

## &lt; 논문 &gt;

**파워스티어링 오일펌프용 풀리의 피로수명을 고려한 형상최적화**심 희진<sup>†</sup> · 김 정규\*

(2005년 10월 11일 접수, 2006년 6월 12일 심사완료)

**Shape Optimization Considering Fatigue Life of Pulley  
in Power-Steering Pulley**

Hee-Jin Shim and Jung-Kyu Kim

**Key Words:** Durability Analysis(내구성 해석), Fatigue Life(피로 수명), Pulley(풀리), Probabilistic S-N Curve( $P-S-N$  곡선), Response Surface Method(반응표면법)

**Abstract**

The pulley is one of core mechanical elements in the power steering system for vehicles. The pulley operates under both the compressive loading and the torque. Therefore, to assure the safety of the power steering system, it is very important to investigate the durability and the optimization of the pulley. In this study, the applied stress distribution of the pulley under high tension and torsion loads was obtained by using finite element analysis. Based on these results, the fatigue life of the pulley with the variation of the fatigue strength was evaluated by a durability analysis simulator. The results at 50% and 1% for the failure probability were compared with respect to the fatigue life. In addition to the optimum design for the fatigue life is obtained by the response surface method. The response function utilizes the function of the life and weight factors. Within range for design life condition, the minimization of the weight, one of the formulation, is obtained by the optimal design. Moreover, the optimum design by considering its durability and validity is verified by the durability test.

**1. 서 론**

자동차의 파워 스티어링 오일펌프는 자동차의 현가계(suspension system)를 구성하는 부품중의 하나로서 조향장치(steering system)에 있어서 중요한 역할을 한다. 이 부품 중에서 풀리의 역할은 엔진과 연결된 벨트에 의해 작동되어 스티어링 칼럼(steering column)에 유압을 공급함으로써 핸들의 조작으로 생기는 부하 압력의 변화에 매우 민감하게 대응하도록 하는 것이다. 이 풀리는 고속으로 회전하는 벨트에 의하여 고장력 및 비틀

림 하중을 반복적으로 받고 있으므로 피로파손이 발생할 수 있다. 따라서 조향장치에서 발생되는 피로파손을 방지하기 위해서는 파워 스티어링 오일펌프용 풀리의 내구성 평가를 고려한 최적설계가 중요하다.

Gaeta A. 등<sup>(1)</sup>은 유한 요소법을 이용한 차량용 차체연결부(body joint)에 대한 최적형상 설계에 관한 연구를 하였고, Murali M. R. Krishna 등<sup>(2)</sup>이 유한요소법을 이용한 차량용 동력인출장치(power take off)에 대한 경량 최적설계에 관한 연구를 수행하였다. 이러한 부품의 최적설계에 관한 연구들<sup>(1~4)</sup>은 주로 응력해석에 기준하여 형상 및 경량 최적설계에 국한되어 있다. 그러나 실제로 피로 하중하에서 운전되고 있는 자동차 부품의 최적설계에 있어서는 내구성 평가가 반드시 필요하나

\* 회원, 한양대학교 대학원

E-mail : hjshim@ihanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0563 FAX : (02)2291-6707

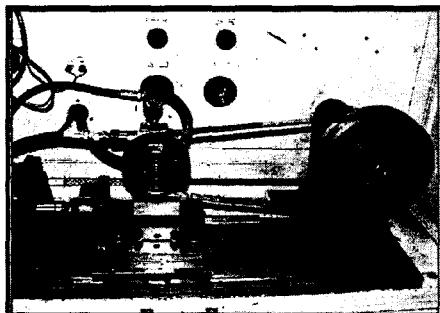
† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

**Table 1** Chemical composition of test material (wt. %)

Material	C	Si	Mn	P	S	Cu
SPHC	0.04	0.01	0.26	0.012	0.013	0.021

**Table 2** Mechanical properties

Material	Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)
SPHC	255	348	45

**Fig. 1** Experimental apparatus for fatigue test

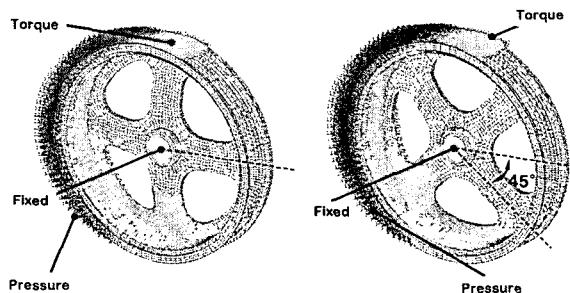
이에 대한 검토는 미흡하다. 이는 피로 수명에 대한 목적 함수를 얻기 힘들다는 이유 때문이다.

