

취급, 수송 및 저장능력을 고려한 임시 재고의 저장 공간 할당*

원승환** · †김갑환**

Allocating Storage Spaces for Temporary Inventories Considering Handling, Transportation, and Storage Capacities*

Seung Hwan Won** · Kap Hwan Kim**

■ Abstract ■

Space may be a scarce resource in manufacturing shops, warehouses, freight terminals, and container terminals. This paper discusses how to locate temporary storage inventories in limited storage areas. A typical inventory is delivered from the location of the preceding process to the storage area and stored in the storage area during the certain period of time. And it may be relocated from the storage position to another. Finally, it is delivered from the final storage area to the location of the next process. Because this logistic process for an inventory requires handling activities, transportation activities, and storage spaces, the limitation in capacities of handling equipment, transportation equipment, and storage space must be considered when allocating spaces to the inventory. This problem is modeled as a multicommodity minimal cost flow problem. And a heuristic algorithm for the problem is proposed. Numerical experiments are presented to validate the mathematical model and the heuristic algorithm.

Keyword : Space Allocation, Multicommodity Network Flow Problem, Inventory, Container Terminal

논문접수일 : 2006년 4월 5일 논문게재확정일 : 2006년 7월 10일

* 이 논문은 교육인적자원부 지방연구중심대학(차세대물류IT기술연구사업단)의 지원에 의하여 연구되었음.

** 부산대학교 산업공학과

† 교신저자

1. 서 론

공장의 창고, 물류센터, 화물 터미널, 컨테이너 터미널 등과 같은 저장 시스템에서 공간은 희소성 있는 자원이다. 저장 시스템에 관련된 주요 설계 이슈로는 제공되는 저장 위치의 개수 결정, 제품의 저장/인출 방법, 품목의 저장 위치 할당 등이 있다[1]. 본 논문은 제한된 저장 영역 내에서 저장 요구를 저장 위치에 할당하는 저장 공간 할당(storage space allocation) 문제를 다룬다. 공간 할당에 대한 의사결정은 공간의 가용도와 자재 취급 및 수송 설비의 처리 능력을 반드시 고려해야 한다.

저장 위치 결정 문제는 저장 기간의 길이에 따라서 영구 저장 위치 결정 문제와 임시 저장 위치 결정 문제로 구분될 수 있다. 영구 저장 위치 결정 문제는 각 품목에게 영구적인 전용 저장 위치를 할당하는 것으로, 품목이 저장 영역에 도착하면 해당 품목은 전용 위치에 저장된다. 반면에, 임시 저장 위치 결정 문제에서는 각 품목에 대한 임시 저장 위치를 할당하므로 동일한 품목이 저장 영역에 다시 도착하더라도 그 품목은 새로운 저장 위치에 할당될 수 있다.

공장의 재공품은 임시 저장 재고의 전형적인 예이다. Larson and Kusiak[6]은 공장에서 저장 공간을 재공품에 할당하는 문제를 다루었다. 컨테이너 야적장에 있는 컨테이너는 임시 저장 재고의 또 다른 예이다. Kozan[5]는 항만 컨테이너 터미널에서 컨테이너의 취급 과정을 표현하는 네트워크 모형을 소개했다. 네트워크의 마디(node)는 선박, 접안 및 마샬링(marshalling) 영역, 저장 영역, 복합운송 트럭 터미널, 철도 복합운송 터미널 등을 나타낸다. 목적은 컨테이너의 취급 및 수송 시간의 합으로 나타나는 총 처리시간(total throughput time)을 최소화하는 것이다. 그는 또한 특정한 그룹의 컨테이너를 취급하는 설비를 결정하고 저장 공간의 제약을 고려하였다. Kim and Park[4]는 공간 할당 문제에 대한 다품목 최소 비용 흐름 문제(multicommodity minimal cost flow problem) 모형을 제안했고, 문제

를 풀기 위해 subgradient 최적화 기법을 적용하였다. 그들은 저장 공간에서의 제약을 고려하였지만 취급 및 수송 능력의 제한을 고려하지는 않았다. Zhang et al.[8]은 컨테이너 터미널 야적장에서의 저장 공간 할당 문제를 다루었다. 그들은 공간 할당 문제를 두 수준으로 분해했다: 첫 번째 수준의 부분문제(subproblem)는 야적장 블록(yard block) 간의 작업부하를 균등하게 하고자 시도하고, 두 번째 부분문제는 블록과 선박 접안 위치 간의 컨테이너 이동에 대한 총 수송 거리를 최소화한다. 이 연구는 컨테이너 터미널에서의 공간할당에 장치장의 취급 부하를 고려한 첫 논문이다.

본 연구는 Larson and Kusiak[6]의 연구와는 달리 서로 다른 시점에 도착하는 재공품의 장치위치를 결정하는 동적 공간할당 문제를 다루었고 공간 제약만 고려한 Kim and Park[4], 공간제약 하에서 부하평준화 목적함수를 가진 Zhang et al.[8]의 연구와는 달리, 저장 능력 뿐 아니라 각 저장 위치의 취급 능력과 전체 저장 영역의 수송 능력을 함께 고려하였다. 2장에서는 임시 재고에 대한 저장 공간 할당 문제를 소개한다. 3, 4장에서는 문제에 대한 수리 모형과 발견적 기법을 각각 제시하고, 5장에서는 수리 모형과 발견적 기법의 유효성을 입증하기 위한 수치 예제를 논한다. 마지막으로, 6장에서는 결론을 제시한다.

2. 문제 정의

저장 활동(storage activity)은 시작 공정(source process)으로부터 와서 도착 공정(destination process)으로 가야 하는 재고가 저장 위치(storage location)에 임시 체류하는 것으로 정의된다. 시작 공정은 저장 영역 외부로부터 재고의 도착이나 재공품에 대한 선행 공정을 나타낸다. 비슷한 방식으로, 도착 공정은 저장 영역 외부로 재고의 출발이나 재공품에 대한 후행 공정을 나타낸다. 재고는 도착과 출발 사이에 정해진 시간동안 저장되는데, 저장 영역에 도착하기 전에 저장 영역의 특정 구역이 미리

예약되기도 한다. 이 경우, 저장 활동의 시작 시각(starting time)은 예약 시점이다. 또한 저장 활동의 종료 시각(finishing time)은 저장 활동에 의해 점유되었던 저장 공간이 해제되는 시점이다. 기간(period)은 동일한 시간 간격을 가지는 시간 버킷(time bucket)으로 정의되고, 그 길이는 한 시간, 한나절 혹은 그 이상일 수 있다.

저장 활동은 여러 하위 활동(subactivity)들을 포함하는데, 네 종류의 하위 활동을 정의한다: 도착(arrival), 체류(stay), 이적(移積; relocation), 출발(departure). 재고는 선행 공정의 위치로부터 저장 영역으로 전해진 후에(도착), 정해진 기간 동안 그곳에 저장된다(체류). 재고는 체류하는 동안 저장 영역 내에서 위치가 변경될 수 있고(이적), 최종적으로 후행 공정으로 전해진다(출발).

