韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
2006. 8. 제 45권, 제 3호, 319-343.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2006, Vol. 45, No. 3, 319-343.

5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 분석

이 춘 재 (천안일봉초등학교)
전 평 국 (한국교원대학교)

Ⅰ. 서 론

현대 사회에서는 수많은 정보들 속에서 무언가를 판단하고 선택해야하는 경우가 자주 생긴다. 실제로 우리는 각종 신문이나 TV 등 언론 매체를 통해서 그래프를 포함한 여러 가지 통계 정보를 접하지 않는 날이 없을 정도이다. 이러한 때에 통계학적인 방법들은 현명하고도 과학적인 결정을 내리는데 도움을 준다. 뿐만 아니라 거의 모든 학문 분야에서 통계적인 방법들이 많이 사용되고 있다. 따라서 현대 사회를 살아가는 데 통계적 지식은 필수적이다. 오늘날 통계 교육에 대한 관심의 증대는 이러한 사회적인 요구에 의해 당연한 것으로 생각된다.

그렇다면 지금까지 우리나라의 통계 교육은 어떠한 방식으로 이루어졌는지 살펴보아야 할 것이다. 학교 수학에서 통계는 문제 해결 도구로서 혹은 주변 세계를 이해하는 유용한 도구이기 보다는 초등 통계학에 나오는 특정한 내용으로 구성된 교재로 간주되고 있다(우정호, 2000). 이처럼 우리나라의 통계 교육이 자료에서 평균을 구하는 산술적인 알고리즘에 근거한 기술통계의 입장을 띄고 있었기 때문에 통계 교육을 통한 발견의 기쁨과 일상생활에서의 유용성을 깨달을 수 없었던 것이다.

Cobb(1992)은 실제적인 통계적 사고를 경험할 수 있도록 초중고 통계 교육과정을 개편할 것을 요구했으며, Moor(1992)는 통계의 실제와 통계학 연구에서 강조되고 있는 자료 분석으로써 통계 교육을 시작할 것을 주장하였고, 전평국(1998)은 통계 교육이 '구하는 방법' 에만 한정되어서는 안되고, "언제 평균(average)[1]이 유용한가"를 생각하게 해야한다고 하였으며, 평균(average)을구하는 것은 어림셈이나 문제 해결에 강력한 도구가 될 수 있다고 하였다. 이러한 주장은 통계 교육이 학생들의 실생활 경험과 밀접한 연관이 있어야 한다는 것과 자료 분석을 통해 실제 삶에서도 적용할 수 있는 통계 교육이 되어야함을 의미한다고 말할 수 있을 것이다. 이러한 주장은 전미국 수학교사 협의회(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989)가 자료취급을 중요한 영역으로 설정하고, 자료에 대한 시각적 표현과 문제해결을 위한 실제적인 자료 취급 태도를 강조하는 것과 맥을 같이 한다.

NCTM(2000)에서는 유치원 이전 단계로부터 12학년까지 다음과 같은 자료 분석의 규준을 제시하고 있다. 모든 학생들은 자료에 기초한 질문을 제기할 수 있고, 질문에 답하기 위해 관련 있는 자료를 수집, 구성, 설명할 수 있어야 한다. 모든 학생들은 자료를 분석하기 위해서 적절한 통계방법들을 선택하고 사용할 수 있어야 한다. 모든 학생들은 자료에 기초한 추론과 예측을 개발하고, 평가할 수 있어야 한다.

이렇게 자료 분석을 점점 강조하는 것은 자료 분석을 통해서 학생들이 수학을 다른 교과와 연결하고, 수학을 학생의 일상생활과 연결시킬 수 있으며, 수학 내의 다른 영역들 즉, 대수, 측정, 기하 등에서 나온 아이디어와 절차에서 수많은 중요한 연결성을 만들 수 있기 때문이다. 여기서 우리는 수학교육과정에서 일관되게 강조하는 것이 실제적인 자료의 취급임을 알 수 있다. 학생들 스스로 문제를 제기하고 자료를 수집하고, 적절한 통계방법을 이용하여 자료를 분석하고, 자료에 기초한 추론을 통해 실제적인 문제를 탐구하도록 함으로써, 모든 학생이 조사하고 탐구하여 자료를 분석할 수 있는 능력을 키울 수 있도록 교육하길 요구하는 것이다.

* 2006년 6월 투고, 2006년 7월 심사완료.
* ZDM 분류 : A73
* MSC2000 분류 : 97C30
* 주제어 : 대표값, 대표값의 개념 유형, 평균

우리나라 수학 교육과정에서도 6차 교육과정에서는 통계를 수, 연산, 도형, 측도, 관계 중 관계 단원의 일부로 다루었으나, 7차 교육과정에서는 확률과 통계 영역을 별도로 분리하여 다루고 있으므로 통계 영역이 이전에 비해 비중 있게 다루어지고 있다고 해석할 수 있다. 또한 7차 교육과정에서는 학생들이 실생활에서 접할 수 있는 자료를 조사, 정리, 분석해 봄으로써 유용한 정보를 얻는데 효과적인 도구가 통계적 방법임을 알 수 있게 하며, 창의적인 문제 해결에 적용할 수 있도록 실제적이며 통합적인 지도를 하도록 권면하고 있다(교육부, 1999). 이처럼 실생활과 관련된 자료의 조사, 정리, 분석을 강조하고 있음에도 불구하고 수학·과학 성취도 추이변화에 대한 국제 비교 연구 결과가 우리나라의 교육과정에 주는 시사점은 확률과 통계 영역의 소주제를 비교해 보았을 때, 자료의 정리·표현에 비해 상대적으로 '자료의 수집', '자료의 해석' 에 관한 주제들이 소홀하게 다루어지고 있다는 것이다(한국교육과정평가원, 2003). 이러한 시사점을 통해서도 알 수 있듯이 앞으로 우리 수학교육과정에서는 자료의 수집과 해석을 통한 분석에 좀 더 비중을 두는 것도 고려해볼 필요가 있을 것이다.

이러한 자료의 분석은, 자료를 모으고 모은 자료를 설명하는 것에서부터 시작된다. 학생들은 자료의 집합이 '크다 작다', '많다 적다' 와 같은 단순한 설명에서부터, 자료를 대표할 수 있는 대표값을 통한 설명과 자료의 분포를 설명하는 단계까지 점점 분석의 수준이 높아질 것이다. 이때 초등학교에서 학생들의 대표값에 대한 이해는 중간, 집중도, 균형점과 같은 비형식적인 아이디어에 바탕을 둘 수 있다(Mokros & Russell, 1995; Mokros & Russell, 1996).Mokros와 Russell(1987, 1991, 1995, 1996)은 초·중등학교 학생들의 대표값에 대하여 연구하였으며, 이 연구를 통해 초등학교 학생들은 대표값에 대해 배우기 이전에도 대표값에 대한 비형식적 개념 유형이 다양하게 이해되어 나타나며, 이것을 바탕으로 고학년에서 대표값의 개념적 이해를 하게 된다는 것을 밝혔다. Struss와 Bichler(1988)는 평균의 개념이 학년마다 다른 발달 단계를 보이고 있음을 연구했으며, Friel(1998)은 평균을 가르치기 위한 전략으로 '똑같이 나누기' 와 '균형' 모형이 있으며, 학생들이 평균의 개념을 이해하도록 돕기 위해서는 두 모형 모두를 사용할 수 있다고 주장했다. 이중 현행 교육과정에서 평균의 교수·학습으로 활용되고 있는 알고리즘과 연결되는 '똑같이 나누기' 모형 이외에도 '균형' 모형이 활용될 수 있음을 통해 평균에 대한 학생들의 다양한 개념이 형성될 수 있다는 것을 생각해볼 수 있다.

자료를 분석하는 데 가장 기본이 되며, 일상생활에서 많이 쓰이고 있음직한 대표값에 대한 우리나라의 연구는 대표값의 학문적 개념에 대한 연구(박영희, 2001), 학교에서 대표값의 지도 방안(권대돈, 2002; 김창일·전영주, 2002), 교수·학습 자료 개발(김상룡, 2000) 등이 이루어져 왔으나, 전반적인 대표값에 대한 연구가 미약한 편이며, 학생들의 대표값 개념에 대한 연구는 아직 이루어지지 않고 있다. 따라서 본 연구는 우리나라 초등학교 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념이 어떠한지 알아보고, 문제 제시 방법에 따라 어떠한 차이가 있는지를 분석함으로써, 현행 초등학교 수학 교육과정에 제시되어있는 평균의 교수·학습 지도 방안과 앞으로 통계 영역에서 다루어질 수 있는 다양한 대표값 개념의 지도 방안을 모색해볼 수 있으며, 현행 교과서의 문제 제시 방법의 다양성을 모색해볼 수 있고, 중·고등학교에서 대표값 개념의 형식화를 위한 교수·학습에 유용한 자료로 활용될 수 있으며, 타교과의 자료 수집·정리·분석 활동에 있어서도 기초 자료를 제공할 수 있을 것이다.

이러한 연구 목적을 위해 설정한 연구 문제는 다음과 같다.

1. 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 각각 구체적으로 어떤 특성을 갖고 있는가?
2. 문제 제시 방법에 따라 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한가?
   (1) '대표값을 주고 자료 예상하기' 문항에서 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한가?
   (2) '자료를 주고 대표값 구하기' 문항에서 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한가?
   (3) 문제 제시 방법에 따라 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떤 차이가 있는가?

1) 여기서 평균의 의미는 산술평균인 mean을 의미하는 것이 아니라 대표값으로 번역되기도 하는 average를 의미한다.

대표값에 대한 비형식적[2] 개념이란, 대표값에 대한 이론적인 개념 지식이 완성되지 않은 학생들의 대표값 개념, 즉 학생들이 일상생활의 경험을 통해 자연스럽게 형성된 개념과 학문적인 개념, 학생들 스스로 생성해낸 개념 모두를 의미한다. 이런 대표값에 대한 비형식적 개념은 구체적이고, 특수하며, 일상의 언어를 사용하는 특징이 있다. Mokros와 Russell(1995)의 연구에서는 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 최빈수(mode), 알고리즘(algorithm), 합당한 값(reasonable), 중간값(midpoint), 수학적 균형값(mathematical point of balance)의 5가지로 나누었다.

