

INS/GPS 강결합 기법에 대한 EKF 와 UKF 의 성능 비교

A Performance Comparison of Extended and Unscented Kalman Filters for INS/GPS Tightly Coupled Approach

김 광 진, 박 찬 국*, 유 명 중, 박 영 범
(Kwangjin Kim, Chan Gook Park, Myeong Jong Yu, and Young Bum Park)

Abstract : This paper deals with INS/GPS tightly coupled integration algorithms using extended Kalman filter (EKF) and unscented Kalman filter (UKF). In the tightly coupled approach, nonlinear pseudorange measurement models are used for the INS/GPS integration Kalman filter. Usually, an EKF is applied for this task, but it may diverge due to poor functional linearization of the nonlinear measurement. The UKF approximates a distribution about the mean using a set of calculated sigma points and achieves an accurate approximation to at least second-order. We introduce the generalized scaled unscented transformation which modifies the sigma points themselves rather than the nonlinear transformation. The generalized scaled method is used to transform the pseudo range measurement of the tightly coupled approach. To compare the performance of the EKF- and UKF-based tightly coupled approach, real van test and simulation have been carried out with feedforward and feedback indirect Kalman filter forms. The results show that the UKF and EKF have an identical performance in case of the feedback filter form, but the superiority of the UKF is demonstrated in case of the feedforward filter form.

Keywords : INS, GPS, tightly coupled approach, kalman filter, unscented transform

I. 서론

외부의 도움 없이 항체의 자세, 속도, 위치 정보를 획득하기 위하여 사용하는 관성항법시스템(Inertial Navigation System-INS)은 자이로와 가속도계로 구성된 관성센서장치와 신호처리기, 항법 알고리즘 연산을 위한 항법컴퓨터 등으로 구성된 다[1]. INS의 항법 정보는 관성센서의 고유오차들 및 항법계산 방식에의 수치적 계산 오차가 포함되어 있으며, 그 중에서 저 주파수 잡음인 센서 바이어스 등의 오차 성분들은 시간이 증가함에 따라 증폭되는 특성이 있다[2]. 이러한 INS 오차 보정에 많이 사용되고 있는 GPS(Global Positioning System)는 항상 일정한 오차 범위내의 항법 정보를 제공하는 시스템으로[3], GPS와 INS의 결합은 GPS 수신기가 비정상적인 항법 해를 제공하는 경우에도 INS만의 단독 항법이 가능하며, GPS가 정상인 경우에는 INS의 항법 오차를 실시간으로 보상 가능하다는 장점 등으로 인하여 현재 많이 사용되고 있다[4].

일반적으로 INS/GPS 결합 항법시스템에서는 INS 항법 오차 추정을 위하여 칼만필터를 사용한다[5]. 칼만필터는 상태변수의 구현 방식에 따라 직접(direct) 칼만필터와 간접(indirect) 칼만필터로 나눌 수 있으며, INS/GPS 결합 항법시스템에서는 INS의 오차 모델을 이용하는 간접 칼만필터 방식을 사용한다[6]. 이러한 간접 칼만필터는 오차 보정 방식에 따라 되먹임(feedback) 방식과 앞먹임(feedforward) 방식으로 나눌 수 있다. 되먹임 방식에서는 칼만필터의 추정 오차를 이용하여 INS의 항법 오차를 초기화 시키나, 앞먹임 방식에서는 INS의 항법 출력에 직접 추정 오차를 보상하고 초기화

과정을 거치지 않는다[7].

또한 INS/GPS 결합 항법시스템은 결합 방식에 따라 약결합 방식(loosely coupled), 강결합 방식(tightly coupled), 심층결합 방식(deeply coupled)으로 나뉜다[4]. 약결합 방식은 GPS 수신기의 출력인 위치와 속도를 결합시스템의 측정치로 사용하는 방법으로, 구성은 용이하나 가시위성의 개수가 4개 이상이어야만 측정치를 제공할 수 있다. 강결합 방식은 GPS 수신기가 수신한 의사거리와 의사거리 변화율 정보를 측정치로 사용하는 방법으로, 의사거리 측정치는 INS에서 계산된 항체의 위치 정보와 GPS 위성으로부터 수신된 위성의 위치 정보 사이의 시선거리 벡터를 이용하여 구하게 된다[2]. 이는 가시 위성의 수가 1개 이상만 존재하면 측정치를 제공할 수 있음을 의미하며, 이러한 이유로 강결합 방식이 최근에 많이 사용되고 있다[8-11].

강결합 방식에서 사용되는 시선거리 벡터는 비선형이므로 위도, 경도, 고도 오차에 대한 편미분 과정을 거치는 EKF(Extended Kalman Filter) 알고리즘을 사용한다[12]. EKF는 비선형 모델의 선형화를 위하여 Jacobian 행렬을 사용하므로 계산이 복잡해지며, 가우시안 분포를 가지는 시스템 모델에 대하여 1차의 정확도로 공분산 정보를 계산하고 있다. 이러한 EKF의 문제점을 해결하기 위하여 최근에 UKF(Unscented Kalman Filter)를 이용하는 알고리즘이 제시되었으며 다양한 비선형 시스템에 적용한 결과 우수한 성능을 가지는 것으로 알려져 있다[13].

UKF는 1995년 Julier와 Uhlmann에 의하여 제시된 UT(Unscented Transformation)에 기반을 두고 있다. UT는 시그마 점이라고 부르는 확정적인 선택 점인 SP(Sigma Point)의 집합을 비선형 모델을 이용하여 변환한 후 그 결과를 이용하여 평균과 분산을 계산한다[14]. 이때 SP는 비선형 모델의 랜덤 상태변수를 통계적으로 가장 잘 나타낼 수 있도록 선택하며, SP가 존재하는 범위를 줄이기 위하여 스케일링 UT 기법을

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 4. 30., 채택확정 : 2006. 6. 10.

김광진, 박찬국 : 서울대학교 기계항공공학부/항공우주신기술연구소

(p149213@snu.ac.kr/chanpark@snu.ac.kr)

유명중, 박영범 : 국방과학연구소 기술연구본부

(mjyu@add.re.kr/ybpark@add.re.kr)

※ 본 연구는 국방과학연구소의 부분적 지원에 의하여 연구되었음.

많이 사용한다[15]. 그러나, 스케일링 UT 기법은 SP의 존재 영역을 감소시킬 수는 있으나 공분산 행렬이 음의 정칙 행렬이 될 수 있으며 이로 인하여 칼만필터의 안정성에 심각한 문제를 유발할 수 있다[16].