따라서, 본 연구에서는 폴리의 유한요소해석에 기초한 내구성 해석을 수행하여 피로수명을 평가하였다. 이의 결과를 바탕으로 실험계획법으로 근사함수를 얻을 수 있는 반응표면법(response surface method)을 이용하여 내구성이 고려된 폴리의 최적설계안을 도출하였다.

## 2. 이론해석 및 실험방법

### 2.1 재료 및 시험

폴리의 재질은 SPHC강이다. Table 1과 Table 2는 폴리의 재질에 대한 화학성분 및 기계적 성질을 나타낸 것이다. 인장시험은 폴리로 부터 시험편을 반지름 방향으로 채취하여 ASTM E8M-04<sup>(5)</sup> 규정에 따라 속도 0.5mm/min의 변위제어로 수행되었다. 여기서 기계적 특성은 4개의 시험편에 대한 평균값을 나타낸 것이다.

(a) Center type ( $\theta = 0^\circ$  or  $90^\circ$ ) (b) Hole-center type ( $\theta = 45^\circ$ )**Fig. 2** Finite element model of pulley

### 2.2 피로시험

풀리는 고속 회전 벨트의 장력에 의한 압축하중과 자체 회전 운동으로 인한 비틀림을 반복적으로 받게 된다. 피로시험은 이러한 하중 조건을 구현할 수 있는 내구성 시험기(UNISIAJECS)를 이용하여 상온의 대기 중에서 수행하였다. Fig. 1은 이의 피로시험 장비를 나타낸 것이다. 시험은 일정한 고장력 하중 4,410N의 조건하에서 회전속도 5,200rpm으로 회전토크 29.4N·m를 부하하는 것이다.

### 2.3 유한요소 및 내구성 해석

풀리의 응력 및 내구성 해석에 사용된 경계조건은 실제 사용 환경을 고려하여 폴리와 오일펌프 축에 부착되는 보스부분을 완전히 고정하였다. 하중조건은 벨트에 의한 압축하중과 회전에 의한 비틀림 하중에서 지배적인 하중을 고려하여 해석을 수행하였다. 또한, 폴리에 작용하는 하중은 회전에 따른 내부 흘 위치에 의해서 변화되므로 회전각도에 따른 유한 요한요소 해석이 필요하다. 따라서 폴리의 회전각도 변화에 따른 해석을 수행하였다.

Fig. 2(a) 및 (b)는 응력 및 내구성 해석을 수행하기 위한 폴리의 경계조건 및 유한요소망의 일례를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 Fig. 2(a)는 회전각도  $\theta = 0^\circ$  또는  $90^\circ$ 인 경우 (이하 center type이라고 함)이고, Fig. 2(b)는 회전각도  $\theta = 45^\circ$ 인 경우 (이하 hole-center type이라고 함)이다.

해석에 사용된 요소의 종류는 8절점 6면체 요소이다. 요소망 모델링은 상용 유한요소해석 프

로그램인 PATRAN ver. 2004<sup>(6)</sup>을 사용하였으며, 응력해석은 NASTRAN ver. 2004<sup>(7)</sup>을 이용하였다. 그리고 피로수명 평가를 위한 내구성 해석은 FATIGUE ver. 2004<sup>(8)</sup>에 의하여 수행되었다.

#### 2.4 반응표면법

반응표면법(response surface method)<sup>(9~11)</sup>은 관심 있는 반응이 여러 설계변수들에 의해 영향을 받을 때 설계변수에 대하여 반응표면을 근사 모델링하고 해석하기 위한 통계적 방법이다. 반응표면법은 크게 근사 반응함수를 생성하기 위한 최소자승법(least square method)과 근사화된 함수를 평가하기 위한 분산분석(analysis of variance), 그리고 반응치를 구하기 위해 설계공간에 실험 점들을 선택하는 실험계획법으로 나뉘어 진다.