본 연구에서는 Mokros와 Russell의 연구를 바탕으로 예비검사와 본검사의 실시를 통해 범주화시킨 개념 유형인 알고리즘에 의한 산술평균, 균형값, 최빈수, 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값, 최대값, 최소값, 범위수의 9가지 개념 유형을 의미한다.

Ⅱ. 문헌연구

1. 대표값

관찰된 자료로부터 그 자료의 특성을 대표하는 하나의 수를 나타내는 방법들이 있는데 그것이 대표값을 구하는 것이다. 대표값에 대한 정의를 일반적인 통계학 책에서 살펴보면 다음과 같다.

고왕경 등(1994)의 통계학 개론에서는 대표값과 산포도들의 위치의 측도로 정의하고 있다. 또, 김우철(2004)의 현대 통계학에서는 위치 측도로서 많이 사용되는 측도로 평균, 중앙값, 최빈값, 기하평균, 조화평균, 백분위수 등이 있는데 이를 통틀어 대표값이라고 정의하고 있다. 대표값을 자료의 분포를 나타내는 수로 정의할 때는 분산, 표준편차도 하나의 대표값이 될 수 있다. 왜냐하면, 분산 또는 표준편차도 자료의 분포를 하나의 수로 나타내는 것이기 때문이다. 이와 같은 맥락으로 이미경(1998)은 대표값이라는 것이 분산, 표준편차가 나타내는 산포도의 의미가 아닌 자료의 중심경향을 나타내는 것이므로 교과서에서 제시하고 있는 대표값의 정의에 '중심경향'이라는 용어가 첨가되어야한다고 주장한다. 이런 정의에 비추어 대표값의 역할과 기능에 대한 충분한 논의가 좀 더 필요하다고 생각한다.

대표값에는 평균, 중앙값, 최빈값이 있고, 평균은 자료의 특성에 따라 산술평균, 기하평균, 조화평균으로 구분하며, 또 산술평균은 단순평균(simple mean)과 가중평균(weight mean)으로 구분할 수 있다. 산술평균은 대표값 중에서 가장 널리 사용되는데, 그 안에 추정, 상호조정, 균형점, 공평함과 재분배, 오차의 최소화 등 여러 가지 의미가 있다(박영희, 2001). 이는 Bakker(2003)의 대표값에 대한 역사적 관점에서의 정의와도 유사하다.

2. 대표값에 대한 비형식적 개념의 연구

초등학교에서 학생들의 대표값에 대한 이해는 중간, 집중도, 균형점과 같은 비형식적 아이디어에 바탕을 둘 수 있다(Mokros & Russell, 1995, 1996). 초등학생들의 대표값에 대한 비형식적의 개념 유형이 어떻게 나타나는지 분석함으로써 중학교, 고등학교에서 대표값 개념의 형식화를 위한 교수·학습에 유용한 기초 자료로 활용될 수 있음에도 불구하고 우리나라에서는 대표값에 대한 개념 연구가 미흡한 실정이다. 대표값의 개념에 대한 우리나라의 연구를 살펴보면, 박영희(2001)는 대표값에 대한 학문적 개념에 대한 연구를 통해 산술평균을 다양한 관점에서 바라 볼 수 있는다는 새로운 시각을 제시하고 있으며, 권대돈(2002), 김창일과 전영주(2002)는 학교에서 대표값의 지도 방안에 대한 연구를, 김상룡(2000)은 교수·학습 자료 개발에 대한 연구 등이 이루어져 왔으나, 대체적으로 대표값의 일반화된 개념에 대한 것들로 전반적인 대표값에 대한 연구가 미약한 편이다.

대표값에 대한 연구 이전에 통계에서 자료의 수집과 정리·분석과 관련된 연구들을 살펴보면, 학생들의 통계적인 개념 구조에 대한 연구(Mevarech, 1983; Gal,

2) Mack(1993)은 개인이 실생활의 경험을 통해 구성한 지식을 비형식적 지식이라 하였고, Becker와 Selter(1996)는 직접적인 지도 없이 학교에서 형성된 지식을 포함해서 비형식적인 지식이라 하였으며, 백선수(2004)는 "비형식적 지식은 관련된 주제에 대하여 형식적인 지도를 받기 이전에 획득한 지식 즉, 학생이 실생활 경험으로부터 자연스럽게 전수받은 지식과 사전지식, 그리고 스스로 발명한 지식을 의미한다. 이러한 비형식적 지식은 구체적이고, 직관적이며, 특수하고, 일상의 언어를 사용하는 특징이 있다" 라고 하였다.

Rothschild & Wagner, 1989; Gal, Rothschild & Wagner, 1990)와 실제 자료의 수집과 정리가 어떻게 이루어지고 있는지에 대한 연구(Corwin & Russell, 1989) 들이 있었고, 이러한 통계 교육이 왜 필요한지 (Jacobsen, 1989)의 연구가 있었다.

이러한 연구들을 바탕으로 Goodchild(1988)는 대표값에 대한 학생들의 이해에 대한 연구를 실시하였으며, 1987년부터 1996년까지 Mokros와 Russell은 초·중등학교 학생들의 대표값 개념에 대한 연구를 발표하였다. 이들의 연구를 통해 초등학교 학생들은 대표값에 대해 배우기 이전에도 대표값에 대한 비형식적 개념 유형이 다양하게 나타나며, 이것을 바탕으로 고학년에서 알고리즘 형태의 개념 이해를 하게 된다는 것을 밝혔다. 또한 이들 대표값의 비형식적인 개념 유형에 대해 구체적인 특징을 질적 연구를 통해 상세화 시켰다.

또한 학생들의 평균에 관한 개념의 이해에 대한 연구 (Lima, Pollatsek & Well, 1981), 평균의 개념 중 균형 모델의 유용성에 대한 연구(Hardiman, Pollatsek & Well, 1984), 5-6학년의 중앙값, 평균의 개념에 대한 연구(Friel, Mokros & Russell, 1992) 등으로 연구의 깊이를 더해가고 있다.

또한 Struss와 Bichler(1988)는 평균의 개념이 학년마다 다른 발달 단계를 보이고 있음을 연구했으며, Friel(1998)은 평균을 가르치기 위한 전략으로 '똑같이 나누기'와 '균형' 모형이 있고, 학생들이 평균의 개념을 이해하도록 돕기 위해서는 두 모형 모두를 사용할 수 있다고 주장했다. 이중 알고리즘과 연결되는 똑같이 나누기 이외에도 균형 모형이 활용되고 있다는 것은 평균에 대해 학생들의 개념이 다양하게 형성될 수 있다는 것을 보여준다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 충청남도 천안시내에 있는 초등학교 31개교 중 20%에 해당하는 6개교를 임의로 선정하고, 임의로 선정된 6개교 각각에서 5, 6학년 1개반씩을 연구 대상으로 하여 5학년 210명(남자 111명, 여자 99명), 6학년 205명(남자 111, 여자 94)을 연구하였다. 연구 대상의 선정 과정에서 연구자가 천안 시내에 있는 6학교를 임의로 선정하였는데, 임의로 선정된 학교의 학생들이 서로 이질집단인지를 알아보기 위해 본검사 실시 후 Kruskal-Wallis Test를 유의 수준 0.05인 양측검정으로 실시하였다. 실시결과 유의 확률이 모두 0.000으로 유의미한 차이가 있는 것으로 밝혀졌으므로 표집된 각 학교는 이질 집단임을 알 수 있다.

2. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념이 어떠한지 실태를 분석하기 위해 문제 제시 방법을 실험처치로 하는 실험연구를 실시하였다. 본 연구의 연구 문제를 해결하기 위한 연구 절차는 다음과 같이 세 가지로 나뉜다.

첫째, 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념을 분석하기 위한 검사지를 개발하고, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 분석하기 위한 틀을 마련하기 위해 본 검사의 연구 대상과 비슷한 수준의 연구 대상을 골라 예비 검사를 실시한 후 나타난 문제점들을 수정·보완하여 본검사에 반영하였다.

둘째, 천안 시내에 소재해 있는 6개 학교의 5, 6학년 학생들을 대상으로 대표값에 대한 비형식적 개념 유형 검사를 실시하여 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 나누고 각각의 특징을 분석하였다.

셋째, 문제 제시 방법에 따른 학년별 대표값에 대한 개념 유형의 차이를 알아보기 위해 비모수 통계 분석 방법인 Wilcoxon Signed Ranks Test와 Kruskal-Wallis Test를 통계 프로그램인 SPSS를 통해 유의 수준 0.05에서 양측검정으로 실시하였다. 일반적으로 모수 검정은 모집단이 정규분포를 이룬다는 가정하에 T분포나 F분포를 이용한다(정충영· 최이규, 1998). 자료가 명목척도나 서열척도로 질적 자료인 경우에 적용될 수 있는 통계 방법은 비모수 검정이며(정영찬 등, 2002), 모집단의 분포가 정규분포를 따른다는 가정을 하지 않고 관측값의 부호나 순위를 이용하여 검정하는 방법을 의미한다(박성현 등, 2002). Wilcoxon Signed Ranks Test는 대응되는 두 개의 표본이 유의미한 차이가 있는지를 검정하는 방법이

며, Kruskal-Wallis Test는 2개 이상인 독립표본의 모평균이 같은 분포를 보이는지 알아보는 검정에 활용되는 방법이다(노형진, 2001). 실시 결과 유의미한 차이가 있으면 빈도분석을 통해 어떠한 차이가 나는지 자세하게 분석하였다.

3. 검사 도구

본 검사는 Struss, S. & Bichler, E.(1988)와 Mokros, J. & Russell, S.(1995, 1996)의 연구와 현행 7차 교육과정을 바탕으로 문항 분석을 실시하여 연구자가 작성하였으며, 검사의 목적은 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념을 분석해 보는 것이다. 이를 위해 <표 1>과 같이 검사 문항을 구성하였다.

