

Gray 부호화된 M-PSK 신호의 비트 정보 분할 알고리즘

정희원 김기설*, 현광민**, 박상규***°

Bitwise Decomposition Algorithm for Gray Coded M-PSK Signals

Ki Seol Kim*, Kwangmin Hyun**, Sang Kyu Park***° *Regular Members*

요약

본 논문에서는 Max-Log-MAP 알고리즘을 바탕으로 Gray 부호화된 M-PSK(phase shift keying) 신호를 위한 비트 정보 분할 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 M-PSK 신호 공간을 M-PAM(pulse amplitude modulation) 신호 공간으로 변환하여 M-PAM의 비트 정보 분할 방법을 응용한다. 제안한 알고리즘을 이용하여 M-PSK 신호의 비트별 정보 분할 값을 계산하고 이 값을 입력으로 하여 터보 반복 복호 기법의 성능을 분석하였다. 따라서 Gray 부호화된 M-PSK 신호는 M-PAM 신호 공간에서 비트 정보 분할을 수행하기 때문에 PAM과 PSK 신호의 비트 정보 분할 알고리즘 중 일부의 연산 기능을 공유할 수 있어 PSK와 반복 복호 방식을 채택한 통신 시스템 뿐만이 아니라 적응 변조/부호화(adaptive modulation/coding)에 효과적으로 응용이 가능하다.

Key words : PSK, PAM, Max-Log-MAP, Iterative decoding, Gray code

ABSTRACT

In this paper, we propose a bitwise information decomposition algorithm for an M-PSK signal based on the Max-Log-MAP algorithm. In order to obtain the algorithm, we use a coordinate transformation from M-PSK to M-PAM signal space. Using the proposed algorithm, we analyze the performance of a Turbo iterative decoding method. The proposed algorithm can be applicable not only for a communication with PSK and iterative decoding method but for adaptive modulation and coding system.

1. 서론

정진폭 특성을 가지는 PSK 신호는 일반적으로 전력 효율이 좋고 잡음에 강인하기 때문에 위성 통신이나 비선형 증폭기를 사용해야 하는 통신 시스템에 적합하다. 그러나 QAM(quadrature amplitude modulation)과 마찬가지로 변조 차수가 증가할수록 PSK 성상도 상의 위상 심벌간의 간격이 좁아지고 이에 따라 성능이 저하되는 단점을 가지기 때문에 상대적으로 낮은 차수의 변조 기법을 사용하거나

높은 수신 SNR(signal to noise ratio)을 유지할 수 있도록 통신 시스템을 설계하여 안정적인 통신 채널을 확보하여 왔다.

최근에 들어 PSK 신호와 터보 부호(Turbo code) 혹은 LDPC(low density parity check) 부호등 수신기에서 반복 복호 기법을 사용하는 채널 부호화 기법을 함께 채용하여 높은 부호화 이득을 얻을 수 있는 많은 연구가 진행되어 왔다¹⁻⁴⁾. 그러나 이러한 부호화에 사용되는 수신측 반복 복호기는 일반적으로 이진 정보를 입력으로 받기 때문에 변조 차수가

* 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과, ** 국립원주대학 정보통신과

*** 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부(skpark@hanyang.ac.kr) (° : 교신저자)

논문번호 : KICS2006-06-258, 접수일자 : 2006년 6월 3일, 최종논문접수일자 : 2006년 7월 21일

높은 경우에는 수신된 심벌 신호를 이진 정보로 분할 또는 변환하여 이러한 반복 복호기에 입력해 주어야 한다.

고차 PSK 신호의 비트 정보 분할에 대해서는 로그 최우도비(log likelihood ratio)를 이용하거나 축회전 방식 등 실용적인 접근 방법들이 진행되어 왔으나, 주로 낮은 차수 변조 신호에 대한 것이거나 방법론적인 접근이 주를 이루었다²⁻⁴⁾. 또한 참고문헌 [5]에서는 M-PAM에 대한 소프트 역 매핑에 대한 연구가 이루어졌다.

QAM(quadrature amplitude modulation) 신호는 2차원 신호 공간상의 일정한 거리를 두고 신호점이 분포하고, Gray 부호화를 거친 신호는 독립된 2개의 PAM으로 나누어 비트 분할 정보를 얻을 수 있다. 그러나 PSK 신호는 2차원 공간의 원 위에 일정한 위상 간격으로 신호점이 배치되기 때문에 Max-Log-MAP 알고리즘을 이용하여 비트 정보를 계산하는 것은 복잡도가 높은 max(·) 또는 min(·)함수를 사용하여야 하는 단점이 있고, 축회전을 통하여 각 비트의 정보를 분할하는 방법은 축회전 연산을 각 비트 계층과 그룹별로 수행해야 하는 단점이 있다²⁾.