최소자승법은 반응표면에서 어떤 시스템의 성능을 나타내는 회귀 모델의 회귀 계수를 추정하는데 일반적으로 사용된다.

분산분석은 최소자승법을 이용해 구한 근사반응함수에 대한 정확성과 예측성을 평가하는 방법이다. 이 분석법은 특성치의 산포를 제곱합(sum of squares)으로 나타내고 이 제곱합을 실험과 관련된 요인마다의 제곱합으로 분해하여 오차에 비해 특히 큰 영향을 주는 요인이 무엇인가를 찾아내는 방법이다. 분산분석에는 크게 근사함수의 정확성을 평가하는 몇 가지 방법이 있는데 여기서는  $F$ -검정과 결정계수  $R^2$ 으로 평가하였다.

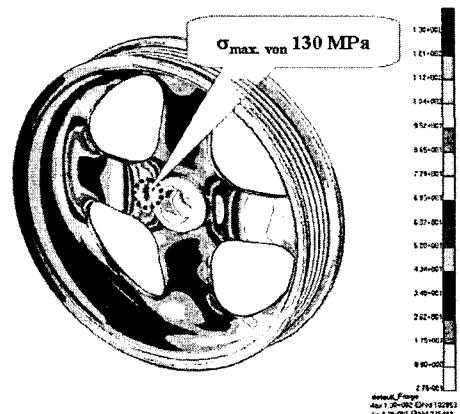
$F$ -검정은 반응 변수(response variable)와 회귀 변수들(regressor variables,  $x_1, x_2, \dots, x_k$ )과의 선형 관계성과 회귀 변수들이 근사반응 함수에 대한 기여도를 검사하는 것이다. 만약,  $F_0 > F_{\alpha, k, n-k-1}$ 이라면, 근사반응 함수는 근사화가 잘 되었음을 보여준다. 또한, 결정계수(coefficient of determination)는 실험점들에 대한 근사함수의 적합도를 나타낸다.

실험계획법은 반응치를 구해야 하는 설계공간 상에서 적절한 점들을 선택하는 방법이다. 이때, 반응표면법에서 실험점들의 선택은 반응표면 근사화의 정확도에 중요한 영향을 준다. 따라서, 최소의 점을 선택하여 가장 정확한 근사반응 함수를 생성할 수 있는 실험점들을 선택하는 것이 중요하다. 본 논문에서는 적은 수로 곡면의 변화를 감지 할 수 있는 중심합성법(central composition design)을 이용하여 실험계획법을 수립하였다.

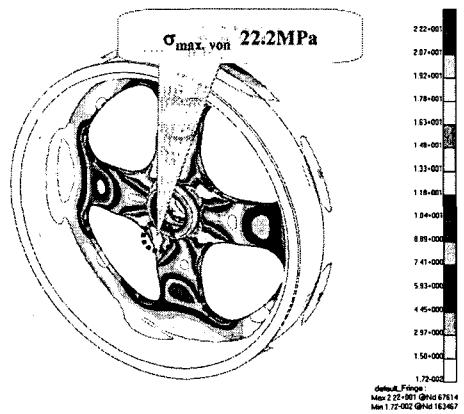
### 3. 실험 결과 및 고찰

#### 3.1 응력해석

Fig. 3(a)와 (b)는 압축하중과 비틀림 하중이 각각 작용하는 경우 center type에 대한 von-Mises 응력분포를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 최대응력은 모두 몸체부에서 발생하였다. 이의 결과로부터 압축하중에 의한 응력값이 비틀림의 경우보다 약 6배 정도 크므로, 폴리에 저배적인 응력은 벨트에 의한 압축응력임을 알 수 있다.