본 논문에서는 스케일링 UT 기법을 보다 일반화시킨 스케일링 UT 기법에 대하여 설명하고 가중치와 스케일 변수 사이의 관계식을 유도한다. 유도된 관계식을 이용하여 스케일 변수와 가중치의 변화량을 해석하고 스케일링 변수의 존재 범위에 대하여 살펴본다. 또한 스케일링 UT에 기반한 UKF와 기존의 EKF를 이용하여 강결합 알고리즘을 구성하고 항법 오차의 보정 방식에 따른 성능을 비교한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서 항법 오차 모델과 강결합 측정치에 대하여 살펴보고, 3장에서는 일반화된 스케일링 UT 기법과 스케일링 변수의 존재 범위를 제시한다. 그리고 4장에서는 EKF와 UKF를 이용한 강결합 알고리즘에 대하여 설명하고, 5장에서 차량시험을 통한 알고리즘 성능 시험을 수행하며 마지막으로 6장에서 결론을 맺는다.

II. INS/GPS 강결합 모델

INS/GPS 강결합 기법은 칼만필터의 측정치로 사용되는 위치정보를 계산하기 위해 가시위성이 4개 이상 되어야 하는 약결합 기법의 제약 조건을 극복하기 위하여 제시된 알고리즘이다[4]. 강결합 기법에서는 GPS 수신기가 수신한 위성의 좌표와 의사거리를 이용하므로 가시 위성이 1개 이상만 존재하면 측정치를 구할 수 있으며, INS/GPS 강결합 기법의 구조를 간략하게 도시하면 그림 1과 같다. 그림 1에서 알 수 있듯이 칼만필터는 GPS 수신기의 의사거리와 의사거리 변화율을 측정치로 사용하여 INS의 항법오차를 추정한다. 이를 위해서는 칼만필터를 구성하기 위한 시스템 모델과 측정 모델이 요구된다.

1. 시스템 모델

INS/GPS 칼만필터의 시스템 모델은 뉴턴의 운동방정식에 오차를 섭동(perturbation)하여 유도한다. 이를 위해서는 N, E, D로 표현되는 항법좌표계에 대한 운동식을 정의해야 하며 이를 나타내면 다음과 같다[5].

$$\dot{l} = \frac{v_N}{R_m + h} \tag{1a}$$

$$\dot{i} = \frac{v_E}{(R_i + h)\cos L} \tag{1b}$$

$$\dot{h} = -v_D \tag{1c}$$

$$\dot{v}^n = C_b^n f^b - [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times v^n + g^n \tag{2}$$

$$\dot{C}_b^n = C_b^n [\omega_{nb}^b] \tag{3}$$

여기서, i 는 관성좌표계, n 은 항법좌표계, e 는 지구고정좌표계, b 는 동체좌표계, L 은 위도, l 은 경도, h 는 고도, $v^n = [v_N \ v_E \ v_D]^T$ 는 속도, C_b^n 은 동체좌표계와 항법좌표계 사이의 좌표변환행렬을 나타낸다. 또한 f^b 는 가속도계 출력, g^n 은 중력가속도, R_m 과 R_i 는 각각 지구의 장반경과 단반경, $\omega_{en}^n = [\rho_N \ \rho_E \ \rho_D]^T$, $[\cdot] \times$ 은 \cdot 의 왜대칭(skew-symmetric)

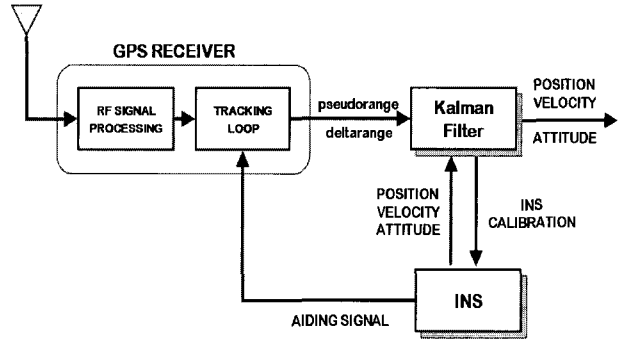


그림 1. 강결합 기법의 흐름도.

Fig. 1. Block diagram of tightly coupled approach.

행렬로 정의된다.

(1)-(3)을 INS의 오차항에 대하여 섭동한 후 고차항을 무시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta \dot{l} = \frac{R_{mm} \rho_E}{R_m + h} \delta L + \frac{\rho_E}{R_m + h} \delta h + \frac{1}{R_m + h} \delta v_N \tag{4a}$$

$$\delta \dot{i} = \frac{\rho_N}{\cos L} \left(\tan L - \frac{R_u}{R_i + h} \right) \delta L - \frac{\rho_N \sec L}{R_i + h} \delta h + \frac{\sec L}{R_i + h} \delta v_E \tag{4b}$$

$$\delta \dot{h} = -\delta v_D \tag{4c}$$

$$\delta \dot{v}^n = [f^n] \times \phi + C_b^n \delta f^b - [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times \delta v^n - [2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n] \times v^n + \delta g^n \tag{5}$$

$$\dot{\phi} = -[\omega_m^n] \times \phi + \delta\omega_m^n - C_b^n \delta\omega_{ib}^b \tag{6}$$

여기서, ϕ 는 자세오차, $R_{mm} = (\partial R_m / \partial L)$, $R_u = (\partial R_i / \partial L)$ 이다. 또한 δf^b 는 가속도계 오차, $\delta\omega_{ib}^b$ 는 자이로 오차를 나타내며 일반적으로 센서 오차는 랜덤 상수로 모델링한다[7].

(4)-(6)에서 나타낸 INS 오차 모델과 함께 강결합 기법에서는 GPS 수신기의 시계 바이어스 오차와 시계 바이어스 변화율 오차를 함께 모델링 하여 필터에서 추정하게 되며 시스템 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x}_{TC}(t) = \begin{bmatrix} F_{INS} & 0_{15 \times 2} \\ 0_{2 \times 15} & F_{clock} \end{bmatrix} x_{TC}(t) + w(t), \quad w(t) \sim (0, Q) \tag{7}$$

위 식에서 상태변수 x_{TC} 와 공정잡음 $w(t)$ 는 다음과 같다.

$$x_{TC} = [x_{INS}^T \ | \ x_{clock}^T]^T = [x_f^T \ | \ x_a^T \ | \ x_{clock}^T]^T \tag{8}$$

$$x_f = [\delta L \ \delta l \ \delta h \ \delta v_N \ \delta v_E \ \delta v_D \ \phi_N \ \phi_E \ \phi_D]^T \tag{9}$$

$$x_a = [\nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T \tag{10}$$

$$x_{clock} = [\delta c_{bias} \ \delta c_{drift}]^T \tag{11}$$

$$w(t) = [0_{1 \times 3} \ w_{v_N} \ w_{v_E} \ w_{v_D} \ w_{\phi_N} \ w_{\phi_E} \ w_{\phi_D} \ 0_{1 \times 6} \ w_{cb} \ w_{cd}]^T$$

(8)에서 F_{INS} 는 (4)-(6)에 의해서 정의되며, F_{clock} 은 다음과 같다.

$$F_{clock} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

2. 측정치 모델

강결합 GPS 보정항법 알고리즘은 GPS 수신기에서 계산된 각 위성의 의사거리 및 의사거리 변화율을 칼만필터의 측정치로 이용하는 방법으로 임의의 i -번째 위성에 대한 칼만필터 측정방정식은 다음과 같이 SDINS의 항법해를 이용하여 계산된 값과 GPS 수신기에서 측정된 값의 차이로 정의된다.

$$z_{PR_i} = \rho_{INS_i} - \rho_{GPS_i} \quad (13)$$

여기서, z_{PR_i} 는 의사거리 측정치, ρ_{INS_i} 는 INS에서 계산된 위치와 위성 좌표값을 사용하여 계산된 의사거리, ρ_{GPS_i} 는 GPS 수신기에서 획득된 의사거리이다.

