

LMI를 이용한 퍼지 시스템의 슬라이딩 모드 관측기 설계

Sliding Mode Observer for Fuzzy System: An LMI Approach

송민국*, 주영훈**, 박진배*

Min Kook Song, Young Hoon Joo, and Jin Bae Park

* 연세대학교 전기전자공학과

** 군산대학교 전기정보공학부

요 약

본 논문에서는 비선형 시스템의 슬라이딩 모드 관측기 설계에 대해서 논의한다. 제어 대상인 비선형 시스템을 모델링 하는데 있어서 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델 기법을 이용하였고, 이때 발생할 수 있는 모델 불확실성과 외란에 대해 그것의 최대 최소 범위를 안다고 가정하였다. 제안된 시스템의 LMI (Linear Matrix Inequality)를 기반으로 한 슬라이딩 모드 관측기 설계 방법에서는 관측기와 시스템의 차이를 슬라이딩 표면으로 설정한다. 안정한 슬라이딩 표면을 갖는 슬라이딩 관측기의 존재 가능성을 선형 행렬 부등식의 형태로 표현한다. 슬라이딩 모드 관측기 이득은 LMI 존재 조건의 해를 이용하여 구한다. 모의 실험을 통하여 논문에서 제안한 슬라이딩 모드 관측기의 성능을 시험한다.

키워드 : 슬라이딩 모드 관측기, T-S 퍼지 모델, 비선형 시스템

Abstract

This paper considers a method to design sliding mode observers for a class of uncertain systems using Linear Matrix Inequalities(LMI). In an LMI-based sliding mode observer design method for a class of uncertain systems the switching surface is set to be the difference between the observer and system output. In terms of LMIs, a necessary and sufficient condition is derived for the existence of a sliding-mode observer guaranteeing a stable sliding motion on the switching surface. The gain matrices of the sliding-mode observer are characterized using the solution of the LMI existence condition. The results are illustrated by an example.

Key words : Sliding mode observer, T-S fuzzy model. Non-linear system.

1. 서 론

슬라이딩 모드 관측기는 선형관측기와 달리 관측기에 비연속 요소를 추가한다. 슬라이딩 모드 관측기는 선형 관측기에 비해 추가된 비연속 요소 때문에 시스템 잡음이나 모델링 과정의 오차에 강인하다. 비연속 요소는 관측기의 상태 궤적이 슬라이딩 표면에 유지되며 안정되게 설계하여야 한다. 슬라이딩 표면은 관측기의 출력과 시스템의 출력의 차이로 정의한다. 안정한 슬라이딩 모드 관측기를 설계조건은 상태 오차 벡터를 0으로 보내는 것이다.

슬라이딩 모드 관측기는 여러 연구자들에 의해 연구되어 왔다 [1-6]. 특히 Edwards[2]에 의해 제안된 슬라이딩 모드 관측기 설계 기법은 먼저 상태 변환 행렬을 이용하여 가관측성 표준형 상태 공간 모델로 바꾸고, 이에 적합한 슬라이딩 모드 관측기를 설계한다. Walcott과 Zak[3]는 선형적인 출력의 피드백을 이용하는 슬라이딩 모드 제어기를 제안하고, 제안된 슬라이딩 모드 관측기를 리아프노프 함수를 이용하여 안정성을 검사하였다. [1], [2]의 방법은 상태 변환 행렬을 이용하여 원하고자 하는 형태의 시스템의 형태로 변환하고, 이를 이용하여 슬라이딩 모드 관측기를 설계하는 방법이다. 상태변환 행렬을 이용하여 슬라이딩 모드 관측기를 설계하면

복잡하고 시스템에 간접적으로 설계하게 되는 단점이 있다. 이에 Choi[6]에 의해서 상태변환 행렬을 이용하지 않고 시스템에서 직접적으로 관측기를 설계하는 방법이 제안되었다. 이때 설계된 관측기는 비연속적인 요소에 독립적이고 제안된 LMI (Linear Matrix Inequality) 조건의 해가 존재한다면 관측기가 안정함을 또한 증명하였다. 지금까지 제안되어 온 슬라이딩 모드 관측기는 부정합의 불확실한 요소에 대해서는 성능이 보장되지 못하였다. 이에 본 논문에서는 제안된 설계 기법을 이용하여 시스템의 불확실한 요소에 강인한 슬라이딩 관측기를 설계하고자 한다.