(a) A compressive loading



(b) A torque

Fig. 3 von-Mises stress contour at a center type

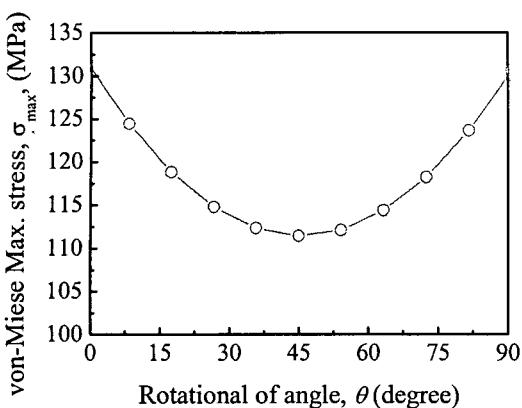


Fig. 4 Variations of maximum stress by applied load due to the rotation

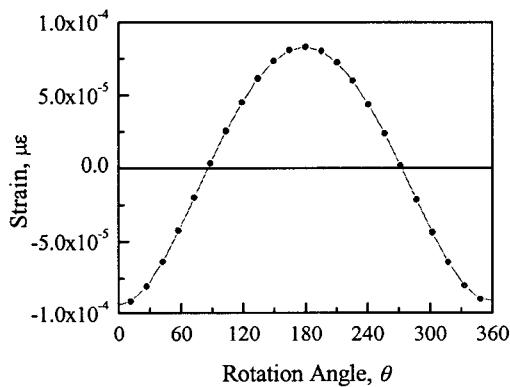


Fig. 5 Strain history of rotation state

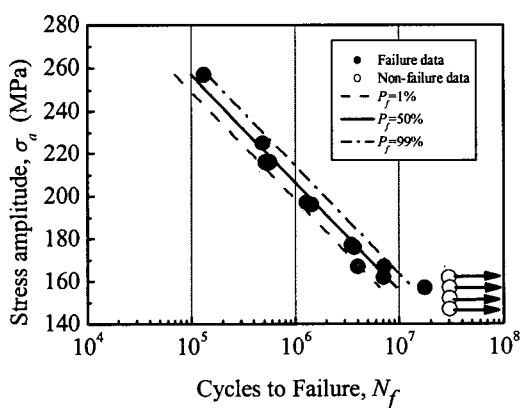


Fig. 6  $P-S-N$  curve of SPHC steel at  $R = -1$

또한, 응력해석을 수행하여 풀리의 회전에 따른 작용하중 검토를 수행하였다. Fig. 4는 풀리의 압축하중하에서의 회전에 의한 최대 응력값의 변화를 나타낸 것이다. 이는 해석으로 평가된 하중이력 선도이다. 그림에서 보는 바와 같이 최대 응력은 center type에서 발생하였으며, 이에 대한 내구성 해석이 중요하다.

한편, Fig. 5는 압축하중하의 center type에서 풀리를 회전시켜 가면서 해석적 변형률을 평가한 것으로, 이는 풀리의 최대응력을 받는 지점에서의 변형률 선도를 나타낸 것이다. 이로서 풀리에 압축력과 인장력이 작용함을 알 수 있음으로, 내구성 해석시에는  $R = -1$ 로 고려하였다.

### 3.2 내구성 해석

내구성 해석을 위해서는 소재의  $S-N$ 곡선이 필요하다. 이 곡선상의 각 응력단계에서 피로특성은 변동성을 가지고 있다. 따라서 이에 대한 확률론적 관점인  $P-S-N$  곡선(probabilistic  $S-N$  curve)에서의 평가가 필요하다. Fig. 6은  $R = -1$ 에서 풀리 재료인 SPHC강의 피로강도와 수명과의 관계인  $P-S-N$  곡선을 나타낸 것이다. 그림에서 실선은 파손확률(failure probability)  $P_f = 50\%$ 에서  $S-N$  곡선이고, 나머지 점선은 각각  $P_f = 1\%$  및  $99\%$ 에서의  $S-N$  곡선이다.