(13)의 GPS 수신기에서 측정된 의사거리 ρ_{GPS_i} 는 위성파 수신기 사이의 실제 거리 ρ_T 와 다양한 GPS 오차 요소들의 합으로 다음과 같이 표현된다[3].

$$\rho_{GPS_i} = \rho_T + \delta C_{bias} + \Delta \quad (14)$$

여기서, δC_{bias} 는 수신기 및 위성의 시계 바이어스 오차 항이며 Δ 는 나머지 오차이다.

(14)에 의하여 주어진 GPS 수신기에서 측정된 의사거리는 INS의 위치 정보와 GPS 위성의 위치 정보를 이용하여 다음과 같이 근사화된 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho_{INS_i} &= |P_U - P_{SV_i}| \\ &= \sqrt{(x_u - x_{SV_i})^2 + (y_u - y_{SV_i})^2 + (z_u - z_{SV_i})^2} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 현재 사용자의 위치 P_U 와 i -번째 위성의 위치 P_{SV_i} 는 모두 지구 고정좌표계에 대하여 표현된 위치이다.

III. 스케일링 UT

UT는 비선형 함수를 선형화하여 사용하는 기존의 EKF와 다르게 확정적인 선택 점인 SP를 직접 비선형 변환하는 기법으로 UT의 개념을 도시하면 그림 2와 같다.

그림 2에서 도시한 것과 같이 UT에서는 통계적 특성을 이

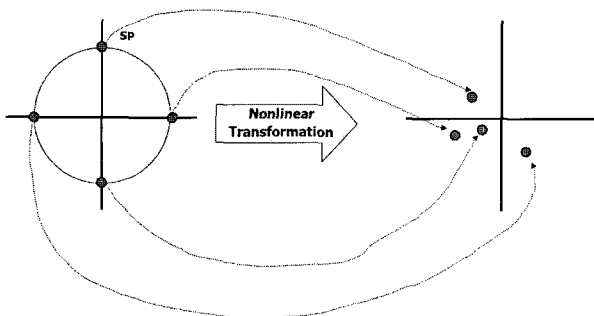


그림 2. UT의 기본 원리[14].

Fig. 2. Principle of unscented transform[14].

용하여 SP를 결정한 후 이를 비선형 함수의 입력 값으로 사용한다. SP들에 의하여 발생된 비선형 변환 값들은 적절한 가중치를 사용하여 평균과 공분산을 계산하는데 이용되며 이를 위하여 가중치와 SP는 다음의 세 가지 조건을 만족하여야만 한다.

조건 1: 가중치의 합은 1이다.

$$\sum_{i=0}^{2N} W_i = 1 \quad (16)$$

조건 2: SP로 계산된 평균은 SP 이전 평균과 일치

$$\sum_{i=0}^{2N+1} W_i X_i = \bar{x} \quad (17)$$

조건 3: SP로 계산된 공분산은 이전 공분산과 일치

$$\sum_{i=0}^{2N} W_i \cdot (X_i - \bar{x})(X_i - \bar{x})^T = P_{xx} \quad (18)$$

(16)-(18)의 조건을 만족하도록 SP를 결정하는 가장 기본적인 기법이 시스템의 차수 N 의 2배인 $2N$ 개의 SP를 갖도록 하는 대칭성(symmetric) UT 기법이다[14]. 대칭성 UT 기법에서는 위에서 주어진 세 가지 조건을 만족하도록 랜덤 변수 x 의 평균 \bar{x} 에 $+\sqrt{NP_{xx}}$, $-\sqrt{NP_{xx}}$ 만큼 떨어진 지점을 SP로 잡게 되며 이를 나타내면 다음과 같다.

$$X_i = \bar{x} + (\sqrt{NP_{xx}})_i \quad (19)$$

$$X_{i+N} = \bar{x} - (\sqrt{NP_{xx}})_i \quad (20)$$

여기서, $i=1, \dots, N$ 이고 $(\sqrt{NP_{xx}})_i$ 는 공분산 P_{xx} 에 차수 N 을 곱한 후 제곱근한 행렬의 i 번째 행 또는 열 벡터이다.

이때 SP의 가중치 $W_i = 1/2N$ 이 되며 이로부터 비선형 함수의 평균과 분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\bar{y}_{UT} = \sum_{i=1}^{2N} W_i \cdot Y_i = \sum_{i=1}^{2N} W_i \cdot f(X_i) \quad (21)$$

$$P_{yy} = \sum_{i=1}^{2N} W_i \cdot [(Y_i - \bar{y}_{UT})(Y_i - \bar{y}_{UT})^T] \quad (22)$$

여기서, $f(\bullet)$ 는 비선형 함수를 의미한다.

1. 일반화된 스케일링 UT

기존의 UT는 (19), (20)에서 나타낸 것 같이 시스템의 차수 N 이 증가하면 SP들이 존재하는 구의 반경도 증가하게 e된다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 제시된 방법이 스케일링 기법으로 SP들을 아래 수식을 사용하여 변환하는 것이다 [15].

$$X'_i = X_0 + \alpha(X_i - X_0) \quad (23)$$

여기서, α 는 양의 스케일링 변수이다.

(23)은 공분산과 시스템 차수에 의하여 계산된 SP X_i 와

필터의 추정치 X_0 의 차이에 스케일링 변수를 곱하여 SP가 존재하는 구의 반경을 줄이는 것을 의미한다. 기존에 사용된 스케일링 기법으로 보조 랜덤 변수 기법과 스케일 UT 기법이 있으나 복잡한 과정을 거쳐 관계식이 유도되었다[17].

기존의 스케일 UT 기법을 보다 일반화하기 위하여 본 논문에서는 다음과 같이 SP를 정의한다.

$$\begin{cases} X_0 = \bar{x} \\ X_i = \bar{x} + \mu \cdot \sigma_i \\ X_{i+N} = \bar{x} - \mu \cdot \sigma_i \end{cases} \quad (24)$$

여기서 μ 는 일반화된 스케일 변수, σ_i 는 공분산 P_{xx} 를 Cholesky 분해한 행렬의 열 또는 행을 의미한다.