본 논문은 다음의 순서로 구성되어 있다. 먼저 2장에서 비선형 시스템을 수학적으로 T-S퍼지 모델로 모델링 하는 과정을 설명한다 [8]-[10]. 모델링 과정에서 발생하는 오차와 시스템 잡음을 시스템의 비연속적인 요소로 표현한다. 비연속적인 요소에 강인한 슬라이딩 모드 관측기를 설계하기 위해 몇 가지의 가정을 덧붙인다. 다음으로 3장에서는 모델링 한 불확실한 퍼지 시스템에 적합한 슬라이딩 모드 관측기를 설계한다. LMI를 이용하여 안정한 슬라이딩 모드 관측기 존재의 가능성의 필요충분조건을 살펴본다. 4장에서는 임의의 비선형 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론이 타당한지를 모의 실험한다. 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

접수일자 : 2006년 6월 15일

완료일자 : 2006년 8월 8일

2. Takagi-Sugeno 모델 기반의 퍼지시스템

Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 시스템을 나타낸다.

$$\text{Rule } i : \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i, \quad (1)$$

$$\text{THEN } \dot{x}_i = A_i x + B_i u \quad (1 \leq i \leq c)$$

여기서 $\Gamma_h^i (h = 1, 2, \dots, q)$ 는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다. $x(t) \in R^n$ 는 상태변수, $u(t) \in R^m$ 는 입력이다. $z_h(t)$ 는 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다.

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^c [\mu_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t))] + D\xi(t, x, u) \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서,

$$w_i(x(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(x_h(t)), \mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^c w_i(x(t))}, \text{ 그리고}$$

$\Gamma_h^i(x_h(t))$ 는 h 번째 전건부 변수 $x_h(t)$ 의 퍼지 집합 Γ_j^i 에 대한 소속도이다.

우리는 다음의 가정을 이용하여 본 논문을 전개해 나간다.

가정 1. $A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times m}, C \in R^{p \times n}$

$D \in R^{n \times q}$ 는 상수 행렬이라고 가정한다.

가정 2. 행렬 C 와 D 는 전열계수를 가지며, $p \geq q$ 라고 가정한다.

가정 3. 함수 $\xi(t, x, u)$ 는 정확히 알지 못하지만 다음과 같은 경계 값을 가진다고 가정한다.

$$\|\xi(t, x, u)\| \leq r_1 \|u\| + \beta(t, y) \quad \text{여기서 } r_1 \text{는}$$

스칼라 값이며, $\beta: R^+ \times R^p \rightarrow R^+$ 인 알려진 함수이다.

이러한 가정들은 Tan[3]과 Choi[6]가 사용한 가정과 동일하다. T-S 퍼지모델과 동일한 시스템 파라미터를 가지는 관측기를 설계한다. 결과로 다음과 같은 퍼지모델 기반 슬라이딩 모드 관측기를 얻을 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^c [\mu_i(x(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t)) - L(\hat{y}(t) - y(t))] + H\nu$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (3)$$

여기서 $L_i \in R^{n \times p}$ 인 이득 행렬이고 $H \in R^{n \times p}$ 인 설계 파라미터이며, $\text{rank}(CH) = p$ 를 만족한다. 불연속 벡터 ν 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\mu = -\rho(t, x, u) \|F\| \frac{e_y}{\|e_y\|} \quad (4)$$

여기서 $e_y = \hat{y} - y = C\hat{x} - Cx$ 이고, F 는 나중에 명시한다. 스칼라 함수 $\rho: R^+ \times R^p \times R^m \rightarrow R^+$ 는 $\rho(t, x, u) \geq r_1 \|u\| + \beta(t, y) + \gamma_0$ 이고, γ_0 는 양의 스칼라 값이다. 추정 상태 오차를 $e = \hat{x} - x$ 로 유도하였으므로 오차 동역학은 다음과 같다

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t))(A_i - LC)e(t) + H\nu - D\xi(t, x, u) \quad (5)$$

$\text{Rank}(CH) = p$ 는 유일한 등가 제어를 위한 필요조건이다. 슬라이딩 표면을 $e_y = 0$ 으로 제한한다.

