

회전하는 맥동관 냉동기의 맥동관에 대한 2차원 모델 해석

Two-dimensional model analysis for the pulse tube of rotating pulse tube refrigerator

최재영*, 정상권**, 정은수***

J. Choi*, S. Jeong**, Eun-Soo Jeong***

Abstract: This paper describes the effect of rotating frequency on the pulse tube of Stirling type pulse tube refrigerator. Various conditions were analyzed by two-dimensional analysis with several dominant non-dimensional parameters. With the additional pressure term influenced by centrifugal force in rotating condition, the linearized conservation equations of mass, momentum, energy of the gas were solved to obtain the first order variables and calculate the enthalpy flow in rectangular coordinates. The rotational effect in pulse tube for the refrigerator's performance were quantitatively evaluated. According to the first order analysis, the enthalpy flow decreases with the rotating speed.

Key Words: rotating effect, pulse tube refrigerator, two-dimensional model.

1. 서 론

초전도 발전기나 모터는 회전자의 계자 권선으로 전 기저항이 없는 초전도선재를 사용함으로써, 기존의 상 전도 기기보다 월등히 큰 공극자속 밀도를 얻을 수 있다. 또한, 고정자는 철심을 사용하지 않으므로 전기자 권선내의 도선수를 증가시킬 수 있어 소형 경량화가 가능하고 저항에 의한 열손실 감소로 전체 회전 기기의 효율 상승을 기대할 수 있다.

이러한 초전도 회전자의 계자코일이 초전도성을 유지 하기 위해서는 회전자의 극저온 냉각이 필수적이다. 기존의 초전도 발전기나 모터의 경우에는 회전자와 냉 각시스템이 분리된 구조였기 때문에 고정부에서 회전부 로 냉매가 지속적으로 이송되기 위해서는 특별히 고안 된 결합장치가 필요하였다. 따라서, 극저온 유체 이송 연결부가 전체시스템을 복잡하게 하고 연결부의 불필요 한 열손실 등으로 인하여 상온 모터나 발전기에 대한 경쟁력을 악화시키는 요인으로 작용한다.

이러한 문제를 해결하기 위해서, 새로운 냉각 방식으 로서 회전자에 직접 탑재될 수 있는 냉각 시스템에 대 한 관심이 고조되었는데[1], 남중원 등[2]은 회전체 탑재 형 냉동시스템에 대한 연구를 수행 하였고, 김홍성[3]은

스털링형 맥동관 냉동기를 이용하여 최대 1800 rpm까 지 회전 실험을 실시하였으며, 그 결과 고속회전 상황 에서도, 스텔링형 맥동관 냉동기의 경우에는 회전에 의 한 성능 변화가 크게 나타나지 않음을 보였다. 하지만, 이 결과는 냉동기의 성능과 크기 면에서 매우 한정된 모델에 대한 실험 결과이다. 따라서 회전에 의한 성능 변화를 좀 더 정확하게 규명하기 위해서는, 압축기의 용량, 냉동기의 크기 및 작동조건의 변화에 따른 회전 형 냉동기의 성능변화에 대하여 체계적인 연구가 추가 적으로 필요하다.

본 논문에서는 맥동관 냉동기의 다양한 작동 조건과 형상에 대하여 회전에 따른 냉동기의 성능 변화를 예측 하기 위해서 맥동관 냉동기의 냉동용량과 직접적으로 관련된 엔탈피흐름[4]을 맥동관에 대한 2 차원 해석을 통하여 이론적으로 계산하였다.

2. 본 론

2.1 해석 모델

Fig. 1은 맥동관을 간략하게 모델링한 것이다. 맥동관 의 왼쪽부분($x=0$)에는 저온부 열교환기가 위치하고 오 른쪽 부분($x=L$)에는 고온부 열교환기가 위치하게 된다. 해석을 간단하게 하기 위해서 맥동관을 무한평판으로 근사화하여, 직교좌표계를 이용하여 해석을 수행하였다. 이는 비록 맥동관이 실린더 형태이지만 주된 현상들이 상대적으로 매우 얇은 경계층 내에서 일어나기 때문이 다. 왕복 운동하는 충류유동과 관련된 경계층 두께는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\omega\rho}} \quad (1)$$

$$\delta_k = \sqrt{\frac{2k}{\omega\rho c_p}} = \frac{\delta_v}{\sqrt{\text{Pr}}} \quad (2)$$

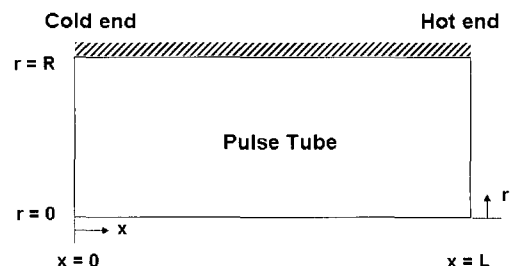


Fig. 1. Schematic diagram of a pulse tube.