Fig. 7은 파손확률  $P_f = 50\%$  및  $P_f = 1\%$ 에서 얻어진 center type 풀리의 피로수명 결과이다. 그림에서 점선 부분은 풀리의 취약지점을 나타낸 것으로 이의 피로수명은  $P_f = 50\%$  및  $1\%$ 에 대해서 각각  $6.13 \times 10^7$  및  $5.75 \times 10^6$  cycles로 평가되었다. 이 값은 Table 3의 설계규격의 요구수명  $6.24 \times 10^6$ cycles과 비교하면,  $P_f = 50\%$ 의 경우는 설계규격을 만족하지만  $P_f = 1\%$ 의 경우는 이를 만족하지 않는다는.

Table 3 Design specification required for pulley during durability test

	Applied load conditions	Design life (specification)
High tension	4,410 N	$6.24 \times 10^6$ cycles
Torque	29.4 Nm	$3.00 \times 10^5$ cycles

#### 4. 최적화 과정

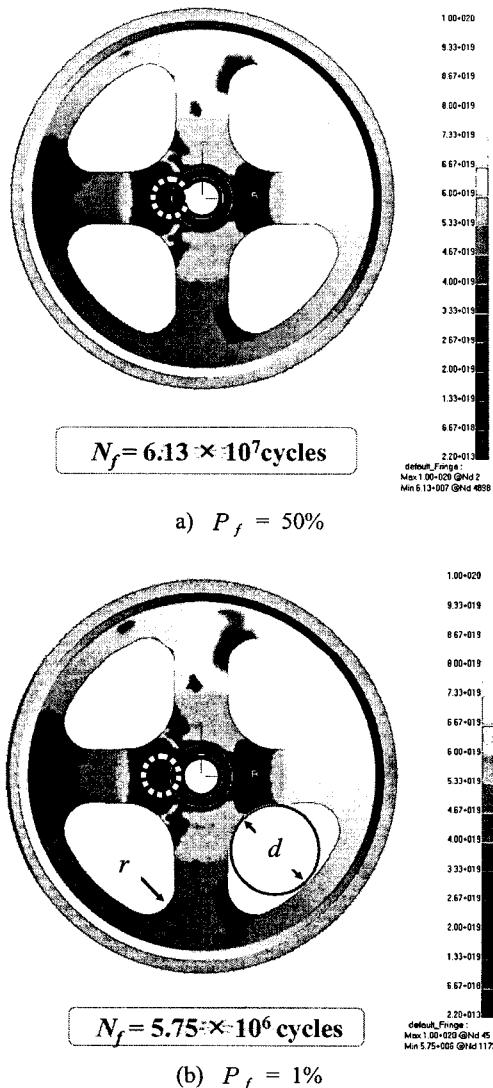


Fig. 7 Fatigue life contour at a center type

Table 4 Range of design variables

Factor	Level		
	-1	0	1
$x_1$ Radial of fillet, $r$ (mm)	10	13	16
$x_2$ Diameter of hole, $d$ (mm)	32	33	34

#### 4.1 설계변수의 선정

파손확률  $P_f = 1\%$  조건하에 설계규격을 만족하지 않은 기존모델에 대하여 신뢰성을 향상시키기 위하여 풀리의 형상최적설계를 수행하였다. 최적설계 방법은 민감도 정보가 없는 경우에 함수 기반의 근사 최적화 방법인 반응표면법(RSM)을 이용하였다. Fig. 8은 반응표면법을 이용하여 풀리의 최적설계를 수행하기 위한 흐름도를 나타낸 것이다.

최적설계를 위한 풀리내의 형상 인자들 중 구멍 지름, 필렛 반지름, 몸체부의 두께 및 각도를 선택하여 수명에 대한 기여도가 큰 변수 2개를 선정하였다. 이는 가공치수를 고려하여 채결부위와 스티어링 부품 간에 간섭이 일어나지 않는 범위로 설정한 것이다. 풀리의 구멍 지름( $d$ )과 필렛 반지름( $r$ )의 각 위치는 Fig. 7(b)에서 나타내었다.