<표 1> 검사 문항의 구성

문제 제시 방법	검사 항목	문항수	계
대표값을 주고 자료 예상하기	이산량	6	12
	연속량	6	
자료를 주고 대표값 구하기	이산량	6	12
	연속량	6	
합 계			24

대표값을 주고 자료 예상하기의 문제제시 방법은 <부록 1>의 검사지Ⅰ-3번과 같이 '보통 ~정도'라는 대표값을 주고 이에 근거해서 자료의 값을 예상해보는 것이며, 자료를 주고 대표값 구하기 문제제시 방법은 <부록1>의 검사지Ⅰ-1과 같이 몇 개의 자료를 주고 이에 근거해서 자료를 대표할 수 있는 값을 구해보는 것이다. 문제 제시 방법을 수의 속성에 따라 다시 이산량과 연속량으로 나누어서 검사항목을 만들었는데, 이산량이란 사탕의 개수, 젤리의 수와 같이 취급하기와 수세기에 적합한 자료들을 의미하며, 연속량이란 길이, 부피, 무게 등과 같이 세기 보다는 측정되는 것을 의미한다(전평국, 1998). 검사 문항은 학생들이 주변에서 자주 경험할 수 있는 소재 세 가지를 선정한 후, 이들 소재에 따른 동형문제를 2문항씩으로 하여 검사지Ⅰ과 검사지Ⅱ가 작성되었다. 구체적인 문항은 <부록 1>에 게재되어 있다.

개발한 검사 도구는 전문가 1인과 교사 5인에 의해 타당도를 검증받았고, 신뢰도는 통계 프로그램을 활용하여 Cronbach의 α값을 구해보았는데 결과는 <표 2>와 같다.

<표 2> 대표값에 대한 개념 유형 검사지의 신뢰도

검사 문항		N of Cases	N of Items	Alpha
대표값을 주고 자료 예상하기	이산량	415	6	.8654
	연속량	415	6	.8750
자료를 주고 대표값 구하기	이산량	415	6	.9313
	연속량	415	6	.9285

4. 검사의 실시

1) 예비 검사 실시

검사 도구에서 사용될 용어 선정과 문항의 구성을 위한 예비 검사를 천안시 소재의 바초등학교와 라 초등학교에서 5, 6학년 한 개반씩을 대상으로 하여 3월과 6월에 걸쳐 두 번 실시하였다.

본검사 실시에 앞서 검사지에 대한 제반 정보-검사시간, 검사문항의 진술형태와 난이도, 검사문항수, 검사 실시상의 유의점-를 알아보기 위해 2차에 걸친 예비검사를 천안시 소재의 바초등학교와 라 초등학교에서 5, 6학년 한 개반씩을 대상으로 6월과 7월에 걸쳐 실시하였다.

2) 본검사 실시

2차의 예비검사를 실시하여 나온 문제점을 수정한 뒤, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형 검사를 2005년 9월 5일부터 9월 8일까지 6개 학교의 5, 6학년 학생들을 대상으로 실시하였다. 검사는 동형검사지인 검사지Ⅰ과 검사지Ⅱ로 담임교사가 실시하였으며, 검사 시간은 각각 60분씩 2차시 분량으로 이틀 동안 실시하였다. 검사를 시작하기 전에 검사지 앞에 제시되어 있는 주의문을 읽어줌으로써 주의사항을 각인시켰고, 학생들이 자신의 생각을 최대한 잘 표현할 수 있도록 편안한 분위기에서 공정하게 검사를 받도록 하였으며, 문제에 대한 설명이나 힌트는 하지 않도록 하였다. 답안 작성은 검사지에 직접 하도록 하였고, 개념 유형을 분석하는 것은 연구자가 하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

1. 연구문제 1의 결과

본검사에서는 동형인 검사지Ⅰ과 검사지Ⅱ를 모두 투입하여 대표값에 대한 개념 유형 검사가 실시되었다. 두 검사지에서 각각 동형으로 만들어진 문제에 대하여 학생들이 어떠한 반응을 보였는지를 알아보기 위해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과는 <표 3>과 같다.

<표 3> 동형문제에 대한 반응의 차이

검사 문항	제시1[3] 이산량			제시1 연속량			제시2[4] 이산량			제시2 연속량		
Asymp. Sig	.000	.010	.011	.290	.008	.000	.030	.673	.792	.000	.523	.004

<표 3>에서 보면, 동형인 문제에 대한 반응이 같게 나오기도 하고 서로 다르게 나오기도 하고 있다. 이는 학생들의 대표값에 대한 개념이 비형식적이라는 것을 의미한다. 학생들의 대표값에 대한 개념이 비형식적이기 때문에 동일한 구조의 문제에 대해서 일관성있게 답하지 않고 있다고 여겨진다.

1) 검사문항별 비형식적 개념 유형의 빈도수와 비율

대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 9가지로 범주화하고 5학년 210명(남자 111명, 여자 99명), 6학년 205명(남자 111명, 여자 94명)의 검사지Ⅰ, 검사지Ⅱ를 문항별로 분석하였다. 검사지를 통해 나타난 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수와 비율을 분석한 결과는 <표 4>와 같다.

<표 4> 검사문항별 개념 유형의 빈도수와 비율

검사문항 / 개념유형		제시1 이산량		제시1 연속량		제시2 이산량		제시2 연속량		전체 합계	
		횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	남	203	15.2	210	15.8	637	47.8	633	47.5	3107	31.2
	여	153	13.2	165	14.2	557	48.1	549	47.4		
균형값	남	286	21.5	277	20.8	11	.8	13	1.0	1029	10.3
	여	230	19.9	211	18.2	1	.1	.0	.0		
최빈수	남	371	27.9	364	27.3	325	24.4	319	23.9	2461	24.7
	여	321	27.7	309	26.7	234	20.2	218	18.8		
중앙값	남	110	8.3	134	10.1	34	2.6	28	2.1	579	5.8
	여	110	9.5	130	11.2	21	1.8	12	1.0		
중간값	남	4	.3	1	.1	72	5.4	55	4.1	356	3.6
	여	10	.9	13	1.1	118	10.2	83	7.2		
최대최소의 중간값	남	25	1.9	27	2.0	79	5.9	79	5.9	387	3.9
	여	25	2.2	22	1.9	63	5.4	67	5.8		
최대값	남	56	4.2	49	3.7	37	2.8	32	2.4	368	3.7
	여	59	5.1	50	4.3	40	3.5	45	3.9		
최소값	남	107	8.0	104	7.8	49	3.7	70	5.3	680	6.8
	여	112	9.7	115	9.9	46	4.0	77	6.6		
범위수	남	141	10.6	145	10.9	59	4.4	75	5.6	785	7.9
	여	118	10.2	117	10.1	47	4.1	83	7.2		
기타	남	29	2.2	21	1.6	29	2.2	28	2.1	208	2.1
	여	20	1.7	26	2.2	31	2.7	24	2.1		
N	남	1332		1332		1332		1332		9960	100.0
	여	1158		1158		1158		1158			

* 횟수는 415명의 검사지Ⅰ, 검사지Ⅱ에 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.
* N은 남녀별 학생수(남자 222명, 여자 193명)×문제수(6)이다.
* %는 $\frac{횟수}{N}$ 이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

알고리즘에 의한 산술평균과 최빈수의 개념유형을 보이고 있는 학생들이 전체의 55.9%를 차지하여 가장 많은 비율을 차지하고 있었다. 산술평균에 대한 알고리즘은 나타나지 않았지만, 그 개념을 이해하고 적용하는 것으로 보이는 균형값의 형태로 대표값의 개념을 보이는 학생들도 10.3%로 나타나고 있었다. 각각의 비율은 적지만 세 개념 유형을 모두 합하면 13.3%인 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값은 한 학생에게서 문제 상황에 따라 다르게 두 가지 이상의 개념 유형이 함께 나타나는 경향이 강했다. 최대값과 최소값도 각각의 비율은 적지만 두 개념 유형을 합하면 10.5%를 차지하고 있으며, 이 둘의 개념도 한 학생에게서 문제 상황에 따라 다르게 나타나는 경향이 강했다. 7.9%를 차지하고 있는 범위수는 대표값을 기준으로 하여 또는 중심으로 하여 등의 용어

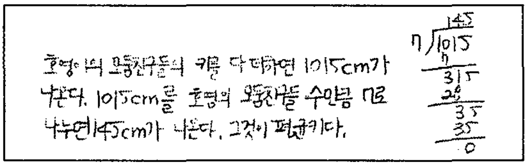
3) 이후의 표에서는 '대표값을 주고 자료 예상하기'를 제시1이라 하겠음.
4) 이후의 표에서는 '자료를 주고 대표값 구하기'를 제시2라 하겠음.

를 사용해서 학생 자신만의 다양한 기준 또는 범위를 정해서 자료를 예상하거나, 대표값을 구하고 있었다. 기타는 대표값의 개념 유형이 나타나지 않았거나, 문제를 제대로 이해하지 못했거나, 대표값의 개념 유형으로 분류될 수 없는 형태를 보여 대표값에 대한 비형식적 개념 유형으로 분석이 안 되는 것들을 나타내었다.

2) 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 특성

① 알고리즘에 의한 산술평균

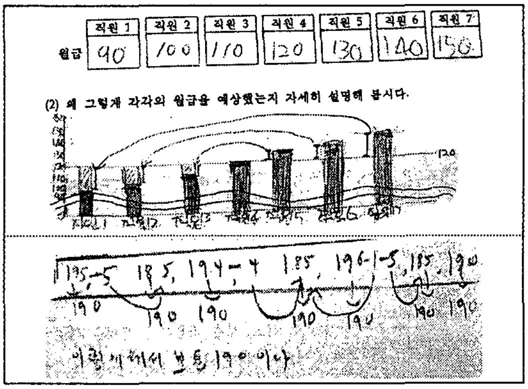
. 대표값을 주고 자료를 예상하는 문항에서는 대표값에 자료의 수를 곱해서 합을 구하고, 전체의 합을 고려해서 자료를 예상함
. 자료를 예상할 때 대표값과 관련해서 범위를 고려하지 않고 전체의 합에 대해서만 고려하는 경향이 있음
. 자료를 주고 대표값을 구하는 문항에서는 산술평균을 구하는 공식으로 대표값을 구함