* 학생회원 : 한국과학기술원 기계공학과 석사과정

** 정 회 원 : 한국과학기술원 기계공학과 교수

*** 정 회 원 : 홍익대 기계공학과 교수

원고접수 : 2006년 8월 16일

심사완료 : 2006년 9월 25일

기호설명	그리스 문자
A 맥동관 단면적	β 무차원 주파수, 식(19)
c_p 정압 비열	γ 비열 비
f 작동 주파수	δ_k 열경계층
\dot{H}_2 주기에 대한 2차 엔탈피 흐름의 평균값	δ_v 운동량경계층
I 단위 복소수	ϵ 팽창 계수, 식(21)
k 열 전도도	ϵ_{hc} 저온부에 대한 고온부의 왕복면위 비
L 맥동관의 길이	μ 점성계수
Ma Mach 수	ρ 밀도
p 압력	ϕ 위상차
Pr Prandtl 수	ω 각 속도
r 반경방향 좌표	위 첨자
R 맥동관의 반경	* 무차원 수
Re 실수 부분	~ 공액 복소수
R_g 기체 상수	- 단면에 대한 평균 값
s 맥동흐름의 왕복변위	아래 첨자
t 시간	0 기준 값
T 온도	1 1차
u 축방향 속도	2 2차
v 반경방향 속도	C 저온부 끝단
V_r 축방향 속도에 대한 원주방향 속도의 비, 식(23)	H 고온부 끝단
V_θ 원주 방향 속도	m 평균 값
x 축방향 좌표	w 맥동관 벽
	θ 원주 방향 좌표

식(1)과 식(2)는 각각 작동 주파수가 ω 이고 밀도와 점성 계수, 열전도도가 ρ, μ, k 일 때의 운동량 경계층과 열 경계층 두께를 나타낸 것이다. 일반적으로 반경이 R 인 대부분의 맥동관은 $\delta_v, \delta_k \ll R$ 이므로 직교좌표계의 근사가 타당하다.

이 해석에서 사용된 가정은 다음과 같다.

1. 맥동관 내부에 왕복 운동하는 유체의 변위(s)가 맥동관의 길이(L)보다 매우 작다. ($s/L \ll 1$)
 2. 경계층의 두께가 맥동관의 반경보다 매우 작아서 x 방향의 도함수는 r 방향의 도함수와 비교해서 무시할 수 있다. ($\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial T}{\partial r}, \frac{\partial u}{\partial r}$)
 3. 맥동관 내부 기체는 이상기체이며 기체의 흐름은 층류로 가정한다.
 4. 맥동관 내부 기체의 반경방향 평균 온도 분포는 축방향으로 선형이다. ($\frac{dT_m(x)}{dx} = Constant$)
 5. 맥동관 벽의 열용량이 내부기체의 열용량보다 매우 커서 시간에 따라서 온도가 변하지 않으며, 내부기체의 평균온도 분포와 같다. ($T_w = T_m$)
- 위 가정에 의해서 질량보존, 운동량보존, 에너지보존 방정식과 상태방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \quad (4)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \quad (5)$$

$$p = \rho R_g T \quad (6)$$

경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r=0: & \frac{\partial u}{\partial r} = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \\ r=R: & u = 0, v = 0, T = T_m \\ x=0: & \bar{u} = \omega_x s \cos(\omega_x t) \\ x=L: & \bar{u} = \omega_x s \cos(\omega_x t - \phi) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 ω_x 는 맥동관 작동 주파수이며, ϕ 는 위상차. 아래첨자 m은 평균값을 말한다. 회전이 없는 맥동관에서는 위의 지배방정식에서 압력을 축방향의 함수로만 가정을 하여 해석을 한다[5]. 본 연구에서는 회전에 의한 효과를 고려하기 위해서 원통좌표계에서의 반경과 원주방향의 운동량보존방정식을 다음과 같이 추가로 고려하였다.

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (8)$$

$$0 = \frac{d^2 V_\theta}{dr^2} + \frac{d}{dr} \left(\frac{V_\theta}{r} \right) \quad (9)$$

식(8)은 원통좌표계에서의 반경방향으로의 운동량 보존방정식으로 맥동관이 일정한 속도로 회전하고 있다는

가정 하에서 θ 방향으로의 변화량을 0으로 두어 유도한 것이다. 여기서 V_θ 는 원주방향의 속도이다. 식(9)는 대류항을 무시하고 보다 해석을 간단히 하기 위해서 밀도와 점성계수가 일정하다고 가정한 후에 유도한 것으로 경계조건은 다음과 같다. w_θ 는 회전주파수 이다.

$$\begin{aligned} r=0: V_\theta &= 0 \\ r=R: V_\theta &= R w_\theta \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 해석 방법