(24)로 주어진 SP의 스케일 변수와 UT의 가중치는 (16)-(18)에서 정의된 조건을 이용하여 구할 수 있으며 먼저 조건 1에서 다음의 관계가 성립한다.

$$W_0 = 1 - 2N \cdot W_1 \quad (25)$$

여기서, W_0 는 X_0 의 가중치이며 W_1 는 X_i, X_{i+N} 의 가중치이다.

다음으로 조건 2에 (24)를 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^N W_i \cdot X_i &= W_0 X_0 + \sum_{i=1}^N W_1 (\bar{x} + \mu \cdot \sigma_i) + \sum_{i=N+1}^{2N} W_1 (\bar{x} - \mu \cdot \sigma_i) \\ &= W_0 \cdot \bar{x} + 2N \cdot W_1 \cdot \bar{x} = (W_0 + 2N \cdot W_1) \cdot \bar{x} \end{aligned} \quad (26)$$

(25)를 (26)에 대입하면 조건 2가 만족함을 알 수 있다.

마지막으로 조건 3에 대입하면 아래와 같이 전개할 수 있으며

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{2N} W_i \cdot (X_i - \bar{x})(X_i - \bar{x})^T &= W_1 \cdot \mu^2 (\sigma_1 \cdot \sigma_1^T + \sigma_2 \cdot \sigma_2^T + \dots + \sigma_{2N} \cdot \sigma_{2N}^T) \quad (27) \\ &= 2 \cdot W_1 \cdot \mu^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i \cdot \sigma_i^T = 2 \cdot W_1 \cdot \mu^2 \cdot P_{xx} \end{aligned}$$

위 식이 조건 3을 만족하기 위해서는 다음 관계를 만족해야 한다.

$$2 \cdot W_1 \cdot \mu^2 = 1 \quad (28)$$

(28)과 (26)으로부터 가중치와 일반화된 스케일 변수 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$W_0 = 1 - 2N \cdot W_1 = \frac{\mu^2 - N}{\mu^2} = 1 - \frac{N}{\mu^2} \quad (29)$$

$$W_1 = \frac{1}{2\mu^2} \quad (30)$$

(29)와 (30)은 SP를 선정하기 위한 스케일 변수 μ 에 의하여 가중치가 결정됨을 의미한다. 즉 스케일 변수 μ 를 적절

하게 먼저 선택한 후 (16)-(18)을 만족하는 가중치를 결정한다. 이것은 [15]에서 제시된 세 가지 변수를 사용하는 기존의 스케일 UT 보다 간략화된 것이다.

2. 스케일 변수와 가중치 관계 해석

(24)에서 스케일 변수 μ 가 1 보다 작은 경우에는 SP인 X_i 와 X_{i+N} 이 평균값 X_0 에 접근하는 것을 의미하며, 이러한 경우 (30)의 관계에 의하여 가중치 W_1 의 값이 급격하게 커지게 되며 SP들의 통계적 특성도 유사하게 된다. 이를 문제점은 μ 의 최소값을 1로 함으로써 막을 수 있다.

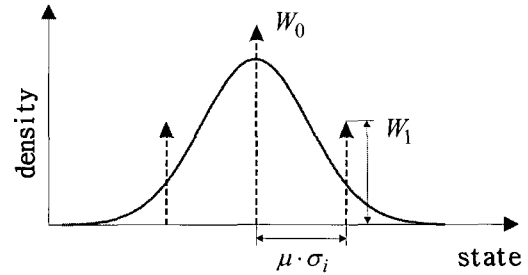
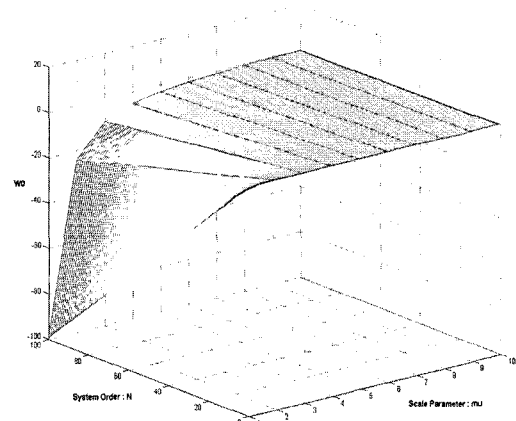
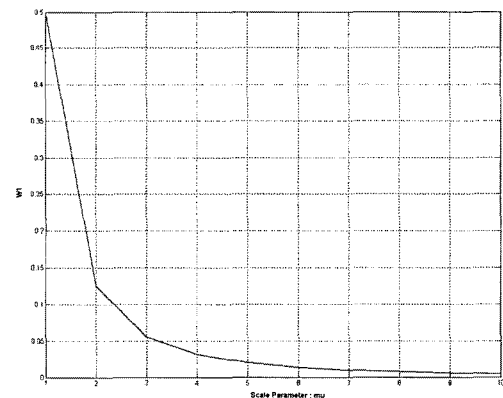


그림 3. SP와 가중치와의 관계. Fig. 3. Relationship between SP and weighting factors.



(a) 가중치 W_0



(b) 가중치 W_1

그림 4. 스케일 변수와 시스템 차수에 따른 가중치 변화.

Fig. 4. Weighting factors varying with scale parameter and system order.

스케일 변수와 가중치의 관계는 그림 3과 같은 확률밀도 함수를 이용하여 해석할 수 있다. 그림 3에서 SP들 중 X_0 는 가우시안 분포를 가지는 1차원의 확률밀도함수의 최대 지점에 존재하므로 가중치도 매우 큰 값을 가지게 된다. 그러나 스케일 변수 μ 에 의하여 결정되는 SP는 평균값에서 멀어질수록 가중치의 크기가 작아짐을 알 수 있다. 그림 3에서 간략하게 나타낸 가중치와 스케일 변수와의 관계를 살펴 보기 위하여 차수 N 을 1부터 100까지, 스케일 변수는 1부터 10까지 변화시키면서 시뮬레이션을 수행하였다.

시뮬레이션 결과는 그림 4와 같다. 그림 4(a)에서 볼 수 있듯이 가중치 W_0 는 시스템 차수가 커지고 스케일 변수가 적을수록 급격하게 음의 방향으로 커지게 된다. 일반적으로 가중치는 UT 공분산 계산에도 이용되기 때문에 W_0 가 음의 값을 가지는 경우에는 공분산이 양의 반정칙행렬을 보장할 수 없으며 이는 필터의 안정성에 영향을 미치게 된다[16]. 가중치 W_1 의 경우에는 그림 4(b)에서 볼 수 있듯이 시스템 차수에 상관 없이 항상 양의 값을 가지며 스케일 변수가 커질수록 반비례하여 적어지고 된다. 이것은 SP가 평균에서 멀어질수록 비선형 함수의 UT 평균과 공분산에 영향을 미치지 않는다는 것을 의미한다.