<그림 1> 알고리즘에 의한 산술평균의 예

② 균형값

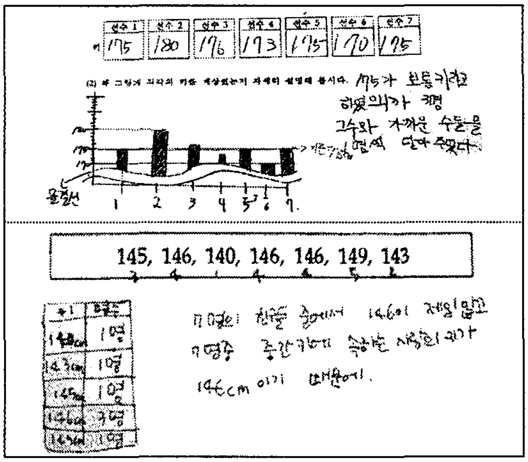
. 대표값을 기준으로 하여 좌우의 값을 대칭시켜서 예상함
. 좌우의 값이 대칭될 수 있는지 확인하여 대표값을 구함
. 자료를 예상할 때, 타당한 범위도 고려함
. 3개의 자료를 짝을 지어서 가운데에 대표값을 놓고 좌우에 큰 수와 작은 수를 대칭시키기도 하고, 대표값을 가운데에 놓고 좌우로 한쪽은 증가 한쪽은 감소로 대칭시키기도 함
. 3개의 자료를 짝으로 하여 예상한 이후에는 가운데의 대표값을 생략하고 작은 수와 큰 수만을 나타내기도 함
. 전체의 합이 '대표값 × 자료수' 임을 인식하여 검산을 해보기도 함
. 자료를 주고 대표값을 구하는 문항에서는 예상되는 대표값을 기준으로 하여 각각의 자료들과의 차이를 구해보고 차이가 0이 되는 수를 대표값으로 함



<그림 2> 균형값의 예

③ 최빈수

. 대표값을 구할 때 가장 많이 나타나 있는 수를 대표값이라 생각함
. 자료의 수가 '가장 많은' 의 의미이지 '절반을 넘는' 의 의미는 아님
. 자료를 예상할 때 대표값으로 나와 있는 수를 가장 많이 표현함

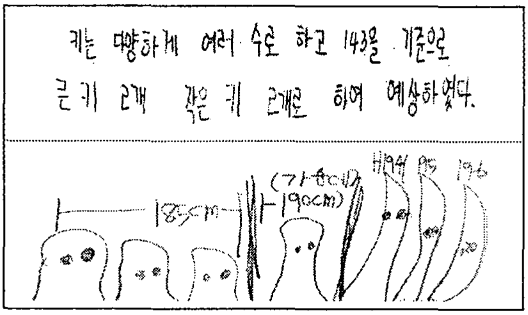


<그림 3> 최빈수의 예

④ 중앙값

. 나타나 있는 모든 수들을 크기순으로 나열해서 중앙에 위치한 수를 대표값이라 생각함

. 대표값을 기준으로 하여 큰 수들과 작은 수들의 개수를 같게 하는데, 큰 수들과 작은 수들의 크기의 비를 맞추지는 않음



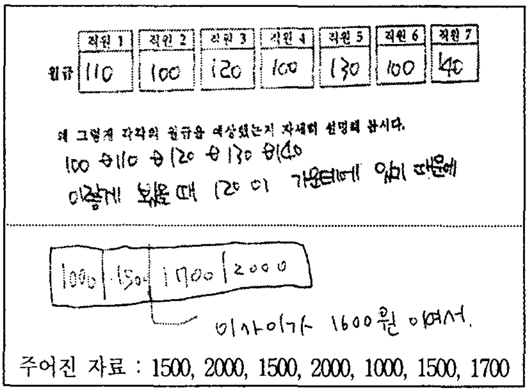
<그림 4> 중앙값의 예

⑤ 중간값

. 나타나는 숫자들을 크기순으로 나열해서 중간에 위치해 있는 수를 대표값이라 생각함

. 숫자를 나열할 때 반복해서 나타나 있는 숫자는 한번만 나열함

. 나열한 자료의 개수가 짝수인 경우에는 중간에 위치한 두수의 평균을 구해서 나타내기도 하고 다른 자료의 값을 고려해서 둘 중 하나의 값을 취하기도 함



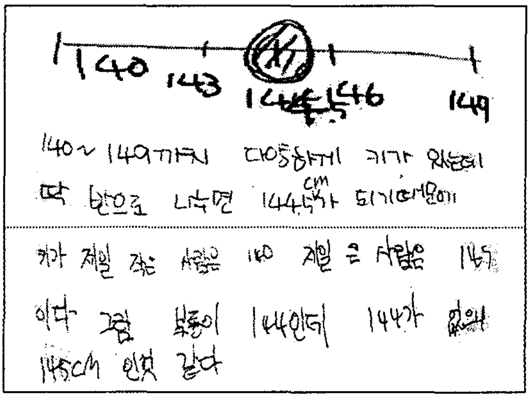
<그림 5> 중간값의 예

⑥ 최대최소의 중간값

. 최대값과 최소값의 중간값(평균)을 대표값이라 생각함

. 제시된 자료에 대표값이 없을 경우에는 새로 구한 값을 나타내기도 하고, 제시된 자료중에서 가장 가까운 수로 나타내기도 함

. 대표값의 크기가 소수로 나타날 경우 반올림하는 경향이 있음

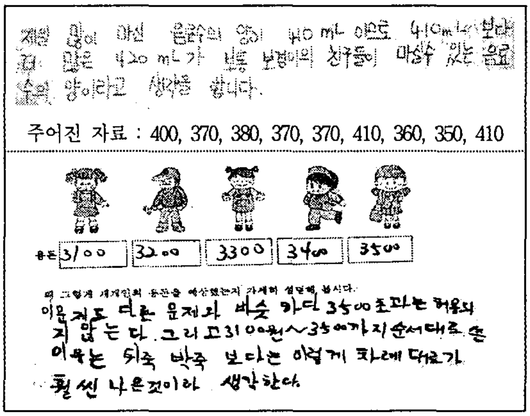


<그림 6> 최대최소의 중간값의 예

⑦ 최대값

. 가장 큰 최대의 값을 대표값이라 생각함

. 대표값을 주고 자료 예상하기에서는 자료의 범위에 대한 기준을 세워서 그 이하의 값을 나타내기도 함

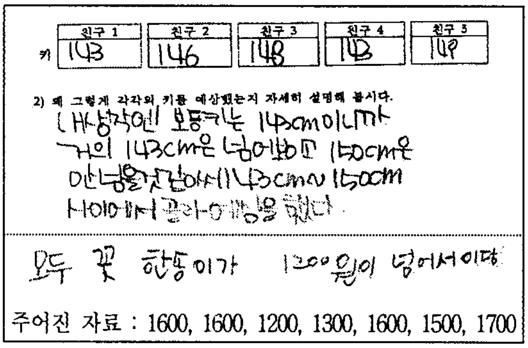


<그림 7> 최대값의 예

⑧ 최소값

. 가장 작은 최소의 값을 대표값이라 생각함

. 대표값을 주고 자료를 예상할 때는 자료의 범위에 대한 기준을 세워서 그 이상의 값을 나타내기도 함



<그림 8> 최소값의 예

⑨ 범위수

. 대표값을 기준으로 하여 범위를 정한 후 범위 안에 있는 수들을 나타냄

. 범위 안에 있는 수들을 나타낼 때는 기준이 명확하지 않음

. 대표값을 주고 자료를 예상할 때, 대표값을 기준으로 하여 근접한 수들로 자료를 예상한 후, 예상한 자료의 합과 산술평균의 알고리즘인 '대표값×자료수' 의 범위가 비슷함을 보여주기도 함

⑩ 기타

. 문항을 제대로 이해하지 못했거나, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형으로 분석이 안 되는 것들을 나타냄

2. 연구문제 2의 결과

1) '대표값을 주고 자료 예상하기' 문항에서 개념 유형의 차이

'대표값을 주고 자료 예상하기' 문항에서 학년의 차이가 있는지, 성별의 차이가 있는지, 학년별 이산량과 연속량의 차이가 있는지를 알아보았다.

대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 학년의 차이가 있는지를 알아보기 위해 Kruskal-Wallis Test를 실시한 결과는 <표 5>와 같다.

<표 5> 대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 5, 6학년의 차이

검사 문항	Asymp.Sig
제시1 이산량	.000
제시1 연속량	.000

<표 5>에서 보면, 근사 유의확률이 모두 0.000으로 유의수준인 0.05보다 작게 나타났으므로, 대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 이산량과 연속량은 모두 유의미하게 학년의 차이가 있는 것으로 나타났다. 대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 학년별로 어떠한 차이가 있는지를 알아보기 위해 빈도 분석을 실시했는데, 그 결과는 <표 6>과 같다.

<표 6> 대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 학년별 빈도수와 백분율

검사 문항 / 개념유형	제시1 이산량				합 계		제시1 연속량				합 계	
	5학년		6학년				5학년		6학년			
	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	88	7.0	268	21.8	356	14.3	94	7.5	281	22.8	375	15.1
균형값	187	14.8	329	26.7	516	20.7	161	12.8	327	26.6	488	19.6
최빈수	357	28.3	335	27.2	692	27.8	353	28.0	320	26.0	673	27.0
중앙값	142	11.3	78	6.3	220	8.8	179	14.2	85	6.9	264	10.6
중간값	5	.4	9	.7	14	0.6	8	.6	6	.5	14	0.6
최대최소의 중간값	33	2.6	17	1.4	50	2.0	33	2.6	16	1.3	49	2.0
최대값	64	5.1	51	4.1	115	4.6	55	4.4	44	3.6	99	4.0
최소값	164	13.0	55	4.5	219	8.8	161	12.8	58	4.7	219	8.8
범위수	191	15.2	68	5.5	259	10.4	188	14.9	74	6.0	262	10.5
기타	29	2.3	20	1.6	49	2.0	28	2.2	19	1.5	47	1.9
N	1260		1230		2490		1260		1230		2490	

* 횟수는 415명에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.
* N은 학년별 학생수(5학년 210명, 6학년 205명) × 문제수(6)이다.
* %는 $\frac{횟수}{N}$이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

<표 6>의 대표값을 주고 자료 예상하기에서 이산량의 빈도수의 비율을 살펴보면, 6학년에서 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값의 개념이 5학년에 비해 현저하게 높다는 것을 알 수 있다. 중앙값, 최소값, 범위수의 비율은 5학년이 더 높게 나타났다. 한 학생에게서 문제에 따라 다르게 나타나는 경향이 있는 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값의 비율을 모두 합해보면 5학년이 6학년 보다 높게 나타남을 알 수 있다. 전반적으로 가장 많은 비율을 차지하고 있는 최빈수의 개념은 5학년과 6학년이 서로 비슷한 비율로 나타나고 있다. 이는 대표값의 개념 중에서 평균을 학습한 6학년의 학생들은 대표값과 관련된 문제 해결시에 알고리즘에 의한 평균의 개념 활용에 더 큰 비중을 두고 있다는 것을 의미한다.