Table 4는 선정된 설계 변수 범위를 나타낸 것이다. 이러한 변수를 갖고 실험계획법 중 중심합성법에 따라서 Fig. 9와 같이 배열표를 작성하여 시뮬레이션을 수행하였다. Table 5는 이의 결과이며, 파손 확률 1%에서의 피로수명에 대한 근사반응함수는 식 (1)과 같다.

$$y(x_1, x_2) = 6.392 + 0.557x_1 - 0.31x_2 + 0.144x_1^2 + 0.144x_2^2 - 0.032x_1x_2 \quad (1)$$

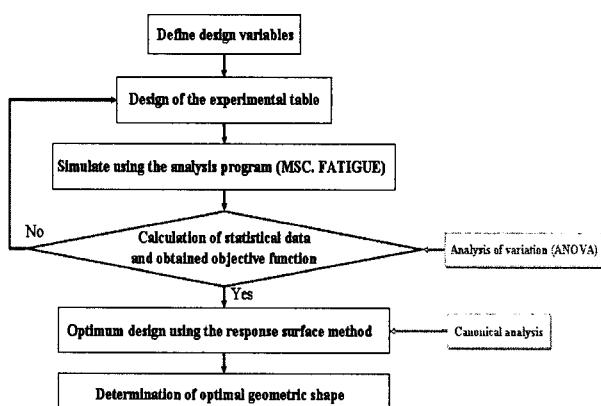


Fig. 8 Flow chart of the RSM for optimum pulley

#### 4.2 근사화의 정확성 검증

피로수명에 대한 근사함수의 정확성과 예측성에 대한 검증은 Table 6의 분산분석표로부터 유의수준 10%에서  $F_0$  값이  $F_{0.10}$  값보다 크고,  $R^2$  값이 97.54%이므로 식 (1)은 유의하다고 판단할 수 있다. 이렇게 얻어진 함수에 대하여 정준분석(canonical analysis)을 수행하여 반응표면을 도시하였다. Fig. 10은 수명에 대한 근사 반응표면을 나타낸 것이다.

#### 4.3 최적설계안 도출 및 검증

분산분석 표를 통하여 검증된 근사함수로 다음과 같이 문제의 정식화(formulation)를 하였다.

Minimize : Weight

Subject to :

$$-1 < x_1 < 1, -1 < x_2 < 1, y(x_1, x_2) \geq 6.24$$

**Table 5** Array and result of face central composite design

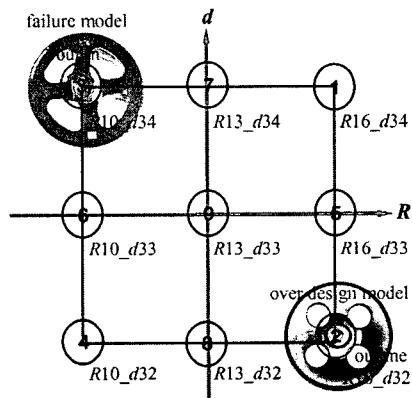
Model	$x_1$	$x_2$	Fatigue life ( $10^6$ cycles)	Mass(g)
1	1	1	6.982	670.5
2	1	-1	7.605	687.6
3	-1	1	5.745	644.9
4	-1	-1	6.242	660.2
5	1	0	6.242	679.1
6	-1	0	6.242	654.3
7	0	1	6.242	652.7
8	0	-1	6.982	670.2
9	0	0	6.242	662.4

**Table 6** ANOVA(Analysis of variation) table

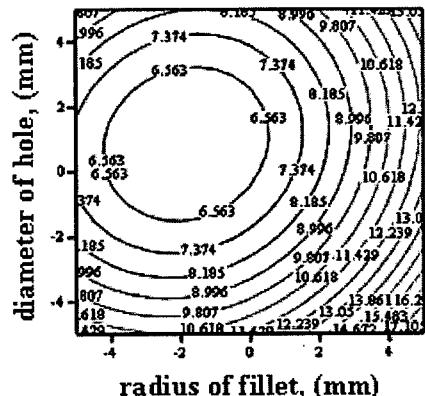
Factor	Sum of square	DOF	Mean square	$F_0$	$F_{(\alpha=0.10)}$	$R^2$
SSR	2.624	5	0.505	9.106	5.31	0.946
SSE	0.067	3	0.056	-	-	-
SST	2.689	8	-	-	-	-

실험계획법에 의한 각 모델들에 대해 파손화율 1%에서 내구성 해석을 수행한 결과 model 3을 제외하고 모두 요구수명을 만족시켰다. 따라서, 설계규격수명을 만족하는 범위( $6.24 \times 10^6$  cycles) 내에서 중량 최소화의 최적화를 수행하였다. 이때, 얻어진 최적 값은  $r$  (필렛 반지름)=13mm,  $d$  (구멍 지름)=34mm이다.

Fig. 11은 최적 설계된 풀리의 형상으로, 이의 안전성은 4번의 피로시험으로부터 검토한 결과 모두 설계규격 수명을 만족하였다. Table 7은 피로수명에 대한 해석 및 실험결과를 나타낸 것이다.



**Fig. 9** Arrangement of the experimental data based on face central composite design



**Fig. 10** Response surface approximations for life function



Fig. 11 Optimal design(final design,  $r = 13\text{mm}$ ,  $d = 34\text{mm}$ )

Table 7 Results of models

	Initial model	Simple model	Final model
Stress (MPa)	130	110	120
Mass (g)	645	688	654
Fatigue analysis (Cycles)	$5.75 \times 10^6$	$7.61 \times 10^6$	$6.98 \times 10^6$
RSM functional (cycles)	$5.845 \times 10^6$	$7.579 \times 10^6$	$6.24 \times 10^6$
RSM error	1.71 %	0.34 %	0.03 %
Fatigue test(cycles)	$5.61 \times 10^6$ (18hrs)	$\geq 6.24 \times 10^6$ (Non-failure)	$\geq 6.24 \times 10^6$ (Non-failure)

## 5. 결 론

본 연구에서는 자동차 조향장치 중 풀리의 내구성 해석을 고려한 형상 최적설계에 관한 연구를 수행하기 위하여 반응표면법을 이용하여 최적 설계안을 도출하였다. 이로부터 얻어지는 결론은 다음과 같다.

(1) 회전하는 벨트에 의한 고장력 및 비틀림에 의한 하중하에서 유한요소해석을 이용하여 풀리의 츄약부위를 검토하였으며, 이때 얻어진 최대 응력값은 130MPa이다.

(2) 피로강도 변동성을 고려한 파손학률에 따른 풀리의 피로수명분포를 평가하였다. 풀리의 절대적 안정성을 확보하기 위해서 내구성 해석시에는  $P_f = 1\%$ 에서 수행되는 것이 합리적이다.

(3) 반응표면법을 이용하여 공정 가능한 설계 변수들을 선정하여 내구성이 고려된 풀리의 형상 최적설계를 수행하였다.

## 후 기

본 연구는 산업자원부 지정 한양대학교 신뢰성 분석연구센터 사업의 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Gaeta A., La Monaca A., and F. Frasca, 2003, "A combined Optimisation of Automotive Body Joints," JSME 20037074, SAE 2003-01-2797.
- (2) Murali M. R. K. and Kuldip Raina, 2000, "Finite Element Shape Optimization of a Power-Take-Off Housing Unit," SAE 2000 World congress Detroit, 2000-01-0118.
- (3) Mahmood M. S. and Davood R., 2003, "Analysis and Optimization of a Composite Leaf Spring," composite structure 60 pp. 317~325.
- (4) Hong Jea Yim, Min Soo Kim, June Park and Seung Jin Heo, 2005, "Shape Optimization of Bumper Beam Cross Section for Low Speed Crash," SAE 2005 World Congress Detroit, 2005-01-0880.
- (5) American Standard of Testing Materials, 2004, "Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials," E8M-04.
- (6) MSC. software, 2004, MSC.PATRAN Users guide, Ver. 2004.
- (7) MSC. software, 2004, MSC.NASTRAN Users guide, Ver. 2004.

- (8) MSC software, 2004, MSC.FATIGUE Quick start guide, Ver. 2004.
- (9) Myers, R. H. and Montgomery D. C., 1995, "Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments," John Wiley & Sons, New York. pp. 303~427.
- (10) Box, G. E. P. and Wilson, K. B., 1951, "Journal of the Royal Statistical Society," Series B., 13, pp. 1~45.
- (11) Andre I. Khuri and John A. Cornell, 1996, "Response Surfaces Designs and Analyses," pp. 120~150.