

# 로봇부하 구동용 브러시 DC 모터의 적응 퍼지 백 스텝핑 제어기 설계

김영태<sup>#</sup>

## Design of an Adaptive Fuzzy Backstepping Controller for a Brush DC Motor Turning a Robotic Load

Young-Tae Kim<sup>#</sup>

### ABSTRACT

In this paper a adaptive backstepping control scheme is proposed for control of a dc motor driving a one-link manipulator. Fuzzy logic systems are used to approximate the unknown nonlinear function including the parametric uncertainty and disturbance throughout the entire electromechanical system. A compensation controller is also proposed to estimate the bound of approximation error. Thus the asymptotic stability of the closed-loop control system can be obtained. Numerical simulations are included to show the effectiveness of the proposed controller.

**Key Words** : Fuzzy Control(퍼지 제어), Adaptive Control(적응제어), Backstepping Control(백스테핑 제어)

### 1. 서론

현재 산업계 전반에서 많이 사용되고 있는 전기기계들은 높은 정밀성을 필요로 하고 있어 그에 따른 제어기 역시 훌륭한 동작 특성이 요구되고 있다. 특히 영구자석 브러시 DC 모터 제어는 여러 관점에서 볼 때 폭넓게 연구되어 왔다.<sup>1-3</sup> 대부분의 제어 방법들은 정확한 수학적 모델에 근거하여 설계를 하지만, 실제 플랜트에 존재하는 파라미터의 불확실성, 외란, 그리고 비선형성으로 인하여 성능이 떨어지기 때문에 정확한 모델을 알지 못하는 경우에도 제어할 수 있는 방법들이 많은

연구자들의 대상이 되어왔다. 이러한 비선형 시스템에 대한 적응제어, 퍼지제어 그리고 강인 제어기 등의 개발은 그동안 많은 발전이 있었다. 특히 퍼지 논리 제어는 시스템의 수학적인 모델을 얻기가 어렵거나 불가능한 것을 보완하기 위하여 전문가의 지식과 경험을 이용할 수 있는 제어 방법이다. 몇몇 연구자들의 관련된 논문을 살펴보면 Dawson<sup>4</sup>은 단 일축 로봇 매니플레이터 구동용 브러시 DC 모터에 대한 불확실한 매개변수에도 불구하고 링크 위치를 잘 추적 할 수 있는 적분기 백 스텝핑 방법에 근거한 적응 제어기를 제안하였으며, Hu<sup>5</sup>는 유도모터로 구동되는 로봇 매니플레

접수일: 2005년 12월 23일; 게재승인일: 2006년 7월 13일  
교신저자: 동국대학교 전기공학과  
E-mail youngtae@dongguk.edu Tel. 02-2260-3349

이터 구동용 브러시 DC 모터에 대한 불확실한 매개변수에도 불구하고 링크 위치를 잘 추적 할 수 있는 적분기 백 스텝핑 방법에 근거한 적응 제어를 제안하였으며, Hu<sup>5</sup> 는 유도모터로 구동되는 로봇 매니퓰레이터의 비선형 제어를 제안하였는데 비선형 회전자 플럭스 관측기와 관측된 적분 백 스텝핑 방법을 이용하여 링크 위치를 UUB(uniformly ultimately bounded)하게 추적할 수 있음을 보여주었다. Carroll<sup>2</sup> 은 적분 백 스텝핑 방법을 이용한 고성능 모터제어를 소개하였는데 이를 이용하여 영구자석 브러시 DC 모터의 출력 피드백 제어와 임베디드 계산된 토크설계에 적용하였다. Zhu<sup>6</sup> 는 브러시 DC 모터에 의해 구동되는 RLED(rigid link electrically driven) 로봇 매니퓰레이터의 강인한 출력피드백 링크 위치 추적 제어를 제안하였는데 특히 이 제어기는 단지 링크 위치만 측정함으로써 그리고 최소한의 시스템 모델링 정보만으로 좋은 성능을 보여주었다. Queiroz<sup>7</sup> 는 브러시 DC 모터에 의해 구동되는 RLED 로봇 매니퓰레이터의 파라미터가 불확실하고 링크의 속도도 측정할 수 없는 경우에도 위치와 힘을 제어할 수 있는 방법을 제시하였다. Zhou<sup>8</sup> 는 불확실성을 지닌 비선형 시스템에 대한 강인한 축소차수 동역학 피드백 제어 방법을 제시하였으며 단 일축 로봇부하 구동용 브러시 DC 모터에 적용하여 효율성을 보여주었다.

본 논문에서는 기존의 피드백 선형 제어방법<sup>13</sup> 과 성능을 비교하기 위하여 퍼지논리 시스템이론을 백 스텝핑 제어와 적응 제어에 결합하여 시스템의 습득능력, 보편 근사 능력, 적응 능력, 그리고 외란을 제거할 수 있는 적응 퍼지 백 스텝핑 제어 방법을 브러시 DC 모터에 의해 구동되는 일축 매니퓰레이터에 적용하였다. 또한 근사 오차의 한계 값을 추정하기 위하여 보상 제어를 제시하였으며, Lyapunov 함수를 사용하여 본 논문에서 제시한 제어기가 시스템 파라미터의 불확실성에도 불구하고 안정함을 증명하였고 컴퓨터 모의실험을 통해 효율성을 입증하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 퍼지논리 시스템의 기본적인 구조를 보여주었으며, 3절에서는 적응 퍼지 백 스텝핑 제어 이론을 소개하였고, 4절에서는 모의실험을 통해 타당성을 보인다.