본 논문에서는 일반적으로 널리 알려지고 응용이 되고 있는 Max-Log-MAP 알고리즘을 이용하고, M-PSK 신호 공간에서 수신된 신호의 위상을 M-PAM 신호 공간으로 변환하여 수신된 심벌 값을 비트별 정보의 분할 값으로 손쉽게 계산할 수 있는 알고리즘을 제안한다. 특히, PSK 신호 공간은 폐쇄 공간(closed space)인 반면 PAM 공간은 열린 공간(open space)이기 때문에 완전한 신호 공간 변환이 일어나지 않지만, 확장된 PAM 신호 공간에서 가상적인 신호점 이동 방법을 이용하여 이 문제를 해결한다. 또한 제안된 알고리즘을 이용하여 그 응용 예로써 터보 반복 복호 성능을 보인다. II장에서는 본 논문에서 사용할 시스템 모델에 대해 설명하고, III장에서는 M-PSK 신호의 비트 정보 분할에 대해 설명하고, IV장에서는 제안된 식을 이용한 터보 반복 복호 성능을 보인다. 마지막으로 V장에서는 최종적인 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

송신되는 M-PSK 신호는 $K = \log_2 M$ 비트로 구성된 부호어(codeword) $c = \{b_0, b_1, b_2, \dots, b_{k-1}\}$, $k \in \{0, \dots, K-1\}$ 의 심벌이 2차원 신호의 성상도에 배치된다. PSK 복소 심벌은 동상(in-phase) 축의 신호

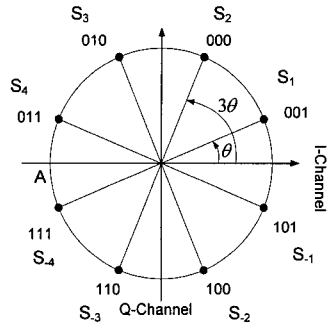


그림 1. Gray 부호화된 8-PSK의 성상도

s_I 와 직교 위상(quadrature)축의 신호 s_Q 의 합인 $s = s_I + js_Q$ 로 성상도 상의 한 점에 사상된다. 이때, 각 심벌은 $\theta = \pi/M$ 를 기본 위상으로 하여 동일한 위상 2θ 간격으로 정진폭 원 상에 위치한다. 그림 1은 Gray 부호화된 8-PSK의 성상도를 나타낸 것으로 $\theta = \pi/8$ 이다.

수신된 Gray 부호화된 PAM 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \alpha \cdot s + n \tag{1}$$

여기서 s , z , α 그리고 n 은 송신된 복소 신호, 수신된 복소 심벌의 값 $z = z_I + jz_Q$, 채널 이득, 그리고 분산이 σ^2 이고 평균이 영(0)인 AWGN(additive white Gaussian noise)을 각각 의미한다. 이때, 수신된 신호의 심벌 판정을 위해 수신 위상 θ_R 은 다음과 같이 정의된다.

$$\theta_R = \tan^{-1} \frac{z_Q}{z_I} \tag{2}$$

단일 경판정(hard decision)을 이용할 경우에는 식 (2)에서 얻은 위상 값을 이용하여 심벌의 위치를 결정하고 이를 바탕으로 해당 부호어를 추출하면 된다. 그러나 연판정(soft decision)이 필요한 경우 식 (2)의 값을 그대로 이용하면 된다. AWGN 채널 정보를 정확히 알고 있는 경우에는 채널 이득 $\alpha = 1$ 이라고 가정을 하여도 일반성을 잃지 않는다.

M-PSK의 연판정 값 θ_R 을 이용하여 비트별 정보 분할을 하기 위해 M-PSK 신호 공간을 M-PAM 신호 공간으로 좌표 변환한다. 좌표 변환에 사용되는 값은 수신된 신호의 I 축 값과 Q 축의 값을 가지는 2차원의 복소(complex) 신호가 아니라 식 (2)의 수신 위상 값이며, 이 위상 값들은 1차원 직선상의 공간으로 사상된다.

