論文
7-3-3

LQ 서보제어기를 이용한 벨트구동 시스템의 변위제어 (The Displacement Control of a Belt Drive System using LQ Servo Controller)

권세현(Se-Hyun Kwon)[1)]

요 약

벨트구동 시스템은 저렴한 비용, 고속 그리고 긴 이송행정 등의 이유로 screw 구동 시스템을 이용하는 것보다 더 바람직하다. 그렇지만 벨트구동 시스템은 벨트의 유연성, 마찰, 진동, 뒤틀림 등의 다른 비선형 특성으로 인하여 근본적으로 제어하기가 어려워진다. 본 연구에서 벨트구동 시스템에 적용할 제어기의 서보제어 알고리즘과 설계방법을 제시한다.

본 논문에서, 벨트구동 시스템에 대한 개선된 제어시스템의 최적 설계를 실현할 수 있는 LQ 서보제어기를 제안하였다. 제어시스템에 대한 이러한 수학적 모델 기법은 상태 공간 형식으로부터 구할 수 있다.

끝으로, 제안한 서보제어기의 효율성을 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여 검증하였다.

ABSTRACT

Because of their lower cost, higher speed, and longer travel, a belt drive system are quite desirable over screw driven system. However, a belt drive system are inherently difficult to control due to belt flexibility, friction, vibration, backlash and other non-linearities. This thesis presents servo control algorithm and the designing method of controller appliable to a belt drive system

In this paper, a LQ servo controller for a belt drive system is proposed to accomplish an optimal design of improved control system. In this scheme a mathematical model for the control system is obtained in state space form.

Finally, the effectiveness of the proposed servo controller was verified through the computer simulation results.

Keywords : Belt drive system, PID controller, LQ servo controller

논문접수 : 2006. 4. 20.
심사완료 : 2006. 5. 15.

1) 정회원 : 한중대학교 디지털공학부

Ⅰ. 서 론

벨트구동 시스템은 다양한 기구에 동력 전달용의 기계기구로서 컴퓨터, 반도체, 로봇 등 정밀기계에서 주로 사용됨에 따라 정밀제어가 요구되고 있다. 정밀 제어시스템은 산업 전반에 걸쳐 다양하게 적용되고 있으며, 그 수요도 꾸준히 증가하는 추세에 있다. 이와 같은 정밀 제어시스템은 기본적으로 높은 정확도와 정밀도, 그리고 안정적인 동특성을 갖추어야 하는데 모션 시스템의 이러한 성능지수들은 크게 기구부를 구성하고 있는 기계, 전기적인 요소들과 기구부의 움직임을 제어하는 서보제어의 성능에 좌우된다. 즉 기구부에 대해서는 예기치 않는 뒤틀림, 마찰 등이 발생하지 않도록 고품질의 서보모터와 기계요소가 사용되어야 하며, 서보제어에 대해서는 고속에서도 정밀한 추종 제어능력을 보장해줄 수 있도록 설계되어야 한다[1][2]. 벨트구동 시스템은 설치 및 유지보수에 필요한 비용이 저렴하고 고속으로 이송운동이 가능하며, 보다 긴 이송행정을 실현시킬 수 있다는 장점이 있는 반면에 벨트의 유연성, 진동, 마찰, 부하의 변화 등의 비선형성으로 인해 정상상태 오차가 발생하거나 큰 오버슈트가 발생하여 정확한 위치 이송이 어려워지고 정밀한 위치제어가 곤란하게 되어 연결된 장치의 제어를 위한 소기의 목적을 달성하는데 어려움이 주어지게 된다.

따라서 본 연구에서는 벨트구동 시스템을 대상으로 구동부를 모델링하고, 고속에서도 정밀한 추종 제어성능을 만족하는 LQ 서보제어기[3][4]를 설계하고자 한다. 제어시스템의 기준변위에 대한 추종오차를 최소화하는 서보제어기를 제안하고, 제안한 LQ 서보제어기에 대해 스텝상의 목표치에 대한 추종성과 외란 등의 제어환경 변화에도 강인함을 기존의 PID 제어기[5][6]와 비교하여 시뮬레이션을 통해 검토하였다.

