

< 기술논문 >

## 다차원 스펙트럼 해석법을 이용한 비정상 소음·진동 신호의 소음원 규명

심현진\* · 이해진\* · 이유엽\*\* · 이정윤\*\*\* · 오재응†

(2005년 12월 6일 접수, 2006년 7월 5일 심사완료)

### Source Identification of Non-Stationary Sound·Vibration Signals Using Multi-Dimensional Spectral Analysis Method

Hyoun-Jin Sim, Hae-Jin Lee, You-Yub Lee, Jung-Youn Lee and Jae-Eung Oh

**Key Words :** Time-Frequency Analysis(시간-주파수해석), Coherence(기여도), MDSA(다차원스펙트럼해석), Source Identification(소음원 규명), Non-Stationary Signal(비정상)

#### Abstract

In this paper, time-frequency analysis and multi-dimensional spectral analysis methods are applied to source identification and diagnostic of non-stationary sound·vibration signals. By checking the coherences for concerned time, this simulation is very well coincident to expected results. The proposed method analyzes the signal instantaneously in both time and frequency domains. The MDSA (Multiple Dimensional Spectral Analysis) analyzes the signal in the plane of instantaneous time and instantaneous frequency at the same time. And it was verified by using the 1500cc passenger car which is accelerated from 70 Hz to 95 Hz in 4 seconds, the proposed method is effective in determining the vehicle diagnostic problems.

#### 1. 서론

실제 구조물의 경우 진동 및 소음상태가 매우 복잡할 뿐 아니라 여러 개의 진동/소음원이 존재하고 이들의 상관관계가 존재할 때가 많으므로 구조물의 해석이 더욱 복잡하고 어려워진다.

이와 같이 복잡한 구조물일 경우에는 가진력과 구조물의 전달함수를 정확하게 파악하기 어려우므로 주파수영역에서 해석하는 방법을 주로 이용해왔다. 종래에는 이런 주파수 응답함수(FRF)법을 많이 이용하였지만 이 방법은 각 진동/소음원의 입력간 신호들 사이에 상관관계가 존재하는 경우

매우 복잡할 뿐만 아니라 정확한 결과를 도출하기 어렵다. 따라서 진동/소음 현상이 복잡하게 일어나는 실제 계를 해석하는 경우 진동/소음원 간의 상관 성분을 제거하여 각 부품들의 순수한 기여량을 알 수 있는 다차원 스펙트럼 해석법을 적용하게 된다. 다차원 해석법은 알고자 하는 관심주파수에서의 부품별 소음 기여량을 추출해 낼 수 있고, 직접 측정할 수 없거나 곤란한 대상에 대해서도 신호처리적인 해석적인 방법을 통하여 소음 기여량을 추출해 낼 수 있다.<sup>(1)</sup>

종래의 다중 입력원에 대한 진동/소음원 규명에 관한 연구는 진동/소음원의 위치 결정뿐만 아니라 가장 중요하게 영향을 미치는 진동·소음원에 대한 규명의 연구가 여러 접근 방법으로 시도되었다.<sup>(2-5)</sup>

MISO(Multi Input Single Output)모델의 기법을 적용한 디젤엔진<sup>(6)</sup> 및 단조 햄머<sup>(7)</sup>의 표면방사소음을 규명한 연구도 진행되었다. MISO 모델의 진동/소음원 규명시 입력원들간에 상호 상관이 존재하

† 책임저자, 정회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : jeoh@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0452 FAX : (02)2299-3153

\* 한양대학교 기계공학과

\*\* 회원, 호원대학교 자동차 기계공학부

\*\*\* 회원, 경기대학교 기계시스템디자인공학부

는 경우 이들을 무상관으로 변환하는 방법으로 부분기여함수(PCF, Partial Coherence Function)를 적용<sup>(4,5,8)</sup>하거나 가상적인 입력원에 의한 가상기여함수를 적용<sup>(9,10)</sup> 하는 방법 등이 이루어졌다.