본 논문에서 사용된 2차해석의 기본은 연속 근사법(successive approximation method)[6]에서부터 출발하였으며, 이 방법은 음향학에서 사용되어지던 방법으로 왕복운동하는 맥동관 내부 유체에도 적용 될 수 있다. 이전의 논문에서도 이러한 해석방법을 기본으로 맥동관의 2차모델 해석이 다수 수행 되었다.[7][8][9] 이 방법은 모든 변수들을 평균값과 고차항의 덧셈으로 표현한다. 관련변수들을 차수가 1인 항까지 전개를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x,r,t) &= 0 + Re[u_1(x,r)e^{i\omega t}], \\ v(x,r,t) &= 0 + Re[v_1(x,r)e^{i\omega t}], \\ T(x,r,t) &= T_m(x) + Re[T_1(x,r)e^{i\omega t}], \\ \rho(x,r,t) &= \rho_m(x) + Re[\rho_1(x,r)e^{i\omega t}], \\ p(x,r,t) &= p_m + Re[p_1(x,r)e^{i\omega t}], \\ \mu(x,r,t) &= \mu_m(x) + Re[\mu_1(x,r)e^{i\omega t}], \\ k(x,r,t) &= k_m(x) + Re[k_1(x,r)e^{i\omega t}], \end{aligned} \quad (11)$$

$Re[z]$ 는 z 의 실수부분을 나타낸다. $T_m(x)$ 은 가정 4와 경계조건에 의해서 주어지는 값이며, 따라서 $\mu_m(x)$ 와 유체의 열전도도 $k_m(x)$ 도 정해진다. 아래첨자 1은 차수가 1인 변수를 나타내는 것으로 각속도 w 로 변화하는 값을 말하며, 이 값은 크기와 위상을 가지고 있는 복소수이다. 0차 밀도와 압력은 회전의 경우 축 방향과 반경방향의 함수가 되어야 하지만, 본 해석에서는 평균값을 사용하여 계산하였다. 1차 항의 곱은 2차 항으로, 평균값과 1차 항의 곱은 1차 항으로 계산된다.

본 해석에서는 해를 일반화하기 위해서 먼저 변수를 다음과 같이 무차원화 한다.

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L}, r^* = \frac{r}{R}, t^* = \frac{t}{1/w_x}, \\ u^* &= \frac{u}{w_x s}, v^* = \frac{v}{w_x s (R/L)}, V_\theta^* = \frac{V_\theta}{w_\theta R} \\ T^* &= \frac{T}{T_H}, \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, p^* = \frac{p}{p_0} \end{aligned} \quad (12)$$

아래첨자 H와 0은 각각 고온부, 기준온도에서의 값을 나타낸다.

1차 해를 구하기 위해 식(11)을 (3)-(6), (8)-(9)식에 대입을 하고 차수가 1인항만 남기고 무차원화 한다.

$$I\rho_1^* + \epsilon \left(\frac{\partial(\rho_m^* u_1^*)}{\partial x^*} + \rho_m^* \frac{\partial v_1^*}{\partial r^*} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 u_1^*}{\partial r^{*2}} - 2I\beta^2 u_1^* = \frac{2\beta^2 \epsilon}{\gamma Ma^2 \rho_m^*} \frac{\partial p_1^*}{\partial x} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_1^*}{\partial r^{*2}} - 2I\beta^2 Pr T_1^* &= \\ 2\beta^2 Pr \epsilon \frac{\partial T_m^*}{\partial x^*} u_1^* - 2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right) I\beta^2 Pr \frac{p_1^*}{\rho_m^*} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\rho_1^* = \frac{p_1^*}{T_m^*} - \rho_m^* \frac{T_1^*}{T_m^*} \quad (16)$$

$$V_r^2 \rho_1^* \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = \frac{1}{\gamma Ma^2} \frac{\partial p_1^*}{\partial r^*} \quad (17)$$

$$0 = \frac{d^2 V_\theta^*}{dr^{*2}} + \frac{d}{dr^*} \left(\frac{V_\theta^*}{r^*} \right) \quad (18)$$

관련 변수들은 다음과 같다.

$$\beta = \frac{R}{\sqrt{2\mu_m/(\rho_m w_x)}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{(T_m^*)^b / \rho_m^*}} \quad (19)$$

$$\beta_0 = \frac{R}{\sqrt{2\mu_0/(\rho_0 w_x)}} \quad (20)$$

$$\epsilon = \frac{s}{L} \quad (21)$$

$$Ma = \frac{w_x s}{\sqrt{\gamma R_g T_H}} \quad (22)$$

$$V_r = \frac{w_\theta R}{w_x s} \quad (23)$$

$$b = \frac{T_m}{\mu_m} \frac{d\mu_m}{dT_m} \quad (24)$$

여기서 γ 는 비열비, R_g 는 기체상수, L 는 단위 복소수이다. 식(8)로부터 식(17)로 무차원화 하는 과정에서 얻어지는 척도해석(scale analysis)을 통하여 반경방향 속도의 1차 항을 무시하였다. 먼저 반경방향의 압력을 구하기 위해서 식(18), (10)으로부터 V_θ^* 를 구하면 다음과 같다.

$$V_\theta^*(r^*) = r^* \quad (25)$$

그리고 식(25)를 (17)식에 대입한 후에 반경방향으로 적분을 하여 정리하면 압력의 1차 항은 다음과 같이 표현되어 진다.

$$\begin{aligned} p_1^*(x^*, r^*) &= p_1^*(x^*, 0) + f_{real}(x, r), \\ f_{real}(x, r) &= \gamma V_r^2 Ma^2 \int_0^{r^*} \rho_1^*(x^*, r^*) r dr^* \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 축 방향과 원주방향의 속도 비, $V_r = 0$ 이면, 맥동관의 반지름이 일정할 때 Baek[5]에 의해서 구해진 1 차해와 그 결과가 같아진다. 본 논문에서는 해석을 가능하게 하기 위해서 $\rho_1^*(x, r)$ 을 좀 더 근사하였다.