Ⅱ. 벨트구동 시스템의 모델링

일반적으로 서보모터의 수학적인 모델링은 관성부하와 점성마찰 제동기로 구성되고 외부에서 토크가 입력으로 가해지면 회전체는 ω의 각속도로 회전하는 모델을 사용한다. 벨트구동 시스템의 구동부는 서보모터와 실제 이송부(pulley, belt, guide, carrier)를 포함하므로, 기본적인 모터의 모델링에 이송부의 관성부하와 점성마찰 영향이 더해지고 캐리어와 가이드 사이의 마찰에 의한 coulomb 마찰력 성분이 추가된다. 이와 같은 물리적인 성질을 모터축의 회전력 및 회전운동과 벨트와 연결된 캐리어의 직선운동에 대해 나타내면 그림 1과 같다.

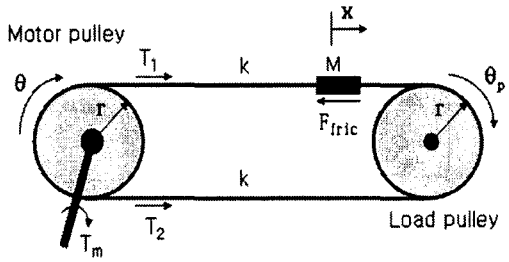

그림 1. 벨트구동 시스템의 모델링

Fig. 1. Modeling of belt-driven system

벨트구동 시스템의 구동부는 서보 제어기로부터 토크지령에 의해 서보모터가 구동되고 서보모터의 회전운동이 감속기어를 거쳐 풀리(pulley)의 회전운동으로 변환되며, 이는 유연성(flexible)을 갖는 벨트의 회전운동으로 변환되어 벨트에 부착되어 있는 캐리어(carrier)의 직선운동으로 나타나게 되는 구조를 가진다. 제어대상이 되는 플랜트는 서보제어기의 출력지령 값을 입력으로 하고 이송부의 벨트와 연결되어 있는 직선운동을 하는 캐리어의 변위 피드백을 출력으로 하는 시스템으로 정의한다. 이와 같은 시스템의 동작특성을 표현하기 위하여 풀리에 작용하는 장력을 T_1, T_2라 하면

$$T_1 = k(r\theta_p - r\theta) \qquad (1)$$

$$T_2 = k(r\theta - r\theta_p) \qquad (2)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 k는 벨트의 탄성계수, r은 풀리의 반지름, θ는 모터의 위치, θ_p는 풀리의 위치이다. 위의 식에서 캐리어의 이송변위 x를 $x = r\theta_p$라 두고 캐리어의 직선운동으로부터

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = T_2 - T_1 - F_{fric} = 2k(r\theta - x) - F_{fric} \qquad (3)$$

으로 나타낼 수 있고, 모터 축에 연결된 풀리의 회전운동으로부터

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = T_m - D\frac{d\theta}{dt} + r(T_1 - T_2) - rF_{fric} = T_m - D\frac{d\theta}{dt} - 2kr(r\theta - x) - rF_{fric} \qquad (4)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서 x는 캐리어의 이송변위, J는 모터 및 이송부 부하에 의한 관성모멘트, T_m은 모터에 가해지는 토크, D는 모터 및 이송부 부하에 의한 점성마찰계수, F_{fric}는 coulomb 마찰력, M은 캐리어의 질량이다. 그리고 coulomb 마찰력을 적은 값으로 가정하고 무시하면 식(3), (4)는 다음 식과 같다.

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = 2k(r\theta - x) \qquad (5)$$

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = T_m - D\frac{d\theta}{dt} - 2kr(r\theta - x) \qquad (6)$$

위의 식을 라플라스 변환을 취해서 캐리어의 변위와 모터의 위치에 대하여 정리하면 식(5), (6)은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$x = \frac{2kr\theta}{Ms^2 + 2k} \qquad (7)$$

$$\theta = \frac{T_m + 2krx}{Js^2 + Ds + 2kr^2} \qquad (8)$$

식(7)과 식(8)을 이용하여 벨트구동 시스템을 블록도로 나타내면 그림 2와 같다.

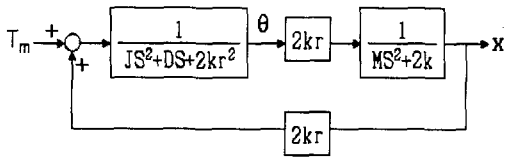

그림 2. 벨트구동 시스템의 블록도
Fig. 25. Block diagram of a belt-driven system

위에서 기술한 벨트구동 시스템의 수학적 모델링을 바탕으로 토크지령 T_m을 입력으로 하고 캐리어의 이송변위 x를 출력으로 하는 제어시스템의 전달함수는 다음 식으로 주어진다.

$$\frac{x}{T_m} = \frac{b_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s} \qquad (9)$$

여기서

$$a_1 = \frac{2kD}{JM}, \quad a_2 = \frac{2kJ + 2kr^2M}{JM}, \quad a_3 = \frac{D}{J}, \quad b_0 = \frac{2kr}{JM}$$ 이다.