대표값을 주고 자료 예상하기에서 연속량의 빈도수도 수치에서 약간의 차이가 나기는 하지만 이산량과 같은 결과를 보이고 있다.

<표 7> 대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 성별의 차이

검사 문항	Asymp.Sig
제시1 이산량	.027
제시1 연속량	.094

<표 7>에서 보면, 대표값을 주고 자료 예상하기 문항에서 성별 차이에 대한 Kruskal-Wallis Test를 실시한 결과 이산량에서는 근사 유의확률이 0.027이므로 유의미한 남녀의 차이가 있으나, 연속량에서는 근사 유의확률이 0.094로 유의미한 남녀의 차이가 없는 것으로 나타났다. 대표값을 주고 자료 예상하기 문항의 이산량에서 성별에 따라 어떠한 차이가 있는지를 알아보기 위해 빈도분석을 실시했는데 그 결과는 <표 8>과 같다.

<표 8>에서 보면, 대표값을 주고 자료 예상하기 문항의 이산량에서 성별의 빈도수는 개념 유형별로 약간의 차이가 있는 것으로 나타났다. 가장 큰 비율을 차지하는 최빈수의 비율은 거의 차이가 없었으며, 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값, 범위수는 남자가 여자 보다 높게 나타났으며, 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값, 최대값, 최소값은 여자가 남자 보다 높게 나타나고 있음을 알 수 있다.

<표 8> 대표값을 주고 자료 예상하기 문항의 이산량에서 성별의 빈도수와 백분율

개념 유형	남자		여자		합 계	
	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	203	15.2	153	13.2	356	14.3
균형값	286	21.5	230	19.9	516	20.7
최빈수	371	27.9	321	27.7	692	27.8
중앙값	110	8.3	110	9.5	220	8.8
중간값	4	.3	10	.9	14	0.6
최대최소의 중간값	25	1.9	25	2.2	50	2.0
최대값	56	4.2	59	5.1	115	4.6
최소값	107	8.0	112	9.7	219	8.8
범위수	141	10.6	118	10.2	259	10.4
기타	29	2.2	20	1.7	49	2.0
N	1332		1158		2490	

* 횟수는 415명에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.
* N은 남녀별 학생수(남자 222명, 여자 193명) × 문제수(6)이다.
* %는 $\frac{횟수}{N}$이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

<표 9> 대표값을 주고 자료 예상하기 문항의 이산량과 연속량의 차이

학년	5						6					
학교	가	나	다	라	마	바	가	나	다	라	마	바
Asymp. Sig	.620	.359	.524	.208	.928	.962	.893	.197	.327	.376	.830	.243

<표 9>에서 보면, 대표값을 주고 자료 예상하기 문항의 이산량과 연속량의 차이에 대한 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과 5, 6학년 모두 전체 6학교의 근사 유의확률이 0.05보다 크므로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

2) '자료를 주고 대표값 구하기' 문항에서 개념 유형의 차이

'자료를 주고 대표값 구하기' 문항에서 학년의 차이

가 있는지, 성별의 차이가 있는지, 학년별 이산량과 연속량의 차이가 있는지를 알아보았다.

<표 10> 자료를 주고 대표값 구하기 문항에서 5, 6학년의 차이

검사 문항	Asymp.Sig
제시2 이산량	.000
제시2 연속량	.000

<표 10>에서 보면, Kruskal-Wallis Test를 실시한 결과 근사 유의확률이 모두 0.05보다 작게 나타났으므로, 자료를 주고 대표값 구하기 문항에서 이산량과 연속량은 모두 유의미한 학년의 차이가 있는 것으로 나타났다. 자료를 주고 대표값 구하기 문항에서 이산량과 연속량이 학년에 따라 어떠한 차이를 보이는지 알아보기 위해 빈도 분석을 실시했는데 그 결과는 <표 11>과 같다.

<표 11> 자료를 주고 대표값 구하기 문항에서 학년별 빈도수와 백분율

검사 문항 / 개념 유형	제시2 이산량				합 계		제시2 연속량				합 계	
	5학년		6학년				5학년		6학년			
	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	358	28.4	836	68.0	1194	48.0	353	28.0	829	67.4	1182	47.5
균형값	0	.0	12	1.0	12	0.5	2	.2	11	.9	13	0.5
최빈수	366	29.0	193	15.7	559	22.4	349	27.7	188	15.3	537	21.6
중앙값	38	3.0	17	1.4	55	2.2	26	2.1	14	1.1	40	1.6
중간값	133	10.6	57	4.6	190	7.6	92	7.3	46	3.7	138	5.5
최대최소의 중간값	111	8.8	31	2.5	142	5.7	103	8.2	43	3.5	146	5.9
최대값	57	4.5	20	1.6	77	3.1	55	4.4	22	1.8	77	3.1
최소값	70	5.6	25	2.0	95	3.8	108	8.6	39	3.2	147	5.9
범위수	83	6.6	23	1.9	106	4.3	128	10.2	30	2.4	158	6.3
기타	44	3.5	16	1.3	60	2.4	44	3.5	8	.7	52	2.1
N	1260		1230		2490		1260		1230		2490	

* 횟수는 415명에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.
* N은 학년별 학생수(5학년 210명, 6학년 205명) × 문제수(6)이다.
* %는 $\frac{\text{횟수}}{N}$ 이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

<표 11>의 자료를 주고 대표값 구하기 문항에서 이산량의 빈도수 비율을 살펴보면, 5학년에서는 최빈수의 비율이 29.0%로 가장 높은데 반해 6학년에서는 알고리즘에 의한 산술평균의 비율이 68.0%로 가장 높다는 것을 알 수 있다. 균형값의 개념은 5, 6학년 모두 거의 나타나지 않고 있다. 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값의 개념을 제외하면 5학년의 비율이 6학년에 비해 모두 높게 나타났는데, 이는 6학년 학생들의 대표값 개념이 알고리즘에 의한 산술평균에 많이 편중되어 있기 때문으로 보인다.

자료를 주고 대표값 구하기에서 연속량의 빈도수도 수치에서 약간의 차이가 나기는 하지만 이산량과 같은 결과를 보이고 있다.

<표 12> 자료를 주고 대표값 구하기 문항에서 성별의 차이

검사 문항	Asymp.Sig
제시2 이산량	.678
제시2 연속량	.095

<표 12>에서 보면, 자료를 주고 대표값 구하기하기 문항에서 성별 차이에 대한 Kruskal-Wallis Test를 실시한 결과 근사 유의확률이 모두 0.05보다 크게 나왔으므로, 이산량과 연속량은 모두 유의미한 남녀의 차이가 없는 것으로 나타났다.

<표 13> 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 이산량과 연속량의 차이

학년	5						6					
학교	가	나	다	라	마	바	가	나	다	라	마	바
Asymp. Sig	.033	.014	.448	.047	.006	.097	.065	.328	.058	.174	.721	.093

<표 13>에서 보면, 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 이산량과 연속량의 차이에 대한 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과, 5학년은 전체 6학교 중 4학교가 근사 유의확률이 0.05보다 작으므로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났으며, 6학년은 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 5학년에서 자료를 주고 대표값

구하기 문항의 이산량과 연속량의 차이에 대한 빈도 분석을 실시한 결과는 <표 14>와 같다.

<표 14> 5학년에서 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 이산량과 연속량의 빈도수와 백분율

검사 문항 / 개념 유형	이산량		연속량		합 계	
	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	358	28.4	353	28.0	711	28.2
균형값	0	.0	2	.2	2	0.1
최빈수	366	29.0	349	27.7	715	28.4
중앙값	38	3.0	26	2.1	64	2.5
중간값	133	10.6	92	7.3	225	8.9
최대최소의 중간값	111	8.8	103	8.2	214	8.5
최대값	57	4.5	55	4.4	112	4.4
최소값	70	5.6	108	8.6	178	7.1
범위수	83	6.6	128	10.2	211	8.4
기타	44	3.5	44	3.5	88	3.5
N	1260		1260		2520	

* 횟수는 5학년 210명에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.
* N은 5학년 학생수(210명) × 문제수(6)이다.
* %는 $\frac{횟수}{N}$이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

<표 14>에서 보면, 5학년에서 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 이산량과 연속량의 빈도수 비율이 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 균형값은 5학년에서 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 이산량과 연속량에서 거의 나타나지 않고 있다. 최소값과 범위수에서는 이산량에 비해 연속량이 높은 비율을 보이고 있으며, 최소값과 범위수를 제외한 개념 유형들은 모두 연속량에 비해 이산량이 약간 높은 비율로 나타나고 있다.

3) 문제 제시 방법에 따른 개념 유형의 차이

각 학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이가 있는지를 알아보기 위해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시하고, 구체적인 차이를 알아보기 위해 빈도 분석을 실시하였다.

<표 15> 5, 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이

학년	5						6					
학교	가	나	다	라	마	바	가	나	다	라	마	바
Asymp. Sig	.000	.000	.000	.000	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

<표 15>에서 보면, 5, 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이에 대해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과 전체 6학교 모두 근사 유의확률이 0.05보다 작으므로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 문제 제시 방법에 따라 어떠한 차이가 있는지 자세하게 알아보기 위해 빈도 분석을 실시한 결과는 <표 16>과 같다.

