

비정렬 유한 체적법을 이용한 횡류 팬 유동장 해석

강동진* · 배상수**

Prediction of Cross Flow Fan Flow Using an Unstructured Finite Volume Method

Dong-Jin Kang*, Sang-Su Bae**

Key Words : Cross flow fan(횡류 팬), Unstructured finite volume method(비정렬유한체적법), Moving grid(이동격자), Eccentric vortex(편심와)

ABSTRACT

A Navier-Stokes code has been developed to simulate the flow through a cross flow fan. It is based on an unstructured finite volume method and uses moving grid technique to model the rotation of the fan. A low Reynolds number turbulence model is used to calculate eddy viscosity. The basic algorithm is SIMPLE. Numerical simulations over a wide range of flow rate are carried out to validate the code. Comparison of all numerical solutions with experimental data confirms the validity of the present code. Present numerical solutions show a noticeable improvement over a previous numerical method which is based on a model of body force to simulate the rotation of the impeller.

1. 서론

횡류 팬은 광산용 환기용 팬으로 1892년 Morier에 의해 고안되었지만, 낮은 효율 때문에 1980년대 초반까지 그 활용이 대단히 미미하였다⁽¹⁾. 이후 분리형 공조기 팬, 공기 커튼용 팬 등으로 각광을 받으면서 다시 주목을 받기 시작한 팬 형태이다. 이러한 관심은 축류 팬이나 원심 팬과는 달리 횡류 팬의 길이 조정으로 팬의 유량 조절이 용이한 장점이 있기 때문이다.

횡류 팬은 두 개의 원판 사이에 날개를 원주 방향으로 부착한 원통형 로터를 사용하는 팬으로, 다른

터보형 팬과는 상당히 이질적인 유동 특성을 가진다. 로터의 회전에 의한 선회류와 관통류가 만나서 편심와 (eccentric vortex)를 만들고, 이 편심와는 로터의 원주 방향을 따라 회전하게 된다. 따라서 하부 벽면 (rearwall)과 와류 벽면 (vortex wall 혹은 stabilizer)을 적절히 잘 설계하면 편심와 위치가 고정되어 안정적인 흐름을 가지는 횡류 팬을 설계 및 제작할 수 있다. Fig. 1은 횡류 팬 주위 유동을 개략적으로 도시한 그림으로, 편심와 유동이 와류 벽면 쪽에 고정되어 있다. 횡류 팬 주위 유동은 로터 원주 위에 형성되는 편심와 유동과 하나의 로터를 통해 유입되고 유출되는 유동 등 두가지 큰 특성으로 정의할 수 있다. 그런데, 이러한 유동 특성은 로터 자체의 형상뿐만 아니라 하부 벽면과 와류 벽면으로 구성된 케이싱에 의해서도 큰 영향을 받게 된다.

* 영남대학교 기계공학부

** 동보중공업

책임저자 E-mail : djikang@yu.ac.kr

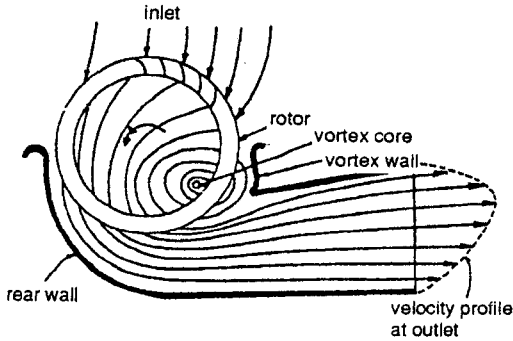


Fig. 1 Diagram of the flow through a cross-flow fan

횡류 팬에 대한 연구는 주로 실험적 방법에 의존해 왔는데, 최근까지의 연구동향을 정리하면 다음과 같다. Eck⁽¹⁾는 1950년에 처음으로 횡류 팬 주위 유동장을 가시화하여 주된 유동 특성을 연구한 바 있고, Murata 등⁽²⁾은 케이싱 형상을 바꾸어 가며 실험을 수행한 결과 스테빌라이저와 임펠러 간격, 스크롤 형상, 스테빌라이저 설치 각도 등이 횡류 팬의 성능을 결정하는 주요 인자임을 보인바 있다. Mazur 등⁽³⁾과 Porter 등⁽⁴⁾은 팬의 유동 가시화와 실험적 계측을 통해 횡류 팬 주위 유동장의 시간 평균치 데이터를 자세히 보고한 바 있다.