식(9)를 상태방정식으로 표현하기 위하여 상태변수를 다음과 같이 정의하고

$$z_1 = x$$
$$\dot{z}_1 = x_2$$

$$\dot{z}_2 = x_3$$
$$\dot{z}_3 = x_4$$
$$\dot{z}_4 = -a_3 x_4 - a_2 x_3 - a_1 x_2 + b_0 T_m$$

제어입력 $u = T_m$으로 두면 상태방정식은 다음 식으로 표현된다.

$$\dot{z} = Az + Bu \tag{10}$$

$$y = Cz \tag{11}$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}$$
$$C = [1\ 0\ 0\ 0]$$

이다. 위의 식에서 $z = [z_1\ z_2\ z_3\ z_4]^T$는 상태벡터, y는 제어시스템의 출력이다.

Ⅲ. LQ 서보제어기의 설계

2장에서 구한 벨트구동 시스템에 LQ 서보제어기를 이용하여 캐리어의 변위제어시스템을 적용한다. 식(10)과 식(11)의 상태방정식을 오차시스템으로 표시하기 위하여 상태 z_1, z_2, z_3, z_4와 이들의 각 정상상태의 값 z_{1r}, z_{2r}, z_{3r}, z_{4r}와의 오차신호를 식(12)과 같이 정의한다.

$$\Delta z = z - z_r$$
$$\Delta u = u - u_r \tag{12}$$
$$\Delta y = y - y_r$$

여기서 $z_r = [z_{1r}\ z_{2r}\ z_{3r}\ z_{4r}]^T$이고, y_r은 기준입력이다. 그리고 정상상태에 대한 상태방정식으로 표현하고 z_r과 u_r을 구하면 식(13),(14)과 같다.

$$z_r = Az_r + Bu_r \tag{13}$$
$$y_r = Cz_r$$

$$\begin{bmatrix} z_r \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ y_r \end{bmatrix} \tag{14}$$

식(13)과 식(14)로부터 오차시스템에 대한 상태방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta z = A\Delta z + B\Delta u \tag{15}$$
$$\Delta y = C\Delta z$$

이 오차 상태방정식에서 식(16)과 같은 2차 형식의 평가함수를 최소로 하면서 피드백 시스템을 점근적으로 안정하게 하는 LQ 제어법칙은 식(17)로 주어진다.

$$J = \int_0^\infty (\Delta z_T Q \Delta z + \Delta u^T R \Delta u) dt \tag{16}$$

$$\Delta u = -R^{-1} B^T P \Delta z = -K\Delta z \tag{17}$$

여기서 $K = [k_1\ k_2\ k_3\ k_4\ ] = R^{-1} B^T P$이며, K는 피드백 이득행렬이며, P는 다음 식의 Riccati 방정식의 해 행렬이다.

$$A^T P + PA - PBR^{-1} + Q = 0 \tag{18}$$

식(12)을 이용하여 식(17)을 다시 표현하면 다음과 같게 된다.

$$u = u_r - k_1(z_1 - y_r) - k_2(z_2 - z_{2r}) \tag{19}$$
$$- k_3(z_3 - z_{3r}) - k_4(z_4 - z_{4r})$$

여기서 정상상태의 값 z_{1r}, z_{2r}, z_{3r}, z_{4r}은 각

각

$z_{1r} = y_r$, $z_{2r} = z_{3r} = z_{4r} = 0$, $u_r = 0$이다.

그림 3은 이렇게 구성한 벨트구동 시스템의 변위제어 시스템을 나타낸다.