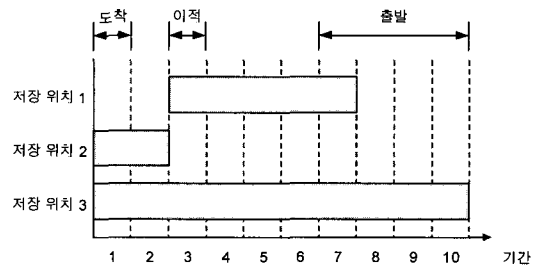
저장 활동을 명확히 정의하기 위해서 다음의 가정을 제안한다:

- (1) 공간은 해당 재고가 저장 영역에 도착하는 기간의 처음에 가용해야 한다.
- (2) 저장 활동의 도착(반입 작업)은 해당 재고가 저장 영역에 도착하는 기간에만 발생한다.
- (3) 저장 활동의 출발(반출 작업)은 한 기간 이상에서 발생할 수 있다. 공간은 해당 재고가 저장 영역을 떠나는 각 기간의 끝에서 해제된다.
- (4) 한 저장 위치로부터 다른 곳으로의 이적은 한 기간 내에 시작해서 끝난다.
- (5) 하나의 저장 활동은 여러 저장 위치에 나누어질 수 있다.

컨테이너 터미널에서 저장 활동의 예를 들어보자. 양하(unloading) 작업의 경우, 컨테이너는 선박으로부터 컨테이너 야적장으로 내려진 후 일정 기간 저장되었다가, 고객에게 배송할 외부 트럭이 도착하면 상차되어서 터미널 게이트를 빠져나가게 된다. 한 척의 선박으로부터 내려지는 컨테이너들의 저장 위치가 하나의 저장 활동으로 정의될 수 있다. 시작 공정은 도착한 선박이 되고, 도착 공정은 터미널 게이트가 된다. 물론 동일한 저장 활동에 속한 컨테이

너들은 여러 저장 위치에 나누어 저장될 수 있다. 도착 하위 활동은 선박이 도착한 기간에만 발생하고, 출발 하위 활동은 외부 트럭의 도착에 따라서 여러 기간에 걸쳐서 발생한다. 적하(loading) 작업의 경우, 컨테이너는 외부 트럭으로부터 터미널 게이트를 통해 컨테이너 야적장에 내려진 후 일정 기간 저장되었다가, 도착한 선박에 실리게 된다. 동일한 기간에 도착하였다가 동일한 선박에 실리는 컨테이너들의 저장 위치가 하나의 저장 활동으로 정의될 수 있다. 시작 공정은 터미널 게이트가 되고, 도착 공정은 도착한 선박이 된다. 마찬가지로 동일한 저장 활동에 속한 컨테이너들은 여러 저장 위치에 나누어 저장될 수 있다. 저장되어 있던 컨테이너들은 적하 작업의 효율을 높이기 위해서 저장 위치를 변경하기도 하는데, 이 때 이적 하위 활동이 발생한다. 도착 하위 활동은 외부 트럭이 도착한 기간에 발생하고, 출발 하위 활동은 선박이 도착한 기간에 발생한다.

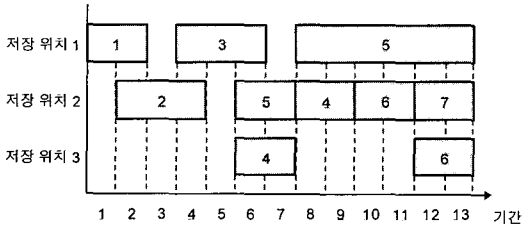
[그림 1]은 하나의 저장 활동을 설명한다. [그림 1]에서 저장 활동은 기간 1에 두 개의 다른 위치(저장 위치 2, 저장 위치 3)에 도착한다. 기간 3에서는 이적이 발생하고, 출발(반출)은 기간 7에 시작해서 기간 10에 끝난다.



[그림 1] 저장 활동의 예시

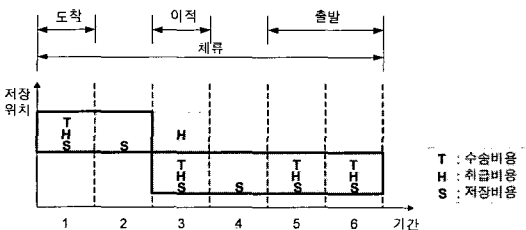
[그림 2]는 임시 재고에 대한 공간 할당 문제의 한 해를 나타낸다. 저장 위치의 개수는 3이고 저장 활동의 개수는 7이다. 그림에서 바(bar)는 저장 활동을 나타낸다. 예를 들어 저장 활동 2는 기간 2의 처음에 저장 위치 2에 도착하기 시작하고, 기간 2에서 기간 4까지 저장 위치에 저장된다. 그리고 기간

4의 끝에 저장 위치 2로부터의 출발을 끝낸다. 저장 활동 2와는 달리, 저장 활동 4는 체류하는 동안 한 저장 위치로부터 다른 곳으로 이동한다. 저장 활동 4는 기간 8의 처음에 저장 위치 3에서 2로 이적을 시작한다.



[그림 2] 저장 공간 할당 문제의 해

하위 활동 가운데 도착, 이적, 출발은 수송비용 (transportation cost)과 취급비용(handling cost)을 유발하고, 체류 하위 활동은 저장비용(storage cost)만을 유발한다. 또한 도착 하위 활동은 한 기간을 초과하여 지속될 수 없으나, 출발 하위 활동은 한 기간 이상동안 지속될 수 있음을 유의하자. [그림 3]은 하나의 저장 활동에 대해서, 구성하는 하위 활동과 관련된 비용을 나타낸 것이다. 이적 하위 활동 역시 한 기간 이상동안 지속될 수 없고, 선후 위치 모두에게 취급비용을 발생시킴을 알 수 있다. 저장비용은 전체 저장 기간 동안 발생하지만, 수송 및 취급비용은 해당 하위 활동이 수행되는 기간에만 발생한다.



[그림 3] 저장 활동의 하위 활동과 관련 비용

본 연구에서는 저장, 취급, 수송능력에 제한이 있다고 가정한다. 각 저장 위치는 공간과 취급 설비에 대해서 제한된 능력을 가진다. 공간 능력은 저장 위

치에 저장될 수 있는 단위 부하의 수로, 취급 능력은 각 저장 위치의 취급 설비가 한 기간 동안 제공할 수 있는 표준 취급 시간으로 표현된다. 각 저장 위치의 최대 취급 시간은 설비의 수와 설비의 성능에 따라서 달라진다. 수송 능력은 저장 영역의 수송 차량이 한 기간 동안 제공할 수 있는 총 수송 시간으로 표현된다. 모든 수송 차량의 성능이 동일하다고 가정하면, 수송 능력은 한 기간의 길이, 수송 차량의 수, 이용률의 곱으로 평가될 수 있다.

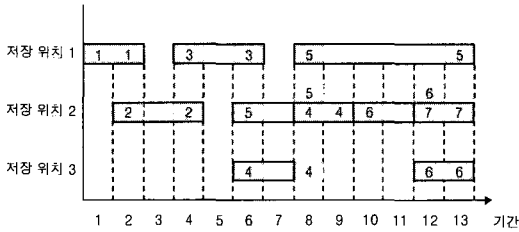
저장 활동에 요구되는 공간은 저장단위(Stock Keeping Unit ; SKU)의 개수와 각 저장단위의 크기에 의해 결정되고, 저장 활동에 대한 수송 시간은 저장단위의 개수, 수송 거리, 차량의 속도에 의해 추정될 수 있다. 저장 활동에 대한 취급 시간(handling time)은 저장단위의 개수와 저장단위당 표준 취급 시간에 의하여 평가된다. 저장단위당 표준 취급 시간은 활동 유형과 설비의 특징에 따라서 달라진다. <표 1>은 컨테이너 터미널에서 취급 작업의 유형별로 야드 크레인(yard crane)의 기대 취급 시간을 나타낸다[7].