이상과 같은 실험적 연구에 비해 이론적 혹은 전산 유체역학적 연구는 상대적으로 미흡하고, 1980년대 들어 조금씩 연구가 이루어지기 시작하였다. 예를 들면, 陳次昌 등⁽⁵⁾은 횡류 팬 흐름으로 생성되는 유동을 로터로부터 방출되는 자유와도 (free vortex)의 집합으로 묘사하여 자유 흐름장에 놓인 로터가 회전하는 경우를 연구한 바 있다. 또 多久島 郎 등⁽⁶⁾은 CIC (cell in cloud)와 FEM 방법을 이용하여 횡류 팬 주위 유동장을 해석한 바 있다. 이 방법이 첫 번째 저자를 비롯한 몇몇 국내의 연구자⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾에 의해서도 시도된 바 있지만, 이 방법은 임펠러 형상과 날개 수 그리고 난류 유동장에 대한 고려 등을 제대로 수행하기 어려운 단점이 있는 방법이다. Navier-Stokes 방정식을 이용하여 횡류 팬을 해석하는 시도는 1990년대 들어서야 이루어지기 시작하였다. 예를 들어 Combes 등⁽¹⁰⁾은 유한 요소법으로 횡류 팬을 수치해석하여 Mazur 등⁽¹¹⁾의 실험치와 비교한 결과 비교적 좋은 일치를 보였다. 그러나, 이 연구는 정상 상태 유동해석이며, 로터의 블레이드 수를 무한개로 가정하는 등 근사적인 해라 할 수 있겠다. 최근에 Akaike 등⁽¹²⁾은 상용 코드인 STAR-CD를 이용하여 횡류 팬 주위의 비정상 유동을 해석하기도

하였다. 이들은 슬라이딩 계면과 표준 k-e 난류모델을 이용하여 로터를 모델링하였다. 국내에서도 유사한 연구^{(13),(14)}가 진행된 바 있다.

본 연구에서는 비정렬 유한 체적법에 기초한 이차원 Navier-Stokes 코드를 이용하여 횡류 팬 주위 비정상 유동장을 자세히 해석하고자 한다. 특히, 이동격자계 기법과 저 레이놀즈 수 k-e 난류 모델을 사용하여 비정상 유동장을 해석하고 실험 데이터와의 비교를 통해 본 해석 코드의 타당성을 검증하고자 한다. 본 문에서 채택한 실험 데이터는 Mazur 등⁽³⁾ 실험자가 밝힌 바와 같이 팬의 양 끝을 제외한 중앙 부위에서 이차원 유동 특성을 보여 이차원 Navier-Stokes 수치해와 비교하기에 타당하다고 판단된다. 또한 Combes 등⁽¹⁰⁾도 같은 이유로 2차원 해석한 바 있다.

2. 이론

2.1. 지배 방정식

본 연구에서 사용한 지배방정식은 x-y 직교 좌표계에서의 2차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 다음의 식 (1), (2) 그리고 (3)으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

여기서 u 와 v 는 각각 x 와 y 방향 속도성분이고, p 는 압력을 그리고 ν_{eff} 는 등가 점성 계수 (equivalent viscosity)로 $\nu_{eff} = \nu + \nu_t$ 이다. ν 와 ν_t 는 각각 유체의 동점성 계수 (kinematic viscosity)와 와점성 계수 (eddy viscosity)이고, 와점성 계수는 Chien의 저 레이놀즈 수 난류모델⁽¹⁵⁾로부터 구한다. 횡류 팬 주위 유동장은 기본적으로 박리를 수반하는 복잡한 유동장이어

서 저 레이놀즈수 난류모델을 선택하였다. 식 (1)과 (2)에서 $\partial x/\partial t$ 와 $\partial y/\partial t$ 를 포함하는 두 개의 대류 항은 격자의 운동으로 인한 것으로 방정식의 자세한 유도 등은 참고문헌⁽¹⁶⁾에 잘 정리되어 있다.

2.2. 난류 모델

대표적인 저 레이놀즈수 난류모델의 하나인 Chien의 난류모델⁽¹⁵⁾은 다음의 식 (4)와 (5)에 정리한 난류 운동 에너지 방정식과 난류 운동 에너지 소산을 방정식으로부터 외점성 계수 ν_t 를 구한다.

