

논문 2006-43SC-5-8

수정된 generalized Landweber 방법을 이용한 ECT 영상 복원

(Image reconstruction in electrical capacitance tomography based on modified generalized Landweber method)

이성훈*, 장재덕**, 김용성***, 김경연****, 최봉열****

(Seong-Hun Lee, Jae-Duck Jang, Yong-Sung Kim, Kyung-Youn Kim, and Bong-Yeol Choi)

요약

ECT는 측정된 커패시턴스 값을 이용하여 유전 물체의 유전을 분포를 가시화하기 위해 사용되는 비접촉 영상 복원 기술이다. 영상 복원시 수렴 속도 개선과 영상의 질 향상을 위해 다양한 반복적 영상 복원 방법들이 있으며, Landweber 방법은 널리 사용되고 있는 ECT의 영상 복원 방법 중 하나이다. 본 논문에서는 ECT 영상 복원에서 수렴 속도를 개선하기 위해 수정된 generalized Landweber 방법을 제안한다. 특히, Shaping 행렬을 가지는 generalized Landweber 방법에 가속항을 추가하고 최적화 계수를 해석적으로 결정한다. 다양한 컴퓨터 모의 실험을 통해 제안한 방법의 타당성을 입증한다.

Abstract

Electrical capacitance tomography (ECT) is a non-invasive imaging reconstruction technique that aims at visualization of cross sectional permittivity distribution of dielectric object based on the measured capacitance. There are lots of iterative image reconstruction methods to accelerate convergence rate and enhance quality of reconstructed image, Among them, iterative Landweber method is one of the widely used reconstruction algorithm in ECT. In this paper, modified generalized Landweber method is proposed to accelerate convergence rate. In doing so, acceleration term is considered to the generalized Landweber method with shaping matrix and an optimal step length is determined analytically. Extensive computer simulations are provided to illustrate the reconstruction performance of the proposed algorithm.

Keywords : ECT, Landweber, Shaping 행렬, 전기 커패시턴스 단층촬영법

I. 서론

ECT는 물체에서 측정한 커패시턴스로부터 단면의 유전을 분포를 영상으로 나타내는 비파괴 영상 복원 방법이다. 주로 배관 내에 액체와 기체의 흐름, 기름/물/기체의 분리 정도, 유동체 실험 등의 다양한 산업체

공정에서 사용된다^[1,2]. ECT에서 영상 복원 방법은 정문제와 역문제로 구성된다. 정문제는 유전을 분포에서 전극사이의 커패시턴스를 구하는 것이고, 역문제는 측정한 커패시턴스에서 유전을 분포를 찾아내는 것이다. 영상 복원시 나타나는 대표적인 문제점은 다음과 같다. 첫째, 전극 간에 측정한 커패시턴스와 유전을 분포간의 관계가 비선형적인 특성이 아주 크고, 둘째, 측정할 수 있는 커패시턴스의 수가 찾을 해의 수보다 적으며, 셋째, 시스템의 부정치성(ill-posedness) 때문에 해가 측정오차와 노이즈에 따라 민감해진다는 것이다^[3,4].

이런 문제들의 해결을 위해 직접 영상 복원 방법과 간접 영상 복원 방법이 연구되고 있다. 비반복 방법인 직접 복원 방법의 대표적인 예는 선형 역투영법(LBP)^[1], truncated SVD(TSVD) 방법, 그리고 Tikhonov

* 정회원, 대구경북과학기술연구원 메카트로닉스연구부 (Depts. of Mechatronics, DGIST)

** 학생회원, 한국과학기술원 바이오시스템공학과 (Depts. of BioSystems, KAIST)

*** 학생회원, **** 평생회원, 경북대학교 전자공학과 (Depts. of Electronic engineering, Kyungpook National University)

***** 정회원, 제주대학교 전자공학과 (Depts. of Electronic engineering, Cheju National University)

접수일자: 2006년6월16일, 수정완료일: 2006년8월30일

regularization (TR) 방법 등이 있다. 반복 방법인 간접 복원 방법은 Newton Raphson(NR) 방법^[4], 반복 Tikhonov regularization(ITR) 방법^[4], ART 방법^[5,6], 그리고, Landweber 방법^[3,7] 등이 있다.

LBP 방법은 수식적으로 간단하여 계산 속도가 빨라 실시간 복원에 가장 많이 사용되는 방법이며, TSVD 방법은 커패시턴스 측정시 고주파 노이즈에 둔감하도록 특정 특이값을 제거하는 개념을 적용한 방법이다. TR 방법은 정규화 매개계수를 이용하여 부정치성을 갖는 역문제를 해결하기 위한 방법으로 가장 널리 사용되는 방법 중 하나이다^[8]. 이들 직접 복원 방법은 복원시간이 빠르지만 유전을 분포와 커패시턴스의 비선형 관계 때문에 정확한 해를 구하기가 거의 불가능하다. 이를 개선하기 위해 간접 복원 방식이 사용된다. NR 방법은 현재의 유전을 분포로부터 자코비안과 커패시턴스를 매 반복 복원마다 최신화하여 해를 찾는 방법이다. ITR 방법은 NR 방법의 자코비안을 고정된 감도(sensitivity) 행렬로 대체하고, 부정치성을 개선하기 위해 정규화 시키는 방법이다. ART 방법은 x-ray 단층촬영에 주로 사용되는 방법으로 시스템 행렬이 클 때 효과적이다. 하지만 매 반복마다 측정 데이터의 한 집합만 사용하기 때문에 노이즈에 아주 민감한 단점이 있다. Landweber 방법은 최대 경사법(steepest gradient descent)의 변형된 방법으로 ECT에서 가장 널리 사용되는 방법이다. 계산시간이 빠르지만 국지적 최소값(local minimum)으로 수렴하기 위해서는 많은 반복 횟수가 소요되는 단점이 있다. 이런 느린 수렴 속도 문제는 최적화 계수^[7], shaping 행렬^[9-12], 그리고 가속행^[13] 등을 각각 적용하여 개선하여 왔다.

본 논문은 기존 Landweber 방법의 수렴 속도를 좀 더 개선하기 위해 수정된 generalized Landweber 방법을 제안한다. 이는 최적화 계수와 shaping 행렬을 이용하여 시스템의 특이값의 복원율을 조정하고, 가속화 부분을 추가하여 수렴 속도를 개선한 방법이다. 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 ECT 시스템에 대해 소개하고, III장에서는 generalized Landweber 영상 복원 방법에 대해 논의한다. IV장에서는 수정된 generalized Landweber 방법을 제안하고, V장에서 모의 실험을 수행하며, 마지막으로 VI장에서 결론을 맺는다.