<표 1> 컨테이너 터미널에서 작업별 기대 취급 시간의 예

작업 유형	기대 취급 시간(단위 : 분)
반입	1.521
적하	1.134
양하	1.114
반출	2.242

[그림 4]는 [그림 2]의 해를 기초로 각 저장 위치의 취급 부하(handling load)를 나타낸다. 바는 저장 활동을 나타내고 음영이 있는 직사각형은 취급 요구를 나타낸다. 음영이 있는 직사각형의 숫자는 저장 활동의 번호를 가리킨다. 모든 저장 활동은 한 단위의 동일한 취급 시간을 요구하고 취급 부하는 한 기간 동안 균등하게 분포한다고 가정한다. 예를 들어, 저장 위치 1은 기간 1, 2, 4, 6, 8, 13에 한 단위의 취급 작업을 요구하고 저장 위치 2는 기간 2,

4, 6, 9, 10, 13에 한 단위의 취급 작업을, 기간 8, 12에 두 단위의 취급 작업을 요구한다. 각 기간에 요구되는 수송 부하도 비슷한 방법으로 계산될 수 있다.



[그림 4] 각 저장 위치의 취급 부하

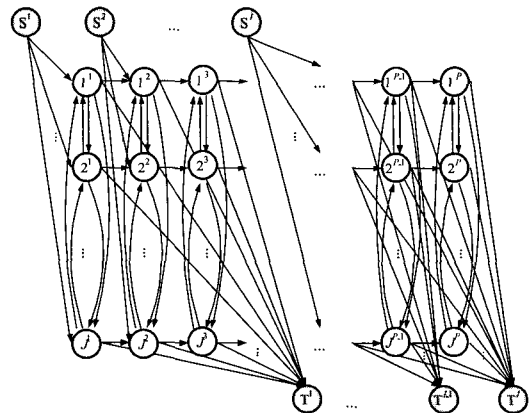
본 연구에서의 문제는 임시 재고를 저장 영역(storage area)의 공간에 할당하는 것이다. 저장되는 재고는 파렛트(pallet), 카톤(carton), 케이스(case), 컨테이너와 같이 개별적인 단위 부하의 형태라고 가정한다. 문제의 목적은 재고에 대한 도착 및 출발 일정이 주어졌을 때 재고의 총비용을 최소화하는 것이다. 총비용은 수송비용, 취급비용, 저장비용으로 구성된다. 그리고 제약은 저장 영역의 저장 공간, 취급 설비, 수송 설비와 관련된다.

3. 수리 모형

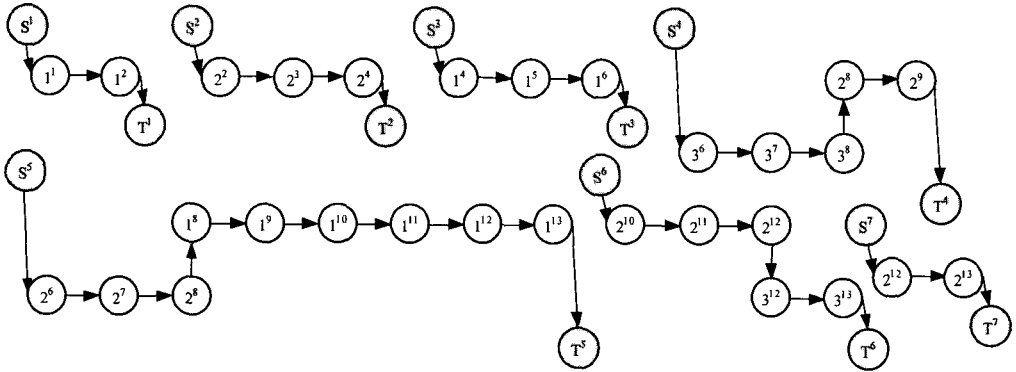
이번 장은 취급, 수송 및 저장능력을 고려한 임시 재고의 공간 할당 문제(Space Allocation Problem for temporary inventories considering Handling, Transportation, and Space capacities; SAPHTS)의 수리 모형을 제시한다.

이 문제는 [그림 5]와 같은 다품목 네트워크 흐름 모형(multicommodity network flow model)으로 표현될 수 있고, 저장 활동이 품목에 해당된다. 네트워크는 마디(node)의 집합인 V 와 호(arc)의 집합인 E 로 구성되고, 마디에는 세 종류가 있다: 시작 마디(source node), 종착 마디(sink node; terminal node), 경유 마디(transshipment node). 그림에서 시작 마디와 종착 마디는 음영이 있는 원으로, 경유 마디는 투명한 원으로 표시된다. 먼저, 시작 마디 S^i

는 나가는 호만을 가지며 저장 활동 i 의 개시 사건에 해당된다. 두 번째, 종착 마디 T^i 는 들어오는 호만을 가지며 저장 활동 i 의 종결 사건에 해당된다. 각 저장 활동은 하나의 시작 마디와 하나의 종착 마디를 가진다. 세 번째, 경유 마디 j^p 는 들어오는 호와 나가는 호를 모두 가지며 저장 위치 j 와 기간 p 에서의 중개 사건에 해당된다. 호는 저장 활동의 각 하위 활동을 표현하는데, 시작 마디에서 경유 마디로의 호는 도착 하위 활동을, 동일한 저장 위치(동일한 j) 내에 있는 경유 마디 간의 수평 호는 체류 하위 활동을, 동일한 기간(동일한 p) 내에 있는 경유 마디 간의 수직 호는 이적 하위 활동을, 마지막 마디에서 경유 마디에서 종착 마디로의 호는 출발 하위 활동을 나타낸다. 시작 마디에서 경유 마디로의 호, 동일한 기간 내에 있는 경유 마디 간의 호, 경유 마디에서 종착 마디로의 호는 제한된 취급 및 수송 능력에 따른 흐름량의 제약을 가진다. 또한 동일한 위치 내에 있는 경유 마디 간의 호는 제한된 공간 능력에 따른 흐름량의 제약을 가진다. 문제의 목적은 네트워크를 통해 각 품목(저장 활동)에 대한 수요와 공간, 수송 및 취급능력 제약을 충족시키는 최소 비용 다품목 흐름량을 결정하는 것이다. 이러한 부류의 문제는 다품목 최소 비용 흐름 문제(Multicommodity Minimal Cost Flow Problem; MMCFP)라고 불린다. MMCFP는 유한용량 네트워크



[그림 5] 문제의 네트워크 표현



[그림 6] 해의 예시

크에서 여러 품목이 호를 공유하는 경우에 발생한다[3]. MMCFP의 실제 예로는 통신 시스템, 도시의 교통 시스템, 철도 시스템, 다품목 생산-분배 시스템, 군 병참 시스템 등이 있다. MMCFP는 많은 적용과 흥미 있는 네트워크 구조 때문에 광범위하게 연구되어 오고 있다.

예를 들어 모든 저장 활동이 저장 기간의 마지막 한 기간 동안에만 저장 영역을 출발하는 경우, [그림 6]은 [그림 2]의 해를 네트워크로 표현한 것이다.

다음의 표기법이 수리 모형을 위해 사용된다.

Indices

- i 저장 활동에 대한 인덱스($i=1,2,\dots,I$).
- j, u, v, y 저장 위치에 대한 인덱스($j=1,2,\dots,J, u=0,1,\dots,J, v=1,2,\dots,J+1, y=1,2,\dots,J$). 저장 위치 0은 저장 활동의 선행 공정을, 저장 위치 ($J+1$)은 저장 활동의 후행 공정을 나타낸다.
- p 기간에 대한 인덱스($p=1,2,\dots,P$).

Problem data

- c_i^{uv} 저장 활동 i 에 대한 저장단위 하나가 저장 위치 u 에서 v 로 전해질 때 발생하는 비용. $v=u$ 일 때는 저장비용에 해당되고, $v \neq u$ 일 때는 수송비용과 취급비용의 합에 해당된다.

