng.*, Vol.14, p.1390-1398.
- [5] Polson, N.A. and Mayes, M.A., 2000, "Electroosmotic Flow Control of fluids on a Capillary Electrophoresis Microdevice Using an Applied External Voltage," *Anal. Chem.*, Vol.72, p.1088-1092.
- [6] Buch, J.S., Wang, P.C., Devoe D.L. and Lee, C.S., 2001, "Field-effect flow control in a polydimethylsiloxane-based microfluidic system," *Electrophoresis*, Vol.22, p.3902-3907.
- [7] Sniadecki, N.J., Lee, C.S., Sivanesan, P. and Devoe, D.L., 2004, "Induced Pressure Pumping in Polymer Microchannels via Field-Effect Flow Control," *Anal. Chem.*, Vol.76, p.1942-1947.
- [8] He, X. and Li, N., 2000, "Lattice Boltzmann Simulation of Electrochemical Systems," *Com. Physics Communication*, Vol.129, p.158-168.
- [9] Wang, J., Wang, M. and Li, Z., 2006, "Lattice Poisson-Boltzmann Simulations of Electro-osmotic Flows in Microchannels," *J. Colloid and Interface Science*, Vol.296, p.729-736.