IV. INS/GPS 강결합 필터

INS/GPS 강결합 필터는 2장에서 유도된 시스템 오차 모델과 측정치 모델을 이용하여 구성된다. 본 장에서는 비선형성이 강한 의사거리 측정치를 계산하기 위하여 EKF를 사용하는 경우와 UKF를 사용하는 경우에 대하여 살펴본다.

1. EKF에 기반한 강결합 필터

EKF에 기반한 강결합 필터에서는 의사거리 측정치를 계산하기 위하여 (15)에 주어진 INS와 GPS 위성과의 의사거리 관계식을 다음과 같이 편미분 방정식을 이용하여 1차 테일러 급수 전개한다.

$$\rho_{INS_i} = \rho_{T_i} + \frac{\partial \rho_{INS_i}}{\partial P_U} \Big|_{(P_U, P_{SV_i})_{nom}} \cdot \delta P_U + \frac{\partial \rho_{INS_i}}{\partial P_{SV_i}} \Big|_{(P_U, P_{SV_i})_{nom}} \cdot \delta P_{SV_i} \quad (31)$$

여기서, $(P_U, P_{SV_i})_{nom}$ 은 선형화 기준점을 의미하며 위성의 위치 정보는 수신된 위성 데이터로부터 정확하게 알 수 있으므로 (31)의 우변의 마지막 항은 무시하고 사용한다.

일반적으로 INS 기준 모델의 위치오차 상태변수는 위도, 경도, 고도로 표현되므로 (31)의 선형화 과정에서 지구 고정 좌표계에서 경위도 좌표계로의 좌표변환이 필요하다. (15)를 (31)에 대입하고 체인룰(chain rule)을 적용하여 편미분하면 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\rho_{INS_i} = \rho_{T_i} - \frac{(x_{SV_i} - x_U)}{|\rho_{INS_i}|} \left[\frac{\partial x_U}{\partial L} \delta L + \frac{\partial x_U}{\partial l} \delta l + \frac{\partial x_U}{\partial h} \delta h \right] - \frac{(y_{SV_i} - y_U)}{|\rho_{INS_i}|} \left[\frac{\partial y_U}{\partial L} \delta L + \frac{\partial y_U}{\partial l} \delta l + \frac{\partial y_U}{\partial h} \delta h \right] - \frac{(z_{SV_i} - z_U)}{|\rho_{INS_i}|} \left[\frac{\partial z_U}{\partial L} \delta L + \frac{\partial z_U}{\partial l} \delta l + \frac{\partial z_U}{\partial h} \delta h \right] \quad (32)$$

$$= \rho_{T_i} - h_i^T M_E^L \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta l \\ \delta h \end{bmatrix} \quad (33)$$

여기서, h_i 는 위성과 수신기 사이의 시선벡터(Line-Of-Sight)를 의미하며 M_E^L 은 지구 고정좌표계에 대한 편미분행렬로 다음과 같이 정의된다.

$$h_i = \begin{bmatrix} \frac{x_{SV_i} - x_U}{|\rho_{INS_i}|} & \frac{y_{SV_i} - y_U}{|\rho_{INS_i}|} & \frac{z_{SV_i} - z_U}{|\rho_{INS_i}|} \end{bmatrix}^T \quad (34)$$

$$M_E^L = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_U}{\partial L} & \frac{\partial x_U}{\partial l} & \frac{\partial x_U}{\partial h} \\ \frac{\partial y_U}{\partial L} & \frac{\partial y_U}{\partial l} & \frac{\partial y_U}{\partial h} \\ \frac{\partial z_U}{\partial L} & \frac{\partial z_U}{\partial l} & \frac{\partial z_U}{\partial h} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\frac{\partial x_U}{\partial L} = R_H \cos L \cos l - (R_t + h) \sin L \cos l$$

$$\frac{\partial y_U}{\partial L} = R_H \cos L \sin l - (R_t + h) \sin L \sin l \quad (36)$$

$$\frac{\partial z_U}{\partial L} = R_H (1 - e^2) \sin L + (R_t (1 - e^2) + h) \cos L$$

$$\frac{\partial x_U}{\partial l} = -(R_t + h) \cos L \sin l$$

$$\frac{\partial y_U}{\partial l} = (R_t + h) \cos L \cos l \quad (37)$$

$$\frac{\partial z_U}{\partial l} = 0$$

$$\frac{\partial x_U}{\partial h} = \cos L \cos l$$

$$\frac{\partial y_U}{\partial h} = \cos L \sin l \quad (38)$$

$$\frac{\partial z_U}{\partial h} = \sin L$$

(14)와 (33)으로부터 강결합 칼만필터의 의사거리 측정치의 모델은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{z}_{PR_i} = -h_i^T M_E^L \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta l \\ \delta h \end{bmatrix} - \delta C_{bias} + v_{PR} \quad (39)$$

여기서, v_{PR} 은 의사거리 측정 잡음을 의미한다.

2. UKF에 기반한 강결합 필터

3장에서 설명한 일반화된 스케일링 UT를 이용한 칼만필터를 강결합 기법에 적용하는 경우에는 EKF에서 요구되는 선형화 과정 없이 SP를 이용하여 의사거리의 평균과 공분산을 구하게 된다. 이를 위하여 INS에 계산된 위도, 경도, 고도 정보와 시스템 모델을 이용하여 추정된 시계 바이어스 오차로부터 다음과 같이 SP를 구성한다.

$$X_0 = [L \ l \ h \ \delta c_{bias}]^T \quad (40)$$

$$X_i = \begin{bmatrix} L \pm \mu \cdot \sigma_{1xi} \\ l \pm \mu \cdot \sigma_{2xi} \\ h \pm \mu \cdot \sigma_{3xi} \\ \delta c_{bias} \pm \mu \cdot \sigma_{16xi} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 2N \quad (41)$$

여기서, σ_{kxi} 는 공분산 행렬 $P_{17 \times 17}$ 를 Cholesky 분해한 행렬의 k 번째 행과 i 번째 열에 해당되는 값을 의미한다.

(40), (41)에서 알 수 있듯이 강결합 기법에서 UT 변환에 사용되는 상태변수는 위도, 경도, 고도와 GPS 수신기 시계 바이어스 오차 성분이며 이 값으로부터 측정치는 다음과 같이 계산된다.

$$Y_i = \sqrt{P_U(X_i) - P_{SV(x,y,z)}} + \delta c_{bias}(X_i), \quad i = 0, \dots, 2N \quad (42)$$

여기서, $P_U(X_i)$ 는 위도, 경도, 고도에 해당하는 SP에 의하여 계산된 사용자 ECEF 위치, $\delta c_{bias}(X_i)$ 는 시계 오차에 해당하는 SP 값이다.