- d_i 저장 활동 i 에 대해서 요구되는 저장단위의 수. 이 양은 [그림 5]의 시작 마디 (S^i)에서 종착 마디(T^i)로 보내져야 하는 총 흐름량에 해당된다.
- s_i 저장 활동 i 의 시작 기간.
- f_i 저장 활동 i 의 종료 기간.
- r_{ip} 기간 p 동안 저장 활동 i 의 출발 비율. 기간 p 는 s_i 와 f_i 사이에 존재한다. 하나의 저장 활동에 대해서 전체 저장 기간에 대한 출발 비율의 합은 1이다.
- γ_i 저장 활동 i 에 대해서 $r_{ip} > 0$ 인 기간의 개수. 단, $r_{ip} > 0 (p=f_i-\gamma_i+1, f_i-\gamma_i+2, \dots, f_i)$.
- ω_{iy}^{uv} 저장 위치 y 에 있는 설비가 저장 활동 i 에 대한 저장단위 하나를 저장 위치 u 에서 v 로 이동하는데 소요되는 취급 시간. 저장 위치 y 는 저장 위치 u 혹은 v 에 해당된다.
- τ_{uv} 차량이 저장단위 하나를 저장 위치 u 에서 v 로 이동하는데 소요되는 수송 시간.
- S_j 저장 위치 j 의 저장능력.
- H_j 취급 시간으로 표현된 저장 위치 j 의 취급능력.
- T 수송 시간으로 표현된 저장 영역의 수송능력.

Decision variables

X_{ip}^{uv} 기간 p 의 처음에 저장 위치 u 에서 v 로 이동하는 저장 활동 i 의 양. $v=u$ 일 때는 저장 재고가 기간 p 동안 동일한 위치에 체류한다.

SAPHTS는 다음과 같이 모형화 될 수 있다.

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^I \sum_{u=0}^J \sum_{v=1}^{J+1} \sum_{p=1}^P c_i^{uv} X_{ip}^{uv}, \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{v=1}^J X_{is_i}^{0v} = d_i \text{ for } i=1,2,\dots,I, \quad (2)$$

$$-\sum_{u=1}^J X_{ip}^{u(J+1)} = -r_{ip} d_i \text{ for all } (i,p)$$

where $i=1,2,\dots,I$ and $p=s_i+1, s_i+2,\dots, f_i$, (3)

$$X_{is_i}^{jj} - X_{is_i}^{0j} = 0 \text{ for all } (i,j)$$

where $i=1,2,\dots,I$ and $j=1,2,\dots,J$, (4)

$$X_{ip}^{jj} + \sum_{v=1}^J X_{ip}^{jv} - X_{i(p-1)}^{jj} - \sum_{u=1}^J X_{ip}^{uj} = 0 \text{ for all } (i,j,p)$$

where $i=1,2,\dots,I$, $j=1,2,\dots,J$,
and $p=s_i+1, s_i+2,\dots, f_i - \gamma_i$, (5)

$$X_{ip}^{j(J+1)} + X_{ip}^{jj} - X_{i(p-1)}^{jj} = 0 \text{ for all } (i,j,p)$$

where $i=1,2,\dots,I$, $j=1,2,\dots,J$,
and $p=f_i - \gamma_i + 1, f_i - \gamma_i + 2,\dots, f_i - 1$, (6)

$$X_{ij_i}^{j(J+1)} - X_{ij_i}^{jj} = 0 \text{ for all } (i,j)$$

where $i=1,2,\dots,I$ and $j=1,2,\dots,J$, (7)

$$\sum_{i=1}^I \sum_{v=1}^J X_{ip}^{jv} \leq S_j \text{ for all } (j,p)$$

where $j=1,2,\dots,J$ and $p=1,2,\dots,P$, (8)

$$\sum_{i=1}^I \sum_{u=0}^J \sum_{(u \neq j)} \omega_{ij}^{uj} X_{ip}^{uj} + \sum_{i=1}^I \sum_{v=1}^{J+1} \sum_{(v \neq j)} \omega_{ij}^{jv} X_{ip}^{jv} \leq H_j$$

for all (j,p) where $j=1,2,\dots,J$
and $p=1,2,\dots,P$, (9)

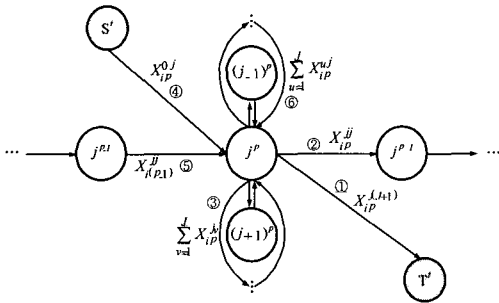
$$\sum_{i=1}^I \sum_{u=0}^J \sum_{v=1}^{J+1} \tau^{uv} X_{ip}^{uv} \leq T \text{ for } p=1,2,\dots,P, \quad (10)$$

$$X_{ip}^{uv} \geq 0 \text{ and integer for all } (i, u, v, p)$$

where $i=1,2,\dots,I$, $u=0,1,\dots,J$,
 $v=1,2,\dots,J+1$, and $p=1,2,\dots,P$. (11)

목적 함수 (1)은 모든 저장 활동의 총비용을 최소화한다. 제약식 (2)~(7)은 흐름 보존(flow conservation)을 표현한다. 제약식 (2)~(7)에서, 좌변은 마디에서의 흐름양을 표현하고 우변은 균형량을 표현한다. 흐름양에서 양의 값은 유출량을, 음의 값은 유입량을 나타낸다. 제약식 (2)는 시작 마디에서의 흐름 보존을 표현한다. 시작 마디는 나가는 호만을 가지므로, 시작 마디에서의 균형량은 각 저장 활동에 대해서 요구되는 전체 양이다. 제약식 (2)는 저장 활동 i 의 시작 기간에 시작 마디 S'로부터의 총 유출량이 저장 활동 i 에 대해서 요구되는 전체 양과 같음을 뜻한다. 제약식 (3)은 종착 마디에서의 흐름 보존을 표현한다. 종착 마디는 들어오는 호만을 가지므로, 종착 마디에서의 균형량은 각 저장 활동에 대해서 요구되는 전체 양의 음의 값이다. 제약식 (3)은 기간 p 에 종착 마디 T'로의 총 유입량이 출발 비율과 요구량의 곱과 같음을 뜻한다. 이 제약식은 각 저장 활동의 기간에만 유효하다. 제약식 (4)~(7)은 경유 마디에서의 흐름 보존을 표현한다. 경유 마디는 나가는 호와 들어오는 호 모두를 가지므로, 경유 마디에서의 균형량은 0이다. 경유 마디에서의 흐름 보존이 [그림 7]에서 설명된다. [그림 7]에서 ①, ②, ③은 유출량을, ④, ⑤, ⑥은 유입량을 나타낸다. 제약식 (5)는 도착과 출발이 발생하지 않는 위치와 기간에서의 흐름 보존을 나타낸다. 제약식 (4)는, 각 저장 활동의 도착이 발생하는 위치와 기간에서는 해당 저장 활동의 이적이 발생하지 않음을 뜻한다. 비슷하게, 제약식 (6)과 (7)은 각 저장 활동의 출발이 발생하는 위치와 기간에서는 해당 저장 활동의 이적이 발생하지 않음을 뜻한다. 도착 혹은 출발 하위 활동은 이미 한 기간을 소모했기 때문에, 해당 저장 활동은 이적을 위한 추가적인 자원을 요구할 수 없다. 제약식 (8)은 공간 제약을 나타내는데, 각 기간에서 각 저장 위치에 있는 모든 저장 활동의 전체 양이 각 저장 위치의 저장 능력을 넘지 못하도록 제한한다. 이적 하위 활동은, 이적이 발생하는 기간에 이적 출발(origin) 저장 위치의 저장 능력을 요구함을 유념하자. $v=j$ 인 경우는

체류 하위 활동에 해당되고, $v \neq j$ 인 경우는 이적 하위 활동에 해당된다. 제약식 (9)는 취급 제약을 나타내는데, 각 기간에서 각 저장 위치의 총 취급 시간을 제한한다. 제약식 (10)은 수송 제약을 나타내는데, 각 기간에서 모든 저장 활동에 대해서 요구되는 총 수송 시간을 제한한다.