<표 16> 5, 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이의 빈도수와 백분율

검사 문항 / 개념 유형	5학년 제시1		5학년 제시2		합 계		6학년 제시1		6학년 제시2		합 계	
	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	182	7.2	711	28.2	893	17.7	549	22.3	1665	67.7	2214	45.0
균형값	348	13.8	2	.1	350	6.9	656	26.7	23	.9	679	13.8
최빈수	710	28.2	715	28.4	1425	28.3	655	26.6	381	15.5	1036	21.1
중앙값	321	12.7	64	2.5	385	7.6	163	6.6	31	1.3	194	3.9
중간값	13	.5	225	8.9	238	4.7	15	.6	103	4.2	118	2.4
최대최소의중간값	66	2.6	214	8.5	280	5.6	33	1.3	74	3.0	107	2.2
최대값	119	4.7	112	4.4	231	4.6	95	3.9	42	1.7	137	2.8
최소값	325	12.9	178	7.1	503	10.0	113	4.6	64	2.6	177	3.6
범위수	379	15.0	211	8.4	590	11.7	142	5.8	53	2.2	195	4.0
기타	57	2.3	88	3.5	145	2.9	39	1.6	24	1.0	63	1.3
N	2520		2520		5040		2460		2460		4920	

* 횟수는 5학년 210명, 6학년 205명에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.
* N은 학년별 학생수(5학년 210명, 6학년 205명) × 문제수(12)이다.
* %는 $\frac{횟수}{N}$이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

<표 16>에서 문제 제시 방법에 따라 학년별로 가장 높은 비율을 차지하는 개념 유형을 살펴보면, 대표값을 주고 자료 예상하기의 방법에 의한 문항에서 5학년은 최빈수가 가장 높은 비율을 차지하고 있음에 비해, 6학년

은 알고리즘에 의한 산술평균, 균형값, 최빈수가 서로 비슷한 비율을 보이고 있음을 알 수 있다. 자료를 주고 대표값 구하기 방법에 의한 문항에서는 5학년에 비해 6학년의 알고리즘에 의한 산술평균 개념이 67.7%로 아주 높게 편중되어 나타나고 있음을 볼 수 있다.

대표값에 대한 개념 유형별로 문제 제시 방법에 따라 학년별 어떠한 차이가 있는지를 살펴보도록 하겠다. 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형은 자료를 주고 대표값 구하기일 때 현격하게 많이 나타났다. 특히 6학년은 자료를 주고 대표값 구하기일 때 67.7%가 알고리즘에 의한 산술평균의 개념을 보이고 있었다.

균형값에 의한 개념 유형은 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 5학년 13.8%, 6학년 26.7%로 나타났는데 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 5학년 0.1%, 6학년 0.9%로 전체 개념 유형 중 가장 낮은 비율을 보이고 있다. 이는 5, 6학년 모두 대표값을 주고 자료 예상하기의 제시 방법일 때는 균형값의 개념 유형을 보이던 학생들이 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법일 때는 산술평균의 개념 유형으로 문제 해결의 방법이 옮겨진 것으로 보인다. 또한 문제 제시 방법이 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 균형값의 개념 유형을 보이던 학생이 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 중간값의 개념 유형을 나타내는 경우도 있었다.

5학년에서 최빈수의 개념 유형은 대표값을 주고 자료 예상하기와 자료를 주고 대표값 구하기 모두에서 28% 이상으로 가장 높은 비율을 나타내고 있다. 이에 반에 6학년에서는 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 최빈수의 개념 유형이 26.6%로 높은 비율을 보이고 있는데, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 15.5%로 낮아졌다. 이는 대표값을 주고 자료 예상하기에서 최빈수의 개념을 보이던 학생들이 자료를 주고 대표값 구하기에서는 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형으로 문제 해결의 방법이 옮겨진 것으로 보인다.

중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값은 한 학생에게서 문제에 따라 다르게 나타나는 경향이 강하므로 함께 묶어서 살펴보도록 하겠다. 5, 6학년 모두 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 중앙값의 비율이 높고, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 중간값과 최대최소의 중간값의 비율이 상대적으로 높다는 것을 알 수 있다. 이는 같은 학생이 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 중앙값의 개념 유형을 보였으나, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 중간값이나 최대최소의 중간값 개념 유형을 보이고 있음을 알려주는 자료라 할 수 있다. 5학년에서는 문제 제시 방법별로 이 세 개념 유형에 대한 비율의 합이 약간의 차이를 보이지만, 6학년에서는 8.5%로 문제 제시 방법과 상관없이 같다는 것은 주로 그 안에서 개념의 이동이 있다고 볼 수도 있음을 나타낸다.

최대값과 최소값의 개념 유형도 한 학생에게서 같이 나타나는 경향이 있었는데 문제 제시 방법과는 상관없이 상황에 따라 다른 것으로 보이며, 최대값 보다는 최소값의 비율이 항상 높게 나타났다. 다른 개념 유형과는 다르게 다양한 기준으로 주변 수들의 범위를 정하는 범위수의 개념 유형은 자료를 주고 대표값 구하기 보다는 대표값을 주고 자료 예상하기일 때 높게 나타났으며, 6학년 보다는 5학년이 높게 나타났다. 또한 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값을 제외하고는 6학년에 비해 5학년의 개념 유형 비율이 높게 나타난 것은 6학년이 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형으로 편중되어 있기 때문으로 보인다.

기타로 분류된 대표값의 개념 유형이 나타나지 않았거나, 문제를 제대로 이해하지 못했거나, 대표값의 개념 유형으로 분류할 수 없는 유형을 보인 학생들의 비율을 살펴보면, 5학년에서는 대표값을 주고 자료 예상하기에 비해 자료를 주고 대표값 구하기의 비율이 높고, 6학년에서는 대표값을 주고 자료 예상하기의 비율이 높다는 것을 알 수 있다. 이는 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 형태가 현행 5학년 2학기 교과서의 평균을 다루는 단원에서 다루고 있는 형태와 유사하기 때문에 이미 학습을 한 6학년 학생들의 경험이 반영된 것으로 보인다.

3. 논의

본 연구에서는 대표값에 대한 비형식적인 개념 유형이 5, 6학년 학생들에게서 어떻게 나타나는지 살펴보고, 문제 제시 방법에 따라서 개념 유형에 어떠한 차이를 보이는지 알아보았다. 본 연구에서 얻은 결과를 바탕으로 선행연구와 학교 현장에서의 수학 교수·학습과 관련하여 논의해 보고자 한다.

1) 대표값에 대한 비형식적 개념 유형과 그 특성

대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 나누고 그 특성을 살펴보면서 다음과 같은 논의점들을 제기하게 되었다.

첫째, 대표값에 대한 정규 교육과정을 배우지 않은 학생들에게도 이미 다양한 비형식적 개념들이 형성되어 있었다. 이는 초등학교 학생들이 대표값에 대해 배우기 이전에도 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 다양한 형태로 이해하고 있으며, 이를 바탕으로 고학년에서 대표값의 개념적 이해를 하게 된다는 것을 밝힌 Mokros와 Russell(1987, 1991, 1995, 1996)의 연구와도 일치한다. 학생들에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 아이디어는 이미 형식화 되어있는 대표값의 개념과 일치하거나 유사한 경우가 대부분이었다. 이는 학생들이 대표값의 개념을 일상생활의 경험을 통해 습득하였거나, 자신의 경험을 공정함과 공평함 등의 생각과 결합시켜 일반화시키고 있다는 것을 보여준다. 또한 동형 문제 상황에서 한 학생에게 한가지의 개념 유형만 나타난다면 형식화·고정화 되었다고 생각할 수 있겠지만, 다양한 개념 유형이 나타나고 있는 것으로 보아 비형식적인 개념 유형으로 보인다. 이 개념 유형은 서로 확연히 다른 개념 유형인 경우도 있었지만, 비슷한 개념 유형이 조금씩 상황에 따라 다르게 나타나는 경우도 있었다. 이렇게 개개인에게 일상의 경험을 통해 다양하게 형성되어있는 개념 유형이 자칫 산술평균만을 다루고 있는 현행 교육과정에 의해 알고리즘에 의한 산술평균만이 가장 공정한 것이고 가장 정확한 것이라는 인식을 심어줄 수 있다는 우려를 하게 되었다. 이미 대표값에 대한 비형식적 개념 유형이 다양하게 형성되어 있는 학생들에게 좀 더 다양한 대표값의 개념 유형들이 소개된다면 학생들에게 보다 융통성 있는 사고의 확장을 가능하게 할 수 있으리라 생각된다.

둘째, 알고리즘에 의해 학습하도록 되어있는 산술평균의 개념은 전체의 자료를 똑같이 나눈다는 것에 바탕을 둔 전략인데, 이러한 방법으로 산술평균을 학습한 학생들에게서 균형값의 개념이 함께 나타나고 있었다. 균형값의 아이디어로 문제를 해결하면서 산술평균으로 다시 검산해보거나, 문제 유형에 따라서 균형값과 산술평균을 다르게 사용하고 있는 학생들이 그 예라고 할 수 있다. 이는 Friel(1998)이 평균을 가르치기 위한 전략으로 '똑같이 나누기'와 '균형' 모형이 있으며, 학생들이 평균의 개념을 이해하도록 돕기 위해서는 두 모형 모두를 사용할 수 있다고 주장한 것과 일치한다. 현행 교과서에서는 똑같이 나누는 전략만으로 산술평균의 교수·학습이 이루어지고 있다. 알고리즘과 연결되는 똑같이 나누기 모형 이외에도 균형 모형이 활용된다면 평균에 대한 학생들의 개념이 보다 풍부하게 형성될 수 있으리라 생각된다.

셋째, 학생들에게서 나타나는 대표값에 대한 비형식적 개념 유형이 형식화된 개념 유형과 같거나 유사했다. 일반적으로 대표값을 언급할 때는 평균, 중앙값, 최빈값을 의미한다. 이 세 가지 개념 유형이 모두 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형으로 나타나고 있었다. 또한 평균의 또 다른 개념 유형인 균형값도 함께 나타나고 있었다. 중앙값의 개념 유형과 유사한 중간값, 최대최소의 중간값의 개념 유형도 나타나고 있는데, 그 개념들도 나름대로의 논리성과 타당성을 지니고 있는 것으로 생각된다. 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값은 문제 제시 방법에 따라 한 학생에게서 다르게 나타나는 경향이 있었다. 대표값을 주고 자료 예상하기 문제 제시 방법에서는 중앙값의 개념 유형을 보이던 학생이 자료를 주고 대표값 구하기에서는 중간값이나 최대최소의 중간값의 개념 유형을 보이는 경우가 많았다. 또한 중앙값과 균형값을 함께 활용하는 학생들도 있었다. 중앙값의 개념에서 큰 자료와 작은 자료들의 크기를 조절해주면 즉, 대표값보다 큰 자료와 작은 자료들의 크기에 대해 균형을 맞춰주면 균형값이 된다고 볼 수 있다. 이런 관계를 학습한 경험이 없는 학생들은 이들의 개념을 같은 것으로 혼동하며 병행하여 사용하고 있는 것으로 보인다. 중간값, 최대최소의 중간값의 두 가지 예는 중앙값을 학습할 때 학생들이 갖게 될 수 있는 오개념의 유형들로 볼 수도 있다. 교사가 이를 알고 교수·학습 활동을 계획한다면 오개념을 줄이고 좀 더 명확한 개념의 형성을 도모할 수 있는 수업을 진행할 수 있으리라 생각된다.