Choi의 연구 [5]에 의해서 비연속적인 요소인 ξ 에 독립적인 슬라이딩 표면이 존재하기 위한 필요충분조건은 다음과 같다.

1. $\text{Rank}(CD) = p$.
2. (A, C, D) 의 극은 좌반면에 존재하여야 한다.

3. LMI를 이용한 슬라이딩 모드 관측기의 존재 조건

정리 1. 오차 동역학은 다음의 조건을 만족하는 행렬 P 가 존재한다면, $\xi(t, x, u)$ 와 무관하게 $e_y = Ce = 0$ 의 스위칭 표면을 안정한 슬라이딩 움직임을 보인다.

$$P > 0, \psi \sum_{i=1}^c (PA_i + A_i^T P)\psi^T < 0, \psi PD = 0 \quad (6)$$

$(i = 1, \dots, c)$

여기서 ψ 는 행렬 C 의 영공간의 기저를 열벡터로 갖는 어떤 전열계수 행렬이다.

증명 : 필요조건은 다음과 같이 증명된다.

상태 변환 행렬 W 를 다음과 같이 정의한다.

$$W = \begin{bmatrix} \Theta \\ H(H^T H)^{-1} \end{bmatrix}.$$

여기서 Θ 는 $H^T \Theta = 0, \Theta^T \Theta = I$ 을 만족시키는 임의의 전열계수 행렬이다. 상태 변환 행렬 W 를 이용하여 e 벡터를 변환시키면 다음과 같다.

$$v = We = \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^T \Theta \\ e^T H(H^T H)^{-1} \end{bmatrix}.$$

이를 이용하여 다음의 동역학을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta^T D \\ H(H^T H)^{-1} D \end{bmatrix} \xi(t, x, u) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \nu \quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \theta^T \sum_{i=1}^c (A_i - LC) \theta, \\
 A_{12} &= \theta^T \sum_{i=1}^c (A_i - LC) H, \\
 A_{21} &= (H^T H)^{-1} H^T \theta^T \sum_{i=1}^c (A_i - LC) \theta, \\
 A_{22} &= (H^T H)^{-1} H^T \theta^T \sum_{i=1}^c (A_i - LC) H.
 \end{aligned}$$

스위칭 표면을 다음과 같이

$e_y = Ce = Cw^{-1}v = C\theta v_1 + CHv_2 = 0$ 으로 정의하면, $\xi(t, x, u)$ 에 독립적인 스위칭 표면이 된다. 동역학 (8)에 우리가 가정한 조건 $\theta^T D = 0$ 을 대입하면 다음의 동역학 (9)가 구해진다.

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_1 &= [\theta^T \sum_{i=1}^c (A_i - LC) \theta \\
 &\quad - \theta^T \sum_{i=1}^c (A_i - LC) H (CH)^{-1} C\theta] v_1
 \end{aligned} \tag{8}$$

Choi[6]의 연구로부터 이 동역학(8)이 안정하려면 다음의 Riccati 부등식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned}
 P \sum_{i=1}^c (A_i - LC) + \sum_{i=1}^c (A_i - LC)^T P \\
 - PHH^T P < 0, \\
 P > 0, \quad H^T P = GC
 \end{aligned} \tag{9}$$

식 (9)에 우리가 가정한 $C\psi^T = 0$ 을 대입하면,

$$\begin{aligned}
 \psi \sum_{i=1}^c (PA_i + A_i^T P) \psi^T < 0 \\
 P > 0, \quad \psi PH = 0
 \end{aligned}$$

으로 줄일 수 있다. 따라서 정리 1의 조건식(6)을 만족하는 행렬 P가 존재한다면 $\xi(t, x, u)$ 와 무관하게 $e_y = Ce = 0$ 의 스위칭 표면을 따라 안정한 슬라이딩 움직임을 보이는 슬라이딩 모드 관측기를 설계할 수 있다.