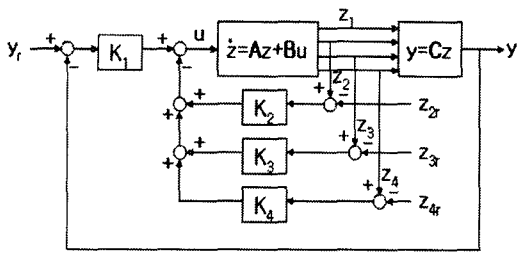

그림 3. LQ 서보제어기를 이용한 변위제어 시스템의 블록도

Fig. 3. Block diagram of displacement control system using LQ servo controller

여기서 y_r은 시스템의 기준입력, u는 제어입력이며, k_1, k_2, k_3, k_4는 각각 LQ 서보제어기의 계수이다. 그림 3에서 기준입력 y_r에서 캐리어의 이송변위 즉 출력을 y로 하는 폐루프 전달함수를 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{y}{y_r} = \frac{b_1}{s^4 + c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0} \quad (20)$$

여기서

$$c_0 = k_1 b_0, c_1 = a_1 + k_2 b_0, \; c_2 = a_2 + k_3 b_0,$$
$$c_3 = a_3 + k_4 b_0, \; b_1 = k_1 b_0$$
$$a_1 = \frac{2kD}{JM}, \; a_2 = \frac{2kJ + 2kr^2 M}{JM}$$
$$a_3 = \frac{D}{J}, \; b_0 = \frac{2kr}{JM}$$

이다.

Ⅳ. 시뮬레이션 및 고찰

시뮬레이션은 2장에서 구한 벨트구동 시스템의 상태방정식을 바탕으로 Matlab의 Simulink를 이용하였으며, 제안한 LQ 서보제어기에 대해 목표치의 스텝입력에 대한 변위응답의 추종성능과 외란에 대한 응답특성을 기존의 PID 제어기와 비교 검토한다. 시뮬레이션에 사용된 벨트구동 시스템의 파라미터와 상수 값은 <표 1>에 나타내었다.

<표 1.> 벨트구동 시스템의 파라미터

<Table 1.> Parameters of a belt-driven system

Parameter	Value	Unit
J	0.0042	[kg m²]
D	0.0987	$[N-ms/rad]$
M	0.41	[kg]
r	0.06	$[m]$
k	42.6	$[N/m]$

이 파라미터들을 식(10),(11)에 대입하면 시스템 행렬 A와 입력행렬 B 및 출력행렬 C를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4883.4 & -280.8 & 23.5 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2968.64 \end{bmatrix} \quad (21)$$
$$C = [1\ 0\ 0\ 0\ ]$$

그리고 하중행렬 Q와 하중계수 R의 값은 체계적인 방법이 알려져 있지 않으므로 시행착오를 통하여 희망하는 응답이 되도록 다음과 같이 선정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 1500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1400 & & \\ 0 & 0 & 10 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$R = 1 \qquad (23)$$

위에서 구한 값들을 식(17)에 대입하면 다음과 같은 최적제어기의 이득 K를 구할 수 있다.

$$K = [k_1\ k_2\ k_3\ k_4\ ] \qquad (24)$$

$$= [38.72\ 9.03\ 1.16\ 0.02\ ]$$

시뮬레이션 결과를 검토하기 위하여 변위지령을 스텝입력으로 $0.4[m]$을 인가하고 PID 제어기를 사용한 경우 벨트구동 시스템의 변위응답을 그림 4에 나타내었다. 이 경우 PID 제어기의 계수 값의 선정은 Ziegler-Nichols 조정법을 이용하여 $K_p = 3.6$, $K_I = 16$, $K_D = 0.1$로 선택하였다.

그림 4에서 과도응답을 보면 오버슈트가 크게 발생하는 것을 볼 수 있으며, 이 경우 최대오버슈트는 $60.9[\%]$, 정착시간은 3.25초로 주어졌다.

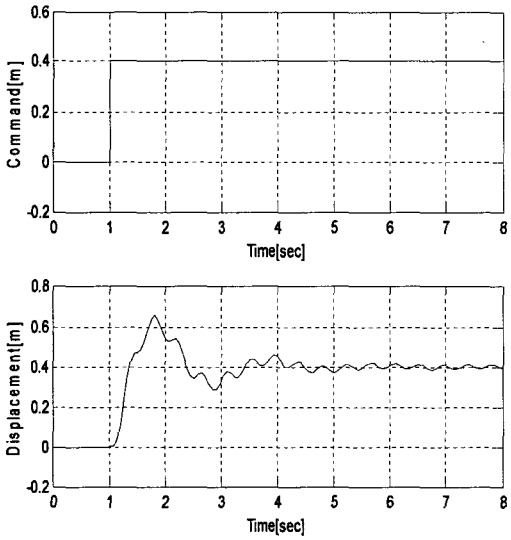

그림 4. PID 제어기의 스텝응답
Fig. 27. The step response of PID controller

변위지령을 스텝입력으로 $0.4[m]$을 인가하고 LQ 서보제어기를 사용한 경우 벨트구동 시스템의 변위응답을 그림 5에 나타내었다. LQ 서보제어기의 계수 값은 식(23)을 이용하였다. 그림 5에서 제어시스템의 과도응답을 보면 오버슈트가 거의 발생하지 않는 것을 볼 수 있으며, 최대오버슈트는 $0[\%]$, 정착시간은 0.53초로 주어졌다.

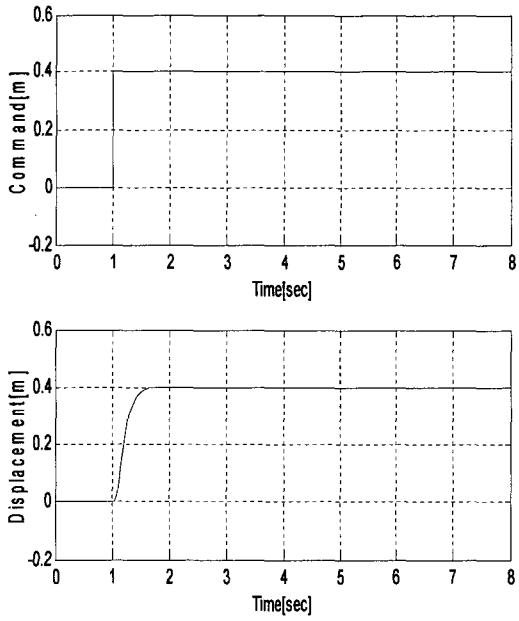

그림 5. LQ 서보제어기의 스텝응답
Fig. 28. The step response of LQ servo controller

그림 6은 변위지령을 $0.4[m]$의 스텝입력을 주고 외란을 스텝으로 4초에서 주었을 때 PID 제어기를 사용한 경우와 LQ 서보제어기를 사용한 경우의 변위응답을 각각 나타내었다. 그림 6을 보면 PID 제어기를 사용한 경우에는 외란을 인가하는 시점에서 큰 오버슈트와 정상상태 오차가 발생하였으나 LQ 서보제어기를 사용한 경우에는 오버슈트나 정상상태 오차가 없이 빠르게 목표치에 잘 추종하고 있음을 알

수 있다.

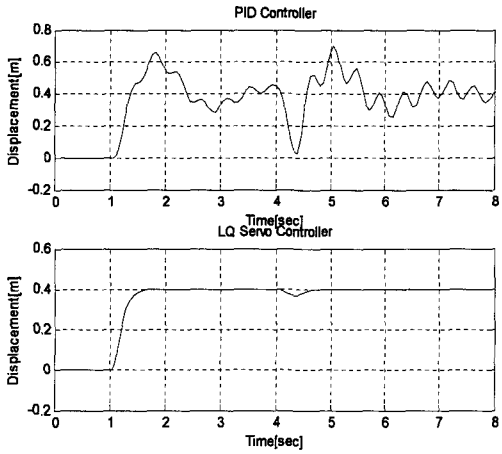

그림 6. 외란을 갖는 PID와 LQ 서보제어기의 스텝 응답

Fig. 29. The step response of PID and LQ servo controller with disturbance

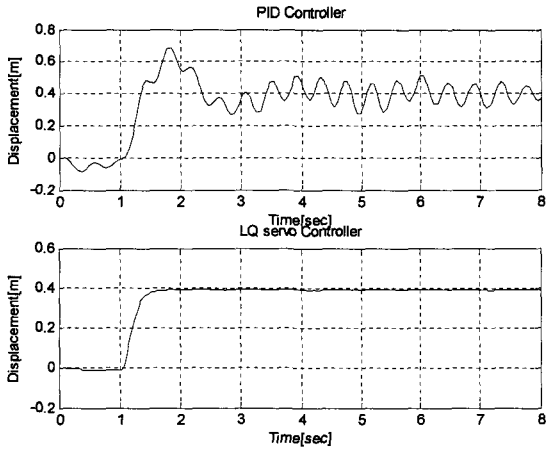

그림 7. 외란을 갖는 PID와 LQ 서보제어기의 스텝 응답

Fig. 30. The step response of PID and LQ servo controller with disturbance

그림 7은 coulomb 마찰력 대신에 random noise외란을 주었을 때 PID 제어기를 사용한 경우와 LQ 서보제어기를 사용한 경우의 변위 응답을 각각 나타내었다. 그림 7에서 PID 제어기를 사용한 경우에는 정상상태 편차가 많이 발생하며, LQ 서보제어기를 사용한 경우에는 정상상태 편차가 거의 발생하지 않고 목표치에 잘 추종함을 확인할 수 있다.

이상의 시뮬레이션 결과를 보면 PID 제어기의 응답은 큰 오버슈트 60.9[%]와 상대적으로 느린 정착시간(3.25초)을 나타내었으며, 제안한 LQ 서보제어기의 응답은 오버슈트 0[%]가 거의 없이 빠른 정착시간(0.53초)을 나타내었다. 또한 외란이 있는 경우에 LQ 서보제어기에서는 만족할 만한 수준의 제어성능을 보이지만 PID 제어기에서는 큰 오버슈트와 목표치 도달시간이 길게 주어졌다. 따라서 제안한 LQ 서보제어기의 응답이 기존의 PID 제어기의 응답보다 제어성능이 우수함을 확인할 수 있었다.

V. 결 론

정밀제어 시스템에 주로 사용되는 벨트구동 시스템은 산업 전반에 걸쳐 다양하게 적용되고 있으나 벨트의 유연성, 진동, 마찰, 뒤틀림 등의 비선형성으로 인하여 정상상태 오차나 큰 오버슈트가 발생하게 되어 정밀제어가 어렵게 된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 영향을 해결하기 위해서 벨트구동 시스템을 대상으로 구동부를 수학적으로 모델링하고, 그것을 기반으로 고속에서도 정밀한 추종 제어성능을 만족하는 LQ 서보제어기를 제안하였다.

시뮬레이션 결과 PID 제어기는 큰 오버슈트와 상대적으로 느린 정착시간을 나타내었고, 제안한 LQ 서보제어기는 빠른 정착시간과 오버슈트가 없는 응답을 얻을 수 있었다. 또한 외란의 변화에 의해 발생하는 정상상태 오차를 효과적으로 최소화 할 수 있다는 것을 시뮬레이션을 통하여 확인할 수 있었다.

향후 연구과제로는 실제 실험을 통하여 시뮬

레이션 결과와 같이 정밀한 과도응답이 주어지는 지를 확인할 필요가 있으며, LQ 서보제어기의 가중치행렬 Q와 R값의 선정에 대한 체계적이고 효율적인 설정방법을 개선하면 벨트 구동 시스템의 정밀제어 분야에 도움이 되리라 본다.

참고문헌

[1] Zhu Yang and Lilong Cai, "Tracking Control of a Belt-Driven Position Table using Fourier Series Based Control Scheme", Robotics, intelligent Systems and Signal Processing, IEEE International Conference on, v. 1, pp. 196-201, 2003.

[2] Hace, A., Jezernik, K. and Terbuc, M., "Robust Motion Control Algorithm for Belt-Driven Servomechanism", Industrial Electronics, 1999. ISIE '99. Processing of the IEEE International Symposium, vol. 2, pp. 893-898, 1999.

[3] W. H. Yan, M. Tomizuka, "Servo System Design Based on LQ and H_∞ Approaches", American Control Conf. pp. 2780-2784, 1993.

[4] Brian D. O. Anderson, John B. Moore, "Optimal Control Linear Quadratic Methods", Prentice-Hall, Inc., 1989.

[5] T. Aoyama. and S. Omatsu, "Design of a Self-Tuning PID Control System by Neural Networks", Institute of Electrical Engineers of Japan, vol. 116, no. 11. pp. 1197-1201, 1996.

[6] Y. I. Lee, J. S. Kim, "Generalized PID Position Control Algorithm for High Performance Position Control Loop using Linear Machine Drive", Proceeding of IPEC-Tokyo 2000, vol. 1, pp. 331-336, 2000.

권 세 현 (Se-Hyun Kwon)

1986년 부경대 전자공학과(공학사)
1989년 동아대 전자공학과(공학석사)
1999년 동아대 전자공학과(공학박사)
2003년 ~ 현재 한중대학 디지털정보공학부 부교수
관심분야 : 컴퓨터프로그래밍, 자동제어, 로보틱스