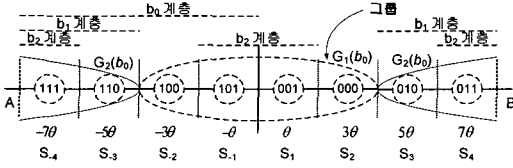


그림 2. 8-PSK에서 좌표 변환된 8-PAM 신호 공간 $c=\{b_0, b_1, b_2\}$

그림 2는 그림 1의 8-PSK 신호 공간에서 A점을 끊고 원을 직선으로 펼친 형태의 8-PAM 신호 공간이고 $-\pi \leq \theta < \pi$ 이다. 이때 그림 1의 A점은 그림 2의 A점과 B점으로 나뉘게 된다. 원래의 8-PAM은 좌측과 우측 끝들이 연결되지 않은 열린 공간인 반면, 8-PSK에서 변환된 8-PAM 공간은 그림 2에서와 같이 A 점과 B 점이 분리되어 있지만 실제적으로는 같이 붙어있는 닫힌 공간이다. 즉, PAM에서는 수신된 값의 크기가 $-\infty \sim +\infty$ 사이에 분포하지만, PSK에서의 수신 위상 값은 $-\pi \sim +\pi$ 사이에 존재하며, $-\pi$ 점과 $+\pi$ 점은 같은 점을 의미하기 때문이다.

III. M-PSK 신호의 비트 정보 분할

3.1 Max-Log-MAP을 이용한 M-PSK 비트 정보 분할

수신된 M-PSK 심벌의 부호어를 구성하는 K개의 비트 쌍 중에서 k번째 비트의 정보 분할 값 $A(b_k)$ 는 동일 심벌에 포함되어 있는 K개의 비트 쌍을 고려하고 Bayes 정리와 참고문헌 [6]의 근사 정리 $\ln \sum_j \exp(-a_j) \approx \max(-a_j) = -\min(a_j)$ 를 적용하면

$$A(b_k) \approx \frac{1}{2\sigma^2} \left[\min_B |z - B|^2 - \min_A |z - A|^2 \right] \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2\sigma^2} \left[\min_B (B^2 - 2Bz) - \min_A (A^2 - 2Az) \right]$$

와 같이 계산할 수 있다. 여기서 $A \in \{s : b_k = +1\}$, $B \in \{s : b_k = -1\}$ 이다. 만일 식 (3)에서 심벌 A와 B를 알 수 있다면, 이 식은 다음 식과 같이 간략히 정리할 수 있다.

$$A_r(b_k) = \frac{1}{2\sigma^2} [(B-A)(B+A-2z)] \quad (4)$$

$$= \frac{2}{\sigma^2} \left[\left(\frac{B-A}{2} \right) \left[\left(\frac{B+A}{2} - D \right) - (z-D) \right] \right]$$

여기서 D는 PSK 신호 공간에서의 임의의 값이다.

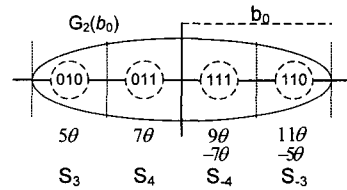


그림 3. 재구성된 $G_2(b_0)$ 그룹

식(3)을 이용하여 식(4)를 유도하고 구현하기 위해서는 식(3)의 A, B 심벌을 쉽게 얻을 수 있어야 한다.

3.2 변환된 M-PAM 신호 공간에서의 비트 그룹 정의

Gray 부호화된 PSK 신호 공간을 PAM 신호 공간으로 변환을 시킨 경우 좀 더 쉬운 방법으로 비트별 정보를 분할 할 수 있다. PAM 신호 공간으로 변환된 각 심벌의 비트 쌍들은 그림 2에 나타난 것과 같이 0과 1의 배열 형태를 기준 그룹으로 할 경우 이 그룹에 배정된 비트의 배열 형태가 각 비트 레벨에 따라 2-PAM과 같은 배열 형태이거나 또는 비트 값(0/1) 경계선을 기준으로 선대칭 형태를 갖게 된다. 이러한 특성을 이용하여 다음과 같이 각 비트 계층별 비트 그룹을 정의하면 다음과 같다.