대표값에 대한 비형식적인 개념 유형을 나누고 각각의 특성을 살펴보면서 이미 학생들에게 다양한 대표값의 개념 유형들이 형성되어 있음을 알 수 있었고, 이러한 개념 유형들이 산술평균만을 대표값의 개념으로 다루고 있는 현행 교육과정으로 인해 학생들의 사고가 산술평균

만으로 고정화되는 현상이 나타나지 않을까 하는 우려와, 학생들의 다양한 개념 유형들이 교수·학습 활동에 어떤 시사점을 줄 수 있는지를 함께 논의해 보았다.

2) 문제 제시 방법에 따른 대표값에 대한 비형식적 개념 유형

문제 제시 방법에 따라 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한 차이를 보이는지 알아봄으로써 다음과 같은 논의점들을 제시하게 되었다.

첫째, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 문제 제시 방법마다 학년의 차이가 있었다. 학년에 따른 차이는 개념 유형의 발달 단계에 따른 차이라기 보다는 개념 유형의 비율에 따른 차이라고 할 수 있다.

대표값을 주고 자료 예상하기의 문제 제시 방법에서 이산량과 연속량은 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났으므로 이산량의 빈도수를 통해 살펴보도록 하겠다. 가장 많은 비율을 차지하고 있는 최빈수의 개념은 5학년 28.3%, 6학년 27.2%로 서로 비슷한 비율로 나타났으며, 6학년에서 알고리즘에 의한 산술평균(21.8%)과 균형값(26.7%)의 개념이 5학년(알고리즘에 의한 산술평균 7.0% 균형값 14.8%)에 비해 현저하게 높다는 것을 알 수 있었다. 중앙값, 최소값, 범위수의 비율은 5학년이 더 높게 나타났으며, 한 학생에게서 문제에 따라 다르게 나타나는 경향이 있는 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값의 비율을 모두 합해보면 5학년이 6학년 보다 높게 나타남을 알 수 있었다. 이는 대표값의 개념 중에서 평균을 학습한 6학년 학생들은 대표값과 관련된 문제 해결시에 평균의 알고리즘과 개념의 활용에 더 큰 비중을 두고 있다는 것을 의미한다.

자료를 주고 대표값 구하기 문제 제시 방법에서 이산량의 빈도수 비율을 살펴보면, 5, 6학년 모두 최빈수와 알고리즘에 의한 산술평균이 높은 비율을 차지하고 있으며, 5학년에서는 최빈수의 비율이 29.0%로 가장 높은데 반해 6학년에서는 알고리즘에 의한 산술평균의 비율이 68.0%로 가장 높다는 것을 알 수 있었다. 연속량의 빈도수 비율에서도 최빈수와 알고리즘에 의한 산술평균이 높은 비율을 차지하고 있었으나, 5, 6학년 모두 알고리즘에 의한 산술평균의 비율이 가장 높았으며, 5학년에 비해 6학년의 알고리즘에 의한 산술평균의 비율이 훨씬 높았다. 두 번째로 높은 비율을 보이고 있는 최빈수의 개념 유형을 살펴보면, 5학년에서는 27.7%로 알고리즘에 의한 산술평균과의 차이가 0.3%로 거의 비슷하게 나타났으나, 6학년에서는 15.3%의 비율로 알고리즘에 의한 산술평균에 비해 현저히 낮게 나타났다. 균형값의 개념은 5, 6학년 모두 거의 나타나지 않고 있었다. 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값의 개념을 제외하면 5학년의 비율이 6학년에 비해 모두 높게 나타났는데, 이는 6학년 학생들의 대표값 개념이 알고리즘에 의한 산술평균에 많이 편중되어 있기 때문으로 여겨진다.

여기서 주목해보아야 할 점은 알고리즘에 의한 산술평균과 최빈수의 개념 유형인데, 알고리즘에 의한 산술평균과 관련된 논의는 다음에 좀 더 자세히 논의하고 먼저 최빈수에 대해 살펴보겠다. 최빈수는 교육과정과 교과서를 통해 학습하지 않았음에도 불구하고 알고리즘에 의한 산술평균을 배우지 않은 5학년과 알고리즘에 의한 산술평균을 배운 6학년 모두에게 가장 많은 비율을 차지하는 개념이었다는 점이다. 교육과정에 나타나있지 않지만 자연스럽게 형성될 수 있을 만큼 학생들의 삶 속에서 문제 해결시에 영향을 주고 있는 이러한 개념 유형들을 다양하게 다루어준다면 수학을 실제 생활과 연결지을 수 있는 가능성을 높여줄 수 있으리라 여겨진다.

둘째, 5학년에 비해 6학년에서 대표값에 대한 비형식적 개념 유형 중 산술평균의 개념 유형이 문제 제시 방법에 따라 현격한 차이를 보이고 있다는 점을 주목해야 할 것이다. 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형이 5학년에서도 대표값을 주고 자료 예상하기(7.2%) 보다는 자료를 주고 대표값 구하기(28.2%)일 때 많이 나타났다. 이에 비해 6학년에서는 알고리즘에 의한 산술평균의 개념을 보이는 학생의 비율이 자료를 주고 대표값 구하기에서 67.7%로 아주 높게 나타나고 있었다. 문제 제시 방법이 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 알고리즘에 의한 산술평균(22.3%), 균형값(26.7%), 최빈수(26.6%)의 개념들이 비슷한 비율을 나타내고 있었는데, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 알고리즘에 의한 산술평균으로 편향되게 나타나고 있었다. 비슷한 문제 상황임에도 불구하고 문제 제시 방법에 따라 이러한 현상이 나타나는 이유는 교과서를 통해 찾아볼 수 있었다. 현행 교과서에

는 대표값 중 산술평균만을 다루고 있으며, 산술평균과 관련하여 제시된 문제들이 모두 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법이었다. 그래서 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 유형이 나오면 문제의 상황을 고려하는 것이 아니라 알고리즘에 의한 산술평균으로 문제를 풀어야 한다고 생각하는 것으로 볼 수 있다. 미시적인 부분이지만 현행 교과서의 문제 제시 방법이 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법만을 다루고 있기 때문에 나타난 다른 현상은 대표값의 개념 유형이 나타나지 않았거나, 문제를 제대로 이해하지 못했거나, 대표값의 개념 유형으로 분류될 수 없는 형태를 보여 대표값에 대한 비형식적 개념 유형으로 분석이 안되는 개념 유형인 기타에서도 나타난다. 기타의 비율을 살펴보면, 5학년은 대표값을 주고 자료 예상하기(2.3%) 보다 자료를 주고 대표값 구하기(3.5%)를 이해하지 못하는 경향을 나타내는 데 반해, 6학년은 대표값을 주고 자료 예상하기(1.6%) 보다 자료를 주고 대표값 구하기(1.0%)를 잘 이해하는 경향을 보이고 있었다. 이렇게 5, 6학년이 상반된 결과를 보이는 것도 6학년들이 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법만을 접해본 결과라고 여겨진다. 이는 교과서에서도 다양한 문제 제시 방법을 통해 대표값의 개념에 접근해야한다는 점을 시사한다.

셋째, 여름 방학이 시작되기 전에 실시한 2차에 걸친 예비 검사의 결과와 본검사의 결과가 5학년에서는 많이 달랐다는 점이다. 두 차례에 걸친 예비 검사에서는 5학년의 대표값에 대한 개념 유형이 알고리즘에 의한 산술평균의 개념으로 나타난 비율이 5% 미만이었다. 산술평균을 학습하지 않고 산술평균의 개념을 알고리즘으로 풀어나가기 위해서는 그와 유사한 경험을 많이 했거나 수학적인 사고력과 직관력이 매우 우수한 학생이어야한다고 여겨진다. 그런데 본검사를 실시한 결과에서는 5학년의 17.7%가 알고리즘에 의한 산술평균의 개념을 보이고 있었다. 또한 알고리즘의 산술평균을 학습한 6학년과 비슷하게 자료를 주고 대표값 구하기(28.2%)의 문제제시 방법이 대표값을 주고 자료 예상하기(7.2%)의 문제 제시 방법보다 훨씬 높은 비율을 차지하고 있었다. 이것은 현행 교육구조의 문제와도 밀접한 관계가 있는 것으로 여겨진다. 방학이 되면 다음 학기에 배울 교과서의 내용을 모두 학습하고 가야한다는 생각으로 이미 과반수의 학생들이 5학년 2학기의 내용을 선수학습하고 온 것이다. 산술평균의 내용이 5학년 2학기 마지막에서 두 번째 단원에 있으므로, 산술평균의 내용을 학습했다는 것은 이미 2학기의 내용을 모두 학습하고 왔다는 것을 의미한다고 할 수 있다. 실제로 본검사를 실시하면서 방학에 선수학습을 했다면 어느 정도 했는지를 알아본 결과, 대부분의 학생들이 방학에 선수 학습을 했으며, 5학년 2학기의 내용을 다 배우고 왔다는 학생들도 과반수에 달하였다. 이렇게 학원에서 알고리즘에 의한 숙달로 학습을 하고 온 학생들에게 현장에 있는 교사들이 평균에 대한 개념 중심의 학습을 실시하려하더라도 학생들에게 받아들여지기는 어려울 수 있다는 점을 시사한다. 이러한 현상이 교육에 미치는 영향이 부정적이라는 것은 이미 많은 전문가들이 언급한 것이므로 더 이상의 논의를 하지는 않겠다.

넷째, 자료를 주고 대표값 구하기 문제 제시 방법에서는 이산량과 연속량 모두 성별의 차이가 없었는데, 대표값을 주고 자료 예상하기 문제 제시 방법의 이산량에서만 성별의 차이가 나타났다. 대표값을 주고 자료 예상하기 문제 제시 방법의 이산량에서 성별의 빈도수를 살펴보았을 때, 개념 유형별로 큰 차이를 보이는 것은 아니고 약간의 차이가 나타났으며, 가장 큰 비율을 차지하는 최빈수의 비율은 거의 차이가 없었으며, 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값, 범위수는 남자가 여자 보다 높게 나타났으며, 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값, 최대값, 최소값은 여자가 남자 보다 높게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이는 대표값의 개념이 성별에 따라서도 다르게 나타날 수 있다는 가능성을 시사한다.