II. ECT 시스템

ECT 시스템은 각각의 전극쌍에 전압을 인가하고 그

때의 커패시턴스를 측정해서 내부의 유전을 분포를 유추하는 시스템이다. 여기서 커패시턴스를 수치적으로 구하기 위한 수식은 다음과 같이 정의된다^[1,4].

$$C = \frac{Q}{V} = -\frac{1}{V} \iint_{\Gamma} \epsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) d\Gamma \quad (1)$$

여기서 C 는 커패시턴스, Q 는 총 전하량, V 는 측정 전극 양단의 전압차, $\epsilon(x, y)$ 는 유전을 분포, $\phi(x, y)$ 는 전위 분포, 그리고 Γ 는 전극 표면을 나타낸다. 센서 내부의 영역은 FEM(Finite Element Method) 방법을 이용하여 N 개의 요소들로 나누어진다. 각 요소의 노드전압 $\nabla \phi(x, y)$ 와 내부의 유전을 분포 $\epsilon(x, y)$ 를 이용하여 실제 측정치에 가까운 커패시턴스를 계산해낼 수 있다. 식 (1)로부터 정확한 커패시턴스를 구할 수 있지만 많은 계산 시간을 필요로 하므로 복원 알고리즘의 적용을 위한 간략화의 일환으로 식 (2)와 같이 간단한 유전을 분포에 대한 함수로 표현하여 사용한다.

$$C = \xi(\epsilon) \quad (2)$$

위의 비선형 정문제를 섭동 방법을 이용한 간략화를 통해 정규화 및 선형화 하면 다음과 같다^[1].

$$C = Sg \quad (3)$$

$C \in R^{M \times 1}$ 는 커패시턴스 벡터, $S \in R^{M \times N}$ 는 감도 행렬, $g \in R^{N \times 1}$ 은 유전을 벡터를 나타낸다. 본 논문에서는 ECT에서 일반적으로 복원 방법에 적용되는 정규화^[8]된 식 (4)를 사용한다.

$$b = Ax \quad (4)$$

$b \in R^{M \times 1}$ 는 정규화된 커패시턴스 벡터, $A \in R^{M \times N}$ 정규화된 감도 행렬, $x \in R^{N \times 1}$ 은 각 요소의 정규화된 유전을 벡터를 나타낸다. M 은 독립적인 측정 커패시턴스의 수이고, N 은 매쉬의 요소 수를 의미한다. L 개의 전극을 가지는 ECT 시스템에서 $M = \frac{1}{2}L(L-1)$ 관계가 된다. 선형 간략화된 식 (4)를 이용하여 우리는 다양한 반복적인 혹은 비반복적인 복원 알고리즘을 적용할 수 있다.

III. Generalized Landweber 영상 복원 방법

1. Generalized Landweber 방법

Strand^[9]는 복원 영상의 특정 주파수를 강조하고 수렴 속도를 개선하기 위해 generalized Landweber 방법을 소개하였고, Pan^[10-12]은 positron emission tomography (PET) 분야에 처음으로 적용하였다. Generalized Landweber 방법의 반복적인 표현은 식 (5)와 같다.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{A}^T(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k) \quad (5)$$

여기서 \mathbf{D} 는 shaping 행렬을 의미한다. Shaping 행렬은 $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ 의 다항식으로 정의되며, 영상의 특정 주파수를 선택적으로 복원하는 필터의 특성을 가진다. 식 (5)는 $\|\mathbf{D}\mathbf{A}^T\mathbf{A}\|_2 < 2$ 이고, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ 이면 해는 국지적 최소값으로 수렴한다^[10].

2. Shaping 행렬 설계

Generalized Landweber 방법은 shaping 행렬의 선정에 따라서 복원 성능이 결정 되어 진다. 반복적인 복원 방법에서 영상의 저주파수 성분은 고주파수 성분에 비해 빨리 복원된다. 복원된 영상의 주파수 성분은 감도행렬의 특이값과 연관성이 있다. 저주파수 성분은 작은 특이값, 고주파수 성분은 큰 특이값에 해당된다^[14]. 따라서 감도행렬의 특이값과 관련된 shaping 행렬의 요소를 적절히 선정하여 수렴 속도를 제어할 수 있다. Strand는 식 (6)의 조건을 이용한 shaping 행렬을 제안했다.

$$\mathbf{D}\mathbf{v}_i = p_i\mathbf{v}_i, \quad 0 < p_i\sigma_i^2 < 2 \quad (6)$$

여기서 σ_i 는 \mathbf{A} 의 특이값이며, p_i 는 이득을 나타내는 변수이다. 수렴성을 보장하기 위해 $0 < p_i\sigma_i^2 < 2$ 라 가정한다.

k 번째 복원된 영상을 스펙트럼 형태로 표현하기 위해 식 (6)을 식 (5)에 적용하면 식 (7)처럼 표현된다.

$$\mathbf{x}_k = \sum_{i=1}^{\rho(\mathbf{A})} \left[1 - (1 - p_i\sigma_i^2)^k \right] \frac{1}{\sigma_i} (\mathbf{b} \cdot \mathbf{u}_i) \mathbf{v}_i \quad (7)$$

식 (7)은 이득 변수 p_i 와 반복 회수 k 에 따라 영상 복

원 결과가 달라짐을 나타낸다. 즉 영상을 반복 복원시, p_i 를 변화시켜 각각의 특이값에 대한 이득값을 조절함으로써 수렴 속도의 조절이 가능하다. 반복 횟수가 증가할수록 $p_i\sigma_i^2 \approx 1$ 이 되도록 p_i 를 선정하면 복원된 영상이 빨리 수렴하게 된다. p_i 는 σ_i^2 의 다항식으로 표현되며, 기존 Landweber 방법인 경우 $p_i = 1$ 이 된다.

Strand와 Pan은 Heaviside 단계 함수와 최소자승조건을 이용해 경계값 (cutoff value)과 다항식의 차수를 고려한 다항식 p_i 를 구하였다. 다항식의 차수가 6차이고, 경계값이 0일 경우, p_i 는 식 (8)로 표현되며, shaping 행렬은 식 (9)와 같다.

$$p_i = 31.5 - 315\sigma_i^2 + 1443.75(\sigma_i^2)^2 - 3465(\sigma_i^2)^3 + 4504.5(\sigma_i^2)^4 - 3003(\sigma_i^2)^5 + 804.375(\sigma_i^2)^6 \quad (8)$$

$$\mathbf{D} = 31.5 - 315\mathbf{A}^T\mathbf{A} + 1443.75(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^2 - 3465(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^3 + 4504.5(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^4 - 3003(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^5 + 804.375(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^6 \quad (9)$$

IV. 수정된 generalized Landweber 영상 복원 방법

지금까지 ECT분야에서 Landweber 방법은 최적화 계수, 가속항 등을 적용하여 수렴성을 개선시켰다. 하지만 이전의 Landweber 방법의 형태로는 더 이상의 수렴 속도 개선에 한계가 있다. 따라서 본 장에서는 shaping 행렬을 가지는 generalized Landweber 방법에 가속항을 추가하고 최적화 계수를 적용하여 수렴 속도 문제를 개선하고자 한다.