1) b_0 계층

b_0 계층은 $G_1(b_0) = \{S_2, S_{-1}, S_1, S_2\} = \{1, 1, 0, 0\}$ 과 $G_2(b_0) = \{S_3, S_4, S_4, S_3\} = \{0, 0, 1, 1\}$ 의 2개의 그룹으로 나눌 수 있고, 이 그룹들은 서로 선대칭 관계에 있다. 만일 이 그림 2가 PSK의 변환 신호 공간이 아닌 원래의 PAM 신호 공간이라고 가정한다면 좌측과 우측은 서로 열린 공간이므로 b_0 계층은 위상 0이 비트 값 결정 경계 값이 되어 $\{S_4, S_3, S_2, S_{-1}, S_1, S_2, S_3, S_4\} = \{1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0\}$ 의 1개의 그룹으로만 정의된다. 그러나 PSK 신호 공간에서 PAM 공간으로 변환이 되었기 때문에 그림 2의 A 점과 B 점은 같은 위치이기 때문에 원래의 PAM 신호 공간과 다른 특성을 갖는다. $G_1(b_0) = \{S_2, S_{-1}, S_1, S_2\}$ 영역에 수신된 위상 값이 존재하는 경우에는 위상 0이 비트 값을 결정할 경계값이 되지만 $\{S_3, S_4\}$ 또는 $\{S_4, S_3\}$ 영역의 위상 값을 수신 했을 경우에는 A 점과 B 점이 같은 점이라는 것을 고려해야 한다. 즉, 음의 위상 값을 부여한 $\{S_4, S_3\}$ 영역들을 양의 값으로 다시 값을 부여하면 위상 π 를 기준으로 해당 비트의 값이 결정되는 그림 3과 같이 신호점이 가상적으로 위치를 이동하여 성상도가 재구성되고 새로운 $G_2(b_0) =$

{S₃, S₄, S₋₄, S₋₃} 그룹이 형성된다.

2) b₁ 계층

$-\pi/2$ 를 기준으로 비트의 값이 결정되는 G₁(b₁) = {S₄, S₋₃, S₋₂, S₋₁}={1, 1, 0, 0}인 그룹과 $+\pi/2$ 를 기준으로 비트의 값이 결정되는 G₂(b₁) = {S₁, S₂, S₃, S₄}={0, 0, 1, 1} 그룹으로 정의된다. G₁(b₁)와 G₂(b₁) 그룹들은 서로 비트의 값을 결정하는 점을 기준으로 할 때 서로 대칭 관계에 있다.

3) b₂ 계층

이 계층에서의 비트 그룹들은 G₁(b₂) = {S₋₄, S₃} = {1, 0}, G₂(b₂) = {S₂, S₋₁} = {0, 1}, G₃(b₂) = {S₁, S₂}={1, 0}, G₄(b₂) = {S₃, S₄}={0, 1}의 4개 그룹으로 정의된다. 집합 {G₁(b₂), G₃(b₂)}과 집합 {G₂(b₂), G₄(b₂)}은 같은 비트의 배치 형태를 가지는 집합으로 서로 다른 집합의 그룹 구성 간에는 비트 값들의 배치 형태가 서로 대칭의 관계를 갖는다. 따라서 위의 비트 계층과 그룹들을 고려하여 수신된 위상 z를 보정하면 그 보정 위상 \tilde{z} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{z} = \begin{cases} z, & k \neq 0 \\ z + 2M\theta, & k = 0 \text{ and } z < -\frac{M}{2}\theta \end{cases} \quad (5)$$

3.3 M-PAM 신호 공간을 이용한 M-PSK 비트 정보 분할 계산

2절의 비트 계층 별 그룹들은 다음과 같은 규칙이 적용된다.

- 1) 비트 배치가 서로 대칭인 경우에는 비트별 정보 값은 같지만 부호는 서로 반대이다. 예를 들어 {0,1} 배치를 갖는 PAM과 {1,0}를 갖는 PAM 신호 공간은 서로 같은 비트 정보를 가지지만 서로 다른 부호를 갖는다.
- 2) 같은 비트 계층에서 각 비트 그룹을 비트 경계 값을 기준으로 신호 공간의 0점으로 좌표축을 이동시키면 모든 비트 그룹들의 비트 정보는 동일한 방법으로 계산이 가능하다. 따라서 위에서 설명한 비트 정보 분할 값을 계산하는 과정들과 각 비트 계층별 비트 배치가 그룹 형태로 구성되는 Gray 매핑의 특성들을 종합해 보면 PSK 신호에 대한 식 (4)는 다음과 같이 정리할 수 있다.