우선 정지되어 있을 경우에 대하여 밀도의 1차 해를 구한다. 회전하지 않을 경우에는 가정 2에 의해서 $p(x, t) = p_m + Re[p_1(x)e^{i\omega t}]$, 즉 반경방향의 압력도함수를 0으로 가정할 수 있으므로 이로부터 해를 구한다.

식(14)로부터 $u_1^*(x, r)$ 을 구한 후 식(15)에 대입해서 $T_1^*(x, r)$ 을 구한다. 이 미분방정식은 압력이 축 방향만의 함수이므로 상미분 방정식(ordinary differential equation)이 되어, 압력에 대한 함수로 해가 구해진다. 이 해를 식(16)에 대입하면, 밀도의 1차 해를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\rho_1^*(x^*, r^*) = \frac{p_1^*(x^*)}{\gamma T_m^*} \left[1 + (\gamma - 1) \frac{\cosh((I+1)\beta\sqrt{Pr}r^*)}{\cosh((I+1)\beta\sqrt{Pr})} \right] + \frac{\epsilon^2}{\gamma Ma^2} \frac{1}{T_m^*} \frac{\partial T_m^*}{\partial x^*} \frac{\partial p_1^*(x)}{\partial x^*} \times \left[1 - \frac{Pr}{Pr-1} \frac{\cosh((I+1)\beta r^*)}{\cosh((I+1)\beta)} + \frac{1}{Pr-1} \frac{\cosh((I+1)\beta\sqrt{Pr}r^*)}{\cosh((I+1)\beta\sqrt{Pr})} \right] \quad (27)$$

질량 보존식 (13)에 1차 해를 대입해서 반경방향으로 적분하여 $v_1^*(x, r)$ 을 구한다. 이 과정에서 v_1^* 의 경계조건으로부터 압력에 대한 미분방정식이 나오게 되며, 식(7)의 $x^* = 0, x^* = 1$ 에서 u_1^* 의 경계조건으로부터 p_1^* 의 경계조건을 구하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial p_1^*}{\partial x^*} \right)_{x^*=0} = \frac{-I\rho_m^* \gamma Ma^2}{\epsilon \left[1 - \frac{\tanh((I+1)\beta)}{(I+1)\beta} \right]} \quad (28)$$

$$\left(\frac{\partial p_1^*}{\partial x^*} \right)_{x^*=1} = \frac{-I\rho_m^* \gamma Ma^2 \epsilon_{hc}}{\epsilon \left[1 - \frac{\tanh((I+1)\beta)}{(I+1)\beta} \right]} e^{-I\phi} \quad (29)$$

여기서 ϵ_{hc} 은 맥동관의 저온 측과 고온 측에서의 변위차를 고려한 값으로 여기서는 0.3 을 사용하였다. 또한 위상차 $\phi = 90^\circ$ 로 가정을 하였으며 이것은 맥동관 내에서 최대 엔탈피 흐름을 얻을 수 있는 위상차이다. 일단 압력에 관한 미분방정식을 풀어 $p_1^*(x)$ 을 구하게 되면 모든 변수들이 $p_1^*(x)$ 의 함수로 표현되어 있으므로 1차해가 전부 구해지게 된다.

좀 더 정확하게 해석하기 위해서는 식(26)의 $\rho_1^*(x, r)$ 을 변수로 놓고 계산을 하여야 하지만 이 경우 에너지 방정식과 운동량방정식이 연계되어 계산이 매우 복잡해진다. 우선 계산을 간단히 하기 위해서 회전이 아닌, 정지해 있을 경우의 $\rho_1^*(x, 0)$ 를 대입하여 계산을 하기로 한다. $\rho_1^*(x, r)$ 은 경계층 부근에서만 소폭 변화를 하는 값이며, 식(26)의 계산에서 반경방향으로의 적분이 들

어가기 때문에 $\rho_1^*(x, 0)$ 로 근사를 해도 1차 해의 값에는 거의 변화가 없다. 따라서, 식(26)에서 밀도의 1차항은 다음과 같이 근사된다.

$$\rho_1^*(x^*, r^*) \approx \rho_1^*(x^*, 0) = \frac{p_1^*(x^*, 0)}{T_m^*} \quad (30)$$

식(30)을 식(26)에 대입해서 $p_1^*(x, r)$ 을 다시 나타내면 다음과 같다.

$$p_1^*(x^*, r^*) = p_1^*(x^*) + \gamma V_r^2 Ma^2 \frac{p_1^*(x^*)}{T_m^*} r^{*2} \quad (31)$$

식(31)을 식(14)-(16)에 대입을 한 후, 앞서 회전하지 않을 경우의 1차 해를 구했던 방법과 동일한 과정으로써, 수치적인 계산을 하여 회전할 경우의 1차 해를 구하였다. 여기서 구한 밀도의 1차 해를 식(26)의 f_{real} 에 대입한 값과 식(31)의 값을 비교해 보았다.