제안하는 수정된 generalized Landweber 방법은 식 (10)처럼 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{D}\mathbf{A}^T(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k) + \beta_k (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}) \\ &= \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{D}\mathbf{A}^T \mathbf{e}_k + \beta_k \Delta \mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{e}_k = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k$, $\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}$ 을 나타내며, α_k , β_k 는 매 반복시 변화하는 최적화 계수를 의미한다. \mathbf{D} 는 shaping 행렬로 generalized Landweber 방법에 적용한 것과 동일하다.

최적화 크기를 가지는 α_k, β_k 의 값을 구하기 위한

목적함수를 식 (11)과 같이 정의한다.

$$J(\mathbf{x}_{k+1}) = \|\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_{k+1}\|^2 = (\mathbf{e}_k - \alpha_k \mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{A}^T \mathbf{e}_k - \beta_k \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}_k)^T \times (\mathbf{e}_k - \alpha_k \mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{A}^T \mathbf{e}_k - \beta_k \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}_k) \quad (11)$$

그리고 식 (11)을 α_k, β_k 에 대해 다음의 편미분 방정식을 구한다.

$$\frac{\partial J(\mathbf{x}_{k+1})}{\partial \alpha_k} = 0, \quad \frac{\partial J(\mathbf{x}_{k+1})}{\partial \beta_k} = 0 \quad (12)$$

식 (12)의 두 방정식을 각각 최적화 계수 α_k, β_k 에 정리하고 행렬 형태로 표현하면 식 (13)과 같다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{y} \quad (13)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{e}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A}^T \mathbf{e}_k & \Delta\mathbf{x}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A}^T \mathbf{e}_k + \mathbf{e}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{D}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \Delta\mathbf{x}_k \\ \Delta\mathbf{x}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A}^T \mathbf{e}_k + \mathbf{e}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{D}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \Delta\mathbf{x}_k & 2\Delta\mathbf{x}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{D} \Delta\mathbf{x}_k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_k^T \mathbf{A}(\mathbf{D}^T + \mathbf{D})\mathbf{A}^T \mathbf{e}_k \\ \Delta\mathbf{x}_k^T \mathbf{A}^T \mathbf{e}_k + \mathbf{e}_k^T \mathbf{A} \Delta\mathbf{x}_k \end{bmatrix}.$$

식 (10)의 해가 국지적 최소값으로 수렴하면, $\Delta\mathbf{x}_k$ 가 영으로 수렴하여 β_k 는 아주 작은 값을 가진다. 즉, 초기 반복 횟수 이후에는 α_k 가 β_k 에 비해 두드러지게 작용하여, generalized Landweber 방법과 유사하게 된다.

제안한 방법에서 수렴 속도와 영상의 질을 개선하기 위해 다음과 같은 구속조건을 적용한다^[4,15].

$$P[f(x)] = \begin{cases} 0, & f(x) \leq 0 \\ 1, & f(x) \geq 1 \\ f(x), & 0 < f(x) < 1 \end{cases} \quad (14)$$

V. 모의 실험

제안한 방법의 영상 복원 성능을 검증하기 위해 모의 실험을 수행한다. 그림 1.(a)의 1948개의 삼각형 요소(N)를 가지는 FEM 메쉬를 정문제와 역문제를 구할 때 사용한다. 커패시턴스 측정을 위해 16개의 전극(L)을 사용하여 120개의 독립된 커패시턴스 정보(M)를 측정한다. 모의 실험은 그림 1.(b), (c)의 2가지 물체에 대해 수행한다.

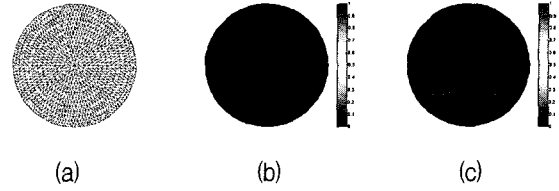


그림 1. FEM 메쉬와 실제 물체 (a) FEM 메쉬, (b) 한 개의 표적, (c) 세 개의 표적
Fig. 1. FEM mesh and true images; (a) FEM mesh, (b) one target, and (c) three targets.

영상 복원 성능을 비교하기 위하여, 기존의 최적화 계수를 가지는 Landweber(LW) 방법, 수정된 Landweber(modified LW) 방법, generalized Landweber(GLW) 방법, 그리고 제안한 수정된 generalized Landweber(modified GLW) 방법을 사용하였다. 배경에 해당하는 작은 유전율은 1, 표적에 해당하는 큰 유전율은 2로 각각 설정하였다. 감도 행렬과 계산되는 커패시턴스는 Xic의 방법^[1]을 적용하였고 모든 복원 방법의 초기 유전율은 0으로 설정하였다. 모의 실험의 성능을 평가를 위해 다음과 같은 2가지의 기준을 정의한다^[1,4].

$$RE = \frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \quad (15)$$

$$CC = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - \bar{\hat{x}}) \cdot (x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})^2 \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}} \quad (16)$$

여기서 RE와 CC는 실제 물체의 유전율 \mathbf{x} 와 복원한 물체의 유전율 $\hat{\mathbf{x}}$ 간의 상대오차, 상관계수를 의미한다. $\bar{x}, \bar{\hat{x}}$ 는 각각 $\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}$ 의 평균값을 의미한다. 상대오차는 값이 작을수록, 상관계수는 값이 1에 가까울수록 영상 복원 성능이 좋음을 의미한다.

측정 커패시턴스에 노이즈가 없는 경우와 노이즈가 있는 경우에 대해서 2가지 물체에 대해 상기의 방법을 실험한 결과는 다음과 같다.

1. 노이즈가 없는 경우

그림 2, 3은 반복 횟수별 영상 복원 결과이다. 각 행은 복원 방법, 각 열은 반복 횟수를 나타낸다. 5회 반복 후 복원된 영상을 비교해보면, 수정된 GLW 방법, GLW 방법, 수정된 LW 방법, 그리고 LW 방법 순으로 원 영상에 가깝게 나타났다. 10회 반복 후 복원된 영상

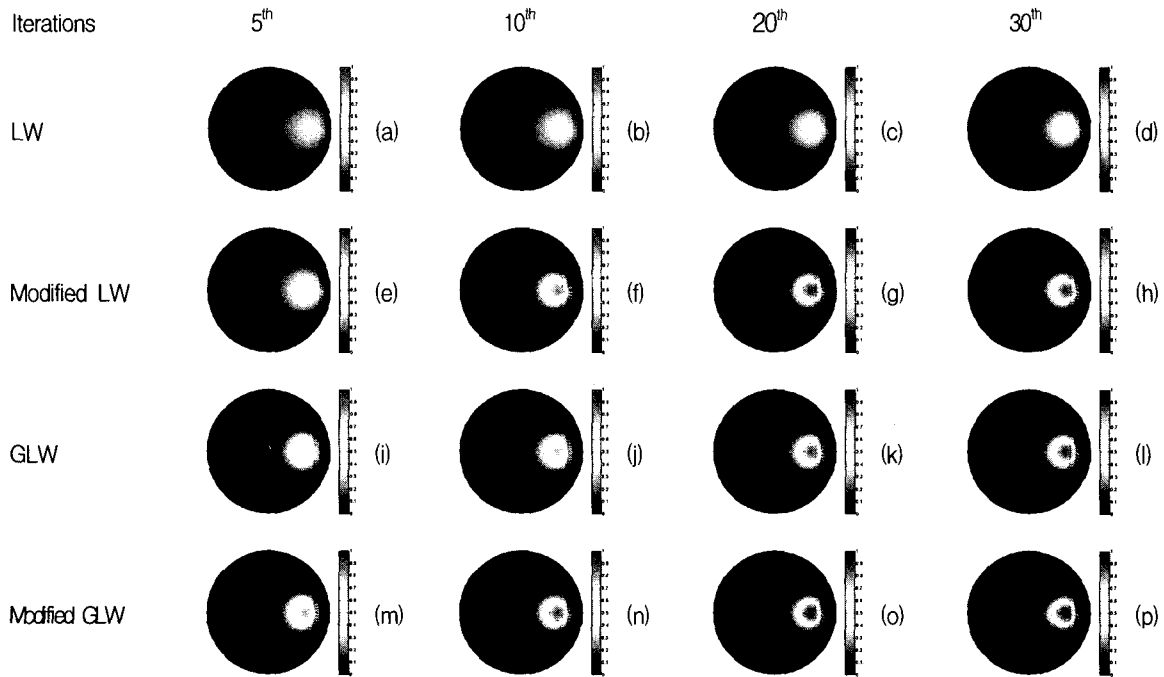


그림 2. 한 개의 표적을 가지는 물체에 대한 영상 복원 결과
 Fig. 2. Reconstructed images for object with one target.

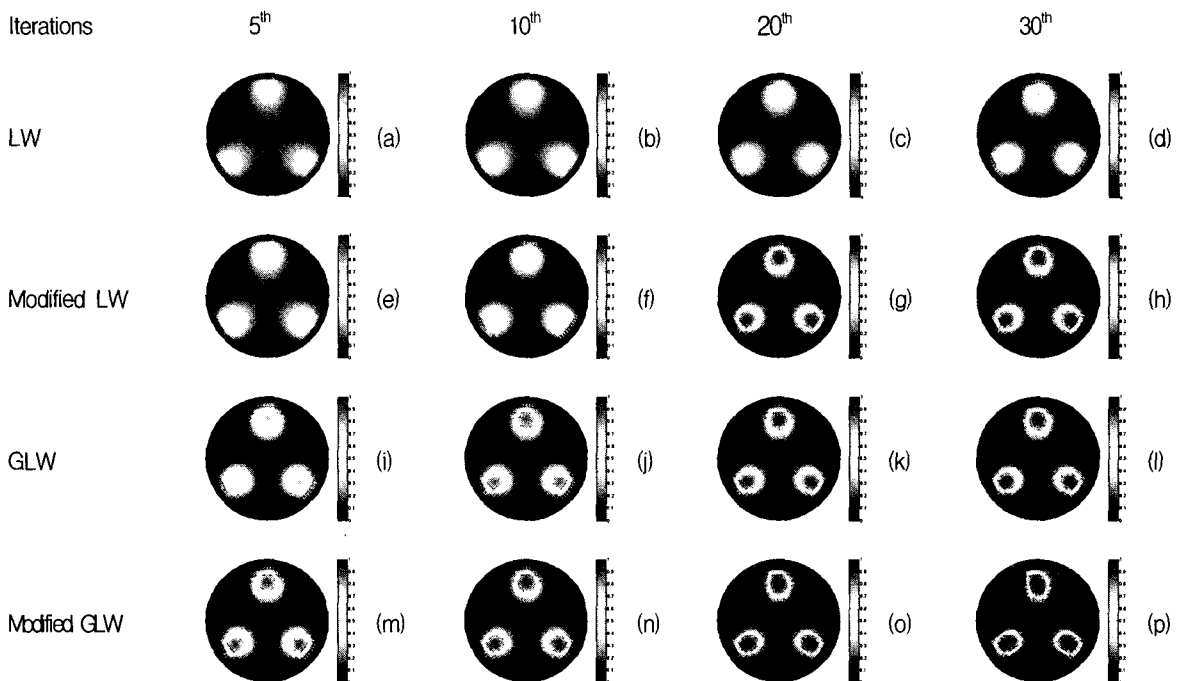


그림 3. 세 개의 표적을 가지는 물체에 대한 영상 복원 결과
 Fig. 3. Reconstructed images for object with three targets.

은 이전 영상에 비해 좀 더 원 영상에 가깝게 복원되었다. 그리고 복원 횟수가 20회 초과시에는 LW 방법을 제외하고는 거의 유사한 성능을 보여주었다.

복원 성능을 식(15), (16)의 평가기준을 적용하여 분석해 보면 그림 4와 같다. 그림 2, 3에서 예상했던 대로 전반적으로 shaping 행렬이나 가속항이 있는 방법의

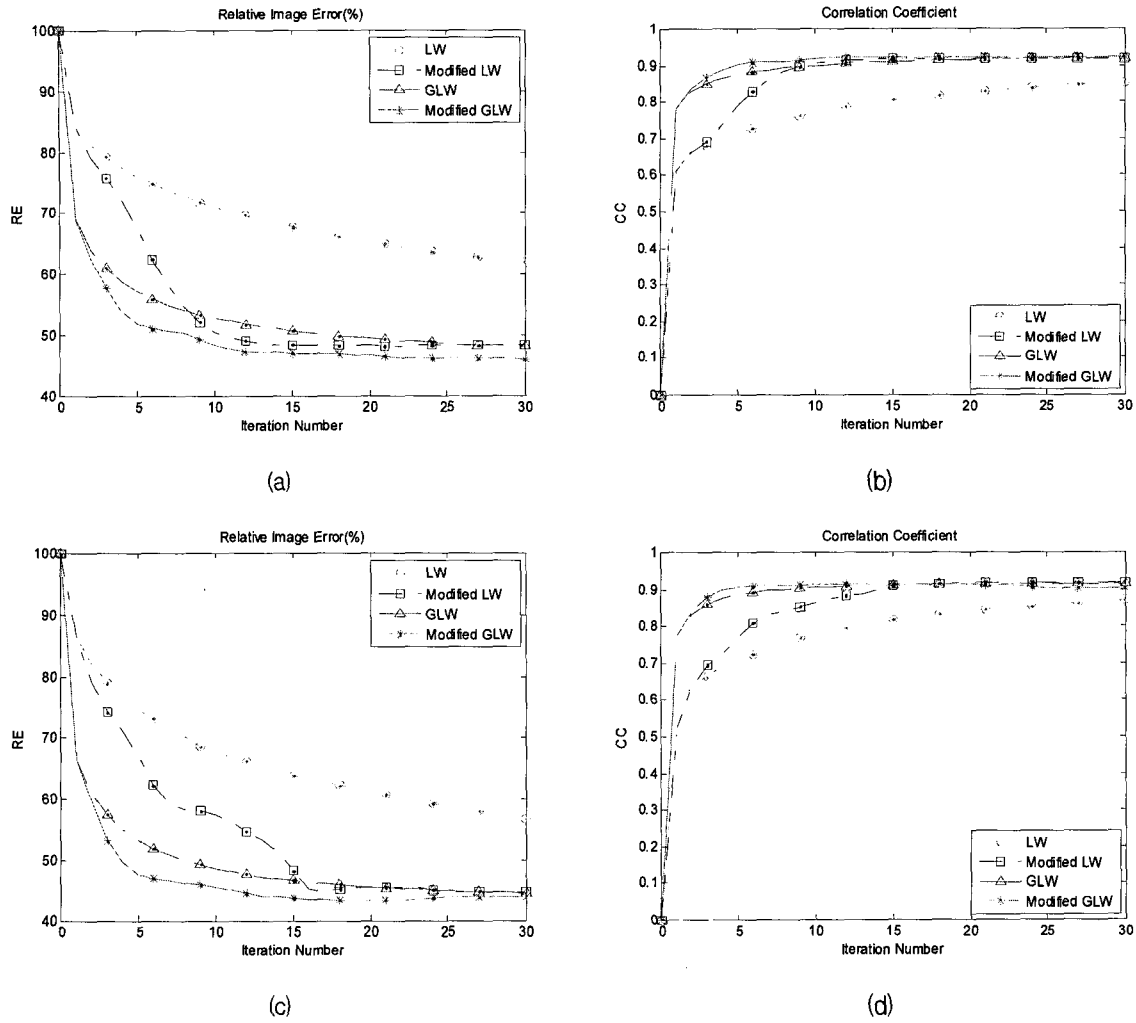


그림 4. 수렴 속도 비교 (a) 한 개 표적에 대한 상대오차, (b) 한 개의 표적에 대한 상관계수, (c) 세 개 표적에 대한 상대오차, (d) 세 개의 표적에 대한 상관계수

Fig. 4. Comparison of convergence rate: (a) RE for object with one target, (b) CC for object with one target, (c) RE for object with three targets, and (d) CC for object with three targets.

표 1. 그림 4에 대한 수치 결과

Table 1. Numerical results in figure 4.

Objects		Methods		LW		Modified LW		GLW		Modified GLW	
				Iterations		Iterations		Iterations		Iterations	
		10	100	10	20	10	20	10	20		
RE (%)	One target	71.03	51.62	50.37	48.09	52.71	49.32	48.27	46.53		
	Three targets	67.84	46.00	57.30	45.42	48.52	45.54	45.42	43.88		
CC (0~1)	One target	0.7696	0.9090	0.9051	0.9169	0.9001	0.9149	0.9178	0.9217		
	Three targets	0.7766	0.9142	0.8605	0.9155	0.9044	0.9133	0.9132	0.9131		

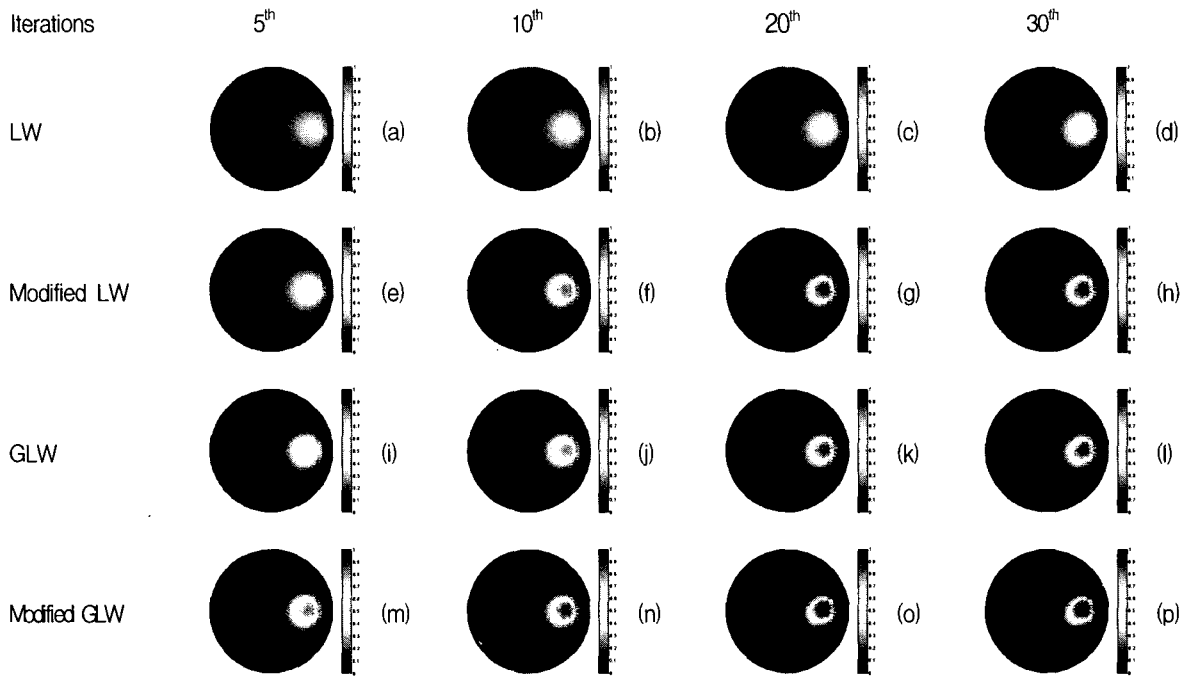


그림 5. 한 개의 표적을 가지는 물체에 대한 영상 복원 결과 (노이즈 1%)
 Fig. 5. Reconstructed images for object with one target (noise 1%).

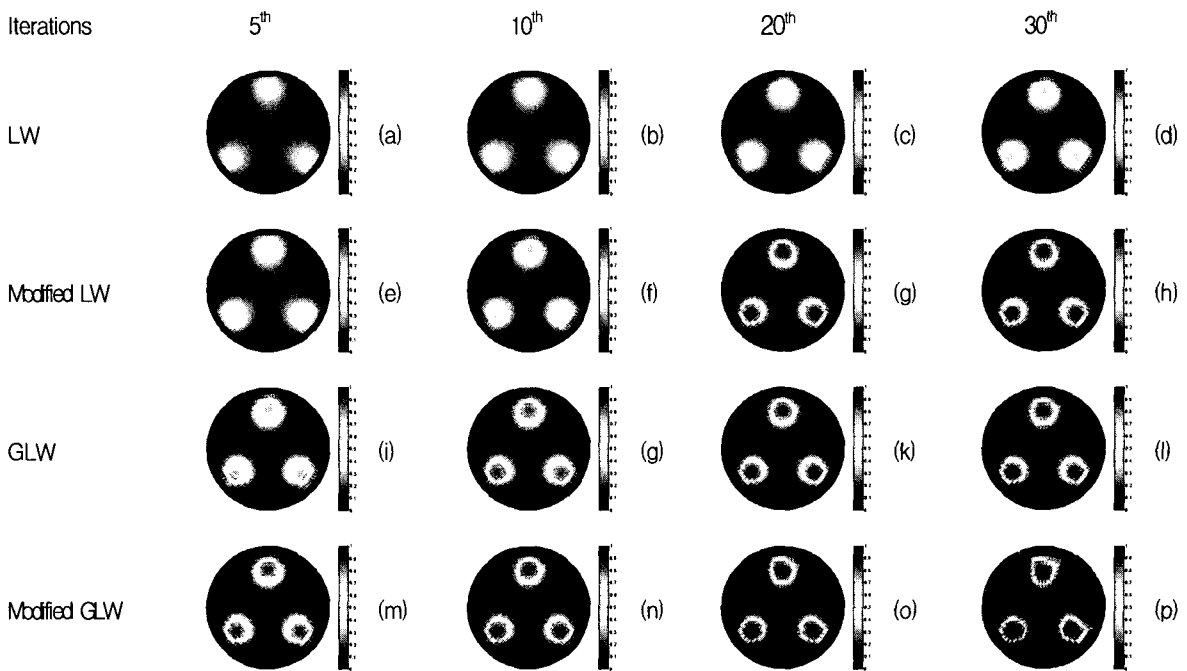


그림 6. 세 개의 표적을 가지는 물체에 대한 영상 복원 결과 (노이즈 1%)
 Fig. 6. Reconstructed images for object with three targets (noise 1%).

복원 성능이 좋음을 볼 수 있다. 그림 4에서 최적화 계수만을 가지는 LW 방법과 비교할 때 첫 번째, 가속항을 추가하여 최적화 계수를 적용한 수정된 LW 방법이

초기 수렴 속도가 빠르며, 두 번째, *shaping* 행렬을 추가한 GLW 방법이 초기 수렴 속도가 개선됨을 볼 수 있으며, 세 번째, 가속항과 *shaping* 행렬을 함께 추가

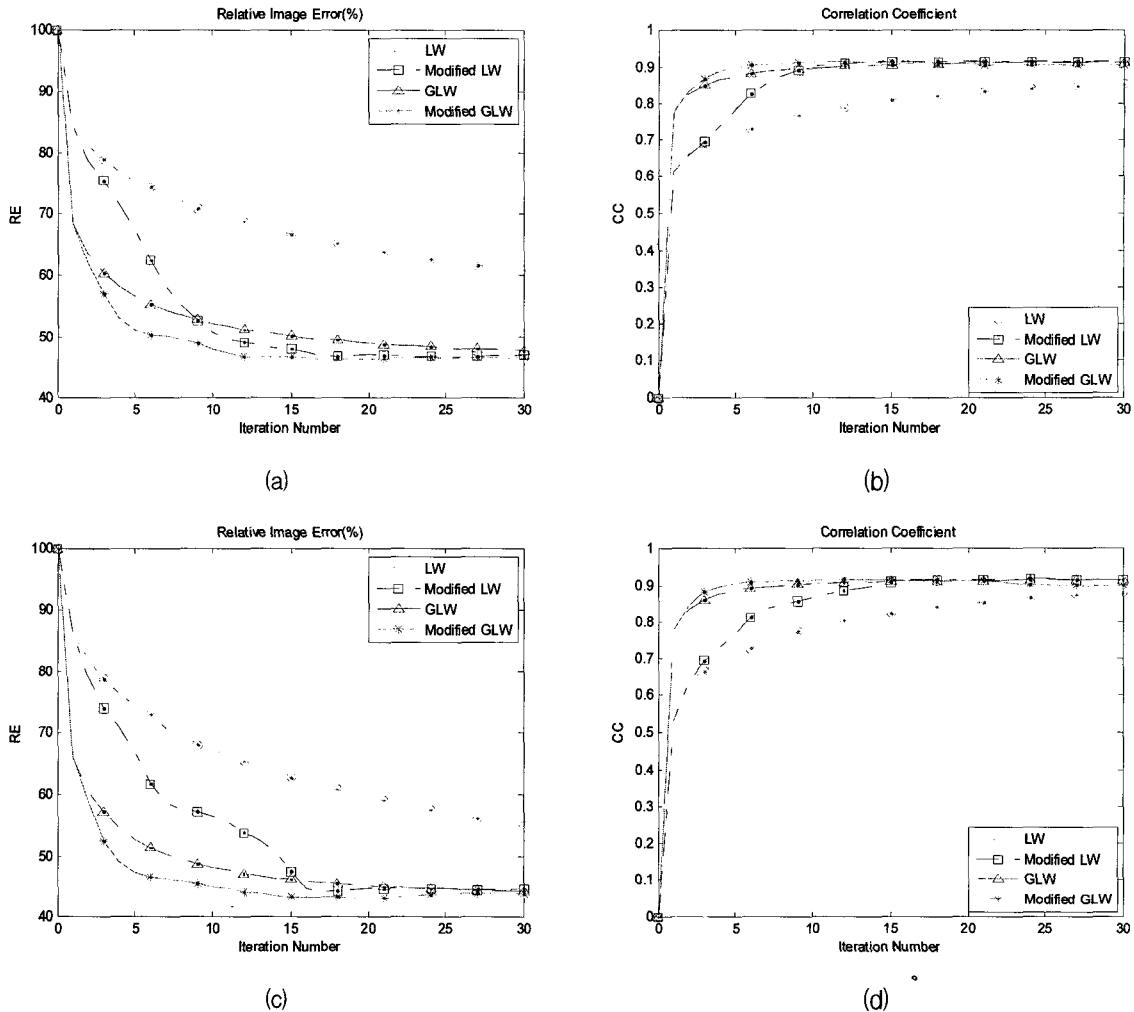


그림 7. 수렴 속도 비교 (노이즈 1%); (a) 한 개 표적에 대한 RE, (b) 한 개의 표적에 대한 CC, (c) 세 개 표적에 대한 RE, (d) 세 개의 표적에 대한 CC

Fig. 7. Comparison of convergence rate (noise 1%); (a) RE for object with one target, (b) CC for object with one target, (c) RE for object with three targets, and (d) CC for object with three targets.

하여 최적화 계수를 적용한 수정된 GLW 방법이 가장 빠르게 국지적 최소값으로 수렴함을 보였다. 상세한 결과는 표 1에 정리 하였다.

한 개의 표적을 가지는 물체에 대해 10회 반복 복원 후 결과를 비교하면, RE는 LW 방법은 약 71%, 나머지 방법은 약 50%로 초기 수렴 속도가 월등히 빠름을 보여 주었다. 이 때 CC의 경우 LW 방법은 약 0.77, 나머지 방법은 약 0.91로 약 18% 정도 개선되었다. Shaping 행렬이나 가속항을 갖는 방법들은 20회 반복 복원 이후 거의 국지적 최소값을 찾음을 볼 수 있다. 제안한 수정된 GLW 방법이 타 방법들보다 빨리 국지적 최소값으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

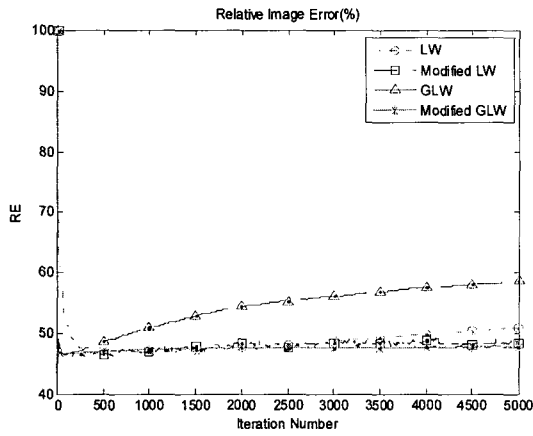
세 개의 표적을 가지는 물체에 대해서도 각 방법의 초기 수렴 성능은 비슷한 결과를 보여주었으며, 제안한 방법이 나머지 방법들에 비해 초기 수렴 성능이 우수함을 볼 수 있다.

2. 1% 노이즈가 있는 경우

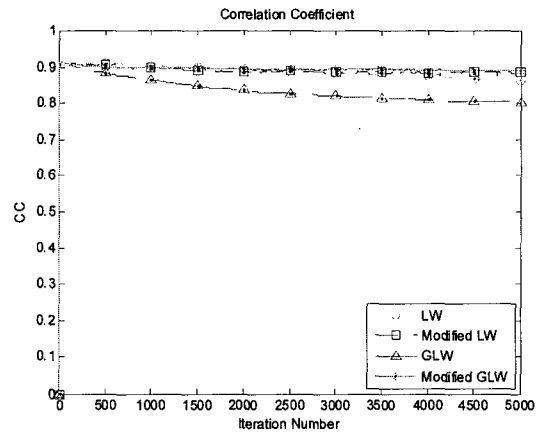
그림 5, 6은 측정 커패시턴스에 1%의 랜덤 노이즈가 있을 경우에 대한 영상 복원 결과이다. 각 행은 복원 방법, 각 열은 반복 횟수를 나타낸다. 반복 후 복원된 영상을 비교해보면, 노이즈가 없는 경우와 유사하게 수정된 GLW 방법이 다른 방법보다 원 영상에 가깝게 나타났다. 측정 커패시턴스에 노이즈가 일부 있을 때에

표 2. 그림 7에 대한 수치 결과 (노이즈 1%)
Table 2. Numerical results in figure 7 (noise 1%).

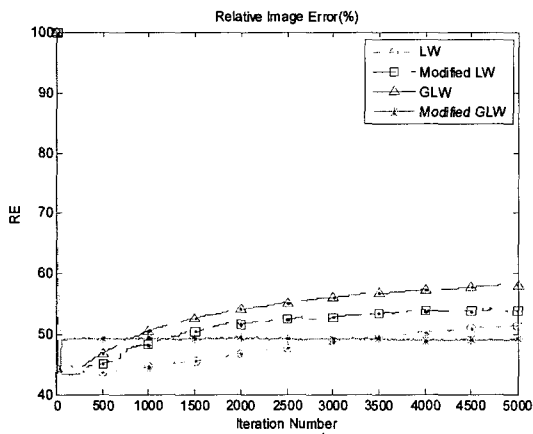
Methods Objects		LW		Modified LW		GLW		Modified GLW	
		Iterations		Iterations		Iterations		Iterations	
		10	100	10	20	10	20	10	20
RE (%)	One target	70.26	51.70	50.59	47.05	52.10	48.91	48.02	46.32
	Three targets	67.30	46.01	56.46	44.72	48.08	45.18	45.07	43.29
CC (0~1)	One target	0.7726	0.9032	0.9008	0.9148	0.8971	0.9096	0.9119	0.9068
	Three targets	0.7815	0.9129	0.8648	0.9152	0.9037	0.9117	0.9118	0.9108



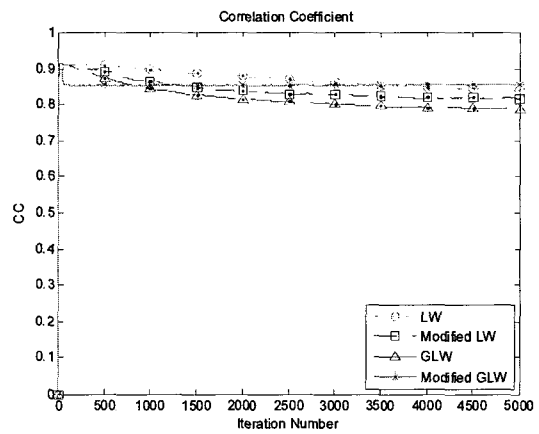
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 8. 수렴속도 비교 (노이즈 1%); (a) 한 개 표적에 대한 RE, (b) 한 개의 표적에 대한 CC, (c) 세 개 표적에 대한 RE, (d) 세 개의 표적에 대한 CC

Fig. 8. Comparison of convergence rate (noise 1%); (a) RE for object with one target, (b) CC for object with one target, (c) RE for object with three targets, and (d) CC for object with three targets.

도 가속항과 shaping 행렬이 영상 복원의 수렴 속도 개선에 영향을 미침을 알 수 있다.

상세한 수렴 속도 비교는 그림 7과 표 2에 나타냈다. 그림 5, 6에서 예상했던 대로 전반적으로 노이즈가 없는 경우와 비슷한 결과를 나타낸다. LW 방법과 수정된 LW 방법은 노이즈의 영향으로 전반적으로 복원 성능이 약간 떨어짐을 볼 수 있다. 그리고 GLW 방법과 수정된 GLW 방법은 초기 수렴 속도가 개선되었고, 국지적 최소값으로 수렴후 조금씩 발산하는 경향을 볼 수 있다.

마찬가지로 제안한 수정된 GLW 방법이 타 방법에 비해 국지적 최소값으로 수렴하는 시간이 가장 빠른 결과를 나타내었다.

그림 8은 각 방법에 대해, 5000회 동안 반복 복원을 하였을 때 경향을 나타낸다. 반복 횟수가 증가할수록 각 방법들은 국지적 최소값으로 수렴한 후 발산하는 모습을 볼 수 있다. Shaping 행렬은 반복 횟수가 증가할수록 감도 행렬의 작은 특이값까지 빠르게 복원하는 역할을 한다. 복원된 영상의 고주파 부분에 해당하는 작은 특이값은 고주파 노이즈에 민감하여, 측정 노이즈가 있는 경우 반복 횟수가 증가할수록 복원 성능이 떨어지게 된다. 따라서 shaping 행렬을 갖는 제안한 방법들이 기존 방법들에 비해 노이즈에 민감하여 국지적 최소값으로 수렴 후, 빨리 발산하는 특성을 갖는다. 그러나 LW 방법이나, 수정된 LW 방법 역시 반복 횟수가 증가할수록 발산함을 볼 수 있다. 따라서 국지적 최소값으로 먼저 수렴하는 수정된 GLW 방법의 수렴 성능이 가장 좋다고 판단된다. 특히 제안한 방법은 국지적 최소값으로 수렴 후 빨리 발산하지만, 약 50회 반복 복원 이후에 더 이상 발산하지 않고 안정화됨을 볼 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 ECT 영상 복원에서 초기 수렴 속도를 개선하기 위해 최적화 계수와 가속항을 가지는 수정된 generalized Landweber 방법을 제안하였다. 기존의 방법과 비교를 위하여, 2가지 형태의 표적을 가지는 물체에 대해 노이즈 유무에 따른 모의 실험을 실시하여, 상대오차, 상관계수를 지표로 수렴성을 평가하였다. 제안한 방법은 물체와 노이즈의 유무와 관계없이 기존의 방법보다 빠르게 국지적 최소값을 찾을 수 있었다. 하지만 반복 횟수가 증가할수록 노이즈에 민감한

특이값들이 복원되기 시작하여, 다른 방법에 비해 빨리 발산함을 볼 수 있었다. 그러나 이런 특성은 Landweber 형태의 방법에서 반복 횟수 증가시 나타나는 일반적인 현상으로, 수렴성능 평가에는 영향을 미치지 않는다. 결론적으로 제안한 수정된 generalized Landweber 방법이 기존의 Landweber 방법들에 비해 초기 수렴 속도가 상당히 개선됨을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] C. G. Xie, S. M. Huang, B. S. Hoyle, R. Thorn, C. Lenn, D. Snowden and M. S. Beck, "Electrical capacitance tomography for flow imaging : system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors," IEE Proc.-G, pp. 89-98, February 1992.
- [2] S. Liu, W. Q. Yang, H. G. Wang and Y. Su, "Investigation of square fluidized beds using capacitance tomography: preliminary results," Meas. Sci. Technol. 12, pp. 1120-1125, June 2001.
- [3] W. Q. Yang, D. M. Spink, T. A. York and H. McCann, "An image reconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical capacitance tomography," Meas. Sci. Technol. 10, pp. 1065-1069, July 1999.
- [4] W. Q. Yang and L. Peng, "Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography," Meas. Sci. Technol. 14, R1-13, December 2003.
- [5] N. Reinecke and D. Mewes, "Recent developments and industrial/research applications of capacitance tomography," Meas. Sci. Technol. 7, pp. 233-246, January 1996.
- [6] J. H. Kim, B. Y. Choi and K. Y. Kim, "Novel Iterative Image Reconstruction Algorithm for Electrical Capacitance Tomography: Directional Algebraic Reconstruction Technique", IEICE Trans. Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E89-A No.6, pp. 1578-1584, June 2006.
- [7] S. Liu, L. Fu, and W. Q. Yang, "Optimization of an iterative image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography," Meas. Sci. Technol. 10, pp. L37-39, June 1999.
- [8] L. H. Peng, H. Merkus and B. Scarlett, "Using regularization methods for image reconstruction of electrical capacitance tomography," Part. Part. Syst. Charact., vol. 17, pp. 96-104, July 2000.
- [9] O. N. Strand, "Theory and Methods Related to

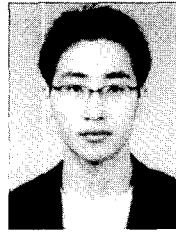
- the Singular Function Expansion and Landweber's Iteration for Integral Expansions of the First Kind," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 11, no. 4, pp. 798-825, September 1974.
- [10] T. S. Pan, and A. E. Yagle, "Numerical Study of Multigrid Implementations of Some Iterative Image Reconstruction Algorithms," *IEEE Trans. on Med. Imag.*, vol. 10, no. 4, pp. 572-588, December 1991.
- [11] T. S. Pan, and A. E. Yagle, "Acceleration of Landweber type Algorithms by Suppression of Projection on the Maximum Singular Vector," *IEEE Trans. on Med. Imag.*, vol. 11, no. 4, pp. 479-487, December 1992.
- [12] T. S. Pan, A. E. Yagle, N. H. Clinthorne, and W. L. Rogers, "Acceleration and Filtering in the Generalized Landweber Iteration Using a Variable Shaping Matrix," *IEEE Trans. on Med. Imag.*, vol. 12, no. 2, pp. 278-286, June 1993.
- [13] J. D. Jang, S. H. Lee, K. Y. Kim and B. Y. Choi, "Modified iterative Landweber Method in electrical capacitance tomography", *Meas. Sci. Technol.* 17., pp. 1909-1917, June 2006.
- [14] G. Demoment, "Image reconstruction and restoration : overview of common estimation structures and problems," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 2024-2036, December 1989.
- [15] M. Piana and M. Bertero, "Projected Landweber method and preconditioning," *Inverse Problems* 13, pp. 441-463, 1997.

저 자 소 개



이 성 훈(정회원)
 1996년 경북대학교 전자공학과
 학사졸업.
 1998년 경북대학교 전자공학과
 석사졸업.
 2000년 경북대학교 전자공학과
 박사수료.

1999년~2002년 대우정밀 연구소 주임연구원.
 2002년~2005년 국방과학연구소 선임연구원.
 2005년~현재 DGIST 선임연구원.
 <주관심분야 : image reconstruction, automotive
 embedded system, and x by wire system>



장 재 덕(학생회원)
 2004년 경북대학교
 전자전기공학부 학사졸업.
 2006년 경북대학교 전자공학과
 석사졸업.
 2006년~현재 한국과학기술원
 바이오시스템학과 박사과정.

<주관심분야 : inverse problems, optical
 diffusion tomography, tomosynthesis, signal
 processing, near-infrared spectroscopy>



김 용 성(학생회원)
 2005년 인제대학교 전자공학과
 학사졸업.
 2005년~현재 경북대학교 전자공
 학과 석사과정.
 <주관심분야 : 단층영상 복원 알
 고리즘, 임베디드 소프트웨어>



김 경 연(정회원)
 1983년 경북대학교 전자공학과
 학사졸업.
 1986년 경북대학교 전자공학과
 석사졸업.
 1990년 경북대학교 전자공학과
 박사졸업.

1990년~현재 제주대학교 전자공학과 교수.
 <주관심분야 : estimation theory, inverse
 problems, intelligent fault detection and
 diagnosis, electrical impedance tomography>



최 봉 열(평생회원)
 1983년 경북대학교 전자공학과
 학사졸업.
 1985년 한국과학기술원 전기 및
 전자공학과 석사졸업.
 1993년 한국과학기술원 전기 및
 전자공학과 박사졸업.

1990년~현재 경북대학교 전자·전기·컴퓨터
 학부 교수.
 <주관심분야 : electrical tomography, inverse
 problems>