이상의 연구는 정상신호인 경우를 대상으로 하였으나, 대부분의 물리적인 현상은 비정상성을 가지고 있기 때문에 이에 대한 연구의 필요성이 제기되었다. 이에 따라 본 연구에서는 시간 성분을 파악할 수 없게 되는 기존의 방법을 보완하고 시간-주파수 해석을 병행하여 비정상 신호의 진동·소음원을 규명하고자 한다. 나아가 입력원에 대해 이상 신호(예를 들면 균열이나 충격)가 포함된 비정상신호를 입력신호들로 하는 경우에 대한 해석을 통하여 이상진단을 검출할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 그리고 본 연구에서는 자동차의 급가속 시 발생하는 흡기 소음 등과 같은 비정상적(non-stationary)인 실제 입력 신호에 대하여 3 입력/1 출력 시스템을 구성하고, 이들 입력이 출력에 미치는 영향을 시간-주파수 해석기법(Time-Frequency Analysis)과 다차원 스펙트럼 해석 기법(Multi-Dimensional Spectral Analysis)을 병행하여 파악하고자 하였다.

## 2. 이론

### 2.1 시간-주파수 해석(Time-Frequency Analysis)

함수  $\phi(t) \in L^2(R)$  가 실수값을 갖는 창함수이면, 곱  $x(t)\phi(t-b) = f_b(t)$  은  $t=b$  부근에서  $x(t)$  의 정보를 포함하게 된다. 변수  $b$  를 변경함에 따라 창함수를 시간축 상으로 움직일 수 있고 다른 구간들에 대해서도 함수  $x(t)$  의 국부적인 특징을 해석할 수 있게 된다.

창함수에서 가장 중요한 두개의 매개변수는 이 함수의 중심(center)과 폭(width)이다. 일반적인 창함수  $\phi(t)$  의 경우, 중심  $t^*$  는 다음과 같이 정의한다.

$$t^* := \frac{1}{\|\phi\|^2} \int t|\phi(t)|^2 dt \quad (1)$$

또, RMS 반경  $\Delta_\phi$  는 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta_\phi := \frac{1}{\|\phi\|^2} \left[ \int (t-t^*)^2 |\phi(t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (2)$$

이와 유사하게 중심이  $\omega^*$  이고 RMS 반경이  $\Delta_\phi$  인 주파수창  $\Phi(\omega)$  도 정의할 수가 있다.

$$\omega^* := \frac{1}{\|\Phi\|^2} \int \omega |\Phi(\omega)|^2 d\omega \quad (3)$$

$$\Delta_\phi = \frac{1}{\|\Phi\|^2} \left[ \int (\omega - \omega^*)^2 |\Phi(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} \quad (4)$$

단시간 푸리에변환(Short Time Fourier Transform; STFT)은 위와 같은 시간 창을 이용하게 된다.

시간  $t=b$  부근에서 주파수 성분을 추정하고자 하면 STFT는 다음의 식과 같다.

$$STFT_\phi(b, \xi) := \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\phi_{b,\xi}^*(t) dt \quad (5)$$

여기서,  $\phi_{b,\xi}(t) = \phi(t-b)e^{j\xi t}$

### 2.2 다차원 스펙트럼 해석기법

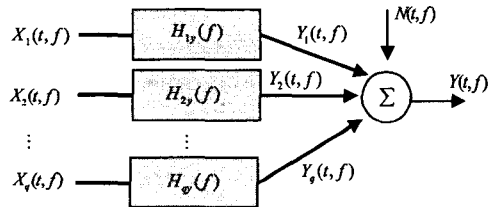
MISO 모형인  $q$  개의 입력  $x_i(t)$  에 대한 출력  $y(t)$  는 중첩 적분(convolution integral)에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^q \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x_i(t-\tau) d\tau \quad (6)$$

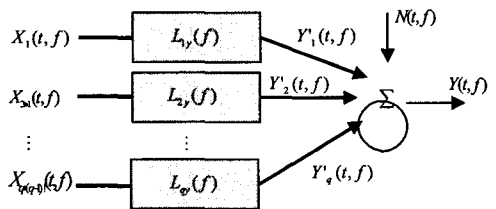
Fig. 1(a)는 다중입력과 출력사이에 입력간의 상관관계가 존재하는 경우이고, (b)의 경우는 입력간의 상관관계를 제거한 후의 MISO 모형을 나타내고 있다. (a)의 경우 상호스펙트럼을 구하면 다음과 같다.

$$S_y(t, f) = \sum_{j=1}^q H_j(f)S_{x_j}(t, f) + S_n(t, f) \quad (7)$$

$(j=1, 2, \dots, q)$



(a) Inputs can be correlated.