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j k}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial x_j}{\partial t} \frac{\partial k}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ &+ \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - k \left(f_\mu C_\mu \rho \frac{k}{\mu_t} + \frac{2\mu}{y^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j \epsilon}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial x_j}{\partial t} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \\ &+ f_1 c_{11} \mu_t \frac{\epsilon}{k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \\ &- \epsilon \left(C_{\epsilon 2} f_2 \rho \frac{\epsilon}{k} + \rho E \right) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 u_j 는 x_j ($j=1,2$) ϵ 방향의 평균유속, k 는 난류 운동 에너지, ϵ 은 소산율을 가리킨다. 동점성 계수는 $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu k^2 / \epsilon$ 로 구하며, 기타 여러 가지 모델 상수와 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & C_\mu = 0.09, C_{\epsilon 1} = 1.35, C_{\epsilon 2} = 1.8, \sigma_k = 1.0 \\ & \sigma_\epsilon = 1.3, E = -2\nu(\epsilon/y^2)\exp(-0.5y^+) \\ & f_\mu = 1.0 - \exp(-0.0115y^+) \\ & f_1 = 1.0, f_2 = 1.0 - 0.22\exp(-(Re_t/6)^2) \end{aligned} \quad (6)$$

3. 수치해석 방법

3.1. 수치해석 과정

본 논문에서 사용한 수치해석 방법은 SIMPLE로 자

세한 내용은 참고문헌^(17,18)에 잘 정리되어 있으며, 여기서 수치 해를 구하는 과정을 간략하게 정리하면 다음과 같다.

- (a) 속도성분, 압력성분 그리고 난류 외점성 계수 등을 가정한다.
- (b) 대수 운동량 방정식으로부터 속도성분을 수정한다.
- (c) 연속 방정식을 조작하여 얻은 압력 방정식으로부터 압력을 수정한다.
- (d) 과정 (b)와 (c)에서 구한 속도성분과 압력의 변화가 충분히 작지 않으면 난류 외점성 계수를 수정하고 과정 (b)로 되돌아간다.

위의 과정 (a)~(d)는 임의의 시간 증분에 대하여 적용하며, 과정 (d)에서 수렴판정은 반복 계산간 속도 성분과 압력의 최대변화가 10^{-4} 보다 작을 때를 기준으로 하였다.

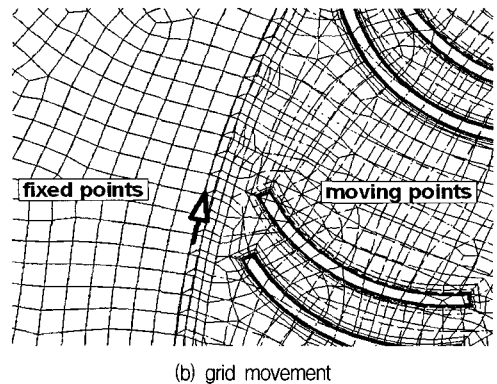
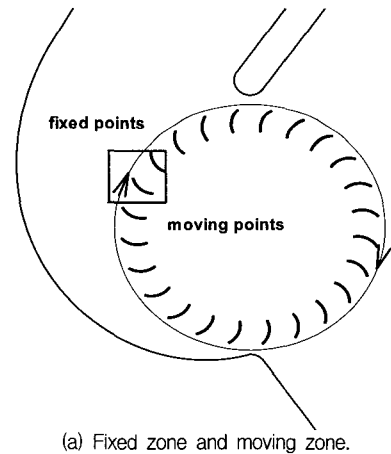


Fig. 2 Moving grid for the cross flow fan

3.2. 이동격자 기법

황류 웬의 로터 운동을 정확히 모사하기 위해 계산 영역을 로터 주위와 나머지 영역 등 두 가지 영역으로 나누고, 로터 주위 영역을 로터와 함께 회전시킨다. Fig. 2(b)는 임의의 시간 t_1 과 다소 시간이 경과한 후의 시간 t_2 에서의 격자를 동시에 그린 그림이다. 그림에서 실선은 시간 t_1 에서의 격자를, 일점쇄선은 시간 t_2 에서의 격자를 가리킨다. 그림에서 살펴볼 수 있듯이, 우측의 이동 격자와 좌측의 고정 격자 경계에서는 미끄럼이 일어나서 셀의 형상이 변한다. 따라서 매 시간증분마다 이동격자에 대한 요소를 새로 구성해야 하지만, 경계선에 접하는 요소 (element)의 구성격자만 달라지게 된다. 본 연구에서는 경계선에 접하는 요소의 구성격자를 최단 거리에 있는 격자점들로 구성한다. 나머지 이동 요소는 구성격자의 변화 없이 구성격자의 좌표값만 변화하게 된다. 위와 같은 격자 이동에 따른 요소 재구성은 수치적으로 단순할 뿐만 아니라 전산 비용도 저렴하여 전체 계산시간에 미치는 영향은 대단히 미미하다.

