

초등학교 5학년 학생의 통계적 변이성 개념의 이해와 그 지도에 관한 연구

김 영 미* · 박 영 희**

본 연구의 목적은 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성과 이것이 수업을 통해 어떻게 변화하는지 알아보는 것이다. 본 연구에서는 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성을 살펴보기 위하여 사전검사를 실시하였다. 사전검사 결과 드러난 학생들의 수학적 지식의 특성 중 미흡한 측면은 바로 잡고, 잘 된 점은 더욱 증가시키기 위해 통계적 변이성 수업을 실시하였다. 통계적 변이성 수업 후 학생들은 최적값의 빈도수나 편중성, 평균, 예측 가능한 안정적인 성향 대신 통계적 변이성 개념을 고려하였다. 그리고 표·그래프 그리기 수업을 통해 이에 대한 이해가 증가하여 표와 그래프가 혼합된 문제를 바르게 해석하였다. 전체적인 분포, 범위가 비슷한 집합을 비교하는 상황에서는 평균을 함께 고려하여 안정적으로 답을 구했다.

1. 서 론

일상생활에서 접하는 일기 예보, 스포츠 기록, 광고 등에서부터 자금 시장의 경기 변동, 증권 지수의 변화, 정치적 여론 조사 결과와 같이 전문적 분야, 모든 학문에 있어서 확률과 통계의 필요성과 그 응용이 매우 넓어지고 있고, 우리 생활에서 필수적인 학문으로 등장하고 있기에 그 어느 때보다도 확률과 통계에 대한 올바른 이해가 절실히 요구된다고 할 수 있다. 급격한 사회 변화와 방대한 정보들로 인하여 우리가 일상생활에서 내리는 많은 결정들이 불완전하거나 불확실한 자료에 근거하고 있는데 비하여 확률과 통계적 지식은 우리에게 합리적인 의사결정을 할 수 있도록 객관적 근거를 제공하여 준다. 현대사회의 각종 정보들

은 숫자와 도표로 제시되는 경우가 대부분이기 때문에 올바른 판단으로 합리적인 행동을 할 수 있기 위해서는 기본적인 통계 지식과 해석력을 갖추어야 한다.

그러나 사람들은 여러 종류의 통계 자료를 접하게 되면 까다롭게 생각하여 관심 없이 지나치는 경우가 대부분이다. 이는 학교에서의 확률 통계 교육이 주로 수학적 계산의 측면을 강조하여 지도하였기 때문으로 의미를 알고 해석하기, 어떤 경우에 이용되는지, 통계에 대한 총체적인 이해의 부족과 함께, 어려서부터 실생활의 자료를 통계적 정보로 만들어 분석하고 해석하며, 일상생활에 활용해 보는 학습 경험이 부족했기 때문이라고 볼 수 있다(박주영, 2004).

자료에서 다양한 변화 가능성이나, 어떤 개체나 상황에서의 다양한 현상은 통계 조사의

* 청주북대초등학교, bbolkim@hanmail.net

** 청주교육대학교, yhpark@cje.ac.kr

핵심이 된다. 그러나 이러한 자료나 상황에서 학생들이 자료나 상황의 변화에 대해 아무것도 예측할 수 없다면, 자료에서 표본을 추출하고, 그 표본의 분포를 살펴보는 과정을 왜 하는지 직관적으로 파악하기가 정말 어려울 것이다. 그러므로 자료에서 보이는 패턴이 어떤 형태이든 학생들이 패턴을 인식하기 이전에, 자료 안에 패턴이나 관계가 있을 수 있다는 사실에 대해 개념적으로 이해하는 것이 필요하다(Bakker, 2004).

Moore(1997)는 통계학과 수학을 구분하는 이유 중의 하나로서 ‘통계학과 수학은 다른 대상을 가지고 있다. 통계학의 대상은 불확실한 자료이고, 자료는 단순한 수가 아닌 의미를 가지고 있는 수이며, 정보를 전달하고 변이성을 가지고 있다’고 하였다. 또한 Bakker & Gravemeijer (2004)는 개별로서의 자료와 전체로서의 분포를 연결하는 개념으로 중심, 산포, 밀도, 비대칭도를 제시하고 있다. 그리고 분포는 변이와 표본 추출과 같은 큰 아이디어의 일부이며 변이가 없으면 분포도 없다고 하였다.

또한 통계학의 필요성은 불확실성과 변이성을 갖는 현상의 편재에서 비롯되며, 통계학은 변이성을 고려하면서 자료를 다루는 방법을 제공한다. 자료는 단순한 수가 아니라 변이성을 갖는 문맥이 내포된 수이므로 자료를 다루는 통계학에는 수학 이론이 이용되면서도 수학과 다른 실험과학적인 사고가 요구된다(우정호, 2001).

우리나라의 수학 교육과정에서 변이성과 관련된 개념인 산포도는 고등학교 10-가 단계에서 잠깐 언급된다. 이 역시 개념부터 차례차례 지도하지 않고 바로 형식적인 절차부터 제시된다. 따라서 통계적 변이성에 대한 개념을 단계적으로 도입하여 학생들이 개념의 필요성을 인식하고 의미를 점진적으로 이해할 필요가 있

다. 가능하다면 초등학교부터 시작하여 여러 단계를 거쳐 고등학교의 산포도에 관한 형식적이고 정형화된, 수치적인 계산에 관한 지식까지 자연스럽게 연결되도록 해야 한다.

따라서 본 연구에서는 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성과 통계적 변이성 수업을 통해 나타나는 학생들의 수학적 지식의 특성이 어떻게 변화하는지 알아보려고 한다.

II. 이론적 배경

통계란 어떤 집단의 현상 구조를 수량적으로 파악하여 이를 분류, 정리하여 그 집단에 있어서의 어떤 법칙성을 알아내는 것이다. 변이성은 어떤 개체나 현상이 다양하게 변하는 경향이 있거나 변하기 쉽다는 의미를 지니고 있다. 따라서 본 연구에서는 통계적 변이성을 어떤 집단에서 개체나 현상이 다양하게 변하는 경향, 법칙성을 알아내는 것으로 정의한다.

1. 통계적 변이성 관련 기존 연구

현대 사회에서 사람들은 수많은 다양한 정보 속에서 살아가며, 통계적으로 보고된 자료에 기초하여 합리적인 의사 결정을 내려야 하는 상황에 자주 직면하게 된다. 이 때, 자료에서 패턴이나 관계를 찾고 이것을 바탕으로 하여 앞으로의 일을 예측하는 능력이 요구된다. 이런 패턴이나 관계는 자료 주변의 소음 속에서 자료가 담고 있는 어떤 신호이다. 즉, 우리가 통계 조사를 하고, 통계 방법을 개발하는 이유도 이러한 신호를 찾기 위한 것이다. 이러한 신호를 찾는 경험은 올바른 통계적 추론을 가능하게 한다(Bakker, 2004).

변이성이 추측통계학에서 중요할지라도, 사람들의 이 개념에 대한 이해에 관한 연구는 비교적 드물다. 1980년대 후반 이래로 논문을 재검토해보면 훨씬 많은 연구가 통계에서보다 확률 분야에서 많이 행해졌기 때문이다. 단지 최근에 연구자들이 변이성의 개념에 주목하기 시작하였다(Canada, 2004). 또한 Shaughnessy(1997)는 변이성에 대한 연구가 드물었던 이유로 '교육과정에서 강조되는 것을 주로 연구하는 경향이 있으며, 산포도로서 표준편차를 너무 이용하지만 복잡한 계산 과정 때문에 퍼짐의 훌륭한 측정 도구로 제시하기 어렵고, 변이성을 중심과 결합하여 명백한 예측을 하기가 어렵기 때문'이라고 하였다.

하지만 Wild & Pfannkuch(1999)는 통계적 사고의 그들 나름의 모델에서 변이를 핵심으로 놓았다. 즉, 경험적 탐구를 위한 4차원적인 통계적 사고 틀에서 통계적 사고의 기본 유형을 제시하였는데 그 중의 하나가 '변이의 고려'이다. 이를 상세화 하면 '주목하고 인식하기, 예상·설명·통제 목적으로 측정하고 모델링하기, 설명하고 다루기, 전략 탐구하기'이다. Reading & Shaughnessy(2004)는 변이의 특성과 통계 연구에서 그 역할을 논의하고, 9세에서 18세의 학생들을 대상으로 표본추출 상황에서 변이에 관한 추론 연구를 하였다. 그들은 이 논문에서 가능하다면 중심경향과 함께 변이에 대한 추론을 학생들이 하도록 지도할 것을 제시하였다.

교육에 관심을 갖고 있는 통계학자들이 변이성을 통계 교육에 꼭 필요한 개념으로 여기고 있음에도 불구하고, 변이성이 통계적 사고에서 본질적인 것이라는 개념은 최근까지도 수학교육학자들에게 인식되지 못하였고 그동안 통계적 개념에 대한 학생들의 인식에 관한 연구는 대부분 중심에 초점이 맞추어져 있었다(지은정, 이경화, 2005).

2. 통계적 변이성에 대한 교과서 분석

가. 국내

우리나라 초등수학교육과정에는 통계적 변이성 개념이 언급되지 않으며, 고등수학 10-가 단계에서 곧바로 '산포도와 표준편차' 단원이 등장한다. 산포도는 자료의 흩어진 정도를 수로 표현한 것이므로 산포도를 학습하기 전에 이의 기초적인 개념인 통계적 변이성 개념을 이해할 필요가 있다. 현재 우리나라 수학교육과정에는 이 단계가 배제되어 있다.

10-가 단계 한 교과서의 산포도와 표준편차 단원 첫 장에 아래의 문제가 제시된다.

• 다음은 지연이와 병철이가 일곱 번 치른 수학 시험의 점수를 기록한 것이다. 다음을 알아보자.

지연	58	48	67	53	68	49	77
병철	50	62	64	65	59	57	63

지연이의 최고 점수와 최저 점수의 차이는 얼마인가?
 병철이의 최고 점수와 최저 점수의 차이는 얼마인가?
 지연이와 병철이의 점수를 아래의 수직선 위의 점에 대응시켜서 두 사람 성적의 분포 상태를 보고 성적이 고른 사람이 누구인가 알아보자.

지연
 병철

두 사람의 점수의 평균을 구하여 보아라.
 누구의 점수가 평균 근방에 많이 몰려 있다고 할 수 있는가?

[그림 II-1] 10-가 단계 교과서 154쪽

두 학생 중 누구의 성적이 더 고른지를 묻는 좋은 상황임에도 불구하고 너무 안내가 자세하게 되어 있어 학생들에게 문제해결에 대한 탐구 기회가 주어지지 않는다.

10-가 단계 수학 교과서 산포도와 표준편차 단원을 살펴보면 분산과 표준편차를 구하는 공식이 바로 제시된다.

10-가 단계에서는 산포도 수치에 치우친 형

식적 지식만을 다룰 뿐 통계적 변이성 개념이 필요한 상황에서 그 의미나 필요성을 깨달을 수 있도록 하는 단계가 없다. 수치적인 형식적 지식만을 전수할 뿐이다. 따라서 고등의 형식적 지식과 자연스레 연결되도록 초중등 단계에서 통계적 변이성 개념을 다루어 그 의미나 필요성에 대한 이해가 학습을 통해 이루어지도록 해야 한다.

나. 국외

MiC(Mathematics in Context)는 실생활에서 접할 수 있는 사물과 상황 속에서 자연스럽게 수학의 주요 개념들을 터득해 나가게 해 주는 새로운 개념의 수학 교육 프로그램이다. 미국 국립과학재단의 후원 하에 미국 위스콘신대학교의 교육연구센터와 네덜란드 프로이덴탈 연구소가 협력하여 개발하고, 미국의 여러 지역에서 테스트를 통해 검증된 새로운 패러다임의 초·중등용 수학교육 프로그램이다.

MiC 교과서에 등장하는 문제들은 자연스럽게 수학적 필요할 수밖에 없는 문제 상황을 제시하고 수학적 사고를 자극해 준다. 또한 학생 서로 간의 또는 학생과 교사 사이의 토론을 유도하며 자연스럽게 문제 해결 전략을 고안하도록 유도하고 자신의 문제 해결을 설명할 수 있도록 해준다(박은진, 2004).

우리나라의 초등수학교육과정에서는 5학년 때 잠깐 평균에 관해 언급될 뿐 통계적 변이성의 개념에 대한 언급이 없고 고등학교 때 관련 개념으로 산포도가 제시된다. MiC 교과서에는 통계적 변이성 개념을 어떻게 소개하고 있는지 알아보도록 하자. MiC 교과서에서도 통계적 변이성이라는 주제로 따로 단원을 설정하여 제시하지는 않았다. 다만 'Tracking Graphs' 단원에서 여러 가지 그래프를 그려보고 비교하는 활동에서 통계적 변이성 개념이 있다. MiC 교과

서 'Tracking Graphs' 단원 중 '세 번째 이야기-연간 기온 그래프 그리기'를 보면 하루의 기온을 2시간 단위로 측정하여 그 온도를 꺾은선으로 표시한 그래프를 보고 1일 기온 변화를 파악하고, 각각의 7일간의 기온 변화를 풀로 붙여서 일주일 동안의 기온 변화를 한 눈에 알아볼 수 있도록 주간 기온 변화 그래프로 만들어보는 활동이 제시된다. 각 주별 그래프를 모아 1달 동안의 기온 변화를 알아볼 수 있는 그래프를 만들 수 있고, 또 다시 이를 통해 1년 동안의 기온 변화를 담은 그래프를 그려보는 활동으로 전개된다. [그림 II-2]는 이 중에서 1주일간의 기온 변화를 그래프로 나타낸 것이다.



[그림 II-2] MiC 교과서 'Tracking Graphs' 단원의 그래프

위 그래프를 제시한 후 기온 변화가 가장 큰 요일과 가장 작은 요일에 관해 질문하면서 통계적 변이성의 개념을 도입한다. 친숙한 문제 상황인 기온 변화를 주제로 학생들이 자연스럽게 최고 기온과 최저 기온의 차이, 즉 범위를 고려할 수 있도록 하였다.

III. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

사전검사의 연구대상은 제천시의 Y 초등학교 4~6학년 각 한 학급씩이며, 실제 수업을 할 때의 연구대상은 같은 학교 5학년 한 학급 학생 35명이다. 다만 소집단 활동을 실시할 때는 각

소집단 구성원이 학력 수준이 다르게 구성하였다. 사후검사의 연구대상도 학급 35명 전체이다.

2. 연구방법

사전검사는 검사지를 만들어 투입하여 분석하고, 수업은 교실 뒤에서 수업 장면을 전체적으로 녹화하고 소집단 활동 시에는 6명으로 구성된 모둠을 녹화한다. 수업은 본 연구자가 직접 진행한다. 학습지에 기록한 내용이 불분명할 때 인터뷰를 이용한다. 소집단활동 촬영 시 교사는 돌아다니며 다른 조를 순회하고 학생이 자유롭게 의견을 낼 수 있도록 자리를 피한다. 수업 후 사후검사를 실시하여 학생들의 수학적 지식의 특성이 어떻게 변화하였는지 알아보도록 한다.

3. 연구절차

본 연구는 문헌 연구부터 이루어졌다. 한 학

기 동안 통계적 변이성 개념에 관한 사전 검사를 위해 검사지를 개발하고 분석하였으며, 그 다음 학기에 수업 관찰 및 녹화 등 자료를 수집하여 수업 분석을 하였다.

4. 수업설계

사전검사 결과 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성은 다음과 같다. 먼저 미흡한 측면을 살펴보면, 통계적 변이성을 고려해야 하는 상황에서 최고치로 판단하거나 편중성, 평균 등을 고려하는 점이다. 표나 그래프를 해석하는 능력도 미흡했고 주관을 개입하여 적절하지 않은 근거를 제시하는 경우도 있었다.

사전검사에 나타난 미흡한 측면의 개선을 위해 20cm 길이만큼 동전을 튕기는 게임을 주제로 수업을 2차시 실시한다. 직접 튕겨보고 조별 1등, 반 전체 1등을 자신들이 직접 기준을 정하여 선정해 보게 하는 것이다. 반에서 1등

<표 III-1> 연구 절차 및 자료 수집

자료명	수집내용
문헌 검토	통계적 변이성에 대한 문헌 연구
통계적 변이성 검사지 제작 및 조사	통계적 변이성 개념 관련 능력 실태 조사
수업 자료 및 사후검사지 제작	통계적 변이성 문제 상황에서의 수학적 특성 변화 관찰 수업 기록 및 녹화 자료 그리고 사후검사 결과
자료 분석	실태 분석 및 수업 분석

<표 III-2> 차시별 수업 주제 및 내용

차시	주제	내용
1	동전 튕기기 게임 ①	개별 결과 기록→조별 1등 뽑기→반 순위 매기기
2	동전 튕기기 게임 ②	학습지 보고 1~3등 순위 매기기
3	표·그래프 그리기 ①	남녀별 50m 달리기 기록을 기준으로 표와 그래프 그리기
4	표·그래프 그리기 ②	간단한 문제를 표와 그래프로 그리기
5	표·그래프 그리기 ③	표·그래프 창작하여 그리기

부터 6등까지의 순위를 기준을 정해 매겨보게 함으로써 최고치 선택·평균의 문제점, 일정하지만 기준으로부터의 길이가 큰 경우의 문제점을 스스로 생각해 보게 한다.

표나 그래프 해석 오류 측면을 바로 잡기 위해 표와 그래프를 직접 그려보는 수업을 하고자 <표 III-2>처럼 3차시 실시한다. 표·그래프 그리기 1차시는 친숙한 문제 상황인 체력장 50m 달리기 기록의 성별차이를 이용하여 표와 그래프를 직접 그려보게 한다. 표·그래프 그리기 2차시 수업에서는 ‘두 개 반 학생들 10명을 임의로 뽑아서 시험 점수를 기록한 표’를 제시하고 이에 대한 표와 그래프를 그리도록 하였다. 3차시 수업에서는 표 또는 그래프의 형식을 미리 정하지 않고 교사가 제시한 자료에 대하여 표·그래프를 나름대로 그려보도록 하였다.

IV. 결과분석 및 논의

1. 학생의 통계적 변이성 관련 지식 분석

가. 1차 사전검사

초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 지식의 특성을 알

아보기 위해 사전 검사지를 투입하여 정답률을 분석하였다. 사전검사지는 Bakker(2004)와 Canada(2004)의 논문에 제시된 문항을 참고하여 제작하였다.

(1), (3), (4)번은 각 집합간의 변량을 서로 비교한다. (1)번은 막대그래프를 통해 네 회사별 건전지 수명을 비교하면서 평균과 변이를 둘다 고려하도록 하였다. (3)번도 (1)번처럼 막대그래프를 통해 두 학생의 전과목 성적을 비교하면서 변이만을 고려하도록 하였다. (4)번은 두 라면의 칼로리를 나타낸 꺾은선그래프를 통하여 변이를 주로 고려하도록 하였다. 그리고 (2), (5)번 문제는 좀 더 복잡하게 구성되었다. (2)번은 두 반의 키 차이별 학생수를 나타낸 표를 통하여 변이를 고려하도록 하였으며, (5)번은 두 종류의 각 연령대별 선호도를 꺾은선그래프로 나타내어 변이를 고려하도록 하였다.

<표 IV-1>에 1차 사전 검사의 문항별, 학년별 정답율을 정리하였다. 정답자 중에서도 이유를 정확하게 알고 맞힌 학생과 그렇지 않은 학생을 구분할 필요가 있으므로 근거 서술에서 애매모호한 이유를 쓴 아동은 개별적으로 인터뷰를 통하여 정오답을 확실하게 가려내었다. 아래에 사전검사 문항과 그 정답률을 분석하였다. 학년별 수치의 단위는 %이다.

<표 IV-1> 1차 사전 검사 문항별 정답률(%)

문항	(1)				(2)			(3)			(4)			(5)		
	A (정답)	B	C	D	A (정답)	B	기타	평균	민경 (정답)	기타	A	B (정답)	기타	원장	교추장 (정답)	기타
4	32.1	60.8	7.1	0	53.6	46.4	0	60.7	39.3	0	24.9	71.5	3.6	32.1	60.7	7.2
5	57.2	37.1	2.9	2.9	22.2	77.2	0	2.9	97.2	0	0	100.0	0	25.7	74.3	0
6	40.0	38.4	17.6	2.9	79.4	17.7	2.9	2.9	94.2	2.9	5.9	91.2	2.9	8.8	88.3	2.9

1) (1)번 문제

6학년 학생의 정답률이 5학년에 비해 낮은 편이다. 6학년은 다른 학년에 비해 수명이 일정한 것을 많이 고려하였다. 전반적으로 오답 이유 중 가장 큰 요인은 최고치로 판단하는 것이다. 평균을 예상하여 비교하거나 수명이 규칙적이라는 예측 가능한 안정적인 성향을 고려하는 것, 수명이 긴 건전지가 필요할 때는 긴 것을 짧은 것이 필요할 때는 짧은 것을 선택하여 쓰면 된다는 식의 막대그래프 해석 오류, 주관 개입 등의 오답 요인이 있었다.

2) (2)번 문제

(1)번 문제와 달리 이번에는 5학년 학생들의 정답률이 특히 낮았다. 5학년은 4학년보다 표 해석을 더 못할 뿐 아니라 고루 퍼져 있는지 한 곳에 몰려 있는지에 관한 편중이 있

는 반을 차이가 심한 반으로 잘못 생각하고 있었다. 아래의 예는 숫자 차이 비교, 키 간격 차, 편중성 관련 오답지의 내용이다.(앞으로 학생 이름 대신에 대화에 나온 순서대로 S1, S2 등으로 표시한다. S는 전체 학생을 나타낸다.)

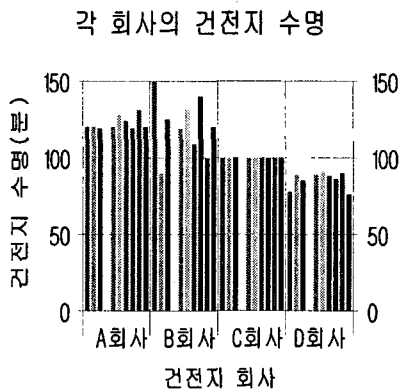
- S1: A반은 거의 1부터 4까지라 차이가 없지만 B반은 0에서 6으로도 올라가고 차이가 많이 나기 때문이다.
- S2: A반은 각 키마다 1명씩 있지만 B반은 키마다 1사람씩 없기 때문입니다.
- S3: 높은 곳 중간에 사람이 모여서 키가 작은 아이들은 없기 때문에

가장 큰 오답 요인으로 표 해석 오류를 들 수 있다. 키 차이별 학생수를 나타낸 표를 보고 학생수를 나타낸 숫자의 차이에 주목하여 B반을 고른 오답 비율이 가장 많았다. 그 다음

<표 IV-2> 1차 사전 검사 (1)번 문제 분석

		학년			
		4	5	6	
정답	A	수명이 일정하게 높아서	25.0	54.4	34.3
		보기 잘못 봄(B회사의 가장 긴 그래프를 A회사에 속한 것으로 그래프를 잘못 본 경우)	7.1	0	0
		총합, 평균 예상 비교	0	2.8	5.7
오답	B	최고치로 판단(150 수치가 있어서)	57.1	34.4	31.4
		수명별 건전지 선택 가능	3.6	2.8	5.7
	C	주관(전기낭비 안 되고 적당, 기능은 반 정도고 가격이 싸니까, 좋지도 나쁘지도 않으니까)	3.6	0	5.7
		수명 일정	3.6	2.8	11.4
	D	주관(대신 빛의 세기가 강하므로, 나라도 사서 건전지 수명을 올려주려고)	0	2.8	2.9
기타	무응답	0	0	2.9	

3일 동안 진행되는 동굴탐험 행사에 건전지 5개만 가지고 참여해야 한다. 건전지를 직접 써볼 수 없으며 오직 아래의 그래프만을 참고하여 선택해야 한다. 만약 여러 분이라면 4개의 회사 중 어느 회사의 건전지를 사겠습니까? 그 이유는 무엇입니까?



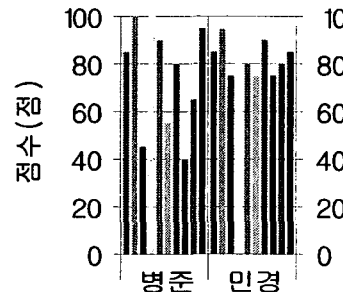
요인으로 편중을 들 수 있다. 한 쪽으로 쏠린 정도가 심한 것이 차이가 더 많이 난다고 생각하고 있었다.

3) (3)번 문제
5, 6학년 모두 정답률이 높는데 4학년만 조금 낮았다. 그 이유는 최고치로 판단한 학생이

<표 IV-3> 1차 사전 검사 (2)번 문제 분석

오른쪽 표는 A, B 반 학생들의 키를 조사한 것이다. 두 반 중 학생들 간의 키 차이가 많이 나는 반은 어느 반인가? 그렇게 생각한 까닭은 무엇인가?	키(cm)			학년							
	A반(명)	B반(명)		4	5	6					
135	1	0	정답 A	범위 비교	35.7	16.6	70.6				
136	2	0						키 큰 사람 유무	0	2.8	0
137	1	0						키 작은 사람 유무	0	0	5.9
138	1	0		잘 모름(숫자가 많아서, 명이 많아서, A반 학생들이 B반보다 더 차이가 많은 것 같아서)	14.3	0	2.9				
139	1	0									
140	2	0									
141	1	0		오답 B	총합 예상 비교(명수를 키로 착각)	3.6	2.8	0			
142	2	0							숫자 차이 비교(명수를 키로 착각)	35.7	33.3
143	1	3			총합 예상 비교(명수를 키로 착각)	7.1	5.6	0			
144	1	3			잘 모름(아이들이 적어서)	3.6	0	0			
145	2	1			문제 잘못 이해(키 간격 차이)	0	2.8	0			
146	1	1			편중 정도(A반에 비해 고루 퍼져 있지 않고 몰려 있으므로)	0	33.3	11.8			
147	3	5									
148	4	6									
149	2	6			기타	문제 잘못 이해(A반은 생일별로 해서 들쭉날쭉하고 B반은 키순으로 한 것 같다.)	0	0	2.9		
150	3	6									
151	2	6	무응답	0		2.8	0				
152	1	3									
153	1	0									
154	2	0									
155	1	0									
156	1	0									
157	1	0									
158	1	0									
159	1	0									
160	1	0									

<표 IV-4> 1차 사전 검사 (3)번 문제 분석

아래 그래프는 병준이와 민경이의 전 과목 성적을 나타낸 것이다. 특정 교과만 잘 하는 것이 아니라 모든 교과를 두루 잘 하는 사람은 병준, 민경 중 누구라고 생각하는가? 왜 그렇게 생각하는가?	학년				
	4	5	6		
	정답 민경	점수가 일정하게 높아서	60.7	97.2	94.2
	오답 병준	최고치로 판단	35.7	2.8	2.9
		주관(공부가 자신이 있어서 친구를 도와주지 않는 것 같다.)	3.6	0	0
기타 둘 다	평균 고려(병준은 밑으로 쳐진 게 있어도 100점이 있고, 민경은 밑으로 쳐진 게 없어도 100점은 없으니까)	0	0	2.9	

많았기 때문이다. 4학년 학생들은 고루 잘 하는 것보다 100점이 있다는 사실을 더 중요하게 여겼다. 그래서 민경은 공부를 보통으로 하지만 병준은 잘 한다고 생각하였다.

4) (4)번 문제

5, 6학년 모두 높은 정답률을 보이는데 4학년은 최저값이 있는지의 여부에 관심을 보였다. 칼로리가 가장 낮은 때가 있는 회사를 칼로리가 평균적으로 낮은 다른 회사보다 좋게 보았다. 행운을 기대하는 심리적 요인이 작용한 것으로 보인다.

5) (5)번 문제

(3), (4)번 문제보다 정답률이 조금 낮은 감이 있지만 그래도 50% 이상의 정답률을 보였

다. 가장 큰 오답 요인은 역시 최고치로 판단하는 것이다. 그 다음 세로축의 숫자를 연령으로 착각하는 식의 표 해석 오류 요인, 문제를 대충 읽고 자기 생각대로 답을 쓴 경우, 주관개입 등의 오답 요인이 있다.

1차 사전검사 (1)~(5)번 문제에 대해서 답과 이유를 모두 맞힌 정확한 정답률을 학년별로 분석하면 다음 표와 같다.

<표 IV-7> 1차 사전 검사 정확한 정답률(%)

학년	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
4	25.0	35.7	60.7	67.9	50.0
5	54.4	19.4	97.2	100.0	68.6
6	34.3	76.5	94.2	91.2	82.4

<표 IV-5> 1차 사전 검사 (4)번 문제 분석

		학년				
		4	5	6		
<p>아래 그래프는 A, B 두 회사의 다이어트라면 칼로리(일반 라면 600칼로리)를 1년간 측정한 결과이다. 만약 여러분이 다이어트를 하고 싶다면 A, B 회사 중 어느 회사의 라면을 믿고 사겠습니까? 그 이유는 무엇입니까?</p> <p>— A회사 - - B회사</p>	정답 B	칼로리가 일정하게 낮은 편이어서	67.9	86.1	91.2	
		최고·최저값 유무(B는 칼로리가 낮아서, A는 칼로리가 높아서)	0	13.9	0	
		주관(너무 독하면 사기를 당할 수 있기 때문에)	4.3	0	0	
	오답 A	행운을 기대(불규칙하지만 가장 낮은 때가 있어서, B는 내려가질 않아서)	10.6	0	5.9	
		문제 잘못 읽음('칼로리가 높은 회사는?'의 의미로 읽음)	4.3	0	0	
		문제 읽지 않고 그래프만 보고 그냥 최고치 선택	4.3	0	0	
		상관없음(맨 처음 글자가 A~Z까지 있는데 A가 맨 처음에 시작해서)	4.3	0	0	
		무응답	0	0	2.9	
	기타	12월	최고치 선택(더 높아서)	4.3	0	0

사전 검사지 투입 결과 6학년, 5학년이 각 (1), (2)번 문제에서 특히 낮은 정답률을 보였다. 6학년은 건전지 수명이 규칙적이어서 같이 쓰기 편리하다는 식의 예측 가능한 안정적인 성향 고려, 5학년은 어느 한 쪽에 집중적으로 몰려있는 것을 차이가 많이 난다고 생각하는 편중 요인으로 오답을 냈다.

나. 2차 사전 검사

특히 저조한 정답률의 원인을 정확히 분석하기 위해, 그리고 문제를 잘못 이해한다든가 표

나 그래프 해석상의 오류로 인해 통계적 변이성 관련 개념에 지장이 생기는 경우를 최소화하기 위해 (1), (2)번 문제만 수정하여 4-6학년에 재투입하기로 하였다. 수정한 내용은 (1)번 문제의 경우 막대그래프를 꺾은선 그래프로 바꾸어 각 회사별 건전지 수명을 겹쳐 그림으로써 더 비교하기 쉽게 하였으며, (2)번 문제의 경우 점수 문제에서 높은 정답률을 보인 것을 근거로 키를 점수로 바꾸어 점수 차이 문제로 수정하였다. <표 IV-8>부터 제시되는 표는 (1), (2)번 문제를 수정한 2차 사전검사에 관한 사항

<표 IV-6> 1차 사전 검사 (5)번 문제 분석

		학년				
		4	5	6		
<p>각 연령대별로 100명씩의 사람들에게 된장과 고추장을 얼마나 좋아하는지 알아보기 위해 설문조사를 하였다. 아래의 그래프를 보고 10대부터 60대까지 모두 고루 좋아하는 장은 무엇인지 쓰세요. 그 이유도 같이 쓰세요.</p> <p>— 된장 ... 고추장</p>	정답	고추장	일정한 수치를 보여서	50.0	68.6	82.4
		고추장	주관(전통음식, 더 맛나서, 맵고 얼큰하니까 두루 좋아할 것 같다. 거리를 다니면 고추장 음식을 모두 잘 먹으니까)	3.6	5.7	5.9
		고추장	이유 없음	7.1	0	0
	오답	된장	최고치로 판단	14.3	14.3	5.9
		된장	주관(맵지도 않으면서 건강에 좋고 나이가 많으신 분들께 인기가 있을 듯싶다. 전통음식으로 몸에 좋다.)	10.7	2.8	2.9
		된장	표 해석 오류(세로축의 명수를 연령으로 생각함)	7.1	8.6	0
	기타	60대	높아서(최고값의 가로축을 읽은 것 같음)	3.6	0	0
		된장 고추장	문제 잘못 읽음(‘된장, 고추장을 모두 좋아하는 연령대는?’의 의미로 받아들임)	3.6	0	0
		30대	문제 잘못 읽음(‘모두’라는 말에 장류가 아닌 연령대를 씀)	0	0	2.9

을 나타낸다.

(1), (2)번 문제만 사전검사를 시행하였던 4~6학년의 반에 재투입하여 분석한 결과는 <표 IV-9>와 같다.

1차 사전검사의 정답률과 달리 2차에서는 학년이 증가할수록 정답률이 높아졌다. <표 IV-

10>은 (1)번 문제의 1, 2차 사전검사의 정답률을 비교해 놓은 것이다. 학년별 수치의 단위는 %이다.

1) (1)번 문제
1차와 달리 6학년의 정확한 정답률 수치가 2배

<표 IV-8> (1), (2)번 문제의 2차 사전검사지

(1)번 문제		(2)번 문제		
3일 동안 진행되는 동굴탐험 행사에 건전지 5개만 가지고 참여해야 한다. 건전지를 직접 써 볼 수 없으며 오직 아래의 그래프만을 참고하여 선택해야 한다. 만약 여러분이라면 4개의 회사 중 어느 회사의 건전지를 사겠습니까? 그 이유는 무엇입니까?		오른쪽 표는 A, B 반 학생들의 중간고사 점수를 조사한 것이다. 두 반 중 학생들 간의 점수 차이가 많이 나는 반은 어느 반인가? 그렇게 생각한 까닭은 무엇인가?		
<p>각 회사의 건전지 수명</p> <p>— A회사 - - - C회사 ··· B회사 - · - D회사</p>		점수(점)	A반(명)	B반(명)
0	1	0		
4	2	0		
8	1	0		
12	1	0		
16	1	0		
20	2	0		
24	1	0		
28	2	0		
32	1	3		
36	1	3		
40	2	1		
44	1	1		
48	3	5		
52	4	6		
56	2	6		
60	3	6		
64	2	6		
68	1	3		
72	1	0		
76	2	0		
80	1	0		
84	1	0		
88	1	0		
92	1	0		
96	1	0		
100	1	0		

<표 IV-9> 2차 사전 검사 문항별 정답률(%)

문항	(1)				(2)		
	A (정답)	B	C	D	A (정답)	B	기타
4	40.6	34.4	25.0	0	65.6	34.4	0
5	80.5	8.3	11.1	0	69.5	33.3	2.8
6	74.2	5.7	20.0	0	80.0	20.0	0

가량 증가했다. 막대그래프를 꺾은선그래프로 바꾼 결과 5, 6학년 모두 가장 큰 오답 요인이었던 최고치 판단 요인이 현저하게 줄어들었다. 꺾은선그래프가 막대그래프보다 변량간의 비교가 더 쉬우며 일정한 값을 더 잘 표현한다고 볼 수 있다. 하지만 전 학년 모두 수명이 일정한 C회사를 선택한 비율이 4학년부터 각각 7

배, 3배, 2배가량이나 더 증가하였다. 학생들은 실생활에서 수명이 규칙적이어서 알아 쓰기 편한 편리성의 추구를 중요하게 생각하였다.

2차 사전검사를 실시한 목적은 (1), (2)번 문제에 대한 특정 학년의 저조한 정답률이 이상하여 다시 한 번 분석하는 것이었다. 이를 위해 1차와 달리 2차 사전검사에서 정답이나 이유에

<표 IV-10> (1)번 문제의 1, 2차 사전검사 결과

		학년			
		4	5	6	
정답	A	수명이 일정하게 높아서	25.0	54.4	34.3
	A	보기 잘못 봄(B회사의 가장 긴 그래프를 A회사에 속한 것으로 그래프를 잘못 본 경우)	7.1	0	0
		총합, 평균 예상 비교	0	2.8	5.7
오답	B	최고치로 판단(150수치가 있어서)	57.1	34.4	34.3
		수명별 건전지 선택 가능	3.6	2.8	5.7
	C	주관(전기낭비 안 되고 적당, 기능은 반 정도고 가격이 싸니까, 좋지도 나쁘지도 않으니까)	3.6	0	5.7
		수명 일정	3.6	2.8	11.4
D	주관(대신 빛의 세기가 강하므로, 나라도 사서 건전지 수명을 올려주려고)	0	2.8	2.9	

⇒

		학년			
		4	5	6	
정답	A	수명이 일정하게 높아서	34.4	77.7	65.6
	A	주관(앤지 A회사가 더 좋을 것 같다. 난 영어 A를 제일 좋아하고 탐험하는 걸 좋아한다. 3일 탐험에 너무 오래 가는 것은 안 좋으므로, B회사 물품은 싸구려 같을 수가 있어서)	6.3	0	5.7
		총합 예상 비교	0	2.8	0
		이유 없음	0	0	2.9
오답	B	최고치로 판단	34.3	2.8	2.9
		수명별 건전지 선택 가능	0	0	2.9
		총합 예상 비교	0	2.8	0
		이유 없음	0	2.8	0
	C	수명 일정	25.0	11.1	20.0

<표 IV-11> (1)번 문제 정답·이유 변화 분석

유형	1차 사전검사		2차 사전검사		명수(명)
	구분	이유	구분	이유	
1	×	총합, 평균	○	수명이 비슷하게 높아서	2
2	×	최고치로 판단	○	"	8
3	×	주관	○	"	2
4	×	수명 일정	○	"	1
5	×	수명별 건전지 선택 가능	○	"	1
6	○	수명이 비슷하게 높아서	×	수명 일정	2
7	×	최고치로 판단	×	"	2

의미 있는 변화가 있는 학생들만 분석해 보고자 한다. <표 IV-11>은 (1)번 문제 재투입 결과 6학년 학생 중 의미 있는 변화가 생긴 18명만을 분석한 것이다. 정답은 ○, 오답은 ×로 구분한다.

정확한 정답으로 변화한 학생은 18명 중 14명으로 약 77.8%나 되었다. '유형 1~4'를 통해 학생들은 막대그래프보다 꺾은선그래프에서 변화성 비교를 더 잘 한다는 것을 알 수 있다. '유형 5'를 통해 학생들의 건전지 개별 선택 가능 이유가 막대그래프의 막대가 꺾은선과 달리 개별로 떨어져 있기 때문인 것으로 해석된다. '유형 6, 7'을 통해 학생들은 문제를 자신의 실생활과 직접적인 관련을 지어 해석한다는 것을 알 수 있

다. 평소 건전지 사용의 불편한 경험 때문에 수명 예측이 가능하면 교체시기를 알아 알아 쓰기 편할 것이라는 주관어 개입된 것이다.

(2) (2)번 문제

정확한 정답률이 4학년부터 53.2%, 55.6%, 71.3%로 학년이 증가할수록 높은 수치를 보임을 알 수 있다. 1차에서 가장 큰 오답 요인이었던 숫자를 키로 착각하고 그 차이를 비교하던 표 해석 오류 비율이 4, 5학년 모두 줄었다. 그 다음 요인인 편중성의 경우 5학년은 1차에 비해 절반가량 감소하였다. 아래의 S4와 S5의 예는 편중성 관련 정답지와 오답지의 내용이다.

<표 IV-12> (2)번 문제의 1, 2차 사전검사 결과

		학년		
		4	5	6
정답 A	범위 비교	35.7	16.6	70.6
	키 큰 사람 유무	0	2.8	0
	키 작은 사람 유무	0	0	5.9
	잘 모름(숫자가 많아서, 명이 많아서, A반 학생들이 B반보다 더 차이가 많은 것 같아서)	14.3	0	2.9
	총합 예상 비교(명수를 키로 착각)	3.6	2.8	0
	숫자 차이 비교(명수를 키로 착각)	35.7	33.3	5.9
오답 B	총합 예상 비교(명수를 키로 착각)	7.1	5.6	0
	잘 모름(아이들이 적어서)	3.6	0	0
	문제 잘못 이해(키 간격 차이)	0	2.8	0
	편중 정도(A반에 비해 고루 퍼져 있지 않고 몰려 있으므로)	0	33.3	11.8
기타	문제 잘못 이해(A반은 생일별로 해서 들쭉날쭉하고 B반은 키순으로 한 것 같다.)	0	0	2.9
	무응답	0	2.8	0

⇒

		학년		
		4	5	6
정답 A	범위 비교	37.5	27.8	42.8
	고득점자 유무	15.7	5.6	14.1
	저득점자 유무	0	2.8	2.9
	편중성	0	19.4	11.5
	평균 비교	0	8.3	2.9
	숫자 총합 비교(명수를 점수로 착각+잘못 계산)	0	2.8	0
	점수 총합 비교(점수를 볼 줄은 아나 총합을 잘못 계산함)	3.1	0	0
오답 B	0명을 0점으로 착각(B반은 점수 같아 차이가 없다고 생각)	9.4	0	2.9
	이유 없음	0	2.8	2.9
	숫자 차이 비교(명수를 점수로 착각)	15.7	11.1	8.6
	편중 정도	12.4	16.6	11.4
	숫자 총합 비교(명수를 점수로 착각+잘못 계산)	3.1	0	0
기타	문제 잘못 읽음('공부 못하는 반은?'의 의미 +100점 유무)	3.1	0	0
	둘 다 같다. 숫자 총합 비교(명수를 점수로 착각+바른 계산)	0	2.8	0

S1: B반은 32~68점으로 대부분 점수가 비슷비슷하지만 A반일 경우 0점도 있고 100점이 있어서 점수 차이가 많이 난다.

S2: 왜냐하면 A반은 0점부터 100점까지 모두 적어도 1명씩은 있다. 그런데 B반은 0점부터 28점까지 1명도 없고 32점부터 68점까지만 있다. 그리고 72점부터 100점까지도 1명도 없다. 그래서 B반은 32점부터 68점까지만 점수가 집중적으로 몰려 있어서

(2)번 문제 재투입 결과 2차 사전검사에서 정답이나 이유에 의미 있는 변화가 생긴 학생 21명만 <표 IV-13>처럼 분석하였다. 정답은 ○, 오답은 ×로 구분한다.

정확한 정답으로 변화한 학생은 21명 중 16명 약 76.2%였다. ‘유형 1~9’를 통해 학생들은 표의 형식을 모르더라도 문제상황이 친숙하면 표를 쉽게 이해할 수 있음을 알 수 있다. 특히

‘유형 7’은 ‘키 차이’에서는 ‘차이’라는 말에만 주목하고, ‘점수 차이’에서는 ‘점수’와 ‘차이’ 둘 다에 주목한다는 것을 나타낸다. ‘유형 10~13’은 차이를 평균과 관련짓는 학생들의 습관을 보여준다. 평균 점수가 높은 반이 학생들 간의 점수 차이가 많이 날 거라고 잘못 생각하고 있다. 평균뿐 아니라 ‘유형 13, 14’에서 알 수 있듯이 편중 정도가 심한 쪽이 차이가 더 많다고 잘못 생각하고 있다.

2차 사전검사 결과를 1차와 비교해 (1), (2)번 문제의 정확한 정답률의 변화를 알아보면 <표 IV-14>와 같다.

이를 정리하면 (1)번 문제의 막대그래프에서 최고치를 중요하게 생각했는데 꺾은선그래프에서는 최고치뿐 아니라 최저치도 같이 고려하였다. 일정한 수치도 꺾은선그래프에서 더 잘 해

<표 IV-13> (2)번 문제 정답·이유 변화 분석

유형	1차 사전검사		2차 사전검사		명수(명)
	구분	이유	구분	이유	
1	×	숫자 차이 비교	○	범위 비교	2
2	×	편중 정도	○	"	3
4	×	키 간격 차이	○	"	1
5	○	총합	○	편중 정도	1
6	×	숫자 차이 비교	○	"	4
7	×	편중 정도	○	"	4
9	×	편중 정도	○	저득점자 유무	1
10	○	범위 비교	○	평균 점수 비교	1
11	×	숫자 차이 비교	○	"	1
12	×	편중 정도	○	"	1
13	○	총합	×	편중 정도	1
14	×	숫자 차이 비교	×	"	1

<표 IV-14> (1), (2)번 문제의 정확한 정답률의 변화

문제 \ 학년	(1)	(2)	⇒	문제 \ 학년	(1)	(2)
4	25.0	35.7			4	34.4
5	54.4	20.0		5	77.7	55.6
6	32.4	76.5		6	65.6	71.3

석하였다. (2)번 문제를 친숙한 문제 상황인 점수 문제로 바꾸니 표를 더 잘 해석했다. 편중과 차이의 관계도 바르게 해석했다.

2. 수업 후 변화한 통계적 변이성 관련 지식 분석

사전검사 결과 드러난 학생들의 수학적 지식의 특성 교정을 위해 통계적 변이성 수업을 실시하였다. 통계적 변이성 수업의 목적은 초등학교 5학년의 학생들 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특징 중에서 미흡했던 측면은 바로 잡고, 잘 된 점은 더욱 증가시키기 위한 것이었다. 수업 후 수업의 의도대로 학생들의 수학적 지식의 특성에 변화가 생겼는지를 알아보기 위해 사후 검사를 실시하였다. 사후 검사지는 수업에서 초점을 두었던 통계적 변이성 개념 고려와 표·그래프 해석 상황을 혼합하여 개발하였다.

가. 통계적 변이성 개념의 이해

1차시 수업에서 학생 개인 별로 20cm 거리

를 기준으로 잡고 10회의 동전을 튕겨본 후 그 결과를 개별로 기록한 후에 조별 학습지에 한꺼번에 옮겨 적게 하였다. 그리고 개별 게임이 끝난 후 조별 순위를 매기도록 하였다. 조별 토의를 마친 후 전체 학생 앞에서 조별 토의 결과를 발표하도록 했다. 조별 1명씩 나와 발표를 하는데 시작 전에 잠깐 전체 학생을 상대로 발표자가 속한 조의 1등을 예측해 보게 하였다. <표 IV-15>는 2조의 동전 튕기기 게임 결과를 나타낸 표이다. 이 표에서 학생들의 이름 대신에 2조1부터 2조6으로 표시하였다. 다른 조에서는 쉽게 1등이 가려졌는데 2조의 경우는 2조2와 2조5 두 사람의 우열을 가리는 것을 어려워하였다.

2조는 2조2를 최종적으로 1등에 선정했다. 그 이유로 2조2는 20cm라는 아주 정확한 길이가 있고 거의 다 안정적이며 2조5도 안정적이지만 13cm라는 조금 더 큰 실수가 있음을 이유로 들었다.

나. 통계적 변이성이 비슷한 경우 평균의 동시 고려

<표 IV-16>은 4조의 동전 튕기기 게임 결과

<표 IV-15> 2조의 개별 동전 게임 결과

이름 순	2조1	2조2	2조3	2조4	2조5	2조6
1	15.3	22.5	19.8	16.5	17.5	12.2
2	16.0	22.0	17.1	18.0	19.6	6.6
3	22.9	21.4	19.1	18.9	19.2	25.8
4	24.3	21.7	16.2	19.5	20.2	16.3
5	23.4	21.0	16.3	17.3	19.9	14.1
6	33.4	19.5	2.4	36.0	13.9	22.7
7	24.8	20.0	18.0	21.5	19.1	13.2
8	24.5	24.8	14.3	21.8	19.1	12.6
9	35.8	15.5	18.4	24.0	20.2	3.2
10	21.3	17.0	19.4	20.0	22.0	32.2

를 기록한 것이다.

아래의 자료는 4조의 소집단활동에서 나타난 대화이다.

- 4조2: 난 4조3이 1등이라고 생각한다.
 4조1: 계속 잘 나와야지. 4조6도 잘 한 것 같은데...
 4조2: 아. 평균 내가 재 본다.
 4조1: 내가 할게.
 4조6: 난 19.8도 있어. 내가 1등이야.
 4조5: 19.8은 4조3도 있어.
 4조2: 야. 4조3 거의 다 20대야. 떨어져도 18, 17이야.
 4조1: 평균적으로 해도 4조3이 젤 높고...(실제 평균은 4조3: 19.31, 4조6: 18.53)
 4조2: 거의 20대야. 기록도 제일 가까워.
 4조5: 맞아. 기록도 20에 제일 가까워.

전체적인 수치가 기준과 얼마나 가까운지를 우선 고려하였다. 그리고 4조3과 4조6의 기록이 비슷하니까 평균도 함께 비교하였다. 전체적인 분포와 범위가 비슷한 상황에서는 평균을 함께 구해 안정적으로 답을 구했다.

다. 최적값 고려의 문제점 이해

동전 튕기기 게임 1차시 수업에서 조별 1등끼리 20cm 거리를 기준으로 5회 동전을 튕기는 게임을 하였다.

그리고 전체 학생이 그 결과표를 보고 순위를 매겨보도록 했다. <표 IV-17>는 그 게임 결과를 기록한 것이다.

개별로 1등부터 6등까지 순위를 매겨보게 한 결과 <표 IV-18>과 같은 정답률을 보였다.

<표 IV-16> 4조의 개별 동전 게임 결과

이름 순	4조1	4조2	4조3	4조4	4조5	4조6
1	9.3	21.5	15.3	12.5	13.0	18.5
2	18.4	8.0	22.2	21.5	19.8	15.5
3	13.5	23.6	18.0	48.5	8.4	19.8
4	15.3	11.3	18.6	27.0	19.6	14.6
5	17.5	13.0	20.2	19.5	13.5	16.6
6	8.4	31.3	18.7	22.5	17.6	17.7
7	38.3	17.6	23.3	18.0	18.5	20.2
8	14.0	17.6	17.0	20.1	19.9	25.5
9	21.0	15.5	20.0	12.0	12.9	20.1
10	20.1	33.4	19.8	22.3	19.5	16.8

<표 IV-17> 조별 1등 간의 동전 게임 결과

이름 회	1조 대표	2조 대표	3조 대표	4조 대표	5조 대표	6조 대표
1	31.5	26.5	23.0	18.5	15.2	19.1
2	20.6	20.1	22.0	19.3	6.8	22.0
3	21.0	33.0	22.0	27.5	26.7	27.0
4	20.5	18.7	23.0	20.0	16.2	17.5
5	40.0	20.3	21.1	31.0	18.7	22.5

대부분의 학생들이 1등은 폭을 비교하여 정확하게 선정했으며 평균으로 구한 사람도 1명 밖에 되지 않았다. 1등을 못 맞힌 2명의 경우 1명은 편차 계산 시 소수의 뺄셈을 잘못했고, 다른 1명은 그렇게 좋은 기록이 5회 연속으로 나오는 것은 현실적으로 불가능하므로 거짓말일 것 같다는 주관성의 개입으로 오답을 냈다.

다만, 5조 대표 대신 1조 대표를 우선순위로 한 비율이 약 22.9%나 되는 것으로 보아 여전히 한 두 개의 큰 실수보다는 최적값의 빈도수를 더 중요하게 생각하는 것으로 드러났다.

그래서 최적값으로 판단하는 것이 부적절한 것을 알 수 있도록 하기 위해 전체 학생을 대상으로 다음과 같은 질문을 던졌다.

T: 5조는 무조건 20cm에 가장 가까운 기록, 즉 최고 기록만을 가지고 따졌어요. 선생님이 지금 뭘 구하라고 그랬어요? 딱 1번이 아닌 10번 기회를 준 이유가 뭐예요?

S: ...

T: 10번, 어떤 사람은 100번. 10번이 정확할까? 100번이 정확할까?

S: 100번

T: 왜 그렇게 생각해요?

S1: 어찌다가 잘 한 걸 수도 있으니까...

S2: 많이 할수록 확실하잖아요.

단 한 번의 최적값으로 선택을 하면 안 되는 이유를 물었는데 1명도 대답을 하지 못 하였다. 다시 10번과 100번 중 어느 쪽이 더 정확하냐고 재차 질문했더니 학생들은 많이 할수록 정확도가 높아진다는 것과 우연히 잘 한 것일 수도 있다는 행운 요소를 지적해냈다.

동전 퓌기기 게임 2차시 수업에서는 최적값을 고려하여 답을 선택하는 것이 부적절함을 확실하게 이해할 수 있도록 최적값의 빈도수는 많지만 편차의 범위가 큰 문제 상황을 다음 <표 IV-19>와 같이 제시하였다.

<표 IV-18> 동전 게임 반 전체 순위 정답률

답안 내용		비율(%)
1~6등 모두 맞힘	폭 비교(기준과의 거리 따짐)	37.1
	평균 비교	2.9
1, 2등 맞힘(폭 비교)		80.0
1등 맞힘(폭 비교)		94.3
최적값의 빈도수 고려(5조 대표 대신 1조 대표가 더 잘 한 것으로 함)		22.9

<표 IV-19> 동전 퓌기기 게임 2차시 수업 문제

순	민희	재희	진수
1	18cm	20cm	19cm
2	18cm	13cm	20cm
3	18cm	20cm	21cm
4	18cm	27cm	21cm
5	18cm	20cm	21cm

개별로 1~3등의 순위를 매겨보게 한 결과 <표 IV-20>과 같은 정답률을 보였다.

전체 35명 중 29명 약 82.9%의 정확한 정답률을 보였다. 오답자는 최적값의 빈도수를 고려한 사람 2명, 평균으로 구한 사람 2명, 문제상황의 이해가 부족한 사람 2명으로 총 6명이다. 아래의 대화는 정답자의 순위 선정 근거에 관한 것이다.

- S1: 1등 진수. 왜 진수를 뽑았냐면 20에 가까운데 민희, 재희보다 많아서. 2등은 민희. 다 18이기 때문에.
 S2: 진수는 1 차이뿐이 나지 않아서. 민희는 모

두 같다. 재희는 차이가 너무 많이 난다.

S3: 1등 진수 2등 민희 3등 재희. 1등이 진수인 이유는 거의 20에 가까워서이다. 민희는 2밖에 차이가 나지 않아서이다. 재희는 20은 있지만 13과 27이라는 실수가 있어서 역전당했다.

S4: 20에 1밖에 차이 나지 않아서 진수로 했고, 2등을 민희로 한 이유는 3위 재희보다 20과 차이가 더 가까워서

최적값의 빈도수는 높지만 편차의 범위가 큰 상황을 제시하였더니 최적값의 빈도수만을 고려하는 것이 부적절함을 스스로 인식하였다.

<표 IV-20> 동전 퓌기기 게임 2차시 수업 문제 정답률

구분	답안 내용	비율(%)
정답	1~3등의 순위도 맞고 이유도 정확함	82.9
	1등만 맞히고 2, 3등의 순위 바뀜	5.7
오답	평균으로 구함	5.7
	문제 잘못 읽음(20cm 넘어가는 것은 탈락 처리함)	5.7

<표 IV-21> 3조의 개별 동전 게임 결과

순	이름	조					
		3조1	3조2	3조3	3조4	3조5	3조6
1.		12.5	10.0	37.0	11.0	18.1	10.0
2		12.5	23.0	26.0	18.0	18.8	11.0
3		28.0	11.0	14.0	9.7	17.5	19.0
4		15.0	11.5	0	15.0	22.6	25.0
5		8.0	10.0	1.0	9.0	14.1	26.0
6		38.0	68.5	1.0	26.0	15.2	21.0
7		36.5	6.0	8.0	5.0	17.1	27.0
8		31.0	21.0	42.0	18.4	21.2	26.0
9		42.5	43.0	18.0	24.0	12.3	23.0
10		22.5	3.0	21.0	21.0	24.8	15.0
학생들이 구한 평균		21.65	20.1	16.8	15.7	18.17	20.3
실제 평균		24.65	20.7	16.8	15.71	18.17	20.3

라. 평균 고려의 문제점 이해

동전 튕기기 게임 1차시 수업에서 3조는 <표 IV-21>처럼 통계적 변이성을 고려하는 대신 평균을 구해 순위를 매겼다.

계산기를 사용하지 않고 지필 계산으로 평균을 구하였기 때문에 학생들이 구한 평균엔 정확하지 않은 것도 있었다.

T: 여러분, 처음에는 3조5나 3조6을 1등이라고 생각했죠? 그런데 3조는 1등을 3조2로 뽑았어요. 여러분의 생각과 다른 이유가 뭐예요?

S: 재넨 평균으로 구했어요.

T: 3조2 기록을 꼭 보세요. 어때요?

S1: 작은 건 너무 작고 큰 건 너무 커요.

T: 그렇죠. 폭이 너무 왔다 갔다 하죠? 이러면 정확하다고 할 수 있을까?

S: (작은 목소리로) 아니요.

T: 그에 반해 3조6은 평균은 좀 높지만 기록들이 어때요?

S: 비슷비슷해요.

3조 학습지를 보여주고 잘못된 점을 지적하도록 했더니 3조2의 평균이 20cm와 가장 가깝지만 각각의 기록들을 보면 작은 것은 너무 작고 큰 것은 너무 크기 때문에 폭이 크다는 것을 지적했다. 3조6의 평균은 3조2보다 조금 높지만 기록들이 비슷하여 안정적이라는 것을 교사의 안내 하에 이해했다.

동전 튕기기 게임 2차시 수업에서는 <표 IV-19>의 문제 상황을 제시하고 재회는 정확히 평균이 20인데 1등으로 선정되지 않은 이유를 물었다.

T: 재회는 평균이 정확히 20이고 진수는 20이 좀 넘어요. 그런데 왜 재회가 1등이 아닌가요? 이것에 대해 어떻게 생각해요?

S1: 평균이면요. 29cm, 11cm라는 큰 실수를 해도 항상 일정하잖아요.

T: 그렇죠. 좋은 의견이에요. 큰 오차를 범했어

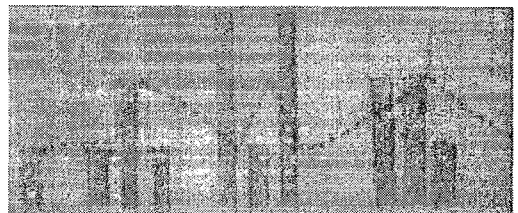
도 애는 평균으로 하면 무조건 1등인 거죠?

S: 맞아요.

아무리 큰 실수를 하더라도 평균은 일정한 사례를 들어가며 평균만으로 구하는 것이 부적절한 이유를 정확하게 이해하였다.

마. 그래프 그리기 능력의 향상

체력장 기록 중 50m 달리기 기록을 남녀로 나누어 학습지로 제시한 뒤 표와 그래프를 그려보도록 하였다. 표는 전원 모두 정확하게 잘 만들었다. 그런 표를 이용하여 그래프를 그리게 했다. 초등수학교육과정 2-나 단계부터 4-나 단계까지 막대그래프, 꺾은선그래프, 그림 그래프 그리는 법에 대해서 배우긴 했지만 전부 눈금 한 칸에 한 수치만 표시하면 되는 단일변인 그래프에 지나지 않았다. 그러나 이번에는 눈금 한 칸에 2개의 값이 동시에 표현되어야 하는 2개 변인 그래프를 그려야 했다. 그 때문에 많은 학생들이 어려워하며 계속 당황해했으나 시간이 흐르자 그리기 시작했다. 표·그래프 그리기 1차시 수업에서는 그래프 정답률이 약 42.9%로 50%도 넘지 못 했다. 2가지 변인을 동시에 눈금 한 칸에 그리는 것을 어려워했다. 그러나 [그림 IV-1]처럼 나름대로 자기의 방식을 사용하여 그래프를 바르게 그린 학생도 있었다. [그림 IV-1]에서 변인이 남여 2개이므로 막대 1개로 모자라 꺾은선을 첨가하였다.



[그림 IV-1] 표·그래프 그리기 1차시의 학생 그래프

표·그래프 그리기 2차시 수업에서는 ‘두 개 반 학생들 10명을 임의로 뽑아서 시험 점수를 기록한 표’를 제시하고 이에 대한 표와 그래프를 그리도록 하였다. 그런데 그래프 정답률이 약 85.7%로 지난 시간에 비해 많이 향상되었다. 3차시 수업에서는 표·그래프를 나뉠대로 그려보도록 했다.

<표 IV-22> 표·그래프 그리기 3차시 수업 문제

드라마	음악	영화	뉴스	게임
♥☆☆	★♥☆☆	♥☆☆	★♥♣	★♥♥
♥♥♥	★♥☆☆	♥♥♣	♣♥♣	★☆☆
♣☆☆	★♥♥♥	☆☆	♣♣♣	♥☆☆
♣	♣☆☆		♣♣♣	♥
			♥♣♣	
			♣♣♣	
			♥♣♣	
			♣♣♣	
			♥♣♣	

10대-★ 20대-♥ 30대-♣

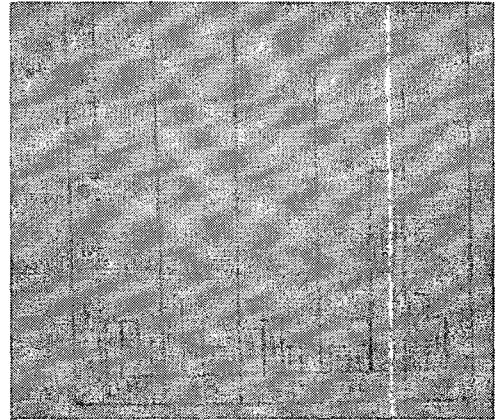
표는 1명, 그래프는 2명을 제외한 전원이 정확하게 완성했다. 아래의 대화는 학생 S5가 그린 [그림 IV-2]의 그래프 해석에 관한 전체 활동 내용이다.

- S1: 한 눈에 알아보기 쉽고 깔끔해요. 또 막대 그래프에 숫자를 써 넣어서 더 정확하게 했어요.
- S2: 눈금이 20까지만 해도 충분한데 재넌 30까지 있어요.
- S3: 눈금선을 막대그래프와 만나게 그렸으면 더 눈금 읽기가 쉬웠을 것 같아요.
- S4: S6이 말한 안내선을 그리는 것 대신에 막대 안에 숫자가 있어서 눈금 읽기 쉬운데요.
- S5: 안내선을 그리면 더 지저분해질 것 같아서 이렇게 했어요.
- S6: 눈금을 5단위로 잘랐는데요. 5, 10 이런 데는 눈금을 좀 더 길게 그리면 좋을 것 같아요. 그러니까 자 같은 경우 눈금이 5개가

되면 더 길어지고 10개가 되면 좀더 길어지고 하잖아요?

T: 아아... 눈금의 길이 자체를 5단위에서 더 길게 하면 한 눈에 단위를 찾기가 쉬울 것이다?

S6: 네.



[그림 IV-2] 표·그래프 그리기 3차시에 학생이 그린 그래프

눈금 표시가 너무 작아서 알아보기 힘들고 16이 최고값이므로 20까지면 충분한데 30까지 그린 점, 눈금의 길이를 주요 단위별로 다르게 하여 알아보기 편하게 하면 좋았을 것이라는 점을 지적했다. 아래의 대화 자료는 6조의 그래프인 [그림 IV-3]에 대한 전체 토의 결과를 옮긴 것이다.

- T: 네. 다음 6조. 그 다음 최초로 꺾은선그래프 나왔어.
- S1: 그래프가 깨끗하고 물결선을 사용하여 잘 알아볼 수 있다.
- S2: 색깔이 구분이 안 가서 좀 어지러워요.
- S3: 잘 그린 것 같긴 한데 꺾은선으로 해서 좀 아쉬워요. 꺾은선이 너무 심하게 왔다갔다 해서 구분이 잘 안 가요.
- S4: 원래 꺾은선은요. 비교할 때 하는 건데요. 재넌 꺾은선으로 했어요.
- T: 지금 표는 비교하는 게 아닌가요?

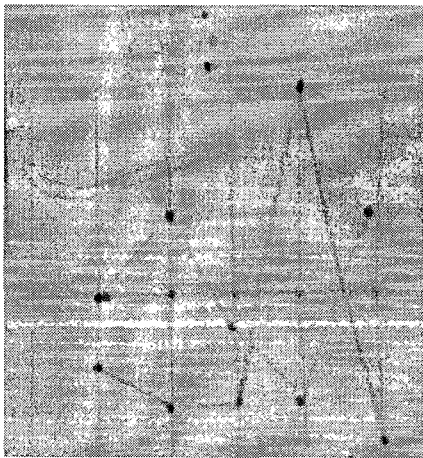
S4: 비교하는 거였어요? 저건 그냥 10대, 20대 구분하는 거잖아요.

T: 그러니까 10대부터 30대간의 차이를 알아보는 게 아니라 드라마를 10대가 몇 명 보는지 알아보는 거예요?

S4: 네. 이걸 그냥 명수 알아보는 거니까.

T: 그러면 꺾은선그래프가 비교하는 게 더 쉽다고 생각하는 거네. 지금.

S4: 네.



[그림 IV-3] 표·그래프 그리기 3차시에 학생이 그린 그래프

5조에서 얘기한 눈금선이 너무 붙어 있어 알아보기 힘들다는 의견을 6조에서 물결선을 사용하면서 해결해 주었다. 물결선을 사용하면 세로 눈금 칸이 작아지지도 않으면서 수치를 제대로 읽을 수 있는 장점이 있었다. 이 물결선은

4-나 단계 꺾은선그래프 단원에서 이미 배운 바 있다. 이는 배운 지식을 적절히 활용하여 필요한 상황에 응용하는 능력이 있음을 보여준다. 비교 문제에는 꺾은선이 적당하지만 너무 기울기가 심한 경우에는 오히려 알아보기가 어렵다는 지적도 했다. 더군다나 연령대별 선호하는 프로그램을 비교하는 것이 아니기 때문에 굳이 꺾은선이 필요 없다고 결론을 내렸다.

3차시 수업의 그래프 정답률은 약 94.3%로 매 시간 그래프 정답률이 증가하는 것을 통해 학생들의 그래프 그리기 능력이 향상되었음을 알 수 있다.

바. 0에 대한 이해 증가

<표 IV-23>는 표·그래프 그리기 수업 1차시 그래프 정답률을 나타낸 표이다.

<표 IV-23>에 알 수 있듯이 0의 의미를 그래프에 담아내지 못 하는 학생은 약 20%로 7명이나 되었다. 0은 해당하는 자료가 없음의 의미를 이해하고 있긴 하나 0으로 표시되어야 할 부분을 나타내지 못한 실수를 한 것이다.

표·그래프 그리기 2차시 수업에서는 약 5.7%로 2명만이 0을 그래프 상에 표시하지 못했다. [그림 IV-4]는 0을 표시하지 못한 그래프의 예이다.

3차시 수업에서는 1명을 제외한 전원이 그래프 상에 정확하게 0을 표시하였다.

<표 IV-23> 표·그래프 1차시 그래프 정답률

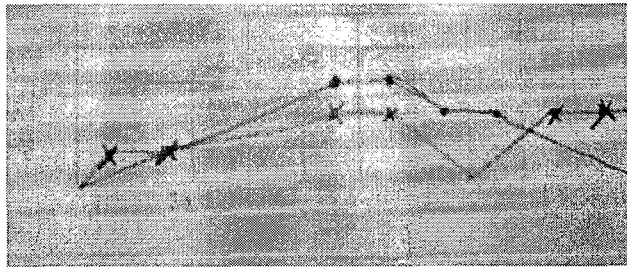
구분	답안 내용	비율(%)
정답	남녀 구분하고 0명 표시도 하여 정확하게 그림 완성	42.9
	완성을 하였으나 남녀 구분이 가지 않게 겹치게 그림	5.8
오답	남녀 명수를 합하여 잘못 그림	8.6
	남녀 구분은 가능하나 0을 무시하고 건너뛰어 사이 값이 없는 상태가 아닌 값으로 나타남	20.0
	완성하지 못 함	11.4
	남자만 꺾은선그래프로 그리고 여자는 그리지 못 함	2.9

사. 표 및 그래프 해석 능력의 향상

수업 후에 사후검사 문제를 Canada(2004)의 논문에 제시된 문항을 참고하여 제작하였다. 문제의 주요 내용은 다음과 같다. '10명의 사람에게 생활상식, 경제상식, 미술상식의 각 분야 별 10문제씩 총 30문제를 풀게 하고 그 점수는

아래의 표(생활상식, 경제상식), 그래프(경제상식, 미술상식)과 같다고 하였을 때 10명 모두가 잘 맞는 상식 분야의 순위를 매겨보아라.'

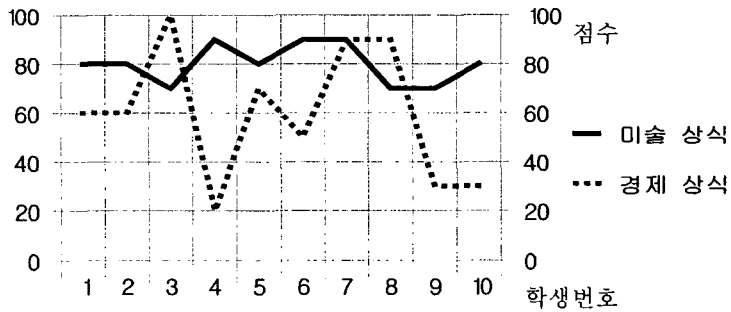
정답은 1등 미술 상식, 2등 생활 상식, 3등 경제 상식이다. 학생들의 정답률을 분석하면 <표 IV-25>와 같다. 무응답 제출자는 35명 중



[그림 IV-4] 30, 40항목에 대한 0을 표시하지 않은 그래프

<표 IV-24> 사후검사 문제(표)

분야 \ 점수	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
생활 상식(명)	0	0	0	0	2	6	2	0	0	0
경제 상식(명)	0	1	2	0	1	2	1	0	2	1



[그림 IV-5] 사후검사 문제(그래프)

<표 IV-25> 사후검사 문제 정답률 분석

구분	답안 내용	비율(%)
정답	1~3등의 순위를 모두 맞히고 각각의 이유도 정확함	68.6
오답	총점으로 구함	8.6
	최고값만 고려하고 최저값은 고려하지 않음(1등만 맞힘)	17.1
	표·그래프를 제대로 해석하지 못 함	5.7

1명뿐이다.

정확한 정답률은 약 68.6%이지만 표·그래프를 해석하지 못한 학생은 약 5.7%밖에 안 되기 때문에 표·그래프 그리기 수업이 학생들의 표·그래프 해석 능력을 신장시켰다고 볼 수 있다.

아. 문제 상황 변경에 따른 정답률 증가
사후검사 문제에서 최고치만을 고려하여 답안을 작성한 비율이 약 17.1%나 되었다. <표 IV-26>은 최고치만을 고려하여 오답을 낸 학생의 답안이다.

두 변인의 총점이 같은 상황임에도 불구하고 여전히 총점을 이용하는 잘못 계산하여 이용한 학생도 있었다.

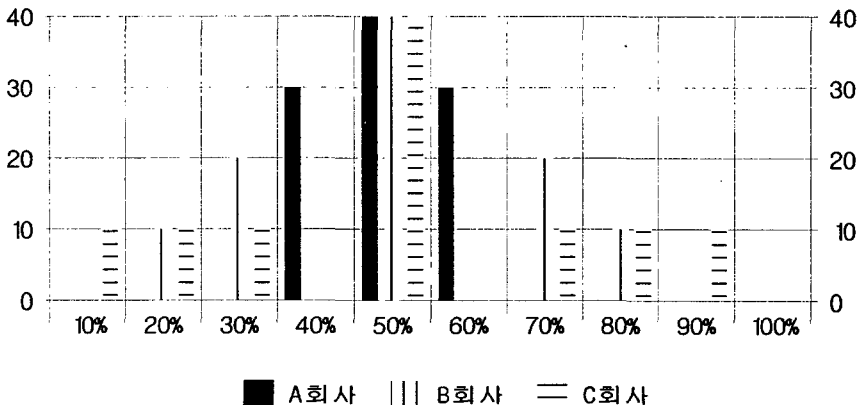
최저값으로 시선을 돌릴 수 있도록 최저값의 위험성을 알리는 상황, 또 총점의 비교가 무의미하도록 모든 총점이 같은 상황이 담긴 문제가 필요했다. 이로 인해 약품의 안정성 문제를 만들어 오답자만을 상대로 다시 풀어보도록 했다.

그래서 재투입 문제로 '□□약 속에는 진통제의 성분이 들어있는데 그 성분 비율이 50%가 가장 적당하고, 30% 이하면 통증 완화에 전혀 도움이 안 되고, 85%를 넘으면 건강에 위험하며 자칫 사망에 이를 수도 있다'는 상황을 제시하며 가장 좋은 회사부터 1~3등의 순위를 매겨보도록 했다.

정답은 A, B, C회사 각각 1, 2, 3등에 해당한다. 표·그래프 해석 문제 ①에서 순위는 맞

<표 IV-26> 최고값으로 판단한 오답 사례

순위	상식 분야	이유
1등	미술 상식	다른 상식 분야들은 점수가 고르지 않거나, 낮은 점수가 있었지만 미술 상식 분야는 높은 점수로 고르게 나왔으므로 미술 상식이 1등이다.
2등	경제 상식	점수 차이가 많이 나기는 하나, 높은 점수가 있기 때문에 경제 상식이 2등이다.
3등	생활 상식	점수가 다른 상식보다 낮기 때문에 생활 상식이 3등이다.



[그림 IV-6] 사후검사 재투입문제(그래프)

았지만 총점으로 구한 학생 1명과 무응답 제출자 1명, 오답자 9명 총 11명에게만 재투입했다.

재투입 결과 무응답자 1명, 오답자 1명을 제외하고 모든 학생이 순위와 이유를 정확하게 적었다. 1명의 오답자는 상황의 이해가 제대로 이루어지지 않은 상태이다. B회사가 최저값의 위험 요인이 없으며 여러 종류의 비율이 있고 가장 적절한 비율도 있으므로 1등이라고 생각했다. 최저값의 위험성은 파악하고 문제를 제대로 이해했으나 주관이 개입되어 오답을 냈다. 인터뷰 결과 이 학생은 통증이 없을 때 먹어야 할 약도 있어야 하므로 A회사는 좋지 않다는 독특한 생각을 갖고 있었다.

약 70%의 학생들이 표와 그래프를 바르게 해석하여 통계적 변이성의 개념이 담긴 상황 문제를 잘 해결하였고, 그렇지 못한 학생들도 행운을 기대할 수 있는 상황보다 단 한 번의 실수가 위험을 부를 수 있는 상황, 총점을 동일하게 하고 계산하기 쉽도록 설정한 상황 등으로 바꾸어 제시하였다니 대체로 통계적 변이성의 개념을 사용하여 문제를 해결하였다.

V. 논의 및 결론

본 연구는 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성을 알아보기 위해 사전검사를 실시하고, 통계적 변이성 수업을 실시하였다. 그리고 수업을 통해 나타나는 학생들의 수학적 지식의 특성 변화를 알아보고 이를 확인하기 위해 사후검사를 실시하였다. 이러한 연구 결과를 토대로 초등학교 5학년 학생들이 가지고 있는 수학적 지식의 특성과 수업을 통한 이의 변화 과정에 대해 논의해 보고자 한다.

사전검사 결과 4학년 53.5%, 5학년 77.2%, 6

학년 82.1%의 정답률을 보였다. 대부분의 학생들이 평균을 중요하게 생각하지만 평균을 수치적으로 계산하는 것이 가능하고 평균값이 같은 상황을 제시하면 평균이 아닌 통계적 변이성 개념을 고려하여 문제를 해결하였다. 평균에 대한 개념은 5-나 단계에서나 제시된다. 하지만 본 연구의 대상이 되는 학생들은 5-나 단계에서 제시되는 평균 개념이 제시되는 단원의 수업을 하지 않은 상태였고, 4학년 학생들 역시 마찬가지로 평균에 대한 개념을 학습한 바가 없다. 이는 학교에서 학습된 개념은 아니지만 시험점수나 석차 비교 등의 실생활에서 평균을 이미 많이 사용하고 있음을 뜻한다.

사전검사 결과를 바탕으로 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성에 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성은 다음과 같다.

첫째, 학생들은 모든 수치를 두루 고려하지 않고 최고치로 판단하려는 경향이 있다. 1차 사전검사 (2)번 문제를 제외한 모든 문제에서 학생들은 최고치로 판단하는 오답률을 가장 많이 냈다. (1)번 건전지 문제의 경우 건전지 수명이 가장 긴 것이 있는 B회사를 선택한 점, (3)번 문제의 경우 100점이라는 최고 점수가 2번이나 있기 때문에 고루 잘 하는 학생보다 더 우선순위를 매긴 점, (4)번 문제의 경우 안정적인 칼로리 수치가 낮은 회사보다 들쭉날쭉하더라도 어쩌다 한 번 칼로리가 엄청 낮을 때가 있는 회사를 고른 점, (5)번 문제의 경우 모든 연령대를 고려하지 않고 결과에 치우쳐 결과의 수치가 더 높은 것을 선택한 점을 미루어 보아 최고치로 판단하려는 경향이 있음을 알 수 있다.

둘째, 학생들은 표나 그래프 안에 있는 숫자나 수치 변화만을 고려하며, (2), (5)번처럼 2가지 변인이 복합된 문제를 제대로 해석하지 못한다. 그 중에서도 특히 (2)번을 더 못 하는 이

유는 묻는 변량이 기준에 따른 값이 아니기 때문이다. (5)번 문제는 두 장류에 관해 연령대별 좋아하는 사람 수의 그래프를 보고 사람 수와 관련된 변량의 변화를 묻고 있다. 하지만 (2)번 문제는 키 차이별 학생수를 적은 표를 보고 학생수의 변화를 묻은 것이 아니라 키 차이를 묻고 있다. (5)번 문제보다 (2)번 문제의 정답률이 낮은 것으로 보아 학생들은 맥락을 고려하기보다 표나 그래프의 안에 있는 숫자나 수치 변화만 주목하고 있다는 것을 알 수 있다.

셋째, 학생들은 편중성이 있는 쪽이 차이가 큰 쪽이라고 생각하고 있다. (2)번 문제의 1, 2차 사전검사 결과를 보면 최고치 선택 다음으로 큰 오답 요인이 바로 편중성 요인이라는 것을 알 수 있다. 한 쪽으로 쏠린 정도가 심한 것이 변량의 차이가 큰 것으로 잘못 생각하고 있는 것이다.

넷째, 학생들은 이미 평균에 너무 익숙해져 있다. 시험을 본 후 평균을 따지는 일이 흔해서 그런지 (1), (2)번 문제에서 총합이나 평균을 비교하여 문제를 푼 학생들이 있었다. (3)번 문제에서 6학년 학생은 질문이 무엇인지 제대로 확인하지도 않고 최고점이 있으나 낮은 점수도 있고, 최고점은 없으나 낮은 점수도 없으므로 평균은 둘다 똑같다고 결론을 내렸다.

다섯째, 학생들은 예측 가능한 안정적인 성향을 중요하게 생각한다. (2)번을 제외한 모든 문제에서 예측 가능한 안정적인 성향을 고려하였다. (3), (4), (5)번 문제는 안정적인 성향을 고려하는 것이 맞지만, (1)번 문제는 덜 안정적이어도 수치가 모두 더 높은 집합 있음에도 불구하고 1차에서는 6학년이, 2차에서는 4~6학년 모두가 예측이 가능한 일정한 수치로 통일된 안정적인 성향 위주로 답을 택했다. 수명이 비교적 높지만 약간 불안정하여 미래를 예측할 수가 없는 A회사보다 수명이 일정하여 미래를

100% 예측할 수 있으므로 건전지를 갈아 쓰기 편한 B회사를 택한 경우를 예로 들 수 있다.

여섯째, 학생들은 수학에 주관을 개입하여 생각한다. (2)번을 제외한 모든 문제에 주관성이 개입되어 있다. 문제가 묻는 바를 수학적인 내용을 바탕으로 하여 해결하지 않고 스스로 이해되는 방향으로 자신의 주관을 개입시켜 문제를 해결하기도 한다. 때에 따라서는 문제가 묻는 바를 수학적인 사실만을 바탕으로 하여 해결하지 않고, 스스로 이해되는 방향으로 자신의 주관을 개입시켜 문제를 해결하는 것이다. 그에 따라 문제에서 벗어난 근거를 제시하는 경우도 있지만, 오히려 더욱 정확하게 이해하는 경우도 있다. 주관 개입은 학생들의 문제에 대한 이해를 돕기 때문에 이의 억제 대신 가능한 주관이 많이 개입되지 않도록 적절한 상황을 제시하거나 조건을 첨가하도록 한다.

이상 초등학교 5학년 학생들이 통계적 변이성 개념과 관련하여 가지고 있는 수학적 지식의 특성을 알아보았다. 이를 미흡한 측면과 잘 알고 있는 측면으로 구분하여 알아보면 다음과 같다. 먼저 미흡한 측면을 살펴보면, 통계적 변이성을 고려해야 하는 상황에서 최고치로 판단하거나 편중성, 평균 등을 고려하는 점이다. 표나 그래프를 해석하는 능력이 미흡했고 주관을 개입하여 적절하지 않은 근거를 제시하는 경우도 있었다. 그 다음, 잘 알고 있는 측면은 두 집단 이상의 자료 비교 시 전체적인 분포나 범위를 고려한 점, 주관을 개입하여 문제 상황을 이해한 점이다. 통계적 변이성 개념에 대해 배운 적은 없지만 이를 고려해야 하는 상황에 처한 학생들은 전체적인 분포나 범위를 고려하여 즉, 통계적 변이성 개념을 고려하여 문제를 해결하였다. 주관 개입은 학생들의 문제에 대한 이해를 돕기 때문에 이의 억제 대신 가능한 주관이 많이 개입되지 않도록 적절한 상황을 제

시하거나 조건을 첨가하도록 한다.

위와 같이 미흡한 측면은 바로 잡고, 잘 알고 있는 측면은 더욱 증가시키기 위해 통계적 수업을 실시하였고 수업 도중 그리고 사후검사 결과 학생들이 통계적 변이성에 관련하여 가지고 있는 개념이나 지식의 변화 상태를 확인할 수 있었다. 통계적 변이성 수업 후에 사후검사를 실시하여 결과를 분석하였더니 미흡했던 측면이 빠르게 개선되었고 잘 알고 있던 것은 더욱 잘 이해하였음을 확인하였다. 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 통계적 변이성 개념을 정확하게 이해하였다. 동전 툽기기 게임 1차시 수업에서는 평균의 단점은 이해했지만 여전히 최적값에 의존했다. 2차시 수업에서 동전 학습지를 풀면서 최적값의 빈도수가 많더라도 바로 선택하지 않고 오차의 폭을 함께 고려하게 되었다. 최적값이 없더라도, 약간 들쭉날쭉하더라도 모든 수치를 통틀어 오차의 폭이 가장 적은 것에 우선순위를 매길 수 있었다. 이는 학생들이 통계적 변이성 개념을 정확하게 파악하고 있다는 것을 증명한다.

둘째, 통계적 변이성이 비슷한 경우 평균을 함께 고려하였다. 표준편차는 평균과는 의미가 다르지만 편차의 제곱값을 평균낸 것이므로 평균과 무관하다고 할 수는 없다. 학생들은 각 수치와 기준과의 폭을 고려하다가 비슷한 경우가 발생하자 평균을 함께 구하여 안정적으로 답을 구해냈다.

셋째, 통계적 변이성의 개념을 가르쳐주지 않고 일정값이나 최적값, 평균이 종합된 문제 상황을 바로 제시했음에도 대부분의 학생들은 통계적 변이성의 개념을 이해하고 이를 사용하여 문제를 잘 해결하였다. 최적값 뿐 아니라 실수의 폭도 중요하게 고려하며, 총점이 똑같은 문제 상황에 직면하면 통계적 변이성의 개

념을 몰라도 비형식적인 통계적 변이성 지식을 이용해 문제를 해결할 수 있다. 교사는 통계적 변이성의 개념으로 구할 수밖에 없는 상황을 제시해야 할 필요가 있겠다.

넷째, 평균이 적절하지 않은 비교 문제 상황을 통해 평균 사용의 문제점을 스스로 발견해 내고 이를 지적했다. 평균이 가장 좋음에도 1 순위가 될 수 없는 이유를 통계적 변이성의 개념과 관련지어 설명할 수 있었다.

다섯째, 표나 그래프 안의 숫자나 수치 변화에만 시선을 고정하던 학생들이 표·그래프 그리기 수업을 통해 표나 그래프 해석을 제대로 하게 되었다. 동전 툽기기 게임 수업에서 평균이나 최적값의 빈도수로 순위를 매겼던 학생들의 학습지를 보며 전체 토의를 통해 평균, 최적값의 빈도수로 순위를 매기는 것이 부적절한 이유를 스스로 파악하게 되었다. (2)번 문제의 1, 2차 사전검사 결과 2가지 변인이 복합되어 있기도 하지만 자신과 별 관련이 없는 두 학급의 키 차이를 나타낸 표에서는 표를 제대로 해석해내질 못 했으나 마찬가지로 2가지 변인이 복합되어 있음에도 불구하고 상당히 관심이 많은 점수 차이를 나타낸 표는 대부분이 제대로 해석한 경우를 보면 학생들이 상황 문제에 매우 민감하고 적절한, 관심있는 상황에 관해서는 생소한 경우라도 그 의미를 제대로 해석해 낼 수 있다는 것을 알 수 있었다. 그리고 표의 형식을 모르더라도 자신의 경험과 관련된 체력장 기록을 통해 직접 작성해보도록 했을 때 그 표에 대한 의미를 알 수 있었다. 초등수학교육 과정에서는 2가지 변인을 동시에 그래프로 나타내는 수업 내용이 없다. 비교하는 상황에서 한 눈금에 두 개 이상의 자료를 동시에 나타내지 않고 각 눈금에 1개의 값만을 나타내는 것에 제한되어 있다. 표나 그래프 해석상의 오류로 인해 문제를 제대로 풀지 못 했던 학생들

도 직접 표나 그래프를 그려보는 수업을 통해 표와 그래프에 대한 이해 및 해석 능력이 향상됐음을 볼 수 있다.

여섯째, 표·그래프 해석에 있어서 0에 대한 이해가 증가하였다. 꼭 통계적 변이성의 개념을 위해서가 아니더라도 표나 그래프 그리기 수업에 있어 0이 들어가는 상황도 고려하여 그에 대한 실수나 오류를 범하지 않도록 해야 할 것이다. 우리나라 교육과정에는 표나 그래프 상에 사이 값으로 0이 제시되는 경우가 없다. 2-나 단계에서 잠깐 실제 학급을 대상으로 봄, 여름, 가을, 겨울에 대한 선호도 조사를 직접 실시하여 표나 그래프로 그려보는 활동이 있는데 만약, 가을을 좋아하는 학생이 1명도 없다면 0의 값이 나올 수 있다. 그러나 이는 확신할 수 없는 가변적인 수 일 뿐이다. MiC 교과서에서는 자동차의 속도 변화를 이용해 0에 대한 개념을 제시하고 있다. 자동차가 몇 번이나 멈추었는지, 시간대별로 어떤 도로를 달렸는지, 제한속도를 초과했는지의 여부를 물음으로써 0에 대한 개념뿐 아니라 실제 상황과의 연계를 통해 그래프를 자연스럽게 읽을 수 있도록 하였다. 통계적 변이성 개념의 습득을 위해 두 자료 집합을 비교하는 상황에서 사이 값으로 0이 포함되는 상황이 필요할 수도 있으므로 표나 그래프, 특히 그래프 상에 0을 바르게 표현하는 것은 중요하다고 할 수 있다.

일곱째, 문제 상황을 최고값 뿐 아니라 최저값도 함께 고려해야 하는 상황으로 바꾸어주었더니 정답률이 훨씬 높아졌다. 이는 학생들이 통계적 변이성 개념을 받아들이지 못 하는 것이 아니라 통계적 변이성 개념을 고려하여야 할 만한 상황을 경험하지 못한 것을 의미한다. 1차 사후검사에서 약 70%의 학생들이 표와 그래프를 바르게 해석하여 통계적 변이성의 개념이 담긴 상황 문제를 잘 해결하였고, 그렇지

못한 학생들도 행운을 기대할 수 있는 상황보다 단 한 번의 실수가 위험을 부를 수 있는 상황, 총점을 동일하게 하고 계산하기 쉽도록 설정한 상황 등으로 바꾸어 2차 사후검사를 실시하였더니 2명을 제외한 전원이 통계적 변이성의 개념을 사용하여 문제를 해결하였다.

본 연구는 단기간에 초등학교 한 학급 학생들만을 대상으로 수업을 실시하였으므로 이후에 더 많은 수의 학생들에게 장기간의 수업을 실시하는 연구가 이어져야 할 필요가 있다.

참고문헌

- 교육인적자원부(2005). 수학 2-나, 3-나, 4-나, 5-나, 6-가. 서울교육대학교 국정도서편찬위원회.
- 교육인적자원부(2005). 초등학교 교사용 지도서 수학 5-나. 서울교육대학교 국정도서편찬위원회.
- 박은진(2004). MiC 교과서와 우리나라 수학 교과서의 대수 영역 비교. 홍익대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박주영(2004). 초등학교 확률·통계 영역의 효율적인 지도 방법에 관한 연구. 단국대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 우정호(2000). 통계교육의 개선방향 탐색. 대한수학교육학회지 학교수학, 2(1), 1-28.
- 지은정·이경화(2005). 학교 통계 교육에서 variability의 의미. 대한수학교육학회 수학교육학논총, 28, 377-391.
- Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools*. Utrecht, The Netherlands: Wilco, Amersfoort.
- Bakker, A., & Gravemeijer, K. (2004).

- Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Canada, L. D. (2004). *Elementary preservice teachers' conceptions of variation*. Portland: Portland State University.
- Moore, S. D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 126-129.
- Reading, C., & Shaughnessy, M. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Shaughnessy, J. M. (1997). Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. In F. Bidduph & K. Carr (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 6-22). Rotorua, NZ: University of Waikato.
- The Mathematics in Context Development Team (2005). Tracking graphs. In National Center for Research in Mathematical Sciences Education & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in context: A connected curriculum for grades 5-8*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical inquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Understanding of the Statistical Variation Concept of Elementary School 5th Graders and Study on its Lesson Plans

Kim, Young Mi (Cheongju Bokdae Elementary School)

Park, Young Hee (Cheongju National University of Education)

The object of this study is to understand the characteristics of mathematical knowledge that elementary 5th graders have regarding the statistical variation concept and the changes after taking lessons.

This study includes a pretest to examine the characteristics of mathematical knowledge that elementary 5th graders have regarding the statistical variation concept. And It was followed by a lesson on statistical variation concept to be able to correct error which was revealed by the inspection, and to improve good points.

It turned out that after five lessons on the statistical variation concept, the insufficient aspects were properly improved, and as for the points they already understand, they came to understand better than before. They

came to consider the statistical variation concept instead of the frequency, preponderance, average, stable traits for the optimum value. Also, through the lesson on drawing tables and graphs, they came to better understand them, analyzing correctly the exercises in which tables and graphs were combined. When comparing data sets whose general distributions and extents were similar, students came up with the right answers in a stable way by considering averages combining statistical variation too. Since they tended to interpret a situation with their own subjective views adding conditions, teachers need to examine the proper situation and conditions prior to the lessons on the statistical variation concept.

* **Key words** : statistical variation(통계적 변이성), pretest(사전 검사), table(표), graph(그래프), average(평균)

논문접수 : 2006. 7. 4

심사완료 : 2006. 8. 4