(b) Mutually uncorrelated inputs

Fig. 1 MISO model

이러한 자기 및 상호 스펙트럼을 이용하면, 일반 기여도함수(OCF; Ordinary Coherence Function)를 계산할 수 있다.

$$\gamma_{iy}^2(t, f) = \frac{|S_{iy}(t, f)|^2}{S_{ii}(t, f)S_{yy}(t, f)} \quad (8)$$

잡음에 대한 자기스펙트럼을 구하면 다음의 식과 같다.

$$\begin{aligned} S_{nn}(t, f) = & S_{yy}(t, f) - \sum_{i=1}^q H_i(f)S_{yi}(t, f) \\ & + \sum_{j=1}^q H_j^*(f)S_{yj}(t, f) \\ & + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q H_j^*(f)H_i(f)S_{ji}(t, f) \end{aligned} \quad (9)$$

최적 전달 함수는 가능한 모든  $H_j(f)$ 에 대해서  $S_{nn}(t, f)$ 를 최소로 하는 값으로서 정의된다.

$$\frac{\partial S_{nn}(t, f)}{\partial H_j(f)} = 0, \quad \frac{\partial S_{nn}(t, f)}{\partial H_j^*(f)} = 0 \quad (10)$$

이 계산에 의하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$S_{iy}(t, f) = \sum_{i=1}^q H_i S_{ji}(t, f) \quad (11)$$

이러한 최적 전달함수를 이용한 주파수 영역에서  $Y(t, f)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$Y(t, f) = \sum_{i=1}^q L_{iy}(f)X_{i(i-1)}(t, f) + N(t, f) \quad (12)$$

여기서,  $X_{i(i-1)}(f)$ 는 입력  $X_i(f)$ 에서 최적 선형 기법을 이용하여  $X_1(f)$ 로부터  $X_{(i-1)}(f)$ 까지의 선형성분을 제거한 신호이다.

잔차 자기 및 상호 스펙트럼(Residual auto-spectrum and cross spectrum)은 다음과 같이 정의된다.

$$S_{ij;r1}(t, f) = \frac{1}{T} E[X_{j;r1}^*(t, f)X_{j;r1}(t, f)] \quad (13)$$

$$S_{ij;r1}(t, f) = \frac{1}{T} E[X_{i;r1}^*(t, f)X_{j;r1}(t, f)] \quad (14)$$

다중입력/단일출력 모형으로 변형한 경우,  $i$ 번째 입력이 출력에 기여하는 정도를 부분기여도함수(PCF, Partial Coherence Function)로 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \gamma_{iy;q1}^2(t, f) = & \frac{|S_{iy;q1}(t, f)|^2}{S_{ii;q1}(t, f)S_{yy;q1}(t, f)} \quad (15) \\ & (q < i, i = 1, 2, \dots, q) \end{aligned}$$

### 3. 시뮬레이션

#### 3.1 입력신호의 선정

0.8초 동안 1024개의 데이터를 가진 Fig. 2와 같은 신호를 대상으로 시뮬레이션을 수행하였다. 이들 입출력은 시간에 따라 주파수가 선형적으로 변화하는 chirp신호를 이용하였으며,  $x_1(t)$ 은 0-0.4초 사이에 주파수가 0-250Hz까지 변화하고,  $x_2(t)$ 은 0.2-0.6초 사이에 50-300Hz까지 변화하며,  $x_3(t)$ 은 0.4-0.8초 동안 100-350Hz까지 주파수가 선형적으로 변하며, 출력  $y(t)$ 은 이들 3개 입력의 합으로 정하였다. Fig. 3은 입력 3개와 출력 1개에 대한 Spectrogram을 나타낸다.

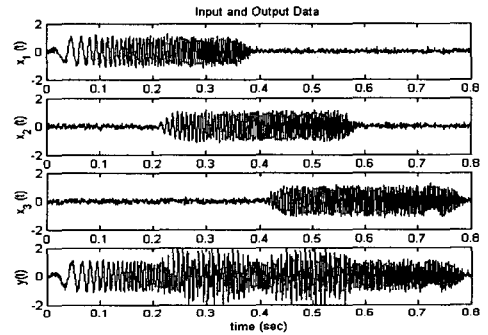


Fig. 2 Input and output signals.

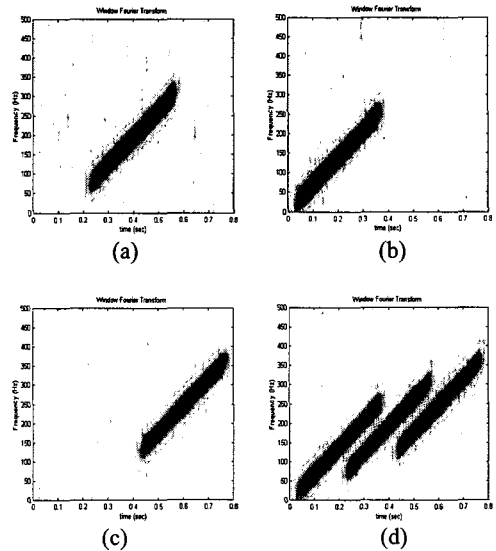


Fig. 3 Spectrogram; (a)  $x_1(t)$ , (b)  $x_2(t)$ , (c)  $x_3(t)$ , (d)  $y(t)$

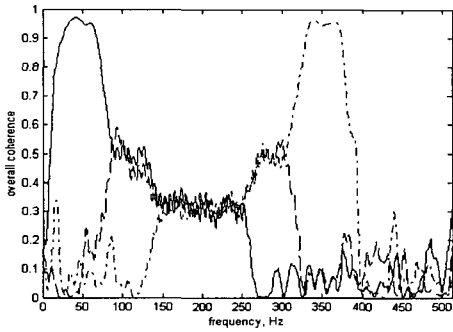


Fig. 4 Overall coherence ; ( $x_1$  : —,  $x_2$  : ---,  $x_3$  : -.-)

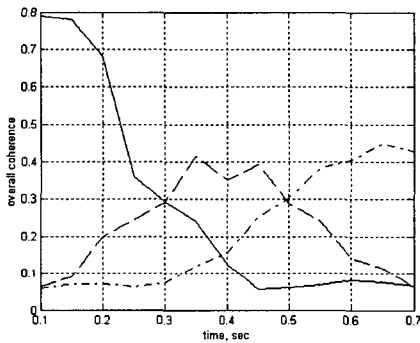


Fig. 5 Coherence distribution with time ; ( $x_1$  : —,  $x_2$  : ---,  $x_3$  : -.-)

3.2 시간 변화에 따른 기여도의 변화

Fig. 4는 전구간에 대한 기여도를 나타내고 있다. 입력신호에서 알 수 있듯이 0-50Hz부근은  $x_1(t)$  이 그리고 350-400Hz에서는  $x_3(t)$ 가 출력에 크게 기여함을 알 수 있다.

Fig. 5는 시간의 변화에 따라 각 입력신호가 출력에 어떻게 기여하는지를 파악하기 위하여 각 시간 별 전 주파수 구간에 대한 기여도의 평균값을 보여주고 있다.

그림에서 알 수 있는 바와 같이 시간이 증가해 감에 따라 0-0.3 초 구간에서는  $x_1(t)$ 에 의한 기여도가 가장 크게 나타났고, 0.3-0.6 초 구간에서는  $x_2(t)$ 가 그리고 0.6 초 이상의 구간에서는  $x_3(t)$ 에 의한 기여도가 가장 크게 나타남으로써 시간의 변화에 따라 물리적 특성이 변화하는 비정상신호의 기여도변화를 파악할 수 있었다.

3.3 입력원에 충격 가진 신호를 추가한 경우

Fig.6 과 같이 3.1 절의 신호 중 입력 1 에 대해 시간 0.1 초에서 충격 가진이 가해진 경우의 신호

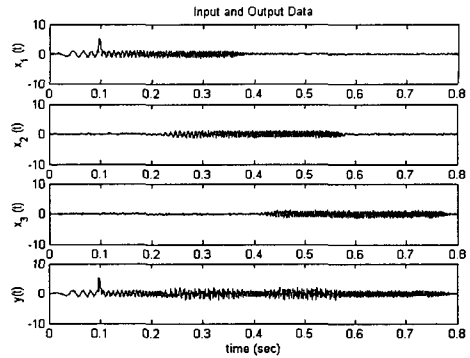


Fig. 6 Impulse added Input/output signals

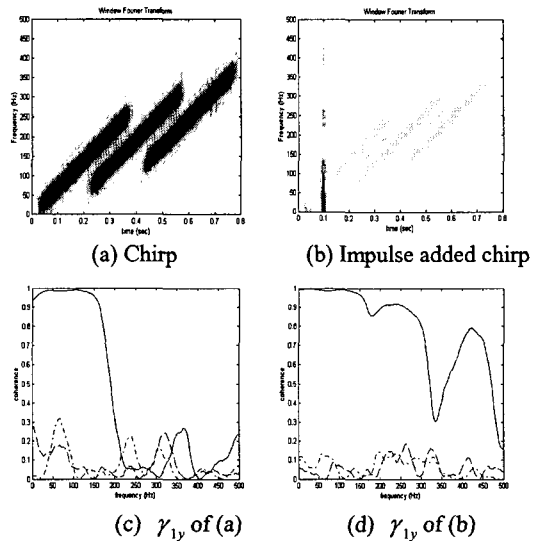


Fig. 7 Coherence comparison between chirp with impulse added chirp signals ; ( $x_1$  : —,  $x_2$  : ---,  $x_3$  : -.-)

를 이용하여 소음원의 기여도 뿐만 아니라 소음원의 이상진단 또한 파악 하고자 하였다.

다음의 Fig. 7(a)는 3.1 절에서 구한 출력신호의 spectrogram 을, (b)는 (a)의 신호에 대해 시간 0.1 초에서 충격 가진이 추가된 경우의 spectrogram 을 나타내고 있으며, (c)와 (d)는 관심시간 0.1 초에서의 (a), (b)에 대한 기여도를 나타내고 있다. 충격 가진의 영향에 의해 다른 두 입력신호의 기여도변화는 거의 없게 나타났으나, 충격가진을 포함한  $x_1(t)$  신호에 대해서는 전구간 기여도 값이 크게 증가하였음을 통하여 충격 가진 신호가  $x_1(t)$ 에서 기인했음을 알 수 있었다.

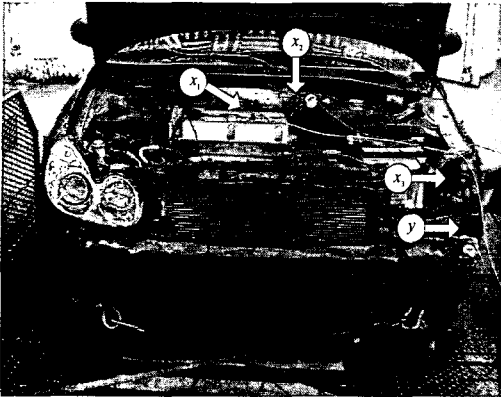


Fig. 8 Sensor position layout for vehicle test

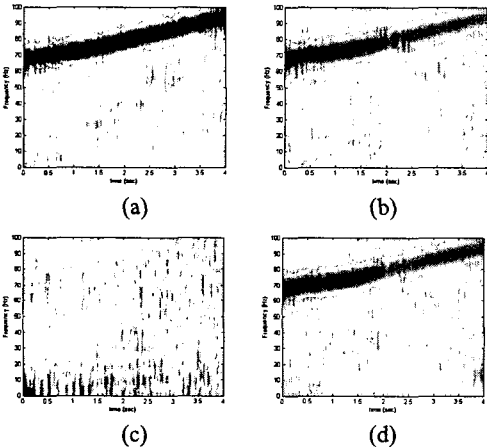


Fig. 9 Spectrogram of Fig. 8 ; (a)  $x_1(t)$ , (b)  $x_2(t)$ , (c)  $x_3(t)$ , (d)  $y(t)$

4. 실험적 검증

4.1 입출력 신호

1500cc 급 승용차에 대하여 4 초동안에 75 Hz 에서 95Hz 로 변화하는 급가속시를 대상으로 하여 엔진헤드의 진동신호( $x_1$ ), 흡기계 호스의 엔진 측에서의 음압신호( $x_2$ ), 공명기 전에서의 음압신호( $x_3$ )를 입력으로 하고, 흡기계 호스의 출구단에서의 음압신호( $y$ )를 출력으로 하는 3 입력 1 출력 시스템에 대하여 실험을 실시하였다. Fig. 9 는 입출력신호의 측정 위치이다.

다음의 Fig. 9 는 입출력신호에 대한 Spectrogram 을 나타낸 것이다.

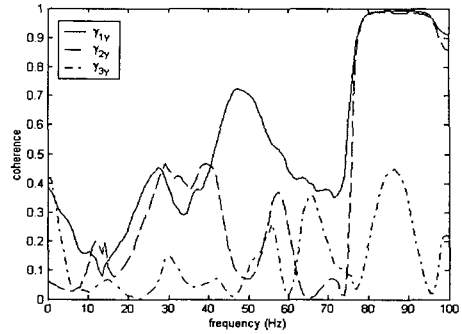


Fig. 10 Overall coherence ; ( $x_1$ : —,  $x_2$ : ---,  $x_3$ : -.-)

4.2 시간 변화에 따른 기여도의 변화

다음의 Fig. 10 는 전시간에 대한 기여도를 나타내고 있다. 입력  $x_1(t)$  과  $x_2(t)$  는 입력신호의 주파수범위인 75Hz-95Hz 범위에서 기여도가 큰 반면,  $x_3(t)$  는 전 주파수 구간에 대해 낮은 기여도 값을 보이고 있다.

5. 결론

(1) 시간의 변화에 따라 변화하는 입력신호들을 대상으로 시간에 따른 기여도 변화를 chirp 신호를 이용하여 해석해 보았다. 기존의 FFT 방법에서는 시간적 변화를 파악할 수 없었으나, 본 연구에서는 STFT 를 적용하여 기여도 평가를 수행함으로써 chirp 입력원의 소음원을 규명할 수 있었다.

(2) 임의의 입력원에 대해 충격 가진이 가해진 경우, 시간-주파수 해석법을 통하여 특정한 시간에서 일어난 특정 입력신호의 이상유무를 판단할 수 있었다.

(3) 본 연구에서 제시한 시뮬레이션의 과정을 통하여 실차의 급가속 시 흡기 소음에 적용하여 검증한 결과 이 경우의 기여도 순서는 입력-1, 입력-2, 입력-3 의 순으로 나타났다. 즉, 입력-1 인 엔진블럭에서의 진동이 출력 음압에 가장 크게 기여하고 있다. 이와같이 시간-주파수 해석법을 통하여 흡기소음에 영향을 주는 입력 성분을 쉽게 판단할 수 있었다.

참고문헌

(1) Robertson, A. N., Park, K. C., and Alvin, K. F., 1998, "Extraction of Impulse Response Data via Wavelet Transform for Structural System Identification," *Trans. of the ASME*, Vol. 120, No. 1, pp. 252~260.  
 (2) Oh, J. E., 1983, "Applications of Multi-Dimensional Spectral Analysis for Noise Source Identification on

- Mechanical Structures,” Thesis for Doctor’s Degree, Tokyo Institute of Technology.
- (3) Gahy, F. J., 1989, *Sound Intensity*, Elsevier Applied Science.
- (4) Bendat, J. S., and Piersol, A. G., 1993, *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, Inc.
- (5) Bendat, J. S., and Piersol, A. G., 2000, *Random Data Analysis and Measurement Procedures*, 3rd Ed., John Wiley & Sons, Inc.
- (6) Alfredson, R. J., 1977, “The Partial Coherence Technique for Source Identification on a Diesel Engine,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 55, No. 4, pp. 487~494.
- (7) Trethewey, M. W., and Evensen, H. A., 1981, “Identification of Noise Source Forge Hammers During Production: An Application of Residual Spectrum Technique to Transients,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 77, No. 3, pp. 357~374.
- (8) Wang, M. E., and Crocker, M. J., 1983, “On the Application of Coherence Techniques for Source Identification in a Multiple Noise Source Environment,” *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 74, No. 3, pp. 861~872.
- (9) Price, S. M., and Bernhard, R. J., 1986, “Virtual Coherence: A Digital Signal Processing Technique for Incoherent Source Identification,” *Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference*, pp. 1256~1262.
- (10) Park, J. S., and Kim, K. J., 1994, “Source Identification Using Multi-input / Single-Output Modeling and Causality Checking of Correlated Inputs,” *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 116, pp. 232~236.