4. 결과 및 토의

본 논문에서는 Mazur 등⁽³⁾이 실험한 것과 동일한 황류 웬을 수치해석하여 실험 데이터와 비교 검증하였다. Mazur 등⁽³⁾의 실험은 3가지 유량계수 즉, $\phi = 0.57, 0.89, 1.19$ 등 넓은 유량 범위에서 이루어졌다. 여기서 유량계수 ϕ 는 $Q/(V_{tip}DL)$ 로 정의하였으며, Q 는 유량, D 는 로터의 외경, L 은 로터 길이를 가리킨다. 유량 계수 ϕ 가 0.59인 경우 (이하 case 1이라 칭함), 블레이드 날개 길이와 로터 외경 회전속도에 기초한 레이놀즈수는 12,500이고 로터는 1,500 (rpm)으로 회전한다. 또 유량 계수 $\phi=0.89$ (이하 case 2라 칭함)와 $\phi=1.19$ (이하 case 3라 칭함)는 모두 1,000 (rpm)으로 회전하며, 레이놀즈수는 8,340이다.

Fig. 3은 본 연구에 사용된 격자계로 약 35,000개의 격자로 구성되어 있다. 전체 격자 중에서 약 19,000개의 격자는 로터 내부에 존재하여 로터와 함께 회전하게 된다. 황류 웬의 입구에서는 주어진 유량계수에 상응하도록 일정 유속으로 가정하였고, 출구에서는 수직 방향 구배가 없다고 가정하였다. 또 입구에서의 난류 강도는 2%로 가정하였다. 비정상 계산시 시간간격은

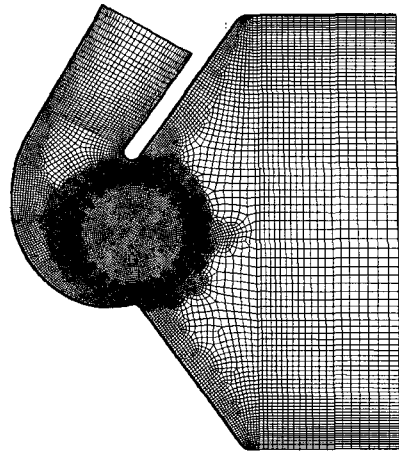


Fig. 3 Computational grid

로터 1회전을 400등분하여 결정하였다. 기타 자세한 수치해석적 자료들은 참고문헌⁽¹³⁾에 자세히 정리되어 있다.

3가지 유량계수에서 얻은 수치해의 유선을 Mazur 등⁽³⁾의 실험 데이터와 Combes 등⁽¹⁰⁾의 수치해 등과 비교하여 Fig. 4에 도시하였다. 그림을 살펴보면, 유량계수의 크기에 관계없이 황류 웬 원주에 형성되는 편심 와류동을 수치해가 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 황류 웬 입구에 형성되는 박리유동의 크기는 유량 계수의 크기에 따라 달라지며 본 수치해가 만족스럽게 예측하고 있음을 알 수 있다. 본 수치해는 전체적으로 Combes 등⁽¹⁰⁾의 수치해와 유사한 정확도로 실험치와 일치하지만, 편심과 유동의 크기 등에서는 보다 정확한 예측을 보이고 있음을 알 수 있다.

보다 정량적인 비교를 위해 case 2의 경우에 얻은 정압력 분포, 전압력 분포 그리고 절대 속도 분포 등을 Fig. 5에 도시하였다. 그림을 살펴보면, 본 수치해는 정압력, 전압력 그리고 절대 속도 등의 크기와 분포가 실험치와 거의 일치하는 좋은 예측 능력을 보이고 있고, Combes 등⁽¹⁰⁾의 수치해에 비해 크게 개선된 결과임을 알 수 있다. 이와같이 본 수치해가 Combes 등⁽¹⁰⁾의 수치해에 비해 크게 개선된 결과를 보이는 것은 황류 웬 형상을 실제 모습 그대로 모델링하였기 때문으로 판단된다. 다시 말하면, Combes 등⁽¹⁰⁾은 블레이드 작용을 원심력에 의한 체적 힘 (body force)으로 모델링하였고 본 수치해석에서는 황류 웬의 형상과 운동을 수정이나 근사 없이 직접적으로 모사하였기 때문으로 판단된다.

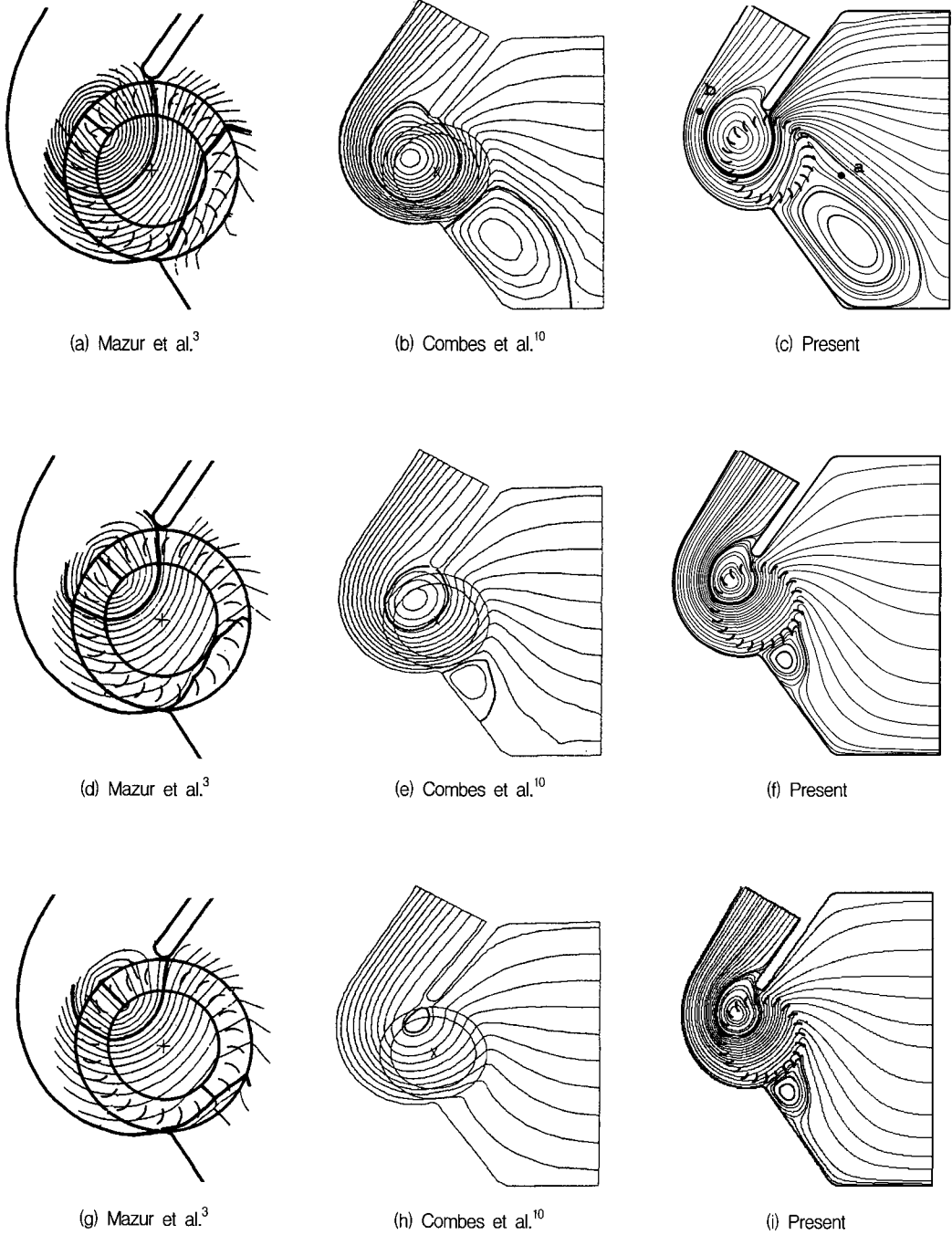
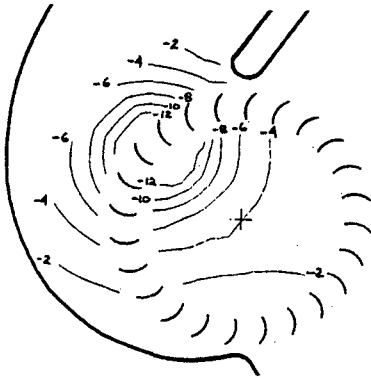
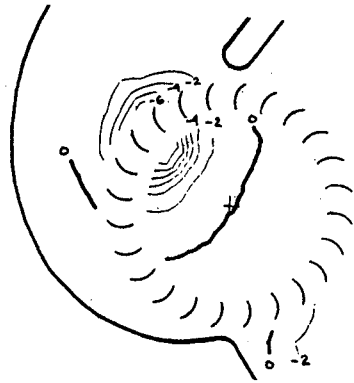


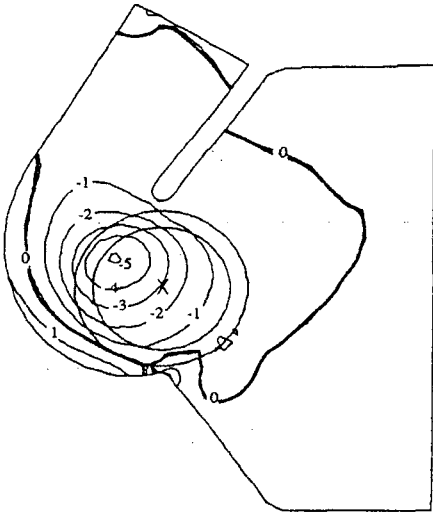
Fig. 4 Comparison of streamlines. (a)~(c):case 1, (d)~(f):case 2, (g)~(i):case3



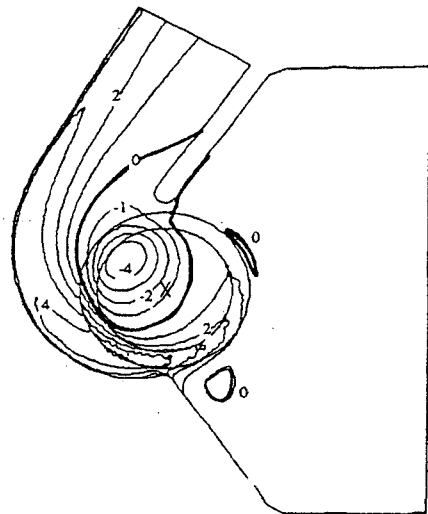
(a) Static pressure by Mazur et al.³



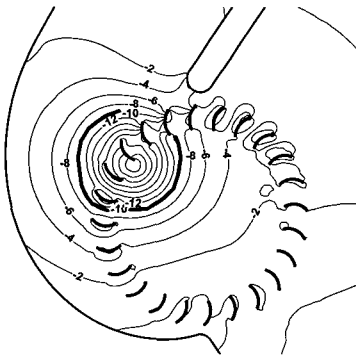
(d) Total pressure by Mazur et al.³



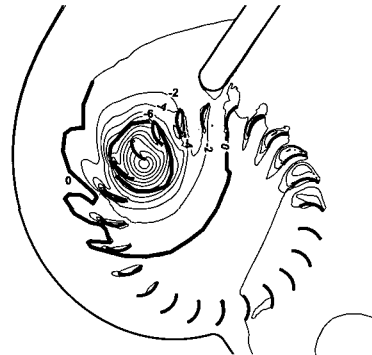
(b) Static pressure by Combes et al.¹⁰



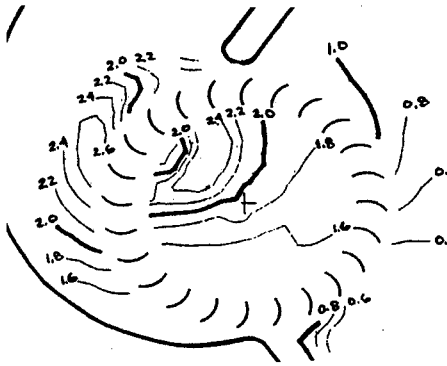
(e) Total pressure by Combes et al.¹⁰



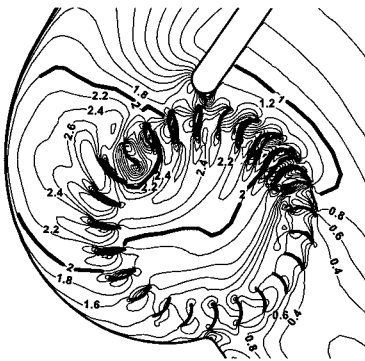
(c) Present static pressure



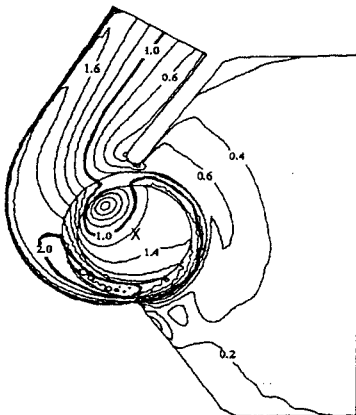
(f) Present total pressure



(g) Total velocity by Mazur et al.³



(h) Present total velocity



(i) Total velocity by Combes et al.¹⁰

Fig. 5 Comparison of static pressure, total pressure and total velocity distributions for case 2

Table 1은 3가지 유량 계수에서 얻은 수치 해를 이용하여 편심과 유동의 위치와 세기 등을 계산하여 실험 데이터와 비교한 도표이다. 도표에서 편심과 유동의 중심까지의 무차원 거리는 횡류 웜의 중심에서 편심과 중심까지의 거리를 로터의 반경으로 무차원한 거리이고, 각도는 횡류 웜 중심을 지나는 수평선과 횡류 웜과 편심과 유동의 중심을 지나는 직선이 이루는 각도를 의미한다. 도표를 살펴보면 가장 고 유량 계수인 case 3을 제외하고는 실험치와 거의 완벽하게 일치하는 좋은 예측을 보임을 확인할 수 있다. case 3의 경우에 정량적인 차이가 나는 원인은 현재로서는 분명하지 않지만, 유량계수가 증가함에 따라 횡류 웜 양 끝에 3차원 유동장이 형성되었을 가능성이 높다. Mazur 등⁽³⁾의 실험논문에서도 같은 언급을 서술하고 있다.

Figure 6은 편심 와유동을 보다 자세히 비교한 그림으로, (a)는 편심 와유동 주위의 국소좌표계를, (b)는 편심과 유동 중심에서 반경 방향으로의 정압력 변화를, (c)는 전압력 분포를 그리고 (d)는 절대 속도 변화를 각각 도시하고 있다. 그림에 도시된 수치해는 원주방향으로 산술 평균한 값이다. 그림을 살펴보면, 본 수치해가 실험 데이터와 정량적으로 만족할만한 일치를 보이고 있음을 알 수 있다. 본 수치해가 약 $y=1.5$ 부근에서 약간의 진동을 보이는 것은 이 영역이 스테빌라이저 (stabilizer) 부근이어서 원주방향으로 유동 변화가 심하기 때문이다. 실험치는 스테빌라이저에서 떨어진 임의의 한 직선을 따라 계측하였기 때문이다. 어쨌든 횡류 웜 유동에서 가장 중요한 유동 특성의 하나인 편심과 유동을 본 수치해가 정량적으로 거의 완벽하게 예측하는 것으로 판단된다.

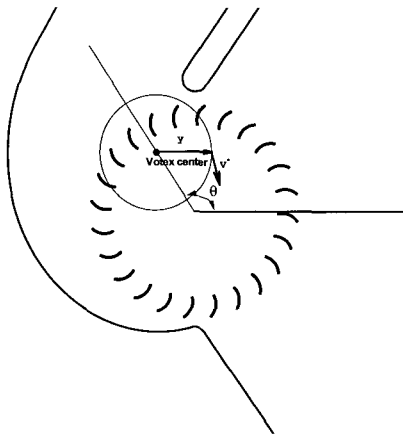
5. 결론

본 연구에서는 비정렬 유한체적법에 기초한 Navier-Stokes 코드에 이동 격자계 기법을 추가하여 횡류 웜 유동 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

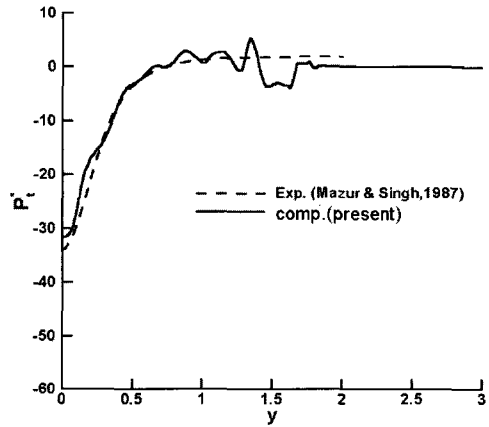
횡류 웜의 넓은 유량 계수에 대해 수치해석을 수행하여 실험데이터와 비교한 결과 본 수치해는 정량적으로 만족스러운 예측성능을 보였다. 또한 본 수치해는 횡류 웜을 체적법 등으로 근사한 기존의 수치해에 비해서도 정량적으로 좋은 예측성능을 보였다. 따라서 본 수치해석 코드는 향후 횡류 웜 유동장 해석과 형상 최적화 등에 유용하게 사용할 수 있을 것으로 기대된다.

Table 1 Vortex location and intensity

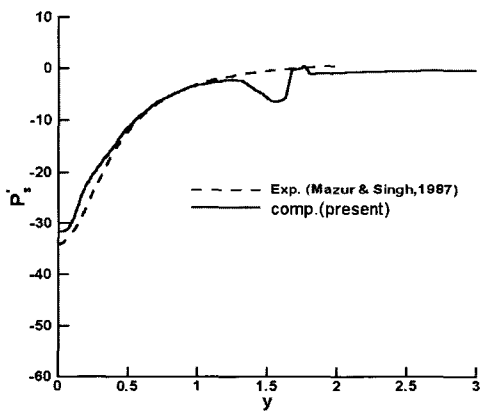
	case 1 (유량계수 = 0.56)		case 2 (유량계수 = 0.89)		case 3 (유량계수 = 1.19)	
	experiment	present (상대오차)	experiment	present (상대오차)	experiment	present (상대오차)
Distance to vortex center/ R_i	0.93	1.0 (7.5 %)	1.01	1.02 (1 %)	1.13	1.02 (7.9 %)
Angle to vortex center(deg)	143	143	136	136	134	130.7
P_{so} (vortex center의 정압력)	-24	-25	-34	-33.6	-53.5	-46.3



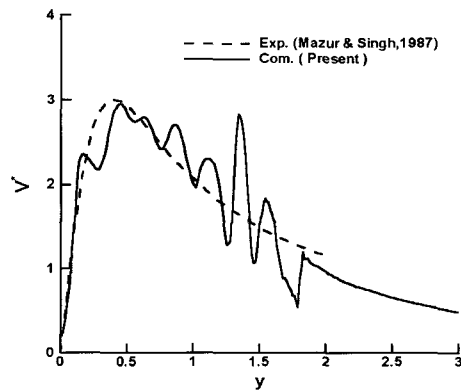
(a) Definition of local coordinates



(c) Total pressure variation



(b) Static pressure variation



(d) Absolute velocity variation

Fig. 6 Comparison of eccentric vortex intensity

후 기

본 연구는 2004년도 두뇌한국21사업에 의해 수행되었음.

참고문헌

- (1) Eck, B., 1973, "Fans," Pergamon Press.
- (2) Murata, S., and Nisnihara, K., 1976, "An Experimental Study of Cross Flow Fan," JSME, Vol. 19, No. 129, pp. 314~321.
- (3) Mazur. J., Singh. T., 1987, "Momentum Exchanges and Energy Transfer in Cross Flow fans," 87-GT-32.
- (4) Porter. A. M. and Markland, E., 1970, "A Study of Cross Flow Fans," Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 12, pp. 421~431.
- (5) 陳次昌, 深野徹, 原義則, 1994, "Flow Analysis in a Cross Flow Fan by Boundary Element Method and Discrete Vortex Method," 일본기계학회 논문집 B편, 제 61권, 587호, pp. 31~36.
- (6) 多久島 郎, 飯塚邦彦, 1992, "Cross Flow Fan의 내부류의 수치해석법 CIC와 FEM의 적용," 일본기계학회 논문집 B편, 제 58권, 545호, pp. 64~70.
- (7) 강동진, 이경창, 1995, "이차원 비압축성 점성 유동장 해석을 위한 실용적인 이산와류법," 대한기계학회춘계학술대회논문집, 제 2권, pp. 238~242.
- (8) 전완호, 1994, "이산와류법을 이용한 비정상 상태 원심형 터보기계 해석," 한국과학기술원 석사학위 논문.
- (9) 이지석, 이상환, 정성원, 1995, "VEM을 이용한 횡류 팬 유동장 해석," 공기조화냉동공학회, 하계학술대회논문집, pp. 203~208.
- (10) Combes, J. F., and Marie, L., 1994, "Numerical Modelling of the Flow in a Cross Flow Fan," FED Vol. 195, Fluid Machinery.
- (11) Akaike, S., Kitata, M., Taira, H., and Kikuyama, K., 1995, "Flow Analysis of Cross Flow Fan," STAR-CD News, Issue 3, pp. 2~4.
- (12) 김동훈, 박형구, 2003, "횡류 팬의 최적설계방안," 한국전산유체공학회논문집 제 8권 4호, pp. 37~43.
- (13) 김동원, 김형섭, 윤태석, 박성관, 김윤제, 2004, "스테빌라이저 위치 및 리어가이더 형상변화에 따른 횡류 팬의 성능특성 연구," 유체기계저널 제 7권 제 4호, pp. 7~15.
- (14) Chien, K. Y., 1982, "Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low Reynolds Number Turbulence Model," AIAA J., Vol. 20, pp. 33~38.
- (15) Shyy, W., Udaykumar, H. S., and Smith, R. W., 1996, "Computational Fluid Dynamics with Moving Boundaries," Taylor and Francis.
- (16) 강동진, 배상수, 2000, "MIT 요동익형의 수치해석," 대한기계학회논문집, 제 24권 제 6호, pp. 777~784.
- (17) 배상수, 1999, "비정렬 유한체적법을 이용한 정상/비정상 난류 유동장의 수치해석," 영남대학교 대학원박사학위논문.