Fig. 2는 위에서 부터 아래로 f_{real} , f_{app} 가 각각 $x=0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$ 일 때의 그래프를 그린 것이다. f_{real} 와 f_{app} 값의 차이는, 정지해있을 경우의 밀도의 1차 해를 식(26)에 대입해서 계산함으로 인하여 생겨난 것으로 이를 회전에서 실제 값에 근접하기 위해서 식(32)에서처럼 $F(x)$ 라는 2차 함수를 인수로 곱하여 보정하였다.

$$p_1^*(x^*, r^*) = p_1^*(x^*) + f_{app}(x, r),$$

$$f_{app}(x, r) = \gamma V_r^2 Ma^2 F(x) \frac{p_1^*(x^*)}{T_m^*} r^{*2} \quad (32)$$

$$F(x) = a + bx + cx^2 \quad (33)$$

$F(x)$ 함수의 계수 a, b, c 를 각각 변화시켜 가면서 식(34)를 만족할 때 까지 계산을 반복하여 1차 해를 구한다. 여기서 n 은 반복횟수이다.

$$\frac{f_{real}(x, r)_n - f_{app}(x, r)_n}{f_{real}(x, r)_n} \times 100 < \epsilon \quad (34)$$

Fig. 2는 오차의 수정과정을 나타낸 것이다.

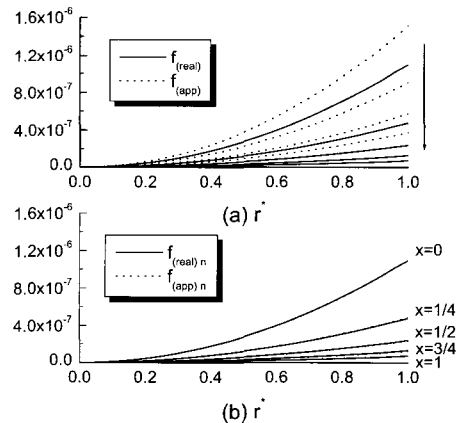


Fig. 2. (a) error of approximation. (b) correction by second degree polynomial factor.

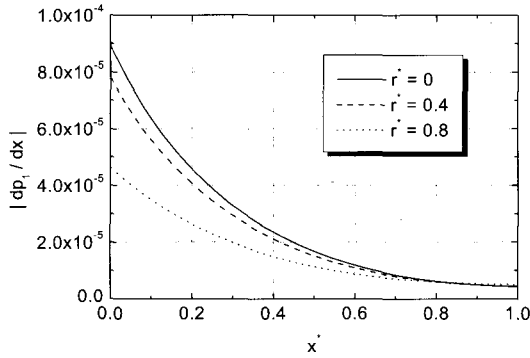


Fig. 3. Effect of rotation on first-order axial pressure gradient.

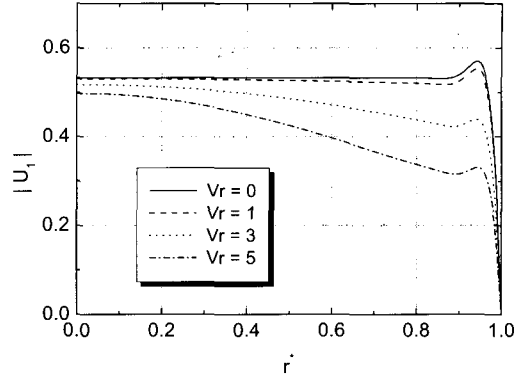


Fig. 4. Effect of rotation on first-order axial velocity.

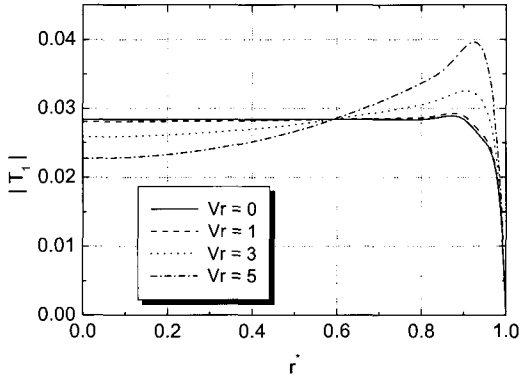


Fig. 5. Effect of rotation on first-order temperature.