(42)에 의하여 변환된 의사거리는 일반적인 UT와 동일하게 의사거리 평균값을 계산하기 위하여 아래와 같이 사용된다.

$$\rho_{UT} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \cdot Y_i \quad (43)$$

이 결과는 새로운 측정치 공분산과 상호 공분산을 계산하기 위하여 다음 식에 대입한다.

$$P_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (Y_i - \rho_{UT})(Y_i - \rho_{UT})^T + R \quad (44)$$

$$P_{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (X_i - \bar{x})(Y_i - \rho_{UT})^T \quad (45)$$

(44)와 (45)에 의하여 계산된 공분산들은 필터의 이득을 계산하기 위하여 사용되며 다음과 같다.

$$K = P_{xy} P_{yy}^{-1} \quad (46)$$

위에서 계산된 이득은 상태변수의 갱신과 공분산 갱신에 사용되며 아래와 같이 계산된다.

$$x_k = x_{k-1} + K(\rho_{GPS} - \rho_{UT}) \quad (47)$$

$$P_k = P_{k-1} - K P_{yy} K^T \quad (48)$$

V. 차량 시험 및 결과 분석

앞에서 제시된 EKF 및 UKF 강결합 기법의 성능을 비교하기 위하여 LN200 IMU와 GPS를 탑재한 차량을 이용하여 성능 시험을 수행하였다. 사용된 차량은 그림 5와 같으며 차량의 지붕에 IMU와 GPS 안테나를 장착하고 있으며 IMU는 200Hz, GPS는 1Hz의 속도로 항법정보를 제공한다. 이때 시험 궤적은 그림 6과 같으며 초기 정렬을 위하여 출발지점에서 10분간 정지 상태로 있으며 출발 후 30분간 항법을 수행한다. 이때 가시위성의 개수는 그림 7과 같이 평균 7개 정도로 양호한 상태이며 최소 5개 이상이다.

1. 되먹임 방식을 이용한 강결합 기법

되먹임 방식에서는 INS의 항법 오차가 칼만필터의 추정치에 의하여 항상 초기화가 되고 있으므로 1차로 선형화한 EKF의 측정치와 UKF의 측정치가 유사한 성능을 보이게 된다. 본 논문에서는 EKF와 UKF의 성능을 위성의 가시 상태가 우수하지 않은 상황도 포함하여 비교하기 위하여 다음과 같이 임의로 가시 위성의 개수를 감소시킨다.

- 200 - 300[sec]: 가시위성 4개로 고정
- 500 - 600[sec]: 가시위성 3개로 고정
- 800 - 900[sec]: 가시위성 2개로 고정
- 1100-1200[sec]: 가시위성 1개로 고정

위의 경우에 대한 INS/GPS 강결합 알고리즘의 수평축 RSS 위치 오차와 고도축 위치 오차는 그림 8, 9와 같다. 그림에서 위치 오차는 DGPS를 이용하여 획득된 실 궤적(true trajectory)에 대한 EKF와 UKF의 위치 오차를 나타낸 것으로 두 필터링 기법의 오차가 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림 8에서 가시위성의 개수가 감소함에 따라 EKF와 UKF 두 결과에서 모두 위치 오차가 증가함을 알 수 있으며, 특히 가시위성이 2개 이하인 경우에는 두 필터의 결과에서 위치 오차가 빠르게 증가함을 알 수 있다. 그림 9의 고도축 오차 결과에서도 수평축 위치 오차와 동일하게 EKF와 UKF 결과가 모두 유사하게 나타나고 있다.

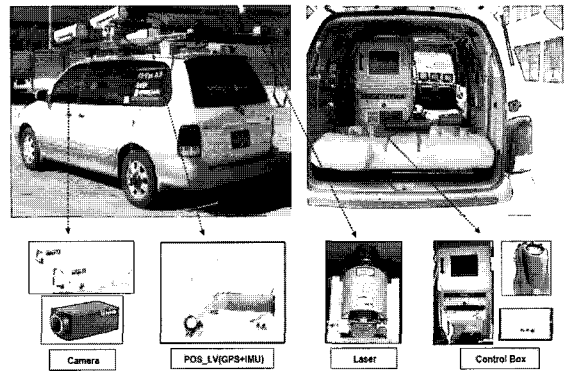


그림 5. 시험용 차량 사진.
Fig. 5. Photograph of test vehicle.

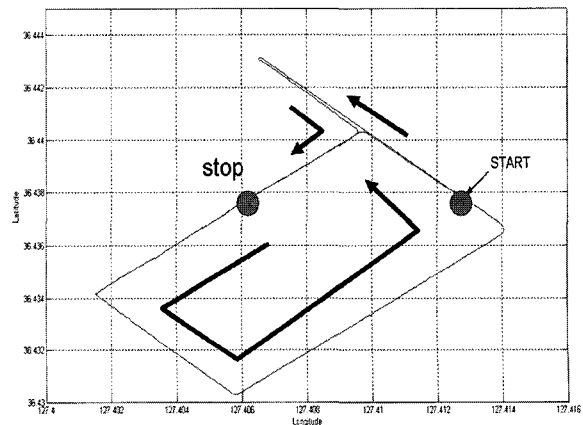


그림 6. 시험 궤적.
Fig. 6. Tested vehicle trajectory.

2. 앞먹임 방식을 이용한 강결합 기법

앞먹임 방식을 이용한 EKF와 UKF의 성능 비교는 의사 거리의 측정치로 사용되는 INS의 위치 정보가 시간이 증가함에 따라 발산하고 있으므로 그림 7의 가시위성 상태를 이용하여 획득된 GPS 측정치를 이용한다.

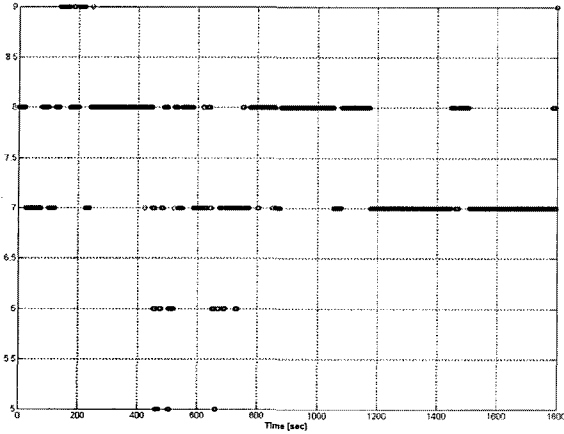


그림 7. 가시 위성 수.
Fig. 7. Number of visible satellites.

EKF와 UKF의 INS/GPS 결합 항법 결과는 그림 10, 11과 같다. 그림 10이 앞먹임 방식을 이용한 EKF의 항법 결과로 약 400초 이후부터 필터의 항법해가 발산하고 있음을 알 수 있다. 그러나 앞먹임 방식의 UKF 항법 결과는 그림 11과 같으며 그림에서 알 수 있듯이 수평축 RSS 오차가 약 5m 이내

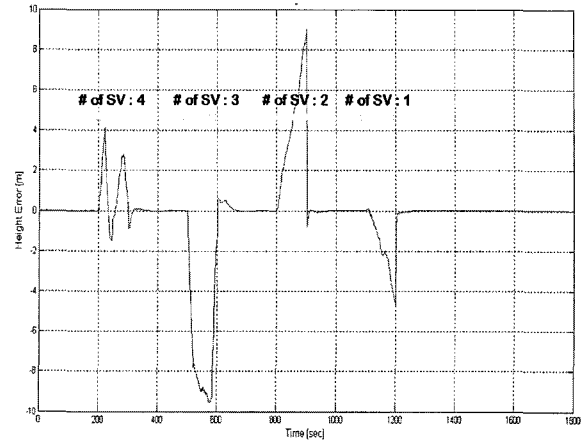
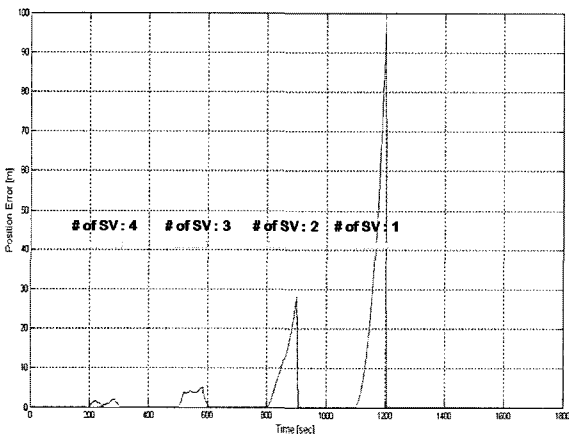


그림 9. 고도축 위치 오차.
Fig. 9. Vertical position error.



(a) 항법 전구간 위치 오차

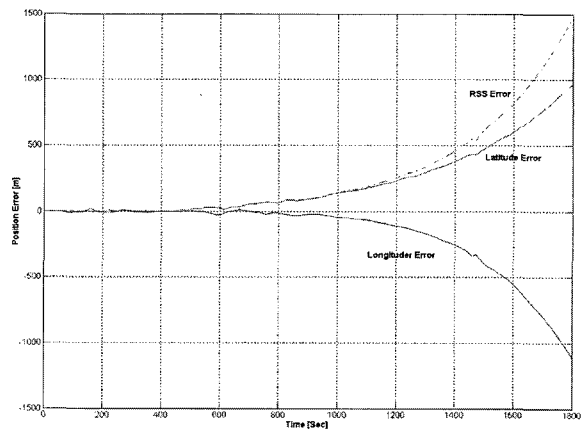
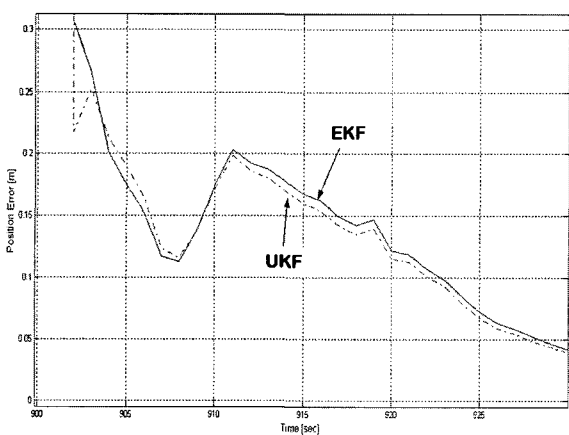


그림 10. 앞먹임 EKF를 이용한 RSS 수평축 위치 오차.
Fig. 10. RSS horizontal position error with feedforward EKF.



(b) 일부 구간 확대 결과

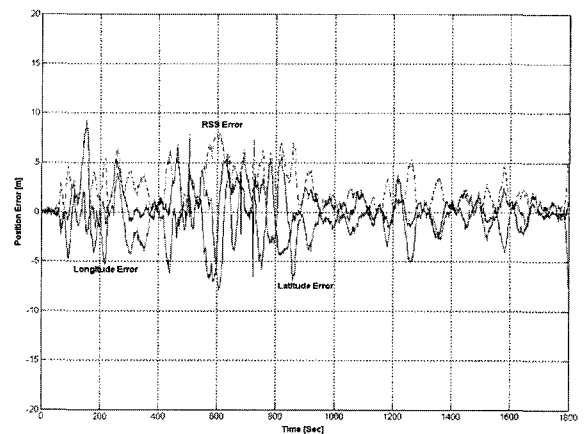


그림 11. 앞먹임 UKF를 이용한 RSS 수평축 위치 오차.
Fig. 11. RSS horizontal position error with feedforward UKF.

그림 8. RSS 수평축 위치 오차.
Fig. 8. RSS horizontal position error.

에 존재하고 있음을 알 수 있다.

3. 결과 분석

되먹임 방식을 이용한 EKF 강결합 기법과 UKF 강결합 기법은 매우 유사한 성능을 가짐을 알 수 있었다. 이것은 되먹임 방식이 INS의 오차를 보상하는 것과 함께 칼만필터의 상태변수를 초기화함으로써 항법 오차의 전파가 항상 일정한 범위에 존재하기 때문에 EKF의 단점인 선형화 오차를 유발하지 않기 때문이다. 이것은 최근에 참고문헌 [12]에서 제시된 결과와 동일한 결과이다. 그러나 앞먹임 방식을 사용하는 EKF의 경우에는 INS의 오차를 필터의 추정치로 보정하나 칼만필터의 초기화는 이루어지지 않는다. 이로 인하여 필터가 전파하는 항법 오차 모델과 INS의 항법 오차 사이에는 점차적으로 차이가 존재하게 되며, 이로 인하여 EKF의 의사거리 측정치에 선형화 오차가 나타나게 된다.

EKF를 이용하여 강결합 알고리즘을 구현하는 경우 (14)에 의하여 주어진 의사거리 측정식을 사용자의 위치 오차 δx_u , δy_u , δz_u 에 의하여 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \rho_i &= \sqrt{(x_i - (x_u + \delta x_u))^2 + (y_i - (y_u + \delta y_u))^2 + (z_i - (z_u + \delta z_u))^2} \\ &\quad + c_{bias} + \delta c_{bias} \\ &= \sqrt{(\Delta x - \delta x_u)^2 + (\Delta y - \delta y_u)^2 + (\Delta z - \delta z_u)^2} + c_{bias} + \delta c_{bias} \\ &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \delta R} + c_{bias} + \delta c_{bias} \\ &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} + c_{bias} \\ &\quad + \frac{1}{2\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \delta R + \delta c_{bias} + h.o.t \\ &\approx \rho_{Ti} + \frac{1}{2\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}} \delta R + \delta c_{bias} \\ &= \rho_{Ti} - \frac{\Delta x}{|\rho|} \delta x_u - \frac{\Delta y}{|\rho|} \delta y_u - \frac{\Delta z}{|\rho|} \delta z_u + \delta c_{bias} \\ &\quad + \frac{1}{2|\rho|} (\delta x_u^2 + \delta y_u^2 + \delta z_u^2) \end{aligned} \quad (49)$$

여기서, $\delta R = -2\Delta x \delta x_u - 2\Delta y \delta y_u - 2\Delta z \delta z_u + \delta x_u^2 + \delta y_u^2 + \delta z_u^2$.

(49), (50)에서 알 수 있듯이 사용자의 위치 오차가 일정 범위인 경우에는 의사거리의 선형화 식인 (49)의 의사거리 오차에 지배적인 영향을 미치지지만 사용자의 위치 오차가 커지는 경우에는 (50)과 고차항에 의한 오차 성분이 의사거리 측정치에 지배적인 영향을 미치게 된다. 이러한 이유로 되먹임 방식의 EKF와 UKF는 강결합 성능에 차이가 나타나지 않으나 앞먹임 방식의 경우에는 EKF의 성능이 급격하게 나빠지게 된다.

V. 결론

본 논문에서는 일반화된 스케일링 UT 기법을 제시하고 간략하게 유도된 가중치와 스케일 변수와의 관계식을 이용하여 시스템 차수에 따른 가중치의 범위를 살펴보았다. 제시된 일반화된 스케일링 기법은 UKF를 사용한 INS/GPS 강결합 기법의 측정치를 구성하는데 이용하였으며 기존의 EKF 방법

과 그 성능을 비교 분석하였다. 이를 위하여 중급의 IMU와 GPS 수신기를 이용하여 차량 시험과 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과 되먹임 방식의 오차 보상 구조에서는 EKF와 UKF가 거의 유사한 성능을 가졌으나, 앞먹임 방식의 오차 보상 구조에서는 시간이 지남에 따라서 EKF는 발산하나 UKF는 안정적인 항법해를 제공하는 것을 확인하였다. 이러한 성능 차이를 해석하기 위하여 사용자의 위치 오차와 선형화된 의사거리 측정치 사이의 관계식을 유도하고, 앞먹임 보상 구조에서는 사용자의 위치 오차가 증가할수록 EKF가 발산을 해석적으로 증명하였다.

참고문헌

- [1] A. D. King, "Inertial navigation - Forty Years of Evolution," *GEC Review*, vol. 13, no. 3, 1998.
- [2] D. H. Titterton and J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series, 1997.
- [3] J. A. Farrel and M. Barth, *The Global Positioning System & Inertial Navigation*, McGraw-Hill, 1998.
- [4] G. T. Schmidt, *INS/GPS Technology Trends*, NATO RTO Report, RTO-EN-SET-064, 2004.
- [5] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems: A Modern Synthesis*, Academic Press, Inc., 1993.
- [6] S. I. Roumeliotis, G. S. Sukhatme, and G. A. Bekey, "Circumventing dynamic modeling: Evaluation of the error-state kalman filtering applied to mobile robot localization," *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Marriott Hotel, Renaissance Center, Detroit, Michigan, 1999.
- [7] 이태규, 김광진, 제창해, "INS/GPS 결합 칼만필터의 측정치 스무딩 및 예측," 제어·자동화·시스템공학회 논문지 제7권 제11호, 2001년 11월.
- [8] 조성윤, 박찬국, "강결합 기법을 이용한 WNS/GPS 결합 항법시스템," 제어·자동화·시스템공학회 논문지 제8권 제12호, 2002년 12월.
- [9] G. T. Schmidt and R. Phillips, *INS/GPS Integrating Architectures*, Draper Laboratory Report, 4104, Cambridge, Massachusetts, 2003.
- [10] 김광진, 박찬국, 유명중, "UKF를 이용한 INS/GPS 알고리즘," 제13차 유도무기학술대회 논문집, 2005년 10월.
- [11] 김광진, 박찬국, 박영범, "Unscented 변환에 기반한 INS/GPS 강결합 알고리즘," 제12차 GNSS Workshop, 제주, 2005년
- [12] J. Wendel, A. Maier, J. Metzger, and G. F. Trommer, "Comparison of extended and sigma-point kalman filters for tightly coupled GPS/INS integration," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, AIAA 2005-6055, San Francisco, California, Aug. 2005.
- [13] E. A. Wan and R. V. Merwe, *The Unscented Kalman Filter, in Kalman Filtering and Neural Networks*, Wiley Inter Science, 2001.
- [14] S. Julier and J. Uhlmann, "Unscented filtering and nonlinear estimation," *Proceedings of IEEE*, vol. 92, no. 3, August 2004.
- [15] S. Julier and J. Uhlmann, "The scaled unscented transformation," *Proceedings of American Control Conference*,

2002.

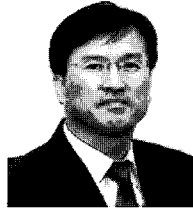
[16] 김광진, 박찬국, “스케일 Unscented 변환의 변수 해석,” 2006 제어 · 자동화 · 시스템 심포지엄, 2006년 6월.

[17] 박찬국, 이형근 등, 지상항법 다중센서 오차추정 알고리즘 개발, 연구보고서, 서울대학교 항공우주신기술연구소, 2005년 10월.



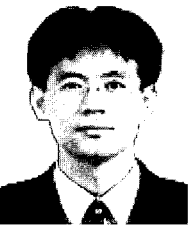
김 광 진

1995년 광운대학교 제어계측공학과 졸업. 1997년 동 대학원 석사. 1997년~2004년 국방과학연구소 연구원. 2004년~현재 서울대학교 기계항공공학부 박사과정. 관심분야는 관성항법시스템, INS/GPS 결합시스템, 비선형 필터링 등.



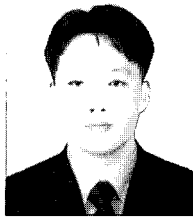
박 찬 국

1961년 9월 13일생. 1985년 서울대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 졸업(석사). 1993년 동 대학원 졸업(공학박사). 1993년 서울대학교 제어계측신기술연구소 Post Doc. 1994년~2002년 광운대학교 정보제어공학과 조교수/부교수. 1998년 미국 UCLA 기계항공공학과 방문연구원. 1994년~2003년 서울대학교 자동제어특화연구소 책임연구원. 2003년~현재 서울대학교 기계항공공학부 부교수/교수. 연구 관심분야는 INS/GPS 결합 알고리즘, MEMS IMU 응용 시스템 개발, 영상항법시스템, USN을 이용한 Ubiquitous Positioning, 필터링기법.



유 명 종

1987년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1990년 동 대학원 석사. 2002년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 졸업(공학박사). 1990년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 관성항법시스템, 오차 모델링, INS/GPS 결합시스템, 위성 자세 결정 시스템, 강인 필터링, 적응 필터링 등.



박 영 범

1999년 경북대학교 전자전기공학부 졸업. 2001년 서울대학교 전기공학부 석사. 2001~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 추정이론 및 복합항법.