## 2. 퍼지 논리 시스템

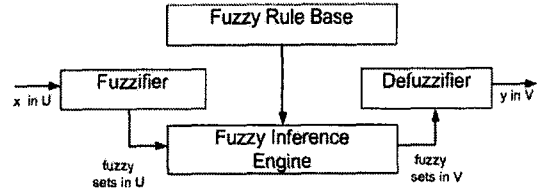


Fig. 1 Basic configuration of fuzzy system

보편적으로 3가지 형태의 퍼지 시스템이 있는데 본 논문에서는 Fig.1과 같은 형태의 퍼지 시스템을 고려하였다.

퍼지 논리 지식의 기본은 AND 와 OR 같은 퍼지 연산자, 입력, 그리고 출력들과 관련이 있는 언어적 변수 들의 집합으로 구성된 퍼지 IF-THEN 규칙들로 이루어져있다. 다중 출력 시스템은 보편적으로 단일 출력 시스템들의 그룹으로 항상 나뉘어 질 수 있으므로 다음과 같은 MISO(multi-input single-output) 규칙을 고려한다.

$$R^{(l)}: \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^l, \text{ THEN } y \text{ is } B^l \quad (1)$$

여기서,  $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in V \subset R^n$  와  $y \in R$  은 퍼지논리 시스템의 입력과 출력을 나타낸다.  $A_i^l$  와  $B^l$  는 각각 벡터  $V$  와  $R$  안에 있는 언어적 변수들의 퍼지 집합이다.  $i = 1, 2, \dots, n$  은 퍼지 입력의 수,  $l = 1, 2, \dots, m$  은 퍼지 규칙의 수를 나타낸다.

퍼지 규칙의 구현에는 여러 방법이 있으나 본 논문에서는 t-norm 퍼지 함의(fuzzy implication)<sup>9</sup>를 사용한다.

$$A_1^l \times A_2^l \times \dots \times A_n^l \rightarrow B^l \quad (2)$$

그리고

$$\begin{aligned} \mu_{A_1^l \times \dots \times A_n^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y) \\ = \mu_{A_1^l}(x_1) \star \dots \star \mu_{A_n^l}(x_n) \star \mu_{B^l}(y) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $\star$  은 t-norm 적 연산자(product operator)이며 언어 규칙 표현에서의 conjunction 은 "and"를 의미한다.

$A_x$ 을 벡터  $V$ 안에 있는 임의의 퍼지 집합이라고 하면 각각의 퍼지 규칙은 다음과 같은 sup-star 복합 추론 규칙에 근거하여  $A_x \circ R^{(i)}$ 로 표현할 수 있다.<sup>10</sup>

$$\begin{aligned} &\mu_{A_x \circ R^{(i)}}(y) \\ &= \sup_{x \in U} [\mu_{A_x}(x) \star \mu_{A'_1 \times \dots \times A'_n \rightarrow B^i}(x, y)] \end{aligned} \quad (4)$$

퍼지 disjunction으로  $m$ 개의 퍼지 규칙을 통합하면 다음과 같다.

$$\mu_{A_x \circ (R^{(1)}, \dots, R^{(m)})}(y) = \mu_{A_x \circ R^{(1)}}(y) + \dots + \mu_{A_x \circ R^{(m)}}(y) \quad (5)$$

여기서,  $+$ 은 t-conorm 이며 주로 퍼지 합집합, 대수합, 혹은 한계 합으로 정의된다. 평균 중심 값 비퍼지화(center-average defuzzification) 방법을 이용하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^m \bar{y}^l (\mu_{A_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))}{\sum_{l=1}^m (\mu_{A_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))} \quad (6)$$

여기서,  $\bar{y}^l$ 은 소속 함수  $\mu_{B^i}(y)$ 을 최대로 하는 값이다. 식(6)에서 평균중심 비퍼지화(center-average-defuzzifier), 적추론(product inference), 단일퍼지화(singleton fuzzifier)방법을 사용하면 식(7)로 표현할 수 있다.<sup>11</sup>

$$y^* = f(x) = \frac{\sum_{l=1}^m \bar{y}^l (\prod_{i=1}^n \mu_{A'_i}(x_i))}{\sum_{l=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_{A'_i}(x_i))} \quad (7)$$

만일  $\mu_{A'_i}(x_i)$ 을 고정시키고  $\bar{y}^l$ 을 조정 가능한 변수로 보면, 식 (7)은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$f(x) = \varphi^T \xi(x) \quad (8)$$

여기서,  $\varphi = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^m)^T$ 은 변수 벡터이며,  $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x))^T$ 은 다음과 같은 형태의 회귀 벡터(regressive vector)로 볼 수 있다.

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A'_i}(x_i)}{\sum_{l=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_{A'_i}(x_i))} \quad (9)$$

식 (7)과 같은 형태의 퍼지 논리 시스템은 보편적 근사기 이며<sup>11</sup>, 콤팩트(compact) 입력 공간에서 어떠한 정확도로도 모든 비선형 함수를 균일하게 근사화 할 수 있다.

### 3. 적응 퍼지 백 스텝핑 제어기 설계

#### 3.1 동역학 모델링과 문제의 정형화

Fig. 2와 같은 영구자석 브러시 DC 모터에 의해 구동되는 단일 축 직접 구동 로봇의 동역학 방정식은<sup>12</sup> 다음과 같다.

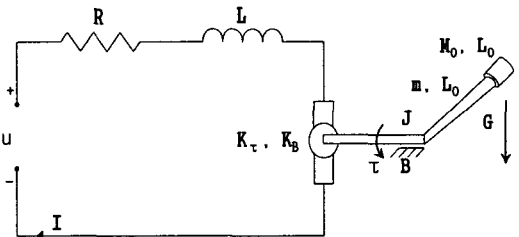


Fig. 2 Schematic of electromechanical system

$$M \ddot{q} + B \dot{q} + N \sin(q) = I \quad (10)$$

여기서,  $M = \frac{J}{K_t} + \frac{mL_0^2}{3K_t} + \frac{M_0L_0^2}{K_t} + \frac{2M_0R_0^2}{5K_t}$

$$N = \frac{mL_0G}{2K_t} + \frac{M_0L_0G}{K_t}, \quad B = \frac{B_0}{K_t}$$

$J$ 는 모터의 관성,  $m$ 은 링크의 질량,  $M_0$ 는 부하의 질량,  $L_0$ 는 링크의 길이,  $R_0$ 는 부하의 반경,  $B_0$ 는 축의 점성 마찰 계수, 그리고  $G$ 는 중력계수,  $I(t)$ 는 아마추어 모터 전류,  $q(t)$ 는 모터의 각 위치, 그리고  $K_t$ 는 아마추어 전류를 토크로 변환 하는 전기 기계적인 상수이다.

영구 자석 브러시 DC 모터의 전기적인 동역학 방정식은 다음과 같은 미분 방정식으로 표현 된다.

$$L\dot{I} = u - RI - K_B\dot{q} \quad (11)$$

여기서,  $L$  은 아마추어 인덕턴스,  $R$  은 아마추어 저항,  $K_B$  는 역기전력 계수,  $u$  는 제어 입력 전압이다.

동역학 방정식(10)에서 각 위치  $q$ , 각속도  $\dot{q}$ , 그리고 아마추어 전류  $I$  는 측정 가능한 값이며 모든 파라미터 값( $M, B, N, L, R$  그리고  $K_B$ )은 불확실 하지만 우리가 알 수 있는 최소 한계 값과 최대 한계 값 사이의 값으로 가정하자. 제어의 목적은 불확실한 파라미터에도 불구하고 원하는 궤적을 잘 추적 하도록 링크 제어를 설계하는데 있다. 이러한 제어를 설계하기 위하여 식(12)과 같이 여과된 추적 오차(filtered tracking error)를 정의한다.

$$e(t) = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (12)$$

여기서,  $\dot{q}_r = \dot{q}_d - k_1(q - q_d) - k_2 \int_0^t (q - q_d) dt$  이며

$q_d$  는 관절에서의 원하는 궤적 각 위치이고  $k_1$  와  $k_2$  는 양의 상수이다. 식(10)과 식(12)로부터 식(13)의 형태로 변할 할 수 있으며,

$$\begin{aligned} M\dot{e} &= M\ddot{q} - M\ddot{q}_r \\ &= I - B\dot{q} - N\sin(q) - M\ddot{q}_r \\ &= f_1 + I(t) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $f_1 = -B\dot{q} - N\sin(q) - M\ddot{q}_r$  는 비선형 함수이다. 오차 동역학 방정식(13)의 우변에다 가상전류(fictitious current) 제어 입력  $I_c$ <sup>14</sup> 을 식(14)와 같이 소개하면

$$\begin{aligned} M\dot{e} &= f_1 + I - I_c + I_c \\ &= f_1 + I_c - \eta \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $\eta = I_c - I$  는 기계적인 종속 시스템에서

전류동요로 생각할 수 있으며 식(14)에서 만일 전류동요  $\eta$  이 0(zero)이면 보편적인 제어방법인 적응제어, 강인제어 등을 이용하여 좋은 성능을 갖는 제어를 설계할 수 있는데<sup>13</sup> 일반적으로 전류동요  $\eta$  이 0 이 아니므로 이러한 전류 동요를 잘 보상할 수 있는 전압 제어를 본 논문에서는 두 단계로 나누어서 설계 한다.

### 3.2 제어기와 적응 알고리즘

우선 첫 번째 단계로 식(14)에서 불확실한 비선형 항  $f_1$  을 상쇄하기 위해서 식(8)과 같은 퍼지 논리 시스템  $\hat{f}_1(q|\varphi_1)$  로 대체하여 식(15)와 같은 적응 퍼지 제어를 제안한다.

$$I_c = -\hat{f}_1(q|\varphi_1) - k_3 e - \tau_{c_1} \quad (15)$$

여기서,  $k_3$  가 양의 상수인 두 번째 항은 Lyapunov 함수의 미분 값을 좀 더 큰 음수로 만들기 위하여 포함하였으며,  $\tau_{c_1}$  는 최소 근사 오차를 보상하기 위해 고려하였다. 식(15)을 식(14)에 대입하면

$$M\dot{e} = f_1 - \hat{f}_1(q|\varphi_1) - k_3 e - \tau_{c_1} - \eta \quad (16)$$

전류 동요  $\eta = I_c - I$  의 양변을 시간에 관해 미분하고 식(11)과 식(15)의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} L\dot{\eta} &= LI_c - LI \\ &= -L\hat{f}_1 - \frac{L}{M}k_3(f_1 - \hat{f}_1 - k_3 e - \tau_{c_1}) - L\dot{\tau}_{c_1} \\ &\quad + R(-\hat{f}_1 - k_3 e - \tau_{c_1}) + K_B\dot{q} + (\frac{L}{M}k_3 - R)\eta - u \\ &= -L\hat{f}_1 + (\frac{L}{M}k_3 - R)\hat{f}_1 - \frac{L}{M}k_3 f_1 + k_3(\frac{L}{M}k_3 - R)e \\ &\quad - L\dot{\tau}_{c_1} + (\frac{L}{M}k_3 - R)\tau_{c_1} + K_B\dot{q} + (\frac{L}{M}k_3 - R)\eta - u \\ &= -L\hat{f}_1 + g_2\hat{f}_1 - \frac{L}{M}k_3 f_1 + k_3 g_2 e - L\dot{\tau}_{c_1} + g_2 \tau_{c_1} \\ &\quad + K_B\dot{q} + g_2 \eta - u \\ &= f_2 + g_2 \eta - u \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$f_2 = -L\dot{\hat{f}}_1 + g_2\hat{f}_1 - \frac{L}{M}k_3\dot{f}_1 + k_3g_2e - L\tau_{c_1} + g_2\tau_{c_1} + K_B\dot{q}$$

$$g_2 = \frac{L}{M}k_3 - R \text{ 이다.}$$

$f_2$  는 매우 복잡한 비선형 항이며, 상수 값  $k_3$  는  $g_2$  가 항상 양의 값이 되도록 선정한다. 불확실한 파라미터인  $L, M$  그리고  $R$  의 한계 값에 의하여  $g_2$  의 상부 한계 값  $g_{2h}$  는 존재한다. 두 번째 단계로 복잡하고 불확실한 비선형 항  $f_2$  을 상쇄 하기 위하여 식(8)과 같은 퍼지 논리 시스템  $\hat{f}_2(q|\varphi_2)$  로 대체한다. 그리고 전류동요  $\eta$  을 가능한 한 적은 값을 갖게 하도록 식(18)과 같은 적응 퍼지 제어기를 제안한다.

$$u = \hat{f}_2(q|\varphi_2) + (k_4 + g_{2h})\eta + \tau_{c_2} \quad (18)$$

여기서,  $k_4$  는 양의 상수 이며,  $\tau_{c_2}$  는 최소 근사 오차를 보상하기 위하여 고려하였다. Fig.3 는 영구 자석 브러시 DC 모터에 의해 구동되는 단일 축 로봇의 백 스텝핑 방식을 이용한 적응 퍼지 제어기인 식(15) 와 식(18)의 실제 구현을 나타내며 식(18)을 식(17)에 대입하면,

$$L\dot{\eta} = f_2 - \hat{f}_2(q|\varphi_2) - k_5\eta - \tau_{c_2} \quad (19)$$

여기서,  $k_5 = k_4 + g_{2h} - g_2$  이며 항상 양의 상수 이다. 다음과 같은 최적 변수 벡터(optimal parameter vector)  $\varphi_i^*$  와 최소 근사 오차(minimum approximation error)  $w_i$  을 정의 한다.

$$\begin{aligned} \varphi_i^* &= \underset{\varphi_i}{\operatorname{argmin}}[\sup |f_i - \hat{f}_i(q|\varphi_i)|] \quad (20) \\ w_i &= f_i - \hat{f}_i(q|\varphi_i^*) \\ i &= 1, 2 \end{aligned} \quad (21)$$

식(16)과 식(18)에 위의 정의를 이용하면 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$M\dot{e} = \phi_1\xi(q) - k_3e + w_1 - \tau_{c_1} - \eta \quad (22)$$

$$L\dot{\eta} = \phi_2\xi(q) - k_5\eta + w_2 - \tau_{c_2} \quad (23)$$

여기서,  $\phi_i = \varphi_i^* - \varphi_i$ ,  $i = 1, 2$  그리고  $\xi(q)$  는 식(9) 와 같은 퍼지 기저 함수(fuzzy basis function)이다.

본 논문에서 제안한 적응 퍼지 백 스텝핑 제어기인 식(15) 와 식(18)의 타당성과 시스템의 안정성을 증명하기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 고려한다.

$$V_1 = \frac{1}{2}Me^2 + \frac{1}{2}L\eta^2 + \frac{1}{2r_1}\phi_1^2 + \frac{1}{2r_2}\phi_2^2 \quad (24)$$

여기서,  $r_1$  과  $r_2$  는 양의 상수 이다. 식(24)의 양변을 미분하고 식(22)과 식(23)을 이용하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= Me\dot{e} + L\eta\dot{\eta} + \frac{1}{r_1}\phi_1\dot{\phi}_1 + \frac{1}{r_2}\phi_2\dot{\phi}_2 \\ &= e[\phi_1\xi(q) - k_3e + w_1 - \tau_{c_1} - \eta] + \eta[\phi_2\xi(q) - k_5e + w_2 - \tau_{c_2}] \\ &\quad + \frac{1}{r_1}\phi_1\dot{\phi}_1 + \frac{1}{r_2}\phi_2\dot{\phi}_2 \\ &= -[e \ \eta] \begin{bmatrix} k_3 & 0.5 \\ 0.5 & k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \eta \end{bmatrix} + \frac{1}{r_1}\phi_1[r_1e\xi(q) + \dot{\phi}_1] \\ &\quad + \frac{1}{r_2}\phi_2[r_2\eta\xi(q) + \dot{\phi}_2] + ew_1 - e\tau_{c_1} + \eta w_2 - \eta\tau_{c_2} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,  $ew_1$  과  $\eta w_2$  는 최소 근사 오차와 비슷한 값이며 보편적 근사 정리<sup>11</sup>(universal approximation theorem)에 의하여  $w_1$  과  $w_2$  는 매우 작은 값이 됨을 알 수 있으며 최대 한계 값  $w_{\Delta 1}$  과  $w_{\Delta 2}$  가 존재한다고 가정하자. 즉  $|w_i| \leq w_{\Delta i}$ ,  $i = 1, 2$  만일 적응제어 법칙과 보상제어 법칙을 식(26) 와 같이 선택하면

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= -\dot{\phi}_1 = r_1e\xi(q) & \tau_{c_1} &= w_{\Delta 1} \operatorname{sgn}(e) \\ \dot{\phi}_2 &= -\dot{\phi}_2 = r_2\eta\xi(q) & \tau_{c_2} &= w_{\Delta 2} \operatorname{sgn}(\eta) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,  $sgn(\cdot)$  은  $sign$  함수이다.

그러면 방정식(25) 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -[e \ \eta] \begin{bmatrix} k_3 & 0.5 \\ 0.5 & k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \eta \end{bmatrix} + ew_1 - |e|w_{\Delta_1} + \eta w_2 - |\eta|w_{\Delta_2} \\ &\leq -x^T Q x + |e|(w_{\Delta_1} + |w_1|) - |\eta|(w_{\Delta_2} + |w_2|) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서,  $Q = \begin{bmatrix} k_3 & 0.5 \\ 0.5 & k_5 \end{bmatrix}$ ,  $x = [e \ \eta]^T$

본 논문에서 제시한 두 개의 적응 퍼지 백 스텝 평 제어기 식(15) 와 식(18)의 조정 가능한 이득 값  $k_3$  와  $k_4$  을 다음과 같은 부등식(28)을 만족 하도록 선택하면

$$k_3 k_5 > k_3 k_4 > \frac{1}{4} \quad (28)$$

행렬  $Q$  는 항상 양 한정(positive definite)이 되고 식(27)은 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 \leq 0 \quad (29)$$

식(29)로 부터  $x(t)$  는 한정(bounded)임을 알 수 있으며  $-\dot{V}_1$  을 0(zero) 에서 시간  $t$  까지 적분을 취하면

$$\int_0^t -\dot{V}_1 d\tau = V_1((x(0), 0) - V_1(x(t), t)) \quad (30)$$

그러므로  $V_1(x(t), t)$  는 한정이며 증가하지 않는 함수이다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t -\dot{V}_1 d\tau < \infty \quad (31)$$

Barbalat's 정리<sup>13</sup> 에 의해서  $\lim_{t \rightarrow \infty} (-\dot{V}_1) = 0$  이 되며  $x(t)$  는  $t \rightarrow \infty$  일 때 0(zero)으로 수렴함을 알 수 있다. 따라서 추종오차  $e(t)$  와 전류동요  $\eta(t)$  는 영(zero)으로 수렴하게 되며 시스템은 논문에서 제시한 제어기에 의해 점근 안정(asymptotic stability)하게 제어된다.

### 3.3 한계추정방법

보상제어기 식(26) 는 슬라이딩 평면위에서 매우 빠르게 스위칭을 하므로 진동현상이 나타나며 또한 실제로 응용하는데 있어서 최소 근사 오차에 대한 한계 값도 알아야 한다는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 적응 퍼지 제어 법칙과 연계하여 한계 추정(bound estimation) 방법을 제안 한다.

식(26)에서  $w_{\Delta_i}$  을 추정 값  $\hat{w}_{\Delta_i}(t)$  로 대신하면

$$\tau_{\phi_1} = \hat{w}_{\Delta_1}(t) sgn(e(t)) \quad (32)$$

$$\tau_{\phi_2} = \hat{w}_{\Delta_2}(t) sgn(\eta(t)) \quad (33)$$

식(24)에 한계 추정 오차를 포함한 식(34)과 같은 Lyapunov 함수를 고려한다.

$$V_2 = \frac{1}{2} x^T(t) D x(t) + \frac{1}{2} \phi^T R^{-1} \phi + \frac{1}{2} \tilde{w}^T S^{-1} \tilde{w} \quad (34)$$

여기서,  $x(t) = [e(t) \ \eta(t)]^T$ ,  $D = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}$ ,

$$\phi = [\phi_1 \ \phi_2]^T, \quad R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{w} = [\tilde{w}_{\Delta_1}(t) \ \tilde{w}_{\Delta_2}(t)]^T, \quad \tilde{w}_{\Delta_i} = w_{\Delta_i} - \hat{w}_{\Delta_i}(t), \quad i = 1, 2$$

$s_1, s_2$  는 적응이득(adaptation gain) 이며 양의 상수 값이다.

식(34)을 추정오차  $e(t)$  와  $\eta(t)$  의 동역학 방정식을 따라 시간에 관해 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{2} \dot{x}^T(t) D x(t) + \frac{1}{2} x^T D \dot{x}(t) + \frac{1}{2} \dot{\phi}^T R^{-1} \phi + \frac{1}{2} \phi^T R^{-1} \dot{\phi} \\ &\quad + \frac{1}{2} \dot{\tilde{w}}^T S^{-1} \tilde{w} + \frac{1}{2} \tilde{w}^T S^{-1} \dot{\tilde{w}} \\ &= -x(t)^T Q x(t) + \frac{1}{r_1} \phi_1 [r_1 e \xi(q) + \dot{\phi}_1] + \frac{1}{r_2} \phi_2 [r_2 \eta \xi(q) + \dot{\phi}_2] \\ &\quad + ew_1 - |e|w_{\Delta_1} + \frac{1}{s_1} \tilde{w}_{\Delta_1} (s_1 |e| + \dot{\tilde{w}}_{\Delta_1}) \\ &\quad + \eta w_2 - |\eta|w_{\Delta_2} + \frac{1}{s_2} \tilde{w}_{\Delta_2} (s_2 |\eta| + \dot{\tilde{w}}_{\Delta_2}) \end{aligned} \quad (35)$$

만일 적응제어 법칙과 보상제어 법칙을 식(36) 와 같이 선택하면

$$\dot{\varphi}_1 = -\dot{\phi}_1 = r_1 e \xi(q) \quad \dot{w}_{\Delta 1} = -\dot{w}_{\Delta 1} = s_1 |e| \quad (36)$$

$$\dot{\varphi}_2 = -\dot{\phi}_2 = r_2 \eta \xi(q) \quad \dot{w}_{\Delta 2} = -\dot{w}_{\Delta 2} = s_2 |\eta|$$

식(35)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -x(t)^T Q x(t) + e w_1 - |e| w_{\Delta 1} + \eta w_2 - |\eta| w_{\Delta 2} \\ &\leq -x(t)^T Q x(t) - |e|(w_{\Delta 1} + |w_1|) - |\eta|(w_{\Delta 2} - |w_2|) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

따라서 위의 논의로부터 본 논문에서 제시한 한계 추정할 수 있는 적응 퍼지 백 스테핑 제어기는 점근 안정임을 알 수 있다.

#### 4. 모의실험

본 장에서는 앞 절에서 제안한 적응 퍼지 백 스테핑 제어방법과 기존의 피드백 선형화(feedback linearization)<sup>13</sup> 방법의 성능을 비교한다. 시스템 동역학 방정식(10)과 (11)를 피드백 선형화 하기 위하여 다음과 같이 상태공간으로 표현하면

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u \quad (38)$$

여기서,  $X = [x_1, x_2, x_3]^T = [q, \dot{q}, I]^T$   
 $f(X) = [x_2, -(N \sin(x_1) + Bx_2 - x_3)/M, -(K_B x_2 + R x_3)/L]^T$   
 $g(X) = [0 \ 0 \ 1/L]^T$  이다.

만일 단일 축 직접 구동 로봇과 브러시 DC 모터에 각각 외란  $\tau_{d1}$  과  $\tau_{d2}$  을 갖는 다면, 실제 다이나믹스는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u + \tau_d \quad (39)$$

여기서,  $\tau_d = [0 \ \tau_{d1}/M \ \tau_{d2}/L]^T$  이다. 비선형 상태 변환 식(40)과 입력 변환 식(41)로부터 선형방정식(42)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_2 \\ z_3 &= -[N \sin(x_1) + Bx_2 - x_3]/M \end{aligned} \quad (40)$$

$$u(x) = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (41)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \alpha(x) &= LN x_2 \cos(x_1) - \frac{LBN}{M} \sin(x_1) + (K_B - \frac{LB^2}{M})x_2 \\ &\quad + (R + \frac{LB}{M})x_3 \\ \beta(x) &= ML \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= v \end{aligned} \quad (42)$$

변형된 선형 방정식(42)에 대한 피드백 선형 제어기  $v = q_d^{(3)} - h_1(z_3 - q_d^{(2)}) - h_2(z_2 - \dot{q}_d) - h_3(z_1 - q_d)$  을 설계 한다. 여기서, 계수 값들을 극점들이 (-20, -20, -20)에 있도록 선택 하면  $h_1 = 60$ ,  $h_2 = 1200$ ,  $h_3 = 8000$  이다. 다음은 본 논문에서 제안한 적응 퍼지 백 스테핑 제어기에 대한 모의실험에서 사용되어진 변수 값들과 제어기 이득들이다. 여기서  $k_1$  과  $k_2$  도 극점들이 (-20, -20)에 있도록 선정한다.

파라미터값

- $J = 1.625 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $m = 0.506 \text{ kg}$
- $M_0 = 0.434 \text{ kg}$ ,  $L_0 = 0.305 \text{ m}$ ,  $R_0 = 0.023 \text{ m}$
- $B_0 = 16.25 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$
- $L = 25.0 \times 10^{-3} \text{ H}$ ,  $R = 5.0 \ \Omega$
- $K_r = K_B = 0.9 \text{ N} \cdot \text{m/A}$

제어기 이득

- $k_1 = 40$ ,  $k_2 = 400$ ,  $k_3 = 25$ ,  $k_4 = 7$
- $r_1 = 200$ ,  $r_2 = 300$
- $s_1 = 0.001$ ,  $s_2 = 0.001$

기준 경로

- $q_d(t) = 0.3[0.8\pi t - \sin(0.8\pi t)]$

외란

- $\tau_{d1} = 0.2 \sin(0.1t)$
- $\tau_{d2} = 0.2 \cos(0.1t)$

파라미터변화( $t = 1.2 \text{ sec.}$ )

- $M_0 = 0.434 \text{ kg} \rightarrow 0.7 \text{ kg}$
- $K_r = 0.9 \text{ N} \cdot \text{m/A} \rightarrow 0.8 \text{ N} \cdot \text{m/A}$
- $B_0 = 0.01625 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad} \rightarrow 0.01 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$

소속함수

- $\mu_{pm}(x) = \exp(-(x-1)^2)$
- $\mu_{zo}(x) = \exp(-x^2)$
- $\mu_{nm}(x) = \exp(-(x+1)^2)$

모의실험에서 제어기의 적응성과 외란을 제거할 수 있는 능력을 비교하기 위해서 내부 파라미터 변화와 외란이  $t = 1.2$  초에 생긴다고 가정하였다. Fig.4는 기존의 피드백 선형화 제어기에 대한 응답을 나타내며 초기 시간부터 1.2초 구간(파라미터 변화와 외란이 없는 경우)동안에는 기준 궤적경로로 잘 추적함을 알 수 있다. 그러나 그 후에는 외란과 파라미터 변화에 의해 오차가 발생함을 보이고 있다. Fig. 5는 같은 조건하에서 논문에서 제안한 제어기의 성능을 나타내며 초기 위치가 큰 차이가 있을 경우에도 빠른 시간 안에 기준 궤적경로로 잘 추적함을 알 수 있다. 또한, 제어기는 파라미터에 대한 불확실성과 외란을 훌륭하게 극복할 수 있음을 보이고 있다. Fig. 6과 Fig. 7는 파라미터 변화와 외란이  $t = 1.2$  초에 발생하고 초기 위치가  $q(0) = 0.0$  일 때 한계 추정(bound estimation)을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대한 제어 토크를 나타내며 한계추정을 제어기에 고려함으로써 진동현상(chattering phenomena)을 줄일 수 있음을 보이고 있다.