다섯째, 6학년에서는 이산량과 연속량의 차이가 나타나지 않았는데, 5학년에서는 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법일 때만 이산량과 연속량의 차이가 나타났다. 5학년에서 자료를 주고 대표값 구하기 문제 제시 방법의 이산량과 연속량의 빈도수를 살펴보았을 때, 개념 유형별로 큰 차이를 보이는 것은 아니고 약간의 차이가 나타났으며, 최소값과 범위수에서만 연속량의 비율이 높게 나타났다. 기타로 분류된 대표값의 개념 유형이 나타나지 않았거나, 문제를 제대로 이해하지 못했거나, 대표값의 개념 유형으로 분류할 수 없는 유형을 보인 학생의 비율이 같은 것을 보면 이산량과 연속량을 이해하는 것에서 차이를 보이는 것은 아니라고 생각된다. 다만,

대표값의 개념이 이산량과 연속량에 따라서도 다르게 나타날 수 있다는 가능성을 시사하고 있다.

V. 결 론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 대표값에 대한 정규 교육과정을 배우지 않은 학생들에게도 이미 다양한 비형식적 개념들이 형성되어 있으므로, 학생들에게 보다 융통성 있는 사고의 확장을 가능하게 할 수 있도록 좀 더 다양한 대표값의 개념 유형들을 다루는 것도 고려해볼 필요가 있다.

둘째, 알고리즘에 의해 학습하도록 되어있는 산술평균의 개념은 전체의 자료를 똑같이 나누는 것에 바탕을 둔 전략인데, 이러한 방법으로 산술평균을 학습한 학생들에게서 균형값의 개념이 함께 나타나고 있었다. 균형값의 아이디어로 문제를 해결하면서 산술평균으로 다시 검산해보거나, 문제 유형에 따라서 균형값과 산술평균을 다르게 사용하고 있는 학생들이 그 예라고 할 수 있다. 이는 평균의 교수·학습 전략으로 '똑같이 나누기'의 아이디어인 알고리즘에 의한 산술평균 뿐만 아니라 '균형' 모형의 활용도 고려해 볼 필요가 있음을 시사한다.

셋째, 학생들에게서 나타나는 대표값에 대한 비형식적 개념 유형들은 형식화된 개념 유형과 같거나 유사하며, 나름대로의 논리성과 타당성을 지니고 있었다. 이러한 학생들의 사고과정을 교사들이 알 수 있도록 교사용 지도서에 제시해준다면 교수·학습 계획시에 활용할 수 있는 가치가 있다고 여겨진다.

넷째, 5학년에 비해 6학년의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 문제 제시 방법에 따라 현격한 차이가 있었다. 대표값을 주고 자료 예상하기에서는 알고리즘에 의한 산술평균, 균형값, 최빈수의 개념들이 서로 비슷한 비율을 나타내고 있었는데, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 알고리즘에 의한 산술평균의 개념을 보이는 학생의 비율이 67.7%로 높게 나타나고 있었다. 이는 우리나라 현행 교과서의 평균과 관련하여 제시된 문제들이 모두 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법이기 때문에 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 유형이 나오면 문제의 상황을 고려하지 않고 알고리즘에 의한 산술평균으로 문제를 풀고 있는 것이라고 여겨진다. 이는 교과서에서도 문제 제시 방법을 다양하게 해야 할 필요성을 시사하는 결과이다.

다섯째, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 분석 결과 유의미한 학년의 차이가 있었으며, 성별에 따라 혹은 이산량과 연속량과 같은 수의 속성에 따라서도 대표값에 대한 개념의 차이가 나타날 수 있다는 가능성을 시사했다.

마지막으로 대표값에 대한 교수·학습과 후속연구를 위하여 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 학생들에게서 나타나는 대표값의 개념 유형이 각각 동떨어진 개념으로 나타나는 것이 아니라 서로 관련을 갖고 있음을 알 수 있었다. 이에 대해 좀 더 깊이 있는 연구가 필요하다고 여겨진다.

둘째, 다른 학년과의 비교를 통해서 대표값에 대한 개념 유형의 발달에 영향을 주는 요인들을 분석해 볼 필요성이 있다. 대표값의 개념 형성에 영향을 주는 요인을 분석해봄으로써 학생들의 대표값에 대한 개념의 발달에 도움을 줄 수 있을 것이다.

셋째, 본 연구는 초등학교 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 개념 유형과 문제 제시 방법에 따른 차이가 어떻게 나타나는지를 분석하였다. 이러한 실태를 바탕으로 실생활과 관련지어 대표값에 대한 개념 유형을 길러줄 수 있는 교수법을 고안하여 그 효과를 보는 연구가 필요하다고 여겨진다.

넷째, 학생들은 문제 상황에 따라 다양한 개념 유형들을 나타내고 있었는데, 문제 상황에 적절한 대표값을 적용할 수 있는 능력은 어느 정도인지, 그런 능력을 키우기 위한 교수법은 어떠한 것이 있는지에 대한 후속 연구가 필요할 것이라고 생각된다.

참 고 문 헌

고왕경·배종성·손영숙·심정욱·조완현 (1994). 통계학 개론. 서울 : 경문사.

권대돈 (2002). 실생활 통계 교육 프로그램 개발·적용을 통한 통계 자료 활용 능력 신장. 대구교육대학교 과학교육 연구소 현장교육연구논문집, 8, pp.95-129.

김상룡 (2000). 수학적 사고력 신장을 위한 교수·학습

자료개발-확률 · 통계 영역을 중심으로. 대구교육대학교 과학교육 연구소, 23. pp.1-27.

김우철 (2004). 현대통계학. 서울 : 영지문화사.

김창일 · 전영주 (2002). 중등학교에서의 통계지도 방향 탐색 - 대표값과 분산, 표준편차를 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈E <수학 교육 논문집>, **14**, pp.273-295.

교육부 (1999). 초등학교 교육과정 해설(IV)-수학, 과학, 실과. 서울 : 대한 교과서 주식회사.

노형진 (2001). 한글 SPSS 10.0에 의한 조사방법 및 통계 분석. 서울 : 형설.

박성현 · 조신섭 · 김성수 (2002). 한글 SPSS. 서울 : 데이타 솔루션.

박영희 (2001). 통계 영역에서 대표값의 의미와 지도에 관한 고찰. 대한수학교육학회지 학교수학, **3(2)**, pp.281-294.

백선수 (2004). 비형식적 지식을 활용한 분수 곱셈과 나눗셈에서의 형식화 지도 방안 개발. 한국교원대학교 박사학위 논문.

우정호 (2000). 통계교육의 개선방향 탐색. 대한수학교육학회지 학교수학, **2(1)**, pp.1-27.

이미경 (1998). 확률 · 통계 내용의 정선 및 개념 정의의 통일화 방안. 한국교원대학교 석사학위 논문.

정영찬 · 강주희 · 전상현 · 변동구 (2002). SPSS 프로그램을 활용한 따라하는 통계분석. 서울: 크라운 출판사.

정충영 · 최이규(1998). WINDOWS 용 SPSS SPSSWIN을 이용한 통계분석. 서울 : 무역경영사.

전평국 (1998). 초등수학교육 : 이론과 실제. 서울 : 교학사.

한국교육과정평가원 (2003). 수학 · 과학 성취도 추이변화 국제비교 연구(TIMSS 2003) : 본검사 시행 보고서. 한국교육과정평가원(KICE).

Bakker, A. (2003). The early history of average values and implications for education, *Journal of Statistics Education*, **11(1)**, www.amstat.org/publications/jse/v11n1/bakker.html.

Becker, J. P., & Selter, C. (1996). Elementary school practices. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatric, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education*(pp.511-564). Netherlands : Kluwer Academic Publishers.

Bichler, E. & Struss, S. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average, *Journal for Research in Mathematics Education*, **19(1)**, pp.64-80.

Cobb, G. (1992). Teaching statistics. In L. A. Steen (Ed.), *Heeding the call for the change : Suggestions for curricular action*(pp.3-43). The Mathematical Association of America.

Corwin, R., & Russell, S. J. (1989). Statistics : The shape of the data. *A unit of study for grades 4-6 in used numbers : Real data in the classroom*. Palo Alto, CA : Dale Seymour Publications.

Friel, S. N. (1998). Teaching statistics what's average?. In L. J. Morrow (Ed.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*. 1998 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics(pp.208-217). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, Inc..

Friel, S. N.; Mokros, J. R., & Russell, S. J. (1992). Statistics : Middles, means and in-betweens. *A unit of study for grades 5-6 in used numbers : Real data in the classroom*. Palo Alto, CA : Dale Seymour Publications.

Gal, I.; Rothschild, K., & Wagner, D. (1989, March). *Which group is better? The development of statistical reasoning in elementary school children*. Paper presented at the meeting of the Society for Research in Child Development. Kansas City. MO.

Gal, I.; Rothschild, K., & Wagner, D. (1990, April). *Statistical concepts and statistical reasoning in elementary school children : Convergence or divergence?*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Boston, MA.

Goodchild, S. (1988). School pupils' understanding of average. *Teaching Statistics*, **10**, pp.77-81.

Hardiman, P.; Pollatsek, A., & Well, A. (1984).

Usefulness of a balance model in understanding the mean. *Journal of Educational Psychology,* **76**, pp.793-801.

Jacobsen, Ed. (1989). Why in the world should we teach statistics?. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education,* 7, pp.7-15.

Lima, S.; Pollatsek, A., & Well, A. D. (1981). Concept or computation : Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics,* 12, pp.191-204.

Mack, N. K. (1993). Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational Number : An integration of research* (pp.85-105). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Mevarech, Z. R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics,* **14**, pp.415-429.

Mokros, J. & Russell, S. J. (1987, September). *Mathematics, computer tools, and special needs students : A study of children's conceptions of "average".* Paper presented at the Council for Exceptional Children Invitational Research Symposium, Washington, DC.

Mokros, J. & Russell, S. J.(1991). Toward an understanding of mean as "balance point." *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Educaion,* Blacksburg, VA.

Mokros, J. & Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education,* **26(1)**, pp.20-39.

Mokros, J. & Russell, S. J. (1996). What do children understand about average?. *Teaching Children Mathematic,* **2(6)**, pp.360-364.

Moore, D. S. (1992). What is statistