

논문 2006-43SC-5-2

# 접촉 마찰을 고려한 다중 로봇 시스템의 조작도 해석

## (Dynamic Manipulability for Cooperating Multiple Robot Systems with Frictional Contacts)

변재민\*, 이지홍\*\*

(Jaemin Byun and Jihong Lee)

### 요약

본 논문에서는 다중 로봇 시스템에서 물체와 로봇 팔끝 간에 접촉 마찰이 존재할 때 이 로봇 시스템의 조작도를 해석하는 새로운 방법을 제안한다. 로봇이 물체를 떨어뜨리지 않고 잡고 있으려면, 로봇이 물체에 가하는 힘 벡터가 friction cone 내부에 존재해야만 한다. 이러한 friction cone 내부를 나타내는 식은 일반적으로 비선형 형태로 되어 있기 때문에 기존의 조작도 분석 방법에 이 식을 구속 조건으로 적용하기가 쉽지 않다. 따라서 본 논문에서는 이러한 friction cone 내부를 다각뿔로 근사함으로써 선형적인 구속 조건으로 표현하였다. 또한 선형 연구에서 찾지 못했던 부분을 새롭게 찾아내었다. 그리고 다중 로봇 시스템에 조작도를 나타내는 물체 중심의 가속도를 구하기 위해서, 먼저 선형계획법을 통해서 허용 가능한 토크의 영역을 구하였다. 이 토크의 영역을 선형 변환을 통해 최종적으로 물체의 최대 가속도의 영역을 구하였다. 본 방법의 타당성을 입증하기 위해서 두 대로 구성된 다중 로봇 시스템과 PUMA560 로봇 시스템에 적용하였다.

### Abstract

We propose a new approach to compute possible acceleration boundary, so is called dynamic manipulability, for multiple robotic systems with frictional contacts between robot end-effectors and object. As the frictional contact condition which requires each contact force to lie within a friction cone is based on the nonlinear inequality formalism, it is not easy to handle the constraint in manipulability analysis. To include the frictional contact condition into the conventional manipulability analysis, we approximate the friction cone to a pyramid which is described by linear inequality constraints. And then achievable acceleration boundaries of manipulated object are calculated conventional linear programming technique under constraints for torque capability of each robot and the approximated contact condition. With the proposed method we find some solution to which conventional approaches did not reach. Also, case studies are presented to illustrate the correctness of the proposed approach for two robot systems of simple planar robots and PUMA560 robots.

**Keywords :** Manipulability, Multiple robots, Friction cone, Linear programming, Dynamic constraints.

### I. 서론

최근 로봇에 대한 많은 연구들은 사람의 인체와 유사한 형상을 가진 로봇 시스템 구현에 중점을 두고 있다. 예를 들면 사람처럼 걷는 이족보행 로봇, 뛰는 로봇, 사람의 손과 같이 여러 개의 손가락 가진 로봇 손, 등 다양하고 복잡한 구조를 가진 시스템이 개발되고 있다.

이러한 대부분의 로봇 시스템은 한 대로 구성되어 있지 않고 여러 대 로봇들로 구성되어 있어, 여러 대 로봇들 간의 상호 협동함으로써 더 효율적인 작업을 수행을 하게 되는데, 이와 같은 시스템을 다중 로봇 시스템이라 한다. 이런 다중 로봇 시스템을 설계하거나 작업 계획 수립 등에 있어서 로봇의 동작 능력 등의 평가가 요구 되는데, 이런 평가에서 조작도는 유용한 하나의 지표로 사용할 수 있다.

일반적으로 조작도 해석이란 로봇의 관절을 구동하는 모터 등의 액츄에이터에 주어진 운동 능력(회전 능력, 회전 토크 등)을 로봇 손끝의 운동 능력(속도, 가속

\* 학생회원, \*\* 정회원, 충남대학교 BK21 메카트로닉스 사업단  
(BK21 Mechatronics Group at Chungnam National University)  
접수일자: 2006년4월13일, 수정완료일: 2006년8월30일

도 등)으로 변환시켜 그 결과를 분석하는 연구이다. 이러한 선행 연구들은 크게 기구학적 해석만을 다루는 속도(기구학적) 조작도<sup>[1-6]</sup>와 동역학적 해석까지 포함하는 가속도(동역학적) 조작도<sup>[7-12]</sup>로 나눌 수 있다. 또한 제약 조건의 형태에 따라 구분할 수 있는데, 주어진 제약 조건이  $\| \tau \|_2$  형태로 에너지에 초점을 맞춘 연구는 조작도 타원으로 결과를 표현하고<sup>[1,2,7,8]</sup>,  $\| \tau \|_\infty$  형태로 각각의 구동기의 한계에 초점을 맞춘 연구는 조작도 다각형이라는 기하학적 도형으로 결과를 표현한다<sup>[3,4,5,6,9,10,12]</sup>. 또한 로봇 시스템의 조작도 분석에 있어서 큰 영향을 끼치는 요소 중 하나가 물체와 로봇 사이의 접촉 조건임을 알려져 있다<sup>[9,10,13,14]</sup>. 특히 동역학이 고려된 상황에서는 조작도를 분석하는데 접촉 조건은 대단히 중요한 요소로서 로봇이 물체를 잡고 있을 때, 로봇의 팔 끝으로부터 물체까지 힘과 모멘트를 어떤 형태로 전달되는지를 결정하게 되는데, 로봇과 물체의 접촉점에서 마찰이 있는 경우는 일반적인 로봇 동역학식이나 물체 동역학식에 포함시키는 것이 매우 어렵기 때문에 현재까지도 마찰이 고려된 로봇 조작도에 대한 분석은 찾기 어려운 실정이다. 그나마 있는 선행 연구<sup>[9,13,14]</sup>들은 마찰 구속 식을 완전하게 잘 표현하지 못해서 그 방법의 결과가 최대 가속도 영역이라고 보장할 수 없다. 그 이유에 대해서는 III장에서 상세히 설명하겠다. 따라서 본 논문의 목적은 기존의 논문<sup>[9,13,14]</sup>들이 사용한 방법의 문제점을 제시하고, 이런 문제점을 해결한 마찰 구속식과  $\| \tau \|_\infty$  형태의 로봇 관절의 구동 토크 범위를 나타내는 조건식을 가지고, 선형 계획법을 통하여 허용 관절의 토크들을 구하고, 이 토크들을 선형 변환함으로써 물체에 가할 수 있는 가속도의 집합을 구한다. 이 경우의 물체 가속도의 집합은 가속도 공간에서 볼록 다각형을 이루고, 이 기하학적인 볼록 다각형은 접촉 마찰력을 고려한 다중 로봇 시스템의 조작도 평가에 있어서 유용하게 사용될 것이다.

본 논문의 전개는 다음과 같다. II장에서는 본 논문의 문제 설정에 대해서 기술한다. III장에서는 로봇과 물체의 동역학 기초 식들을 이용한 다중 로봇 시스템의 모델링에 대해서 기술하고, 로봇 손끝에서 물체가 미끄러지지 않고 잡고 있는데 필요한 각 로봇 관절의 토크 구속 식에 대하여 기술하고, 정형적으로 조작도 다각형을 구하는 수식을 정리한다. IV장에서는 마찰 토크 구속 식과 로봇 관절의 구동 토크 구속 식을 가지고 선형 계획법을 통해 동적 조작도 다각형을 구하는 방법을 기

술하고, 마지막으로 본 방법의 타당성을 증명하기 위한 예제로 두 대의 적합 자유도 로봇으로 구성된 시스템과 PUMA560 로봇 시스템에 적용하였다.

## II. 문제 설정

본 논문에서는 그림 1과 같이 여러 대의 로봇으로 구성된 다중 로봇 시스템의 조작도를 분석할 수 있는 수학적 틀을 제안한다.

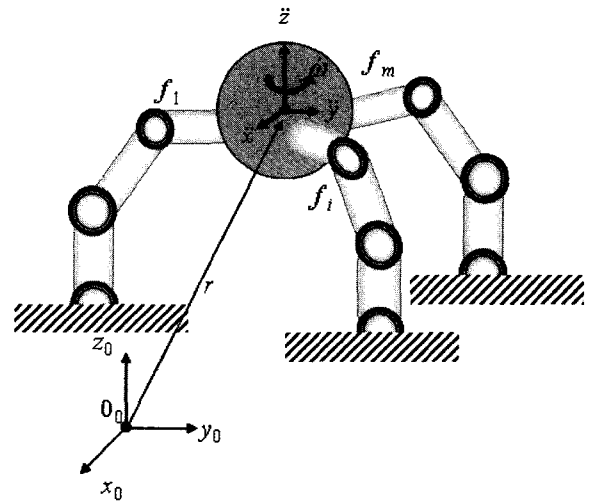


그림 1. 다중 로봇 시스템  
Fig. 1. Cooperating Multiple Robot System.

- [조건 1] 로봇의 각 관절의 회전 토크와 물체 중심의 가속도와와의 관계식.
- [조건 2] 로봇과 물체 사이에 마찰이 있는 점접촉을 고려하는 조건 식.
- [조건 3] 각 로봇의 각 관절 회전 토크에 대한  $\| \tau \|_\infty$  형태의 조건식.

본 논문에서는 위와 같은 조건들이 주어진 상황에서 여러 대 로봇들에 의해 발생하는 물체 중심의 최대 가속도( $\dot{v}$ )의 범위를 구한다.

## III. 다중 로봇 시스템의 모델링

### 1. 다중 로봇 시스템의 기구학 및 동역학

다중 로봇 시스템은 여러 대의 로봇들과 그 로봇들이 잡고 있는 하나의 물체로 크게 두 부분으로 구성되어 있다. 먼저  $m$ 대 로봇 중에서  $i$ 번째 로봇의 동역학식은 다음과 같이 정의한다<sup>[12]</sup>.

$$\tau_i = M_i \ddot{q}_i + J_i^T F_i \quad (1)$$

$M_i$ 는 로봇  $i$ 의 관성항이고,  $\ddot{q}_i$ 는 각 관절 각각속도를 나타내며,  $J_i$ 는 자코비안 행렬이고,  $F_i$ 는 로봇의 손 끝에서 물체에 가하는 힘이다.

여러 대의 로봇들이 잡고 있는 물체의 동역학식은 다음과 같이 정의한다<sup>[12]</sup>.

$$I_o \dot{v} + Q_o = Q \quad (2)$$

$Q$ 는 물체 중심에 가해지는 힘과 모멘트이고,  $I_o$ 는 물체의 관성항이고,  $Q_o$ 는 중력 및 회전 속도에 관련된 항이다.

## 2. 로봇과 물체와의 구속적 관계

로봇과 물체간의 동역학적, 기구학적 구속 관계를 다음과 같은 접촉 조건에 관한 구속행렬로 기술 가능하다. 먼저  $i$ 번째 로봇 팔 끝의 구속행렬은 다음과 같다. (3차원의 경우는  $d=6$ , 2차원 평면상에서의 경우는  $d=3$ 이다.)

$$S_i^{Ci} = [s_{i1} \ s_{i2} \ \dots \ s_{id}] \in R^{6 \times d} \quad (3)$$

여기서  $s_{id} \in R^6$ 은  $i$ 번째의 로봇 팔이 물체에 대하여 실제로 힘을 가하는 방향, 기구학적으로는 구속된 상대운동이 없는 방향을 나타내는 단위벡터이다. 따라서 로봇과 물체와 마찰이 있는 점 접촉하는 경우를 고려하면  $S_i^{Ci} = [I_3 \ 0_3]^T$ 와 같다. 이와 같은 구속 행렬을  $m$ 개의 팔에 대하여 정리하면

$$S = \text{dig} [S_1^{C1}, S_2^{C2}, \dots, S_m^{Cm}] \in R^{6m \times dm} \quad (4)$$

와 같이 쓸 수 있다.

먼저 기구학적 관계를 보면 로봇 팔 끝의 가속도( $\dot{v}_{hi}$ )와 물체 중심의 가속도( $\dot{v}$ )의 관계식은 다음과 같다<sup>[13]</sup>.

$$\dot{v}_{hi} \equiv S^T \ddot{h}_i = W_{si}^T \dot{v} \quad (5)$$

여기서

$$W_{si} = W_i S_i \quad (6)$$

$$W_i \equiv \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ P_1 & I_3 \end{bmatrix}, \quad P_i \equiv \begin{bmatrix} 0 & -p_{iz} & -p_{iy} \\ p_{iz} & 0 & -p_{ix} \\ -p_{iy} & p_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

와 같고,  $p_i$ 는 물체 중심에서  $i$ 번째 로봇 팔 끝과 물체와의 접촉점까지를 나타내는 벡터이다.

로봇 관절의 각속도와 팔 끝의 속도는

$$\dot{v}_{hi} = J_i \dot{q}_i \quad (8)$$

식(8)을 한번 미분함으로써  $\dot{v}_{hi} = J_i \dot{q}_i + J_i \ddot{q}_i$ 을 얻을 수 있고, 로봇이 정지해 있다고 가정하면  $\dot{q}_i = 0$ 이 되어 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{v}_{hi} = J_i \ddot{q}_i \quad (9)$$

와 같이 간단한 관계가 성립한다.

따라서 식 (5), 식 (9)에 의해서 물체 중심의 가속도와 로봇 각 관절의 각각속도는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$W_s^T \dot{v} = J_i \ddot{q}_i \quad (10)$$

다음으로 동역학적 관계를 보면, 여러 대 로봇 팔 끝이 물체에 가하고 있는 힘( $F$ )과 물체의 무게중심이 받고 있는 힘( $Q$ )간의 관계를 아래와 같이 표현된다<sup>[12]</sup>.

$$Q = \sum_{i=1}^m W_{si} F_i \quad (11)$$

## 3. 접촉점에서의 마찰 원뿔 근사화

로봇 팔 끝과 물체와의 접촉점에서 미끄러짐이 없이 로봇이 물체를 잡고 움직이려면 물체의 접촉면의 수평 방향의 힘이 마찰력보다 크지 않아야 한다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sqrt{f_{iy}^2 + f_{iz}^2} \leq \mu_i f_{ix} \quad (12)$$

위 식에서  $f_{ix}$ 는  $f_i$ 의 접촉면에 수직 방향 성분이고,  $f_{iy}, f_{iz}$ 는  $f_i$ 의 접촉면에 수평 방향 성분이고,  $\mu_i$ 는 물체와  $i$ 번째 로봇 사이에 최대 정지 마찰 계수이다. 식 (12)을 기하학적으로 표현하면 그림 2와 같이 나타나는 데, 이것을 일반적으로 friction cone이라 한다.

그림 2에서 friction cone을  $x$ 축에 수직 방향으로 단면을 자르게 되면 그림 3과 같이 원이 되는데, 본 논문에서는 이 원을 마찰원이라 정의한다. 그림 3에서 볼 수 있듯이, 만약 로봇이 물체에 가하는 힘 벡터의 성분 ( $f_{iy}, f_{iz}$ )가  $\mu_i f_{ix}$ 을 반지름으로 하는 마찰원의 내부에 있을 때 접촉점에서 미끄러짐이 발생하지 않는다고 생

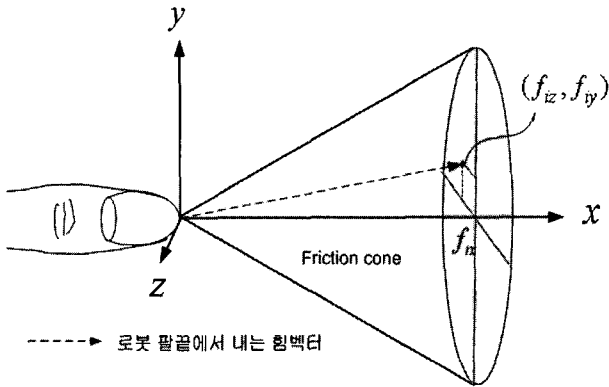


그림 2. 로봇 팔 끝의 힘과 friction cone의 관계  
Fig. 2. Geometrical representation of static frictional constraints.

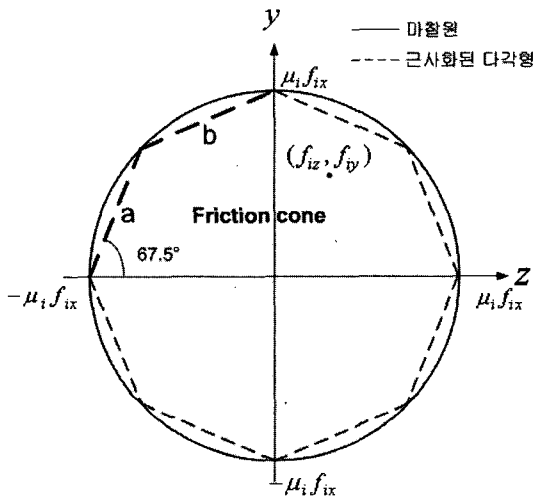


그림 3. 마찰 원뿔의 근사화  
Fig. 3. Approximation of friction cone.

각할 수 있다. 하지만 이 마찰원의 내부는 원의 부등식으로 표현되기 때문에 본 문제에 적용하기가 쉽지 않다. 따라서 본 논문에서는 이 마찰원을 선형화를 위해서  $n$ 개의 직선으로 이루어진 다각형 내부로 근사화 하는 방법을 사용하였다. 먼저 8개의 직선으로 이루어진 팔각형으로 마찰원을 근사화 하였다. 더 많은 직선을 사용할수록 근사값이 참값에 가까워지겠지만, 계산 시간 등을 고려하여 팔각형으로 근사화하였다. 근사화된 팔각형의 내부를 표현하기 위해서 사용되는  $a, b$ 는 아래와 같이 일차 부등식으로 표현한다.

$$\begin{aligned}
 &(\tan 67.5 = \sqrt{2} - 1) \\
 a: & -(\sqrt{2} + 1)\mu_i f_{ix} + f_{iy} - (\sqrt{2} + 1)f_{iz} \leq 0 \\
 b: & -\mu_i f_{ix} + f_{iy} - (\sqrt{2} - 1)f_{iz} \leq 0 \quad (13)
 \end{aligned}$$