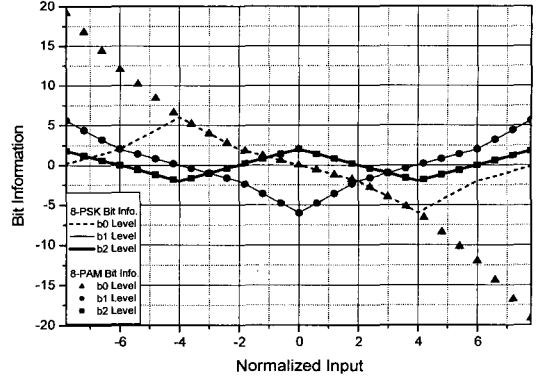


그림 4. 8-PSK와 8-PAM의 분할된 각 비트별 정보

$$\Lambda(b_k) = \frac{G_{y,k} \times m_k \times d_{\max,k} \times \theta}{2} \left\{ \frac{d_{\min,k}}{2} \times \theta - |\tilde{z}| \right\} \quad (6)$$

여기에서 사용되는 각 요소들은 다음과 같다.

- 1) \tilde{z} : 심벌을 구성하는 부호어의 비트들 중 k번째 비트의 비트 그룹을 해당 그룹 내 비트 경계 값을 기점으로 좌표축을 영점으로 이동한 거리 $x\theta$ 만큼 수신된 심벌 값을 보정한 값,
- 2) m_k : 그룹의 비트 배열 형태가 2-PAM과 일치할 경우 +1, 그렇지 않을 경우 -1의 값
- 3) $G_{y,k}$: 보정된 심벌 값 y의 부호, +1 또는 -1;
- 4) $d_{\min,k}$: 수신된 심벌이 가지는 영역에서 같은 그룹 내 비트 경계 값과 가장 가까운 거리 값
- 5) $d_{\max,k}$: 수신된 심벌이 가지는 영역에서 비트 경계 값과 가장 먼 거리 값.

IV. 수치 계산

그림 4는 원래의 8-PAM 비트별 정보들과 8-PSK 신호 공간을 8-PAM 신호공간으로 변환 후 식 (6)을 이용하여 얻은 8-PSK의 비트별 정보를 함께 나타낸 것이다.

그림 4에서 b₁과 b₂ 계층의 비트별 정보의 분할 값들은 PAM과 PSK 모두 동일한 결과를 보이지만, b₀ 계층의 경우 8-PAM 신호는 오른쪽과 왼쪽으로 발산하고 8-PSK의 경우 0으로 수렴함을 보여 서로 차이를 보여 준다. 이것은 원래의 8-PAM의 경우 축의 양쪽으로 열린 공간을 갖지만, 8-PAM 신호 공간으로 변환된 8-PSK 신호 공간은 닫힌 공간의 특징을 반영하기 때문이다. 그림에서 입력된 값은 PAM 신호의 경우 심벌간의 거리 d, PSK 신호의 경우 기준 위상 값 θ 로 정규화된 것이다.

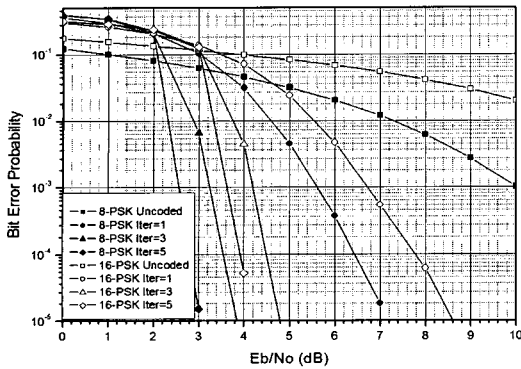


그림 5. 8-PSK와 16-PSK의 터보 반복 복호 성능

그림 5는 제안한 알고리즘을 이용하여 8-과 16-PSK의 비트별 정보 분할 결과를 이진 터보 부호기로 입력하여 반복 복호 성능을 그 예로써 나타낸 것이다.

본 논문에서 제안하는 방법은 M-PSK 신호 공간을 M-PAM 신호 공간으로 변환하여 비트별 정보를 계산하기 때문에 PAM/QAM과 PSK신호의 비트 정보 분할은 수행 알고리즘의 일부 연산 과정을 공유할 수 있어 일반적으로 채널 환경과 시스템의 특성에 따라 변조 차수와 방식이 다른 여러 가지 변조 방식 중에서 적합한 것을 선택하는 능동적 변조/부호화(adaptive modulation and coding) 방식에 유용하다. 능동적 변조/부호화 시스템의 비트별 정보를 얻기 위하여 LUT(look-up table) 방식을 이용할 경우 변조 방식에 따라 여러 가지 비트 정보 분할에 필요한 LUT들을 구비하고 필요할 때마다 해당 LUT를 선택하는 방법과는 달리, PAM, QAM, PSK 등의 변조된 신호를 동일한 회로를 이용하여 비트 정보 분할 값을 얻을 수 있으므로 실제 비트 분할기를 설계할 경우 효율적으로 적용이 가능하다.