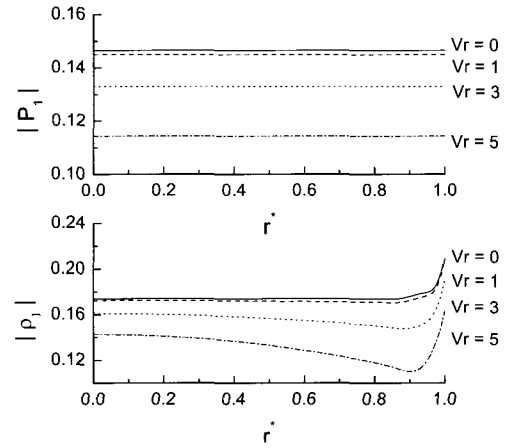


Fig. 6. Effect of rotation on first-order pressure and density.

3. 결과 및 토론

관련된 무차원 변수 및 작동 조건들은 $\epsilon = 0.1$, $\epsilon_{hc} = 0.3$, $Ma = 0.001$, $\beta_0 = 30$, $Pr = 0.7$, $\gamma = 5/3$, $\phi = 90^\circ$, $T_c^* = 0.4$, $p_m^* = 0.85$, 수정 인자 $F(x)$ 의 계수는 각각 $a = 0.728$, $b = -0.866$, $a = 0.442$ 을 사용했다. 기준 압력과 기준 온도는 $p_0 = 1.0$ MPa, $T_H = 300$ K 이다. 여기에서 사용한 변수들의 값은 크기가 작고 비교적 높은 주파수에서 작동하는 맥동관 냉동기를 대표하는 값이다.[9]

Fig. 3은 $V_r = 5$ 일 때, p_1^* 의 축 방향 구배에 대한 회전의 영향을 나타낸 것으로 반경방향으로 $\partial p_1^*/\partial x^*$ 의 변화를 나타냈다. 관 벽 쪽으로 갈수록 $\partial p_1^*/\partial x^*$ 이 작아지는 것을 알 수 있다.

Fig. 4는 $x^* = 0.5$ 에서 반경방향으로 u_1^* 에 대한 회전의 영향을 나타낸 것이다. u_1^* 은 $\partial p_1^*/\partial x^*$ 에 의해서 발생하며 비례관계를 가진다. 회전할 경우 전체적인 크기가 소량 감소하고, $\partial p_1^*/\partial x^*$ 가 반경방향으로 감소함으로 u_1^* 또한 반경방향으로 갈수록 작아지는 경향을 보인다.

Fig. 5는 $x^* = 0.5$ 에서 반경방향으로 T_1^* 에 대한 회전의 영향을 나타낸 것이다. 본 해석에서는 평균밀도

와 평균온도가 축 방향만의 함수이므로 T_1^* 은 식(16)에서 보듯이 p_1^* 에 비례하고 ρ_1^* 에 반비례한다. Fig. 6에서 회전주파수가 증가함에 따라서 중심부근에서 p_1^* 이 감소하고 관 벽 부근에서 ρ_1^* 이 감소한다. 따라서, V_r 커짐에 따라서 중심부근에서는 T_1^* 의 크기가 감소하며, 관 벽 부근에서는 증가하는 경향을 보인다. 맥동관에서의 엔탈피 흐름은 다음과 같이 온도와 속도의 1차항의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{H}_2^* = \rho_m^* \int_0^1 \frac{1}{2} Re[u_1^* \widetilde{T}_1^*] dA^* \quad (35)$$

위 식은 $Re[ae^{i\omega t}]Re[be^{i\omega t}] \approx \frac{1}{2}Re[a\widetilde{b}]$ 을 이용하여 유도된 것이다. 처음에 평균온도분포를 선형으로 가정을 하였으므로 \dot{H}_2^* 의 정확한 값을 예측할 수는 없으나, 정지 상태에 대하여 회전수의 증가에 대한 \dot{H}_2^* 의 비로 나타냄으로써 회전에 의한 경향을 파악하기에는 충분하다.

고온부와 저온부 양단의 온도가 정해져 있을 때, 무차원 변수는 작동조건, 맥동관의 규격과 관련하여 다음과 같은 관계를 가진다.

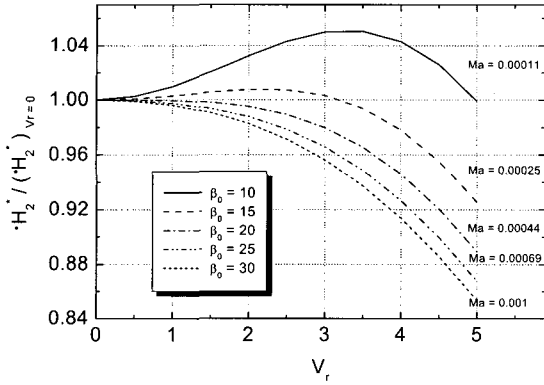


Fig. 7. Effect of rotation on the change of operating frequency and pulse tube diameter.

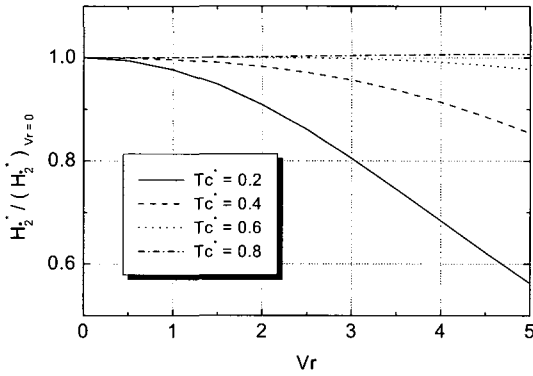


Fig. 9. Effect of rotation on the cold end temperature.

$$\beta_0 \propto R \sqrt{w_x}, \quad Ma \propto w_x s \quad (36)$$

맥동관의 작동주파수와 관련된 변수는 Ma , β_0 이다. 다른 변수들이 고정되어 있다고 한다면 주파수가 변함에 따라서 $\beta_0^2 \propto Ma$ 의 관계를 가지며 변한다. 작동 주파수와 엔탈피 흐름에 대한 회전의 영향을 알아보기 위해서, 엔탈피 흐름을 $V_r = 0$ 일 때를 기준으로 무차원화 시킨 후, β_0 , Ma 을 변화시켜 가면서 주파수의 변화에 대한 회전의 영향을 그림 7에 나타내었다.

β_0 가 15보다 큰 경우는 회전속도가 증가함에 따라서 엔탈피 흐름이 작아지므로 성능 저하를 가져오며, β_0 가 15이하에서는 $V_r = 3$ 부근이 될 때 까지 오히려 엔탈피 흐름이 증가하다가 이후 감소하는 흥미로운 결과를 보인다.

Ma 를 고정하고 β_0 만 변화시켰을 경우, 즉 $\beta_0 \propto R$ 의 관계를 이용하여 맥동관 직경의 변화에 따른 회전의 영향에 대한 그래프를 그려보면 Fig. 7의 결과와 일치하는데 이것은 맥동관 냉동기에서 $Ma(10^{-3})$ 값이 매우 작기 때문이다. 따라서 일정 반경이상($\beta_0 > 15$)에서는 반경이 증가함에 따라서 그 성능이 감소하며, 반경이 $\beta_0 < 15$ 에서는 $V_r = 3$ 부근까지 성능이 향상되다가 감소한다.

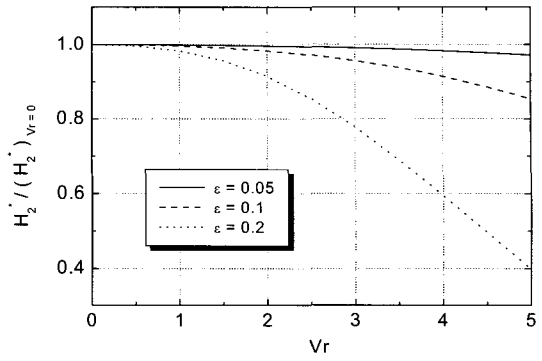


Fig. 8. Effect of rotation on the change of expansion parameter.

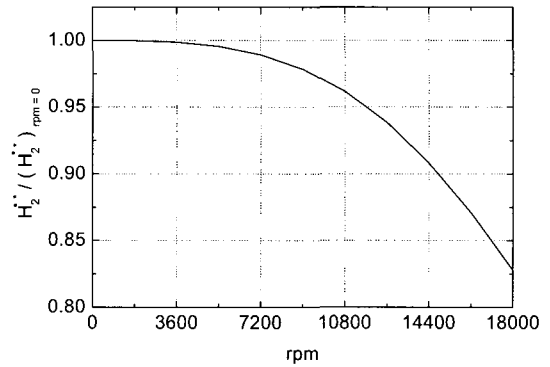


Fig. 10. Effect of rotation on experimental condition of reference [3].

Fig. 8에서는 ϵ 의 변화에 따른 회전의 영향을 나타내었다. 회전수가 증가하면서 성능은 감소하며 ϵ 이 증가함에 따라서 회전에 따른 엔탈피 흐름의 감소폭이 커짐으로 ϵ 이 증가하면(유체의 변위 s 가 증가하면) 회전에 따른 영향을 많이 받는다는 것을 알 수 있다. 다른 변수들이 고정되어 있다면 $\epsilon \propto 1/L$ 이다. 회전 속도가 증가함에 따라서 맥동관 길이가 짧을 수록 회전에 의한 영향을 많이 받는다는 것을 알 수 있다.

저온부 끝단 온도인 T_c^* 를 변화시켜 가면서 회전에 의한 영향을 Fig. 9에 나타내었다. 회전속도가 증가에 따라서 엔탈피 흐름이 감소하는 경향을 보인다. T_c^* 가 작을수록, 회전속도의 변화에 따른 엔탈피 흐름의 감소폭이 큰 것으로 보아 회전에 따른 영향이 크게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 10은 김홍성[3]의 맥동관 냉동기에 대하여 회전속도의 변화에 따른 맥동관 성능 변화를 나타낸 것이다. 관련변수의 값은 $f = 60$ Hz, $R = 4.76 \times 10^{-3}$ m (3/8 inch tube), $L = 0.05$ m, $Ma = 0.00185$, $\beta_0 = 18.5$ 이다. 실험에서 사용된 냉동기는 $\beta_0 > 15$ 이므로 회전수가 증가함에 따라서 냉동용량이 감소하는 경향을 보인다. 실험에서 구현한 1800rpm부근에서는 냉동용량에 있어서 거의 변화가 나타나지 않기 때문에 회전에 의한 성능변화는 거의 없는 것으로 나타난 것이다.

4. 결 론

본 논문에서는 회전하는 스틸링형 맥동관 냉동기의 맥동관에 대한 2 차원 모델 해석 방법이 제시되었다. 이러한 해석의 결과를 일반화하기 위해 무차원 변수를 도입하여, 다양한 작동 조건과 맥동관의 형태에 관하여 회전하는 상황이 맥동관 냉동기의 성능에 어떠한 영향을 주는지를 예측하였다. 1 차 해만 고려할 경우, $\beta_0 < 15$ 에서는 작동 주파수와 맥동관의 직경이 증가함에 따라서, $V_r = 3$ 부근까지 성능이 향상되며 회전수가 더 커지면 감소하는 경향을 가진다. $\beta_0 > 15$ 이면 회전속도가 증가함에 따라 엔탈피 흐름은 계속 감소한다.

또한, 주된 맥동 흐름의 왕복 변위가 커질수록, 맥동관 길이가 작아질수록, 회전에 의한 영향을 많이 받으며, 회전 속도가 증가함에 따라서 엔탈피 흐름이 작아진다.

저온부 끝단온도가 낮아질수록, 즉 양단의 온도차가 커질수록, 회전에 의한 효과는 증가하며, 회전 속도가 증가할수록 엔탈피 흐름이 작아진다.

김홍성[3]의 회전 실험에 사용된 맥동관의 경우에는 $V_r \leq 0.5$ 이므로, 본 해석 결과로써 판단하여 볼 때 회전에 의한 성능변화가 거의 나타나지 않는 것으로 보이며, 이는 실험결과와도 일치한다고 할 수 있다. 그러나, 좀 더 정확한 현상을 예측하기 위해서는 1 차 해뿐만 아니라 2 차 해를 구하는 해석이 요구된다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어 연구개발사업인 차세대 초전도 응용 기술개발 사업단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

[1] B. X. Zhang, D. I. Driscoll, B. A. Shoykhet, and A. A. Meyer, "Cryocooler Integration with High Temperature Superconducting Motors", Cryocoolers, Vol. 9, pp. 943-948, 1997.

[2] Nam J.-W., Jeong S., Kim H., Jung J., Kwon Y.-K., "Investigation of On-Board Hybrid Pulse Tube Cryocooler for High Temperature Superconducting Rotor", IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 15, pp. 2190-93, 2005.

[3] 김홍성, "회전체 탑재형 극저온 냉동기에 대한 연구" 한국과학기술원: 석사학위논문, 2005.

[4] Rawlins, W. Radebaugh, R. Bradley, P. E. Timmerhaus, K. D. "Energy flows in an orifice pulse tube refrigerator", Advances in cyogenic engineering, Vol. 39, 1994.

[5] Baek SH, Jeong ES, Jeong S. "Two-dimensional model for tapered pulse tubes. Part 1: Theoretical modeling and net enthalpy flow."

[6] Schlichting H, Boundary layer theory. New York: McGraw-Hill; pp. 428-32, 1979.

[7] Rott N. "Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes", J Appl Math Phys Vol.20, pp. 230-243, 1969.

[8] Jeong ES, "Secondary flow in basic pulse tube refrigerators", Cryogenics, Vol.36, pp. 317-323, 1996.

[9] J.R. Olson, G.W. Swift "Acoustic streaming in pulse tube refrigerators : tapered pulse tubes", Cryogenics, Vol.37, pp. 769-776, 1998.

[10] Lee JM, Kittel P, Timmerhaus KD, Radebaugh R. "Higher order pulse tube modeling", Cryocoolers, Vol.9, 1997, pp.345-53.

[11] Aized, D., Gamble, B. B., Sida-Tekhlef, A. and Voccio, T. P. "Status of the 1,000 hp HTS Motor Development", IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol.9, pp. 1197-1200, 1999.

[12] Nick W., Nerowski G., Neumuller H., Frank M. van Hasselt P., Frauenhofer J. and Steinmeyer F. "380 kW synchronous machine with HTS rotor windings-development at Siemens and first test results", Physica C, Vol. 372/376, part 3, pp.1506-12, 2002.

저 자 소 개



최재영(崔宰瑛)
1979년 12월 4일생, 2005년 부산대학교 기계공학부 졸업, 현재 KAIST 기계공학과 석사과정.



정상권(丁常權)
1962년 8월 16일생, 1985년 서울대 공대 기계공학과 졸업, 1992년 MIT 기계공학과 졸업(공학박사), 1992~1995년 MIT Plasma Fusion Center 연구원, 1996년 이후 현재 KAIST 기계공학과 교수.



정은수(鄭恩洙)
1959년 2월 5일생, 1981년 서울대 공대 기계공학과 졸업, 1991년 MIT 기계공학과 졸업(공학박사), 현재 홍익대 기계공학과 교수.