식 (13)과 같이 팔각형을 둘러싼 나머지 6개 직선들

도 일차 부등식으로 표현 한다. 총 8개의 일차 부등식을 행렬로 표현하면,  $F_i = [f_{ix}, f_{iy}, f_{iz}]^T$  앞에 곱해지는 행렬은 아래와 같다.

$$C_i = \begin{bmatrix} -\mu_i & (\sqrt{2}-1) & -1 \\ -\mu_i/(\sqrt{2}-1) & 1/(\sqrt{2}-1) & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mu_i & -(\sqrt{2}-1) & -1 \end{bmatrix} \in R^{8 \times 3} \quad (14)$$

식 (14)을 이용해 근사화된 다각형의 내부를 힘의 영역에서 표현하면 아래와 같다.

$$CF \leq 0 \quad (15)$$

$$C = \text{dig}[C_1, \dots, C_m] \in R^{8m \times 3m}$$

$$F = [F_1, \dots, F_m]^T \in R^{3m \times 1}$$

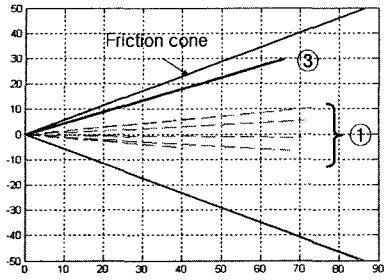
여기서 참고 논문 [9]의 Xin-Zhi ZHENG는 식 (15)에서 로봇 팔끝의 힘  $F$ 을 로봇의 각 관절의 토크  $\tau$ 에 대한 식으로 다음과 같이

$$\tau = J^T F \quad (16)$$

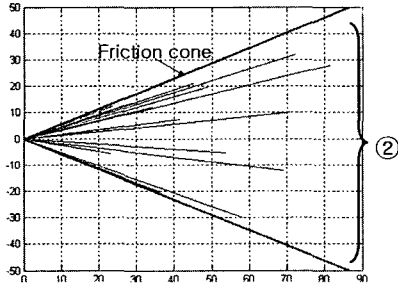
로봇의 관성항인  $M\ddot{q}$ 항을 무시하고 수식을 유도하였는데, 이 방법의 문제점은 로봇의 관성항에 대응하는 토크를 무시하고, 토크 범위를 제약함으로써 그 토크에 의해서 발생하는 가속도들을 구하지 못하는 데 있다. 예를 들어 두 대의 로봇이 하나의 물체를 잡고 있고, 접촉 마찰 계수가  $\mu = 0.57$ 인 시스템을 알아보면, 그림 4와 같이 friction cone이 생긴다. Xin-Zhi ZHENG가 제안한 방법으로 구한 물체의 가속도를 역으로 로봇 팔끝의 내는 힘으로 다시 구해보면 그림 4에서 ①과 같이 지나치게 제약된 범위에서 나타난다. 따라서 friction cone내에 있는 힘 ③( $F = [65.3212 \ 30.9022]$ )과 같은 힘을 고려하지 못함을 알 수 있다. 즉 ③과 같은 힘은 그림 5의 ⑥( $\dot{v} = [4.9681 \ 54.2212]$ )에 해당하는 허용 가속도인데, 이런 가속도를 찾지 못하는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 이런 문제점을 해결하기 위해  $M\ddot{q}$ 항을 고려함으로써 그림 4의 (b)와 같이 friction cone 내부의 모든 힘을 고려하여 그림 5의 ⑤와 같은 최대 가속도 영역을 구하였다.

먼저  $M\ddot{q}$  항을 포함한 식 (1)에 의해서  $F$ 는 아래와 같다.

$$F = (J^T S)^{-1} (\tau - M\ddot{q}) \quad (17)$$



(a)



(b)

그림 4. (a) Xin-Zhi ZHEN 방법의 결과  
(b) 제안된 방법의 결과  
Fig. 4. (a) Results of Xin-Zhi ZHEN' method  
(b) Results of the proposed method.

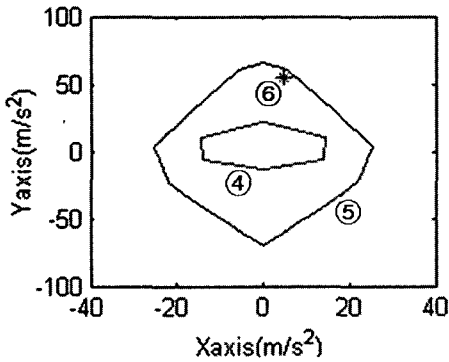


그림 5. 가속도 영역에서의 두 방법의 결과 비교  
Fig. 5. Comparison of the results from two methods in the acceleration space.

로봇 각 관절의 각가속도  $\ddot{q}$ 와 물체 중심에서의 가속도  $\dot{v}$ 의 관계식인 식(10)을 식(17)에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$F = (J^T S)^{-1} \tau - (S^T J M^{-1} J^T S)^{-1} (W_s)^T \dot{v} \quad (18)$$

또한 식(18)을 식(15)에 대입하여 최종적으로 마찰을 고려한 구속식은 로봇 각 관절의 토크와 물체 중심의 가속도에 관한 부등식으로 표현된다.

$$(C(J^T S)^{-1}) \tau - (C(S^T J M^{-1} J^T S)^{-1} (W_s)^T) \dot{v} \leq 0 \quad (19)$$

#### 4. 정형화된 문제 설정

[조건 1] 물체가 받는 힘  $Q$ 에 대한 식 (2)과 로봇 팔 끝에서 내는 힘  $F$ 을 나타내는 식 (17)을 식 (11)에 대입하여 정리하면

$$\alpha \tau - \beta \dot{v} - g_o = 0 \quad (20)$$

$$\alpha = W_s (J^T S)^{-1}$$

$$\beta = (W_s (S^T J M^{-1} J^T S)^{-1} (W_s)^T + I_o)$$

와 같이 최종적으로 각 관절의 토크와 물체의 가속도로 표현되는 방정식이 된다.

[조건 2] 로봇의 팔끝과 물체와의 접촉점에서 미끄럼을 피하기 위한 접촉 구속 조건식인 식 (19)을 간단히 정리하면

$$\gamma \tau - \lambda \dot{v} \leq 0 \quad (21)$$

$$\gamma = C(J^T S)^{-1}, \lambda = C(S^T J M^{-1} J^T S)^{-1} (W_s)^T$$

식 (20)을 물체의 가속도에 대하여 정리하고 식 (21)에 대입하여 토크에 대한 부등식으로 표현하면

$$(\gamma - \lambda \beta^{-1} \alpha) \tau \leq -\lambda \beta^{-1} g_o \quad (22)$$

와 같다.

[조건3] 각 로봇의 각 관절의 회전 토크를  $\|\tau\|_\infty$  형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\|\tau\|_\infty \leq 1 \quad (23)$$

최종적으로 식 (22)과 식 (23)의 공통으로 만족하는 토크의 영역을 구하게 되면 그 영역은 최대 허용 관절 토크의 범위가 된다.

### IV. 다중 로봇 시스템의 조작도 분석

#### 1. 조작도 분석을 위한 선형계획법 적용

본 논문에서는 최대 가속도 영역을 구하기 위해서 크게 두 단계를 구성되었다.

Step 1: 선형계획법을 사용하여 최대 허용 관절의 토크의 범위를 구한다.

일반적인 선형계획법은 목적함수와 제약식이 모두 선형적인 형태의 경우에 일정한 제약 조건하에 목적 함수를 최대화(최소화)하고자 하는 최적화 방법이다. 기하학적으로 말하면 주어진 구속 조건에 의하여 만들어진 블록 다각형의 영역 중에서 목적함수가 최대 또는 최소

가 되는 정점들을 찾는 것이다. 간단하게 표현하면 아래와 같다.

$$\text{목적 함수 : Maximize(Minimize) } A^T x$$

$$\text{구속 조건 : } Bx \geq C, x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$$

본 논문에서 목적함수로는 각 관절의 토크가 최대, 최소값을 갖는 조합을 만들고 이 조합의 합이 최대값이 될 때의 토크들을 구한다. 구속 조건으로 접촉 마찰력을 표현하는 식인 식 (22)과 로봇 각 관절의 허용 토크를 나타내는 식인 식 (23)을 사용한다. 이와 같은 목적함수와 구속 조건을 가지고 선형 계획법을 적용하여 목적함수를 최대로 하는 허용 관절 토크의 정점들을 구한다. 이렇게 구한 허용 관절 토크의 정점들의 집합  $\{\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3, \dots, \hat{\tau}_p\}$ 을 이용하면 각 관절 토크의 허용 영역은 다음과 같다.

$$\hat{\tau} = \kappa_1 \hat{\tau}_1 + \kappa_2 \hat{\tau}_2 + \dots + \kappa_p \hat{\tau}_p \in D \quad (24)$$

$$(\kappa_1 \geq 0, \dots, \kappa_p \geq 0, \kappa_1 + \dots + \kappa_p \leq 1)$$

Step 2: 관절 토크의 허용 영역을 선형 변환을 통해 물체의 가속도 영역을 구한다.

허용 관절의 정점들을 가속도 영역의 정점들로 변환하고, 이 정점들을 가지고 실현 가능한 최대 가속도의 영역  $\tilde{D}$ 은 다음과 같다.

$$\dot{v} = \zeta_1 \dot{v}_1 + \zeta_2 \dot{v}_2 + \dots + \zeta_p \dot{v}_p \in \tilde{D} \quad (25)$$

$$(\zeta_1 \geq 0, \dots, \zeta_p \geq 0, \zeta_1 + \dots + \zeta_p \leq 1)$$

2. 적용 예제

예제 1. 3축 두 대의 로봇 시스템

그림 6에서 볼 수 있듯이, 예제 1은 두 대의 로봇으로 구성된 시스템으로 두 로봇이 대칭적으로 물체를 잡고 있는 경우인데, 이에 해당하는 로봇 1의 허용 관절 토크의 정점들을 계산하면 아래와 같다.

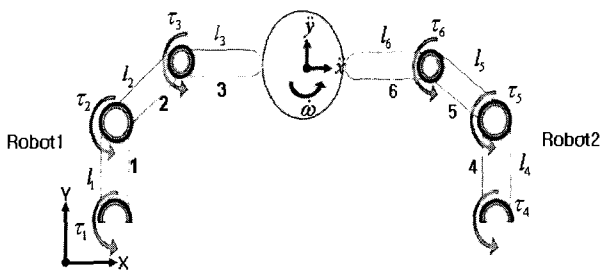


그림 6. 예제 1의 로봇 시스템 구성  
Fig. 6. Robot configuration of example 1.

표 1. 예제 1의 로봇과 물체의 변수값들  
Table 1. Parameters of robots and object of example 1.

로봇의 변수값	
관절 각도(°)	$\theta_1 = 90, \theta_2 = -45, \theta_3 = -45$ $\theta_4 = 90, \theta_5 = 45, \theta_6 = 45$
링크의 질량(kg) / 길이(m)	$m_{1,2,3,4,5,6} = 1, l_{1,2,3,4,5,6} = 0.5$
각 관절의 허용 토크	$\ \tau_{1,2,3,4,5,6}\ _{\infty} \leq 30$
물체의 변수값	
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1, l_o = 0.5$
마찰 계수	0.35

$${}^1\tau = \begin{Bmatrix} [-30,0000] & [-30,0000] & [-30,0000] & [-30,0000] & [-30,0000] \\ [-30,0000] & [-30,0000] & [-30,0000] & [-30,0000] & [-25,9787] \\ [-25,9787] & [-30,0000] & [-25,67557] & [-26,3372] & [30,0000] \\ [-30,0000] & [-30,0000] & \dots & [30,0000] & [30,0000] \\ [-21,1147] & [-14,1147] & \dots & [25,9510] & [30,0000] \\ [30,0000] & [30,0000] & \dots & [30,0000] & [28.1486] \\ [30,0000] & [30,0000] & [30,0000] & [30,0000] & [30,0000] \\ [30,0000] & [25,9578] & [25,9510] & [30,0000] & [26,3535] \\ [10,3038] & [30,0000] & [30,0000] & [30,0000] & [30,0000] \end{Bmatrix}$$

로봇 2의 허용 관절 토크의 정점들은 다음과 같다.

$${}^2\tau = \begin{Bmatrix} [-30,0000] & [-21,7381] & [23,2694] & [30,0000] & [30,0000] \\ [-26,3372] & [-17,8189] & [30,0000] & [-27,0033] & [20,3725] \\ [-30,0000] & [-30,0000] & [26,3673] & [-30,0000] & [-30,0000] \\ [30,0000] & [-30,0000] & \dots & [30,0000] & [30,0000] \\ [30,0000] & [-30,0000] & \dots & [-26,0866] & [21,1147] \\ [26,3372] & [30,0000] & \dots & [-30,0000] & [-30,0000] \\ [-30,0000] & [-21,7381] & [25,8876] & [30,0000] & [30,0000] \\ [-25,9578] & [-17,8189] & [30,0000] & [20,3725] & [30,0000] \\ [-30,3000] & [-30,0000] & [25,9575] & [-30,0000] & [25,9787] \end{Bmatrix}$$

물체가 갖는 최대 허용 가속도는 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{v} = \begin{Bmatrix} [0.9748] & [-1.6769] & [1.7981] & [-14.6087] & [-13.2614] \\ [-7.7582] & [-10.4204] & [-9.1566] & [19.1441] & [-26.6060] \\ [-4.2548] & [-41.6184] & [-7.8533] & [74.9381] & [-134.1438] \\ [13.2614] & [17.5038] & \dots & [-14.9834] & [-17.5038] \\ [-26.6060] & [-16.1809] & \dots & [19.3062] & [-16.1809] \\ [134.1438] & [195.4025] & \dots & [65.4420] & [-195.4025] \\ [0.0169] & [-14.6087] & [-13.2614] & [-0.9804] \\ [-9.8038] & [19.1441] & [-26.6060] & [-7.7582] \\ [-0.0739] & [74.9381] & [-134.1438] & [4.2548] \end{Bmatrix}$$

앞서 구한 최대 허용 가속도의 정점들에 의해서 예제 1의 조작도 다각형은 아래와 같다.

그림 7에서 볼 수 있듯이, 본 방법의 결과는 마찰력을 적용하지 않은 경우보다 작은 영역이지만, Xin-Zhi ZHENG의 방법의 결과 보다 더 큰 최대 가속도영역을

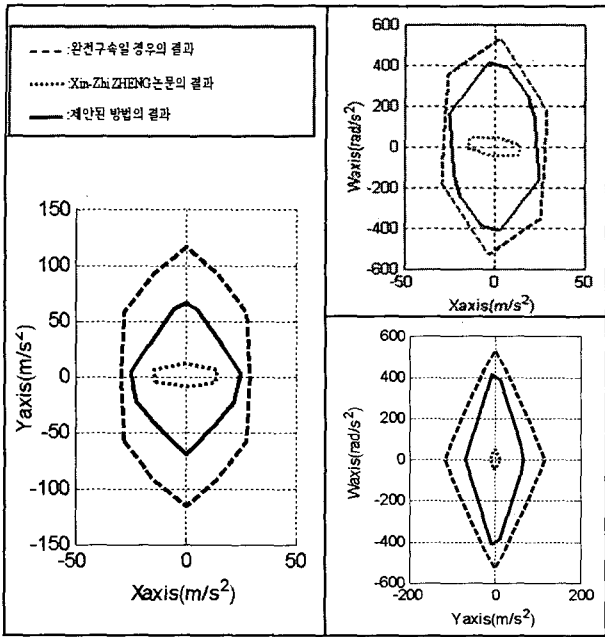


그림 7. 예제 1에 대한 조작도 다각형  
Fig. 7. Manipulability polytope for example 1.

나타내고 있다. 또한 물리적 직관으로 살펴보면, 각 로봇이 취하고 있는 자세에 의해 각 관절이 각도가 조금만 변해도 물체가 y축 방향으로 쉽게 움직일 수 있는 반면 x축 방향에 대해서는 각 관절 각도가 많이 변한다 해도 조금밖에 움직일 수 없다는 사실을 예측할 수 있다. 이런 물리적 직관과 시뮬레이션에서 얻은 결과가 일치함을 그림 7을 통해 알 수 있다.

예제 2. 3축 두 대의 로봇 시스템

예제 2는 예제 1과 달리 좌측 로봇과 우측 로봇이 비대칭되는 자세를 취하고 있기 때문에 시뮬레이션 결과가 비대칭으로 나올 것이라는 사실을 쉽게 예측할 수 있다. 두 대 로봇이 물체를 잡고 있는 자세로부터 우측 로봇의 x축 방향으로의 움직임을 좌측 로봇이 제약하고 있음을 고려할 때 물체의 가속도는 x축 방향보다 y축

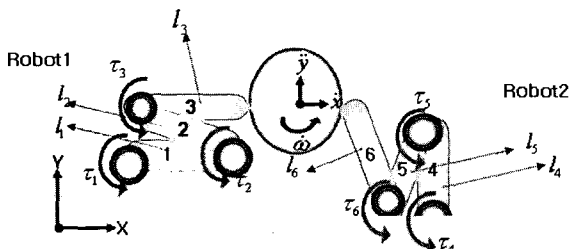


그림 8. 예제 2의 로봇 시스템 구성  
Fig. 8. Robot configuration of example 2.

표 2. 로봇과 물체의 변수값들

Table 2. Parameters of robots and object of example 2.

로봇의 변수값	
관절 각도(°)	$\theta_1 = 0, \theta_2 = 177, \theta_3 = -177$ $\theta_4 = 90, \theta_5 = 177, \theta_6 = -177$
링크의 질량 (kg) / 길이(m)	$m_{1,2,3,4,5,6} = 1, l_{1,2,3,4,5,6} = 0.5$
각 관절의 허용 토크	$\ \tau_{1,2,3,4,5,6}\ _{\infty} \leq 30$
물체의 변수값	
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1 / l_o = 1$
마찰 계수	0.35

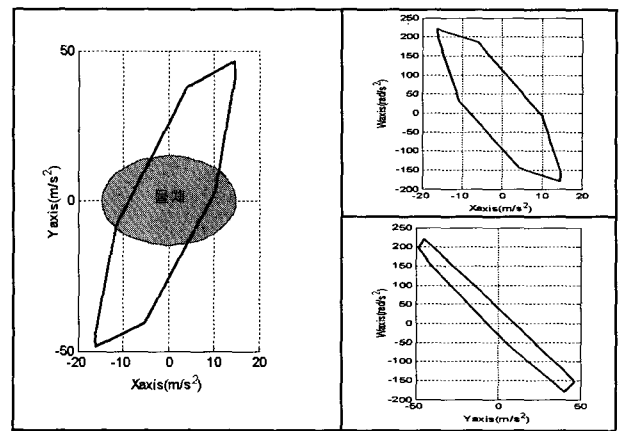


그림 9. 예제 2에 대한 조작도 다각형  
Fig. 9. Manipulability polytope for example 2.

방향으로 더 큰 값을 가짐을 예측할 수 있다. 이런 물리적 직관으로 예측되는 사실과 시뮬레이션 결과가 일치함을 그림 9를 통해 알 수 있다.

예제 3. 3축 두 대의 로봇 시스템

예제 3은 로봇과 물체의 접촉하고 있는 3, 6번에 움직임에 의해 전체적인 움직임이 결정되는 것을 예상한다. x축 방향으로 움직이기 상당히 힘든 자세이어서 전체적으로 x 축 방향 보다는 y축의 움직임이 더 자연스러울 거라는 직관과 시뮬레이션의 결과가 일치함을 확인할 수 있다.

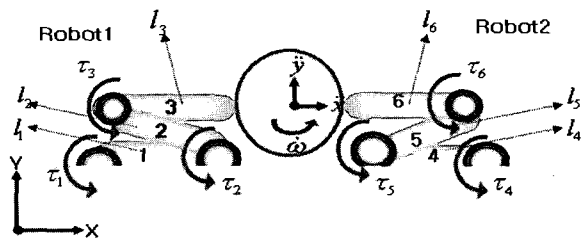


그림 10. 세 번째 로봇 시스템이 구성  
Fig. 10. Robot configuration of example 3.

표 3. 로봇과 물체의 변수값들

Table 3. Parameters of robots and object of example 3.

로봇의 변수값	
관절 각도(°)	$\theta_1 = 0, \theta_2 = 177, \theta_3 = -177$ $\theta_4 = 180, \theta_5 = -177, \theta_6 = 177$
링크의 질량 (kg) / 길이(m)	$m_{1,2,3,4,5,6} = 1, l_{1,2,3,4,5,6} = 0.5$
각 관절의 허용 토크	$\  \tau_{1,2,3,4,5,6} \ _{\infty} \leq 30$
물체의 변수값	
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1 / l_o = 1$
마찰 계수	0.35

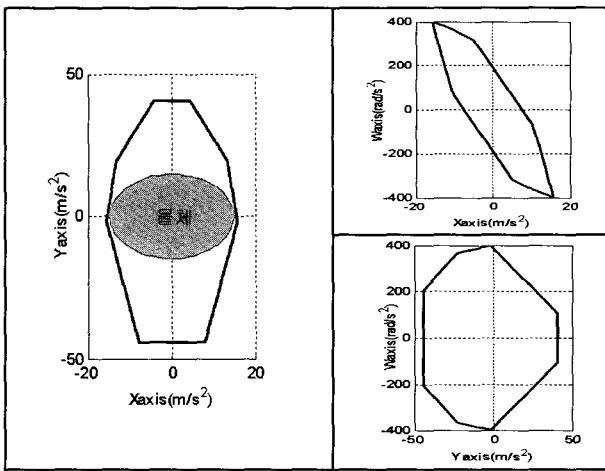


그림 11. 예제 3에 대한 조작도 다각형  
Fig. 11. Manipulability polytope for example 3.

예제 4. 두 대의 PUMA 560 로봇 시스템

본 예제는 PUMA560 로봇 두 대로 구성된 실제 시스템에 적용한 예이다. 이 로봇 시스템의 작업 공간은 3차원의 직선 가속도 공간과 3차원의 회전 가속도 공간으로 구성된다. 그림 13에서 볼 수 있듯이 PUMA560 로봇이 표 4와 같은 자세로 물체를 잡고 있을 때 물체의 가속도 영역이  $\ddot{x}-\ddot{y}, \ddot{x}-\ddot{z}, \ddot{y}-\ddot{z}$  영역에서는 비대칭 구조를 갖는 것은 로봇의 관절각도 중  $\theta_{11} = 0.1^\circ$  과  $\theta_{21} = -179.9^\circ$  의 영향 때문이라고 쉽게 예측할 수 있다.

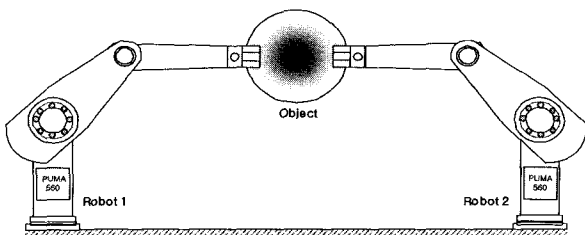


그림 12. 두 대의 PUMA 560 로봇 시스템이 구성  
Fig. 12. Configuration of PUMA 560 robot system.

표 4. 로봇과 물체의 변수값들

Table 4. Parameters of robots and object of example 4.

로봇의 변수값		
관절 각도(°)	로봇1	$\theta_{11} = 0.1, \theta_{12} = 50, \theta_{13} = -130$ $\theta_{14} = 1, \theta_{15} = -1, \theta_{16} = -1$
	로봇2	$\theta_{21} = -179.9, \theta_{22} = 130, \theta_{23} = -50$ $\theta_{24} = 1, \theta_{25} = -1, \theta_{26} = -1$
물체의 변수값		
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1 / d_o = 0.5$	
마찰 계수	0.35	

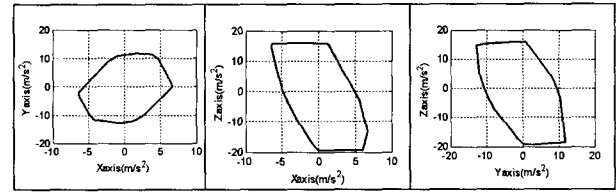


그림 13. 예제 4의 X-Y-Z 방향의 직선 가속도 영역  
Fig. 13. Manipulability polytope for example 4.

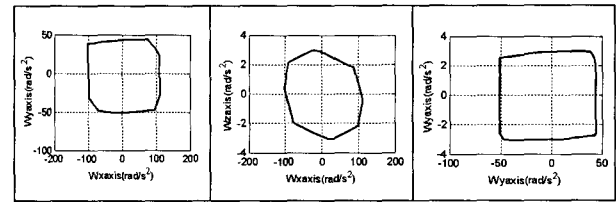


그림 14. 예제 4의 X-Y-Z 방향의 회전 가속도 영역  
Fig. 14. Manipulability polytope for example 4.

V. 결론

본 논문에서는 여러 대 로봇으로 구성된 다중 로봇 시스템에서 로봇이 각 관절에 걸리는 구동 토크가 제약 되고, 물체와 로봇의 접촉점에서 마찰에 의해서 로봇이 물체를 떨어뜨리지 않고 물체를 얼마나 잘 조작할 수 있는지를 기하학적인 동적 조작도 다각형을 통하여 그 시스템의 조작도를 표현하였다. 또한 마찰 구속 식에 대해 선행 연구에서 찾아내지 못한 부분을 본 방법을 통해 찾게 되었다. 그리고 본 방법의 타당성을 입증하기 두 대로 구성된 로봇 시스템의 적용하였고, 실제 로봇인 PUMA560 로봇 시스템에 적용하여 물리적으로 납득할 수 있는 결과를 얻을 수 있었다.

차후 연구로는 본 논문에서 제안한 방법에 의한 결과와 실제 시스템을 적용하여 얻는 결과와의 비교 분석을 시도 할 수 있다. 또한 본 논문에서 가정한 물체와 로봇 사이에 점 접촉이 아닌 탄성이 있는 면 접촉을 고려하여 다중 로봇 시스템의 조작도를 구하는 문제로 확장 연구가 가능하다고 판단된다.



## 참고 문헌

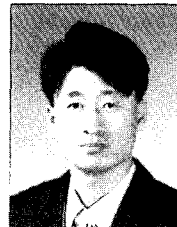
- [1] Sukhan Lee "Dual redundant arm configuration optimization with task-oriented dual arm manipulability", *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 5, no. 1, pp:78 - 97, Feb. 1989.
- [2] Yoshihiko Nakamura, "Advanced Robotics Redundancy and optimization", Addison-Wesley Publishing Company. 1991.
- [3] Antonio Bicchi, Claudio Melchiorri, and Daniele Balluchi, "On the Mobility and Manipulability of General Multiple Limb Robots", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 2, pp. 215-228, 1995.
- [4] F.C.Park and Jin Wook Kim, "Manipulability and singularity analysis of multiple robot systems:A geometric approach," Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, pp. 1032-1037, Belgium, May 1998.
- [5] Jihong Lee, "Velocity Workspace Analysis for Multiple Arm Robot Systems." *Robotica* vol. 19, no. 5, vol. 5, pp. 581-591, Sep, 2001.
- [6] 이지홍, 전봉환, "다족 보행로봇의 속도작업공간 해석", *제어·자동화·시스템공학 논문지*, vol. 8, no. 6, pp. 477-483, 2002.
- [7] Antonio Bicchi and Domennico Prattichizzo, "Manipulability of cooperating robots with unactuated joints and closed-chain mechanisms, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 16, no. 4, Aug, 2000.
- [8] Jihong Lee, Insik Kim and Bong-Hwan Jeon, "Velocity Workspace Analysis for Multi-legged Walking Robots", *AIM 2001*, Vol.2, pp. 458-463, 8-12, July, 2001.
- [9] Xin-Zhi ZHENG, Nobuyuki TOMOCHIKA and Tsuneo YOHSIKAWA, "Dynamic Manipulability of Multiple Robotic Mechanisms in Coordinated Manipulation", *일본로봇학회지*, vol. 11, no. 6, pp. 892-900, 1993, In Japanese.
- [10] Jihong Lee and Hyungwon Shim, "On the Dynamic Manipulability and Contact Conditions for Multiple Robot System", in proceedings 2004 Intelligent Manipulation and Grasping International Conference, pp.468-473, July, 2004.
- [11] Jihong Lee and Hyungwon Shim, "Analysis of Acceleration Bounds of Cooperating Multiple Arm Robot Systems", in proceedings 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.111-111, October 2004.
- [12] 이지홍, 심형원, "공동 작업하는 다중 로봇 시스템의 동적 조작도", *제어·자동화·시스템공학 논문지*, vol. 10, no. 10, pp. 930-939, 2004.
- [13] 이지홍, 변재민, 장명언, "Dynamic manipulability Analysis of Multiple Robots with Frictional Contact", in Proceedings KACC 2005, pp.12-17, 2005.
- [14] 이필엽, 이지홍, 전봉환, "영 공간 분해 방법을 이용한 다중 협동로봇의 모빌리티와 가속도 조작성 해석", *제어·자동화·시스템공학 논문지*, vol. 12, no. 5, pp. 469-504, 2006.

## 저자 소개



변재민(학생회원)  
2005년 충남대학교 메카트로닉스 공학과 학사 졸업.  
2005년~현재 충남대학교 대학원 메카트로닉스공학과 석사 과정 재학중.

<주관심분야 : 로봇틱스, 국방로봇, FSS>



이지홍(정회원)  
1983년 서울대학교 전자공학과 학사 졸업.  
1985년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사 졸업.  
1991년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사 졸업.

1994년~현재 충남대학교 메카트로닉스공학과 정교수.

<주관심분야 : 로봇틱스, 국방로봇, HCI, FSS>