V. 결론

본 논문에서는 Gray 부호화된 M-PSK 신호의 신호 공간을 M-PAM 신호 공간으로 변환한 후 Max-Log-MAP 알고리즘을 바탕으로 변환된 공간에서 비트 정보 분할을 효율적으로 수행할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. PAM 신호 공간은 열린 공간이며, PSK 신호 공간은 폐쇄 공간이기 때문에 이 문제를 해결하기 위해 축 확장 기법을 사용하여 해당 비트 계층의 비트 정보 분할을 계산하였다. 또한, 제안한 알고리즘을 이용하여 계산된 비트 정보 분할 값을 이진 터보 복호기에 입력하여 반복 복호

성능을 보임으로써 그 유용성을 확인하였다. 따라서 Gray 부호화된 M-PSK과 M-PAM 신호들의 비트 정보 분할은 동일한 방법을 사용하기 때문에 능동 변조/부호화(adaptive modulation/coding)에 효과적으로 응용이 가능하다.

참고 문헌

- [1] N. Weste and D. J. Skellern, "VLSI for OFDM," *IEEE Comm. Mag.*, Vol.36, No.10, pp.127-131, Mar., 1998.
- [2] D. Sridhara and T.E. Fuja, "LDPC Codes Over Rings for PSK Modulation," *IEEE Trans. Info. Theory*, Vol. 51, No.9, pp.3209-3220, Sept., 2005.
- [3] C. C. Wang, "Improved Metric for Binary Turbo Decoding Using M-ary PSK Signals," *IEEE WCNC'03*, pp.711-714, Mar., 2003.
- [4] W. H. Thesling, F. Xiong, and M. J. Vanderaar, "Planar approximation for the least reliable bit log-likelihood ratio of 8-PSK modulation," *IEE Proceedings on Comm.*, Vol.147, No.3, pp. 144-148, June, 2000.
- [5] S. Brink, J. Speidel, and R. H. Yan, "Iterative demapping for QPSK modulation," *IEE Elec. Lett.*, Vol. 34, No.15, pp.1459-1460, July, 1998.
- [6] 현광민, 윤동원, "Max-Log-MAP을 이용한 Gray 부호화된 PAM 신호의 연판정 계산식," *한국통신학회 논문지*, Vol.31, No.2C, pp.117-122, Feb. 2006.
- [7] A. J. Viterbi, J. K. Wolf, E. Zehavi and R. Padovani, "A pragmatic approach to trellis-coded modulation," *IEEE Comm. Magazine*, Vol.27, No.7, pp.11-19, July, 1989.

김기설 (Ki Seol Kim)

정회원



1982년 2월 한양대학교 전자통신공학(공학사)

1994년 2월 한양대학교 전자통신공학(공학석사)

1997년~현재 한양대학교 전자통신컴퓨터공학 박사과정

1982년 2월~1991년 4월 LG 정

보통신

1991년 4월~1995년 2월 한전정보네트웍

1995년 2월~현재 서교정보통신 대표이사
<관심분야> 통신이론, 영상처리, 영상압축, 광통신, 통신 신호처리

현 광 민 (Kwangmin Hyun) 정회원



1989년 2월 한양대학교 전자통신공학(공학사)
1995년 2월 한양대학교 전자통신공학(공학석사)
2004년 8월 한양대학교 전자통신전파공학(공학박사)
1989년~1994년 (주) 대우통신

1995년~1996년 (사) 고등기술연구원
1997년~2001년 (주) 케이엠더블유
2004년~2005년 인텔 코리아
2005년~현재 국립원주대학교 정보통신과
<관심분야> 디지털통신, 이동통신, 통신신호처리

박 상 규 (Sang Kyu Park) 정회원



1974년 2월 서울대학교 전기공학(공학사)
1980년 5월 Duke Univ. 전기공학(공학석사)
1987년 5월 Univ. of Michigan 전기공학과(공학박사)
1976년~1978년 국방과학연구소

1990년 8월~1991년 8월 Univ. of Southern California
객원교수
1987년 3월~현재 한양대학교 공과대학 전자통신컴퓨터공학부 교수
<관심분야> 디지털통신, 확산대역통신, 부호이론, PCS, IMT-2000