다음으로 충분조건을 증명한다.

상태 변환 행렬 W를 다음과 같이 정의한다.

$$W = \begin{bmatrix} P^T \theta^T \\ C^T \end{bmatrix}.$$

여기서 θ 는 $H^T \theta = 0, \theta^T \theta = I$ 을 만족시키는 임의의 전열계수 행렬이다. 상태변환 행렬 W를 이용하여 e 벡터를 변환시키면 다음과 같다.

$$v = We = \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^T P^T \theta^T \\ e^T C^T \end{bmatrix}.$$

W, v를 이용하여 다음의 동역학을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ CP^{-1} C^T \end{bmatrix} [v - (CP^{-1} C^T)^{-1} CD\xi(t, x, u)]$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \theta P \sum_{i=1}^c (A_i - LC) \theta^T (\theta P \theta^T)^{-1}, \\
 A_{12} &= \theta P \sum_{i=1}^c (A_i - LC)^T (CPC^T)^{-1}, \\
 A_{21} &= C \sum_{i=1}^c (A_i - LC) \theta^T (\theta P \theta^T)^{-1}, \\
 A_{22} &= C \sum_{i=1}^c (A_i - LC) C^T (CPC^T)^{-1}
 \end{aligned}$$

위의 동역학에 $\dot{e}_y = e_y = 0$ 을 대입하면, $(n-p)$ 차원으로 줄어든 동역학을 구할 수 있다.

$$\dot{v}_1 = \theta^T P \left(\sum_{i=1}^c (A_i - LC) \right) \theta^T (\theta P \theta^T)^{-1} v_1 \tag{10}$$

식 (10)의 $(n-p)$ 차원의 동역학이 안정하기 위해서 $e_y = 0$ 의 스위칭 표면을 생각한다. 이때 다음의 조건식을 만족하는 대칭행렬 Q가 존재하면, (10)의 동역학은 안정하다 [6].

$$\begin{aligned}
 \theta^T P \left(\sum_{i=1}^c A_i \right) \theta^T (\theta P \theta^T)^{-1} Q \\
 + Q (\theta P \theta^T) \theta \left(\sum_{i=1}^c A_i^T \right) P \theta < 0
 \end{aligned}$$

여기서 $Q = \theta P \theta^T > 0$ 으로 가정하면, 조건식 (6)을 얻을 수 있다. ■

정리 1의 결과로는 우리가 설계하고자 하는 슬라이딩 모드 관측기를 직접 설계할 수가 없다. 이에 우리는 다음과 같은 LMI 형태의 정리 2를 증명하여, 이를 토대로 슬라이딩 모드 관측기를 설계한다.

정리 2. 다음의 LMI(Linear Matrix Inequality) 조건식이 만족되면 정리 1의 조건식 (6)을 만족하는 행렬 P는 반드시 존재한다.

$$\begin{aligned}
 C^T Y C + \Xi X \Xi^T > 0, \\
 \sum_{i=1}^c [C^T Y C A_i + \Xi X \Xi^T A_i] - K C + * < 0, \\
 X = X^T, Y = Y^T
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 *는 전치요소를 나타내고, Ξ 는 D^T의 영공간의 기저를 열벡터로 하는 어떤 행렬이다.

증명:

필요조건은 정리 1의 조건에서 $P = \Xi X \Xi^T + C^T Y C$ 으로 정의하면 정리2의 세 가지 조건을 모두 만족하므로 쉽게

증명 가능하다.

충분조건은 다음과 같이 증명 된다.

만약 정리 2가 만족되면 Edwors[3]의 결과에 정칙행렬 T 를 이용하여 행렬 C, D 를 다음과 같이 표현한다.

$$C_1 = CT^{-1} = [0, T_1, T_2], D_1 = TD = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D_2^T \end{bmatrix}$$

여기서 $T_1 = [0, T_1, T_2]$ 직교행렬이고, D_2 는 정칙 행렬이다. 이를 정리 1의 조건식 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$T^{-T}PT^{-1} = P_1 > 0, \\ \sum_{i=1}^c \theta_1 (P_1 A_{1i} + A_{1i}^T P_1) \theta_1^T < 0, \\ \theta_1 P_1 D_1 = 0.$$

여기서 $A_{1i} = T_1 A_i T_1^{-1}$, $\theta_1 = \theta T_1^T = [\theta_2, 0]$, 그리고 $\theta_2 \in R^{p \times (n-p)}$ 는 전열계수 행렬이다. 따라서 P_1 는 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$T^{-T}PT^{-1} = P_1 \\ = C_1^T Y_1 C_1 + (I - D_1 (D_1^T D_1)^{-1} D_1^T) X_1 \\ \times (I - D_1 (D_1^T D_1)^{-1} D_1^T)$$

여기서 X_1, Y_1 는 적합한 차원을 갖는 대칭행렬이다. 결국 P 는 $P = \Xi X \Xi^T + C^T Y C$ 과 같은 형태로 표현된다. 이때 P 조건식 (6)의 부등식을 항상 만족한다.

$$\psi \sum_{i=1}^c (P A_i + A_i^T P) \psi^T \\ = \psi \sum_{i=1}^c (\Xi X \Xi^T A_i + A_i^T \Xi X \Xi) \psi^T < 0.$$

이 부등식에 Gahinet[7]의 결과를 이용하면 정리 2의 세 번째 조건에 의해 임의의 K 에 대해서 정리 1의 조건식 (6)이 만족함을 알 수 있다. ■

정리 2의 LMI 조건식 (6)을 이용하면, 컴퓨터를 이용하여 그 해를 구할 수 있으므로, 편리하게 계산할 수 있다.

보조 정리 1[6] 다음의 선형 행렬 부등식의 해가 존재할 경우 상태 오차 동역학은 다음의 조건을 만족하는 행렬 P 가 존재한다면, $\xi(t, x, u)$ 와 무관하게 $e_y = Ce = 0$ 의 스위칭 표면을 안정한 슬라이딩 움직임을 보인다. 이때 이득 행렬은 다음과 같다.

$$H = (\Xi X \Xi^T + C^T Y C)^{-1} C^T, \quad (12) \\ L = (\Xi X \Xi^T + C^T Y C)^{-1} K, \\ F = D^T C^T Y.$$

4. 시뮬레이션

우리는 다음의 비선형 시스템에 대해 슬라이딩 모드 관측기를 설계할 것이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2 + \sin x_3(t) + (x_1(t) + 1)u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1^2(t)x_2(t) + x_1(t) \\ \dot{x}_4(t) &= \sin x_3(t) \\ y_1(t) &= (x_1^2(t) + 1)x_4(t) + x_2(t) \\ y_2(t) &= x_2(t) + x_3(t). \end{aligned}$$

$x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)$ 는 가관측성을 갖는다고 가정한다. 다음의 퍼지 집합을 이용하여 시스템의 비선형 요소를 선형화 한다.

$$\begin{aligned} \Gamma_1^1(x_1(t)) &= \frac{x_1^2}{a^2} \\ \Gamma_1^2(x_1(t)) &= 1 - \frac{x_1^2}{a^2} \\ \Gamma_1^2(x_3(t)) &= \begin{cases} \frac{b \sin(x_3(t)) - \sin b x_3(t)}{x_3(t)(b - \sin b)}, & x_3(t) = 0 \\ 1, & x_3(t) \neq 0 \end{cases} \\ \Gamma_2^2(x_3(t)) &= \begin{cases} \frac{b \sin(x_3(t)) - \sin b x_3(t)}{x_3(t)(b - \sin b)}, & x_3(t) \neq 0 \\ 1, & x_3(t) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

퍼지 집합을 이용하여 비선형 시스템을 T-S 퍼지 모델로 표현한다. 퍼지 규칙은 다음과 같다.

- Rule 1* : IF x_1 is Γ_1^1 and x_3 is Γ_2^1 ,
THEN $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$
 $y(t) = C_1 x(t)$
- Rule 2* : IF x_1 is Γ_1^1 and x_3 is Γ_2^2 ,
THEN $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$
 $y(t) = C_2 x(t)$
- Rule 3* : IF x_1 is Γ_1^2 and x_3 is Γ_2^1 ,
THEN $\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t)$
 $y(t) = C_3 x(t)$
- Rule 4* : IF x_1 is Γ_1^2 and x_3 is Γ_2^2 ,
THEN $\dot{x}(t) = A_4 x(t) + B_4 u(t)$
 $y(t) = C_4 x(t)$

여기서 $x = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]^T$ 이고,

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 + a^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{\sin b}{b} & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sin b}{b} & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 + a^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{\sin b}{b} & 0 \\ 12 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sin b}{b} & 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

출력 행렬은 $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 다음과

같이 정의하였다. $D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 으로 표현한다.

정리 2의 LMI 조건식 (6)의 해를 구해보면 다음과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} 425.54 & -77.693 & -269.337 \\ -77.693 & 33858 & -33618 \\ -269.333 & -33618 & 33776 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$Y = \begin{bmatrix} -33346 & 33456 \\ 33456 & -33406 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} -108.01 & 749.94 \\ 6722.9 & -6240.3 \\ 7173.8 & -335.36 \\ 130.28 & -6933.8 \end{bmatrix}.$$

우리가 구한 LMI 해 (13)을 정리 1, 2 보조정리 1에 대입하여 우리가 설계하고자 하는 슬라이딩 모드 관측기의 이득을 구해보면 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} 36.5084 & 33.2680 \\ -282.0106 & -59.3010 \\ 115.1701 & 99.1182 \\ 253.0328 & 223.2599 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0035 & -0.0035 \\ -0.0078 & 0.0275 \\ 0.0111 & -0.0110 \\ 0.0245 & -0.0242 \end{bmatrix},$$

$$F = [50.2651 \ 50.7245].$$

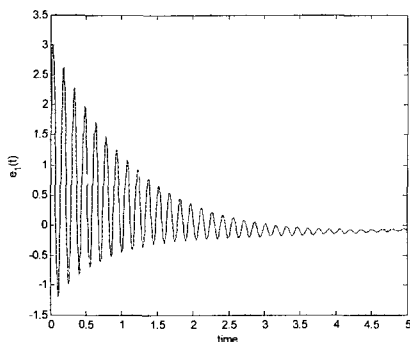


그림 1. 상태 오차 변수 $e_1(t)$ 의 시스템 응답
Fig 1. Closed response of $e_1(t)$

모의실험 결과는 그림 1-4에 보인다. 상기 그림들에서 볼 수 있듯이 본 논문에서 제안한 슬라이딩 모드 관측기에 의해 상태 오차 변수들이 시간이 지남에 따라서 0에 접근함을 알 수 있다. 따라서 제안된 조건으로 설계된 슬라이딩 모드 관측기는 안정함을 확인 할 수 있다.

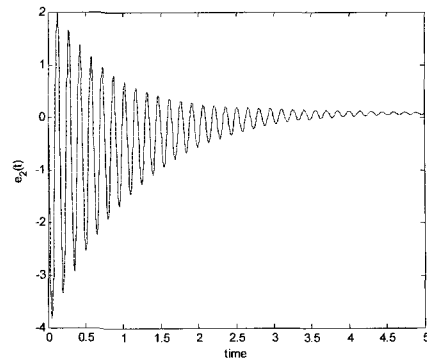


그림 2. 상태 오차 변수 $e_2(t)$ 의 시스템 응답
Fig 2. Closed response of $e_2(t)$

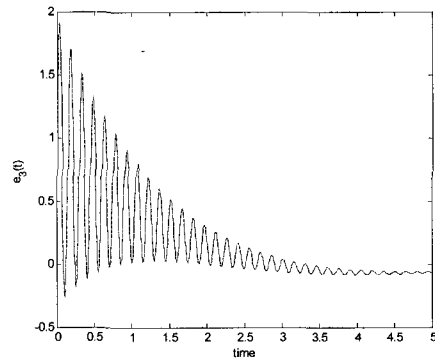


그림 3. 상태 오차 변수 $e_3(t)$ 의 시스템 응답
Fig 3. Closed response of $e_3(t)$

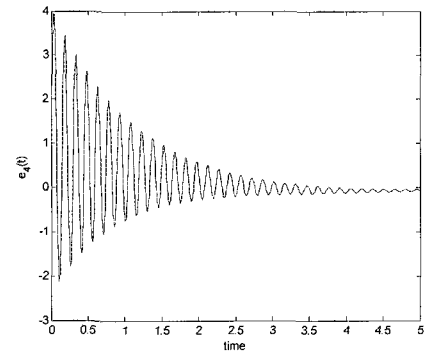


그림 4. 상태 오차 변수 $e_4(t)$ 의 시스템 응답
Fig 4. Closed response of $e_4(t)$

5. 결 론

본 논문에서는 슬라이딩 모드 관측기의 설계 기법을 논의 하였다. 관측기 설계 문제를 제약 조건이 있는 선형 행렬 부등식의 형태로 표현하였다. 선형 행렬 부등식의 해가 존재할 경우 설계된 슬라이딩 모드 관측기는 안정함을 증명하였다. 제안된 설계 기법의 효용성을 일반적인 비선형 시스템의 모의실험을 통하여 확인하였다. 추후 보다 일반적인 T-S 퍼지

시스템의 슬라이딩 모드 관측기 설계를 연구하는 것이 가치 있으리라 판단된다.

저 자 소개

참 고 문 헌

[1] B. L. Walcott, and S. H. Zak, "State observation of nonlinear uncertain dynamical systems," IEEE Trans. Automat. Control, Vol. 32, pp. 166-170, 1987.

[2] C. Edwards, S. K. Spurgeon, "On the development of discontinuous observers," Int. j. Control, Vol 59, pp. 1211-1229, 1994

[3] C. P. Tan, and C. Edwards, "An LMI approach for designing sliding mode observers," Int. J. Control, Vol 74, pp. 1559-1568, 2001

[4] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding mode," IEEE Trans. Automat. Control, Vol 22, pp.212-222, 1997

[5] H. H. Choi, "Variable structure output feedback control design for a class of uncertain dynamic systems," Automatica, Vol 38, pp.335-341, 2002

[6] H. H. Choi, "LMI-based sliding-mode observer design method," IEE proc.-Control Theory Appl., Vol 152, pp. 113-115, 2005

[7] P. Gahinet, and P. Apkarian, "A linear matrix inequality approach to h^∞ Control," Int. J Robust Nonlinear Control, Vol 4, pp.421-448, 1994.

[8] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs," IEEE Trans. Fuzzy Syst, Vol 6, pp.250-265, 1998

[9] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Tran. Syst., Vol SMC-15, pp. 116-132, 1985

[10] M. A. Sugeno and G. T. Kang, "Structure identification of fuzzy model," Fuzzy Sets Syst, Vol 28, pp. 15-33, 1988



송민국(Min Kook Song)

2006년 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업.(공학사)
 2006년~현재 : 동 대학원 전기전자공학과 석사과정

관심분야 : 지능형로봇, 지능제어, 퍼지 이론, 신경회로망, 유전알고리즘
 Phone : 02-2123-2773
 Fax : 02-362-4539
 E-mail : s5ngm2n9k@control.yonsei.ac.kr

주영훈(Young Hoon Joo)

제16권 2호(2006년 4월호) 참조

박진배(Jin Bae Park)

제16권 2호(2006년 4월호) 참조