[그림 7] 마디에서의 다양한 흐름

4. 발견적 기법

본 연구에서 제시한 모형은 MMCFP로서 문제의 크기가 작을 경우에는 쉽게 최적해를 찾을 수 있으나, 현실 문제의 경우 그 크기 때문에 최적해의 도출이 제한된다. 따라서 문제의 특성을 파악하여 짧은 시간 안에 좋은 해를 제공하는 발견적 기법의 개발이 필요하다.

다음의 표기법이 발견적 기법을 위해 추가로 사용되었다.

- DOS_i 저장 활동 i 의 저장 기간($f_i - s_i + 1$).
- $ActivitySet$ 저장 활동들의 집합. 각 저장 활동은 저장 활동 번호(i), 활동 유형, 시작 공정, 도착 공정, 시작 시각(s_i), 종료 시각(f_i), 출발 비율, 저장단위의 수(d_i), 저장 기간(DOS_i)을 속성으로 가진다(<표 4> 참고).
- $ActivityList$ $ActivitySet$ 의 저장 활동들을 시작 시각(s_i), 저장 기간(DOS_i)에 따라서 오름차순으로 정렬한 리스트.

$LocationList_i$ 저장 활동 i 에 대해서 저장 위치들을 수송비용에 따라 오름차순으로 정렬한 리스트.

$d_{i,p}$ 저장 활동 i 에 대해서 기간 p 에 요구되는 저장단위의 수. 단, 해당 기간에 출발하는 저장단위의 양도 포함된다. 예를 들어 저장 활동 1의 시작 시각이 1, 종료 시각이 5, 출발 비율이 '00235', 저장단위의 수가 1,000인 경우, $d_{11} = 1,000, d_{12} = 1,000, d_{13} = 1,000, d_{14} = 800, d_{15} = 500$ 이 된다.

n 시도 횟수에 대한 인덱스.

개발된 발견적 기법은 다음과 같다.

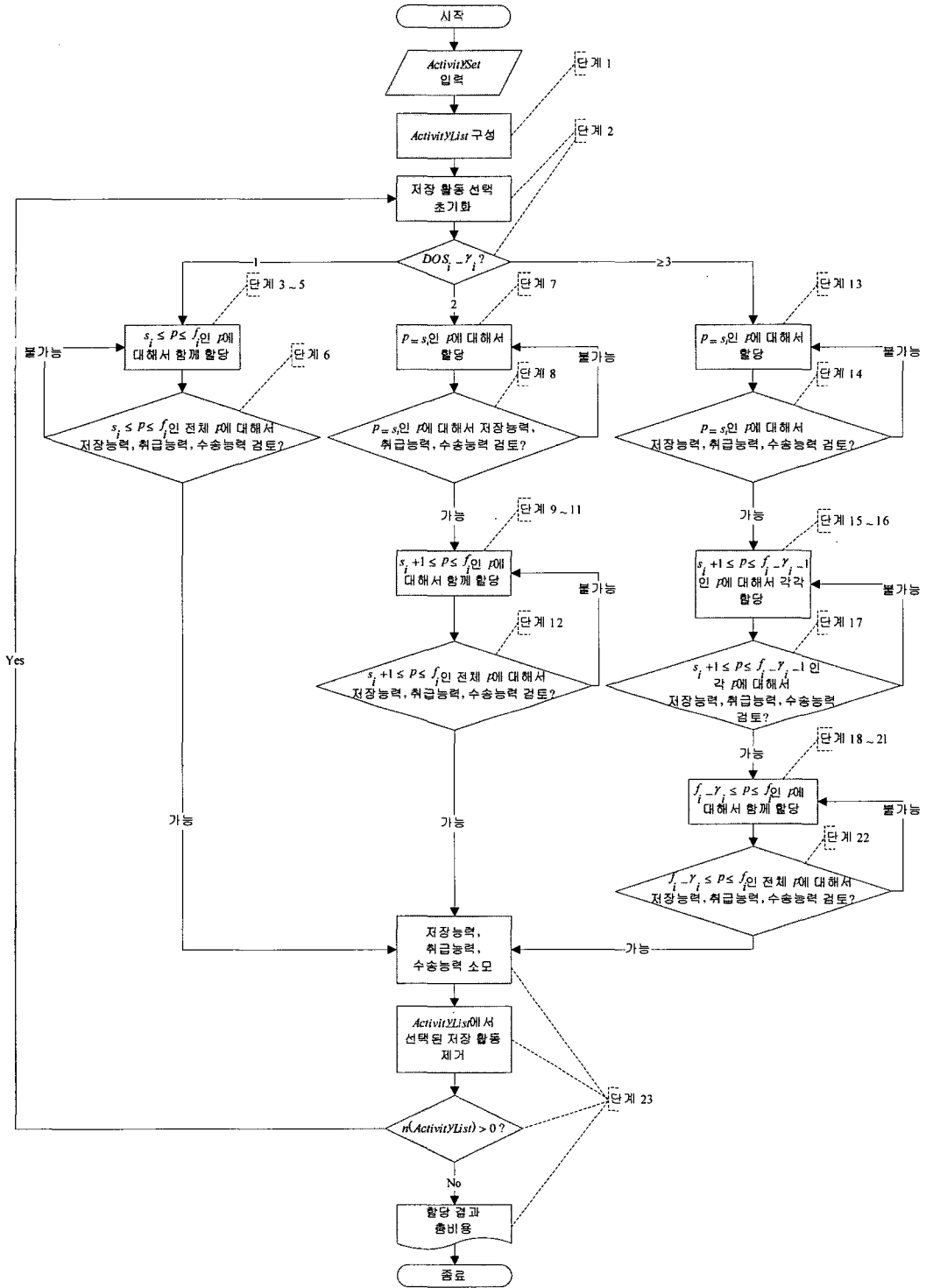
- 단계 1** $ActivitySet$ 의 저장 활동들을 시작 시각(s_i)에 따라서 오름차순으로 정렬하여 $ActivityList$ 를 구성한다. 단, 시작 시각이 동일한 경우 저장 기간(DOS_i)의 오름차순으로 정렬한다. 시작 시각과 저장 기간이 모두 동일한 경우에는 임의로 정렬한다.
- 단계 2** $ActivityList$ 에서 첫 번째 저장 활동의 번호를 i 라고 하자. $d_{i,p}, \gamma_i$ 를 계산한다. $LocationList_i$ 를 구성한다. $n \leftarrow 1, (DOS_i - \gamma_i) = 1$ 이면 단계 3으로, $(DOS_i - \gamma_i) = 2$ 이면 단계 7로, $(DOS_i - \gamma_i) \geq 3$ 이면 단계 13으로 간다.
- 단계 3** $p \leftarrow s_i$. 저장능력을 고려하여 $d_{i,p}$ 를 $LocationList_i$ 의 n 번째 저장 위치부터 할당한다.
- 단계 4** $p \leftarrow (p+1)$. $d_{i,p}$ 를 기간 $(p-1)$ 에 대한 할당을 기반으로 $LocationList_i$ 의 순서대로 할당한다.
- 단계 5** $p = f_i$ 이면 단계 6으로, 아니면 단계 4로 간다.
- 단계 6** $s_i \leq p \leq f_i$ 인 p 에 대해서 저장능력, 취급능력, 수송능력이 가능한지 검토하여 가능하면 단계 23으로, 불가능하면 $n \leftarrow (n+1)$, 단계 3으로 간다.

- 단계 7 $p \leftarrow s_i$. 저장능력을 고려하여 d_{ip} 를 $LocationList_i$ 의 n 번째 저장 위치부터 할당한다.
- 단계 8 p 에 대해서 저장능력, 취급능력, 수송능력이 가능한지 검토하여 가능하면 $n \leftarrow 1$, 단계 9로, 불가능하면 $n \leftarrow (n+1)$, 단계 7로 간다.
- 단계 9 $p \leftarrow (s_i + 1)$. 저장능력을 고려하여 d_{ip} 를 $LocationList_i$ 의 n 번째 저장 위치부터 할당한다.
- 단계 10 $p \leftarrow (p+1)$. d_{ip} 를 기간 $(p-1)$ 에 대한 할당을 기반으로 $LocationList_i$ 의 순서대로 할당한다.
- 단계 11 $p = f_i$ 이면 단계 12로, 아니면 단계 10으로 간다.
- 단계 12 $(s_i + 1) \leq p \leq f_i$ 인 p 에 대해서 저장능력, 취급능력, 수송능력이 가능한지 검토하여 가능하면 단계 23으로, 불가능하면 $n \leftarrow (n+1)$, 단계 9로 간다.
- 단계 13 $p \leftarrow s_i$. 저장능력을 고려하여 d_{ip} 를 $LocationList_i$ 의 n 번째 저장 위치부터 할당한다.
- 단계 14 p 에 대해서 저장능력, 취급능력, 수송능력이 가능한지 검토하여 가능하면 단계 15로, 불가능하면 $n \leftarrow (n+1)$, 단계 13으로 간다.
- 단계 15 $n \leftarrow 1, p \leftarrow (p+1)$.
- 단계 16 저장능력을 고려하여 d_{ip} 를 $LocationList_i$ 의 n 번째 저장 위치부터 할당한다.
- 단계 17 p 에 대해서 저장능력, 취급능력, 수송능력이 가능한지 검토하여 가능하면 단계 18로, 불가능하면 $n \leftarrow (n+1)$, 단계 15로 간다.
- 단계 18 $p = (f_i - \gamma_i - 1)$ 이면 $n \leftarrow 1$, 단계 19로, 아니면 단계 15로 간다.
- 단계 19 $p \leftarrow (f_i - \gamma_i)$. 저장능력을 고려하여 d_{ip} 를 $LocationList_i$ 의 n 번째 저장 위치부터 할당한다.
- 단계 20 $p \leftarrow (p+1)$. d_{ip} 를 기간 $(p-1)$ 에 대한 할당을 기반으로 $LocationList_i$ 의 순서대로

할당한다.

- 단계 21 $p = f_i$ 이면 단계 22로, 아니면 단계 20으로 간다.
- 단계 22 $(f_i - \gamma_i) \leq p \leq f_i$ 인 p 에 대해서 저장능력, 취급능력, 수송능력이 가능한지 검토하여 가능하면 단계 23으로, 불가능하면 $n \leftarrow (n+1)$, 단계 19로 간다.
- 단계 23 저장 활동 i 에 대한 저장능력, 취급능력, 수송능력을 소모시킨다. $ActivityList$ 에서 저장 활동 i 를 제거한다. $ActivityList$ 에 남은 저장 활동이 있으면 단계 2로 가고, 아니면 할당 결과와 총비용을 반환하고 종료한다.

발견적 기법에서는 시작 시각이 빠르면서 저장 기간이 짧은 저장 활동을 먼저 고려하였다. 선택된 저장 활동에 대해서, 시작 시각부터 종료 시각에 이르는 각 기간에 대해서 요구되는 저장단위를 저장 능력이 남아 있는 저장 위치 가운데 수송비용이 적게 드는 저장 위치부터 할당하게 된다. 할당 후 취급 능력과 수송능력을 검토하여 할당의 가용성을 확인하게 된다. 할당이 가용하다면 확정하고, 가용하지 않다면 수송비용이 다음으로 적게 드는 저장 위치부터 할당을 시도한다(단계 6, 8, 12, 14, 17, 22). 저장 위치가 할당되면서 각 저장 위치의 저장능력이 변화하므로 기간이 경과하면서, 한 저장 활동에 대해서 수송비용이 더 적게 드는 저장 위치가 추가로 생길 수 있는데, 이런 경우 이적이 발생하게 된다. 그러나 시작 시각이 빠르고 저장 기간이 짧은 저장 활동부터 고려하므로 수송비용이 더 많이 드는 저장 위치로의 이적은 발생하지 않는다. 저장 활동에 대한 도착과 출발이 발생하는 기간에는 이적이 발생할 수 없기 때문에 $(DOS_i - \gamma_i)$ 의 값에 따라서 세 가지 경우로 나누어 적용된다(단계 2). 값이 1인 경우, 도착 다음 기간부터 출발이 발생하여 이적은 전혀 발생할 수 없으므로 시작 기간부터 종료 기간까지의 할당을 함께 고려한다(단계 3~6). 값이 2인 경우, 출발이 시작되기 직전의 기간에 한해서만 이



[그림 8] 발견적 기법의 순서도

적이 발생할 수 있으므로 시작 시각에 대한 할당을 한 후(단계 7, 8), 시작 시각 다음 기간부터 종료 시각까지의 할당을 함께 고려한다(단계 9~12). 값이 3 이상인 경우, 출발이 시작되기 전의 기간에서는 여러 번 이적이 발생할 수 있으므로 시작 시각에 대한 할당을 한 후(단계 13, 14), 시작 시각 다음 기간부터 출발이 시작되기 전전 기간까지의 할당을 각각 고려하고(단계 15~17), 출발이 시작되기 직전 기간부터 종료 시각까지의 할당을 함께 고려한다(단계 18~22). [그림 8]은 발견적 기법의 순서도를 나타낸다.

5. 실험 결과

제안한 모형을 실생활에 적용하기 위한 많은 예들이 있는데, 개별공정(job shop) 형태의 공장이 전형적인 예이다. 공장은 대개 많은 작업장(workstation)과 저장 위치들로 구성되고, 제품은 작업장에서 가공되고 자신의 가공경로(routing)에 따라서 작업장 간을 옮겨간다. 작업장 사이의 임시 재고는 저장 영역에 보관될 수 있다. 제품은 선행 공정으로부터 저장 영역으로 이동하고, 저장 영역에 보관된 후, 저장 영역으로부터 후행 공정으로 이동하게 된다.

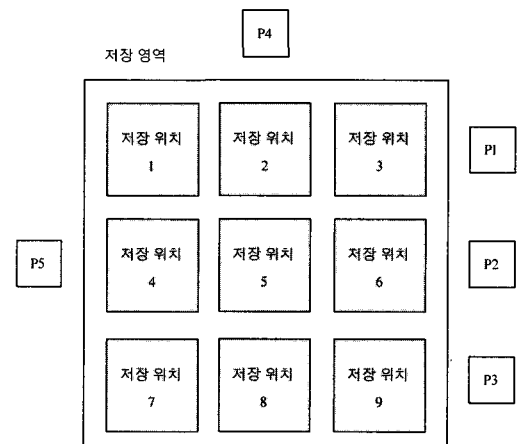
다른 예가 컨테이너 터미널에서 관찰될 수 있는데, 컨테이너 터미널의 야적장은 대규모 저장 영역이다. 컨테이너 터미널에는 선박, 게이트(gate), 철도, 플랫폼 스테이션(freight station) 간의 다양한 컨테이너 흐름이 존재한다. 공장과 비교했을 때, 하나의 수송 모드(mode)로부터 컨테이너를 내리는 것이 선행 공정으로부터의 재고 도착에 해당되고, 다른 수송 모드로 컨테이너를 싣는 것이 재공품이 후행 공정으로 출발하는 것에 해당된다. 컨테이너는 수송 모드 간에 옮겨 싣기 위하여 야적장에 보관된다.