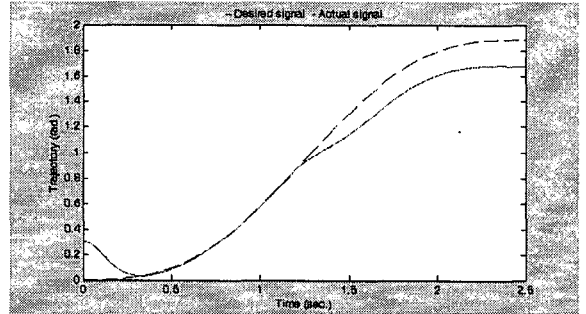


Fig. 4 Trajectory of the joint angle for initial position  $q(0) = 0.3$

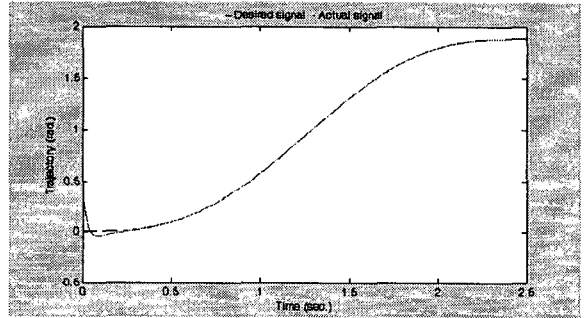


Fig. 5 Trajectory of the joint angle for initial position  $q(0) = 0.3$

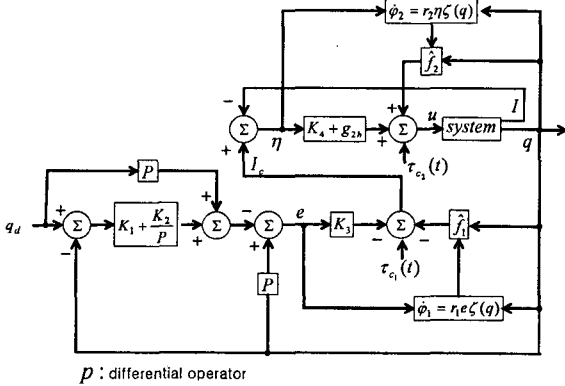


Fig. 3 Control system with adaptive fuzzy backstepping controller

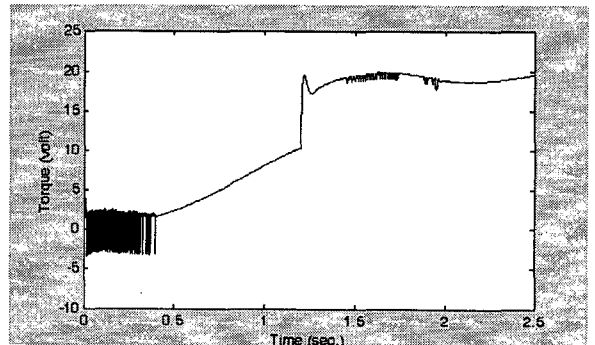


Fig. 6 Torque without bound estimation



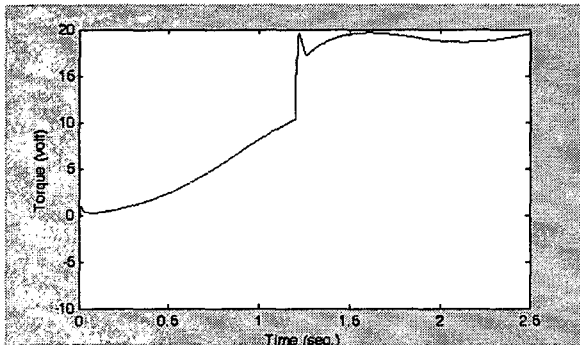


Fig. 7 Torque with bound estimation

### 5. 결론

본 논문에서는 기존의 피드백 선형 제어방법과 성능을 비교하기 위하여 퍼지 논리와 백 스텝핑 방법을 적용 제어에 결합하여 시스템의 습득능력, 보편 근사 능력, 적응 능력, 그리고 왜란을 제거할 수 있는 적응 퍼지 백 스텝핑 제어 방법을 일축 매니플레이터를 구동하는 브러시 DC 모터 제어에 적용하였다. 식(22) 와 식(23)에서 두 개의 다른 근사기  $\hat{f}_1, \hat{f}_2$  을 제시하였는데 같은 회귀벡터를 사용할 수 있는 장점이 있으며 여과된 추적오차  $e(t)$  을 소개함으로써 기존의 PID(proportional, integral and derivative) 제어기의 장점을 적응 퍼지 제어에 접목하였고 특히 적분 항을 고려함으로써 정상 상태 오차를 줄일 수도 있었으며 모의실험을 통하여 제어기의 효율성을 입증하였다.

### 참고문헌

1. Burg, T., Dawson, D., Hu, J. and Queiroz, M., "An adaptive partial state-feedback controller for RLED robot manipulators," IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 1024-1030, 1996.
2. Carrol, J. and Dawson, D., "Integrator backstepping techniques for the tracking control of permanent magnet brush DC motors," IEEE Trans. Industry Application, pp. 248-255, 1995.
3. Attaianese, C., Perfetto, A. and Tomasso, G., "Robust position control of DC drivers by

- means of  $H^\infty$  controllers," IEE Proc. Electr. Power Appl., pp. 391-396, 1999.
4. Dawson, D., Carroll, J. and Schneider, M., "Integrator backstepping control of a brush DC motor turing a robotic load," IEEE Trans. Control Systems Technology, pp. 233-244, 1994.
5. Hu, J., Qian, Y. and Dawson, D., "Semiglobal tracking control of robot manipulators driven by induction motors without flux measurement," Proc. of the ASME Winter Mtg., New Orleans, LA, DSC-Vol. 49, pp. 143-153, 1993.
6. Zhu, Y., Dawson, D., Burg, T. and Hu, J., "A robust output feedback link position tracking controller for BDC RLED robots," Proc. of the 4th IEEE Conference on Control Application, pp. 904-909, 1995.
7. Queiroz, D., Dawson, D. and Canbolat, H., "Adaptive position/force control of BDC-RLED robots without velocity measurements," Proc. of the 1997 IEEE International Conference On Robotics And Automation, ABQ, NM, pp. 525-530, 1997.
8. Zhou, J., Zhou, R. and Wang, Y., "Robust nonlinear reduced-order dynamic controller design and its application to a single link manipulator," Proc. of the 2001 IEEE International Conference On Robotics And Automation, Seoul, Korea, pp. 1149-1154, 2001.
9. Lee, C., "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, parts I and II," IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, pp. 404-435, 1990.
10. Zadeh, L., "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, pp. 28-44, 1973.
11. Wang, L. X. and Mendel, J. M., "Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least squares learning," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, pp. 808-814, 1992.
12. Spong, M. and Vidyasagar, M., "Robot Dynamics and Control," New York: Wiley, 1989.

13. Slotine, J. J. E. and Li, W., "Applied Nonlinear Control," Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
14. Kokotovic, P., Editor, "Foundations of Adaptive Control," Lecture Notes in Control and Information Sciences. Berlin, Germany: Springer-Verlag, Vol. 160, 1991.