모형을 설명하기 위해서 예제를 제시한다. [그림 9]는 예제에 사용된 저장 영역의 개략적인 레이아웃(layout)과 관련된 공정을 나타낸다. 저장 영역은 9개의 저장 위치로 구성되고, 5개의 공정(P1, P2, P3, P4, P5)이 저장 영역 주변에 위치한다.

저장 위치들 간의 거리, 공정과 저장 위치 간의 거리가 <표 2>와 <표 3>에 각각 제시된다. 한 기간의 길이는 1,440분(하루)으로, 각 저장 위치의 저장능력은 동등하게 960단위로, 각 저장 위치의 취급능력은 동등하게 기간당 2,736분으로, 전체 저장 영역의 수송능력은 기간당 11,520분으로 정한다. 저장능력, 취급능력, 수송능력의 계산 절차는 다음과 같다.

- (1) 저장능력 = (단의 개수) × (열의 개수) × (베이 (bay)의 개수) × (이용률)
 - = 4 × 6 × 50 × 80%
 - = 960(단위),
- (2) 취급능력 = (한 기간의 길이) × (설비의 개수) × (가용도)
 - = 1,440분 × 2 × 95%
 - = 2,736분,
- (3) 수송능력 = (한 기간의 길이) × (설비의 개수) × (가용도)
 - = 1,440분 × 10 × 80%
 - = 11,520분.

또한 수송 차량의 속도는 360m/분으로 가정한다.



[그림 9] 저장 영역의 개략적인 레이아웃과 관련 공정

〈표 2〉 저장 위치들 간의 거리(단위 : m)

저장 위치	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-	250	500	250	500	750	500	750	1,000
2	250	-	250	500	250	500	750	500	750
3	500	250	-	750	500	250	1,000	750	500
4	250	500	750	-	250	500	250	500	750
5	500	250	500	250	-	250	500	250	500
6	750	500	250	500	250	-	750	500	250
7	500	750	1,000	250	500	750	-	250	500
8	750	500	750	500	250	500	250	-	250
9	1,000	750	500	750	500	250	500	250	-

〈표 3〉 공정과 저장 위치 간의 거리(단위 : m)

저장 위치	1	2	3	4	5	6	7	8	9
공정									
P1	750	500	250	1,000	750	500	1,250	1,000	750
P2	1,000	750	500	750	500	250	1,000	750	500
P3	1,250	1,000	750	1,000	750	500	750	500	250
P4	500	250	500	750	500	750	1,000	750	1,000
P5	500	750	1,000	250	500	750	500	750	1,000

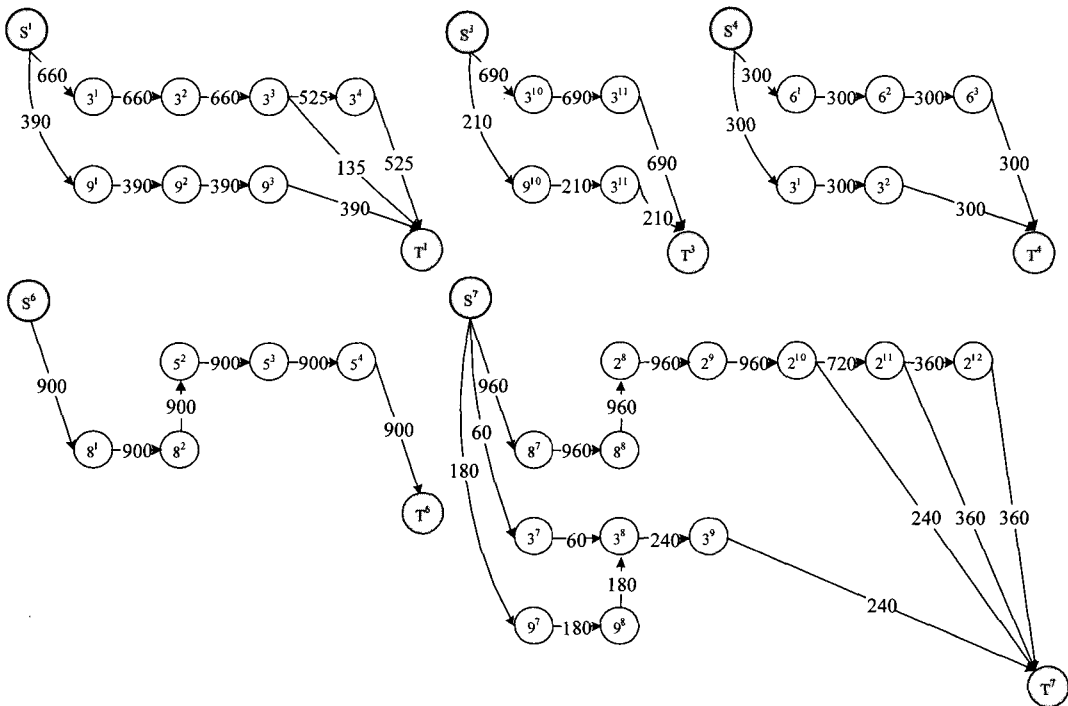
〈표 4〉 저장 활동과 속성들

저장 활동	활동 유형	시작 공정	도착 공정	시작 시각(기간)	종료 시각(기간)	출발 비율	저장단위의 수
1	UL	P1	P3	1	4	0055	1,050
2	UD	P1	P4	6	8	055	600
3	UL	P1	P3	10	11	0A	900
4	UD	P2	P4	1	3	055	600
5	UL	P2	P3	5	9	00055	1,200
6	UD	P3	P5	1	4	000A	900
7	UD	P3	P4	7	12	002233	1,200
8	RL	P4	P1	3	8	000055	1,500
9	RL	P4	P2	1	2	0A	450
10	RL	P4	P3	6	12	0000055	1,500
11	UL	P1	P2	4	5	0A	300
12	UL	P2	P3	13	16	0055	900
13	UD	P3	P4	16	20	02233	600
14	RL	P4	P1	11	17	0000055	1,200
15	RL	P5	P1	9	13	00055	450
16	UL	P1	P2	16	19	0055	750
17	UD	P2	P4	13	15	055	750
18	UD	P3	P5	10	13	000A	600
19	RL	P4	P3	13	16	0055	900
20	RL	P5	P2	18	20	055	600
21	UL	P1	P2	7	13	0000055	600
22	UD	P2	P5	15	19	0000A	300
23	UL	P3	P3	14	17	0055	600
24	RL	P4	P2	12	16	00055	600
25	RL	P4	P3	12	15	0055	300
26	UL	P1	P3	16	18	055	450
27	UD	P2	P5	17	19	00A	900
28	UD	P3	P4	12	13	0A	600
29	RL	P4	P1	16	19	0055	300

<표 4>는 실험에 사용된 한 문제의 저장 활동과 그 속성들의 예를 나타낸다. 두 번째 열의 활동 유형(activity type)은 도착 및 출발 하위 활동의 유형을 각각 가리킨다. 활동 유형에는 세 종류가 있다: RL, UD, UL. 활동 유형의 첫 번째 문자는 도착 하위 활동과 관련되고, 두 번째 문자는 출발 하위 활동과 관련된다. R, D, U, L은 각각 반입(Receiving), 반출(Delivery), 양하(Unloading), 적하>Loading) 작업을 가리킨다. 예를 들어, 'RL'은 해당 저장 활동의 도착 및 출발 시점에 반입과 적하 작업이 각각 수행되어야 함을 뜻한다. 일곱 번째 열의 출발 비율(departure proportion)은 각 기간에 저장 영역을 떠나는 저장단위의 비율을 나타낸다. 문자열의 길이는 저장 기간의 길이와 같고, 각 문자(숫자)는 각 기간에서 출발의 비율을 표현한다. 예를 들기 위해서 저장 활동 1을 고려하자. 문자열(string) '0055'는 다음을 의미한다: 기간 1과 2에서는 저장 영역을 출발하는 저장단위가 없고, 기간 3과 4에서는 각각

전체 저장단위의 50%가 저장 영역을 출발한다. 저장 활동 3, 6 등의 출발 비율에 포함된 문자 'A'는 100%를 가리킨다. 각 작업의 취급 시간은 <표 1>의 값을 사용한다. 이적 하위 활동에서, 이적 출발 저장 위치에서의 취급 작업은 적하 작업과 유사하고 이적 도착 작업 위치에서의 취급 작업은 반입 작업과 유사하기 때문에 작업 유형의 리스트(list)에 LR>Loading and Receiving)이 추가된다.

[그림 10]은 위의 문제에 대한 최적해 가운데 5개의 저장 활동에 대한 표현이다. [그림 10]에서 위쪽 가장 왼편에 있는 저장 활동 1을 고려해보자. 기간 1에 390 저장단위가 저장 위치 9에 도착하고, 3기간 동안 보관되고, 기간 3에 저장 영역을 출발한다. 나머지 660 저장단위는 기간 1에 저장 위치 3에 도착하고, 3기간 동안 보관된다. 그 가운데, 525 저장단위는 기간 4까지 계속 보관되었다가 기간 4에 저장 영역을 출발하고 135 저장단위는 기간 3에 저장 영역을 출발한다. 저장 활동 6과 7은 이적을 포함한다.



[그림 10] 최적해의 일부 저장 활동에 대한 네트워크 표현

〈표 5〉 최적화 수리 모형과 발견적 기법의 실험 결과

	최적화 수리 모형	계산 시간(초)	발견적 기법	계산 시간(초)	차이
1	132,374.5800	4.73	142,098.2133	0.09	7.35%
2	141,439.1083	4.91	151,828.0050	0.09	7.35%
3	179,092.1850	4.94	194,093.0017	0.09	8.38%
4	192,567.1150	5.01	213,638.6450	0.11	10.94%
5	156,910.8000	4.94	162,031.7683	0.09	3.26%
6	180,687.6350	4.91	195,338.6350	0.09	8.11%
7	161,326.1850	4.89	170,348.9683	0.09	5.59%
8	166,904.0600	4.97	182,627.6200	0.09	9.42%
9	152,580.7250	4.95	155,408.4850	0.09	1.85%
10	144,780.9333	4.84	155,549.0883	0.09	7.44%
11	136,099.3250	4.91	140,640.9417	0.11	3.34%
12	177,169.7250	4.89	185,015.2983	0.11	4.43%
13	162,656.5100	4.88	179,608.1317	0.11	10.42%
14	154,505.6733	4.89	169,763.6967	0.09	9.88%
15	137,604.0000	4.88	142,261.8000	0.09	3.38%
16	177,019.6750	4.86	189,489.5083	0.09	7.04%
17	172,548.6700	4.73	179,680.6383	0.09	4.13%
18	175,677.0600	5.00	193,299.1917	0.09	10.03%
19	184,338.8100	4.84	191,035.6267	0.09	3.63%
20	133,598.6100	5.11	141,993.9767	0.09	6.28%

추가적으로 20개의 문제에 대해서 최적화 수리 모형과 발견적 기법을 적용하여 보았다. Pentium 4 CPU 3GHz PC를 사용하였고 최적화 수리 모형은 ILOG CPLEX 9.0을 통해, 발견적 기법은 Microsoft Visual Basic 6.0을 통해 프로그램화 되었다. <표 5>는 20개의 문제에 대한 목적함수 값, 계산 시간, 차이를 요약하여 보여준다. 최적화와 발견적 기법을 통한 해의 차이는 평균 6.61%로 나타났다. 차이는 $\{(\text{발견적 기법의 목적함수 값}) - (\text{최적화 수리 모형의 목적함수 값})\} / (\text{최적화 수리 모형의 목적함수 값})$ 의 식을 통해 계산하였다. 계산 시간은 최적화 수리 모형의 경우 평균 4.90초, 발견적 기법의 경우 평균 0.10초로 나타났다. 따라서 문제의 크기가 증가할 경우, 발견적 기법의 유용성이 증가할 것이라고 예상된다.

6. 결 론

본 연구는 임시 재고를 저장 공간에 할당하는 문제를 기술하였다. 문제를 모형화하기 위해 저장 활동을 정의하고 그것을 네 개의 하위 활동으로 구분

하였다: 도착, 채류, 이적, 출발. 문제는 MMCFP로 표현되고 정수계획법으로 모형화 되었다. 모형에서는 저장 영역의 취급능력, 수송능력, 저장능력이 고려되었다. 문제의 크기가 커지면 최적화 수리 모형의 풀이에 제약이 있으므로 짧은 시간에 좋은 해를 제공하는 발견적 기법을 제안하였다. 20개의 문제에 대해서 최적화 수리 모형과 발견적 기법의 해를 비교하여 보았다. 보다 현실적인 문제 크기에 대해서 두 기법의 해를 비교하는 실험이 뒤따라야 할 것이다.

본 연구에서 제시된 모형은 저장 활동의 도착 하위 활동이 한 기간 내에 발생한다고 가정하였는데, 도착이 한 기간 이상에서 발생하는 상황을 표현하기 위해서 확장될 수 있다. 또한 한 기간 즉 시간 버킷의 크기를 정하는 문제는 후속 연구를 위한 또 하나의 주제가 될 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Francis, R.L., L.F. McGinnis, Jr., and J.A. White, *Facility Layout and Location* : An

- Analytical Approach*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1992.
- [2] Goetschalckx, M. and H.D. Ratliff, "Shared Storage Policies Based on the Duration Stay of Unit Loads," *Management Science*, Vol. 36(1990), pp.1120-1132.
- [3] Kennington, J.L., "A Survey of Linear Cost Multicommodity Network Flows," *Operations Research*, Vol.26(1978), pp.209-236.
- [4] Kim, K.H. and K.T. Park, "Dynamic Space Allocation for Temporary Storage," *International Journal of Systems Science*, Vol. 34(2003), pp.11-20.
- [5] Kozan, E., "Optimising Container Transfers at Multimodal Terminals," *Mathematical and Computer Modelling*, Vol.31(2000), pp.235-243.
- [6] Larson, N. and A. Kusiak, "Work-In-Process Space Allocation : A Model and an Industrial Application," *IIE Transactions*, Vol.27(1995), pp.497-506.
- [7] Lee, B.K. and K.H. Kim, "Performance Evaluation of Yard Cranes in Container Terminals," *Proceedings of the Second International Intelligent Logistics Systems Conference*, (2006), pp.18.1-18.17.
- [8] Zhang, C., J. Liu, Y.-w. Wan, K.G. Murty, and R.J. Linn, "Storage Space Allocation in Container Terminals," *Transportation Research*, Vol.37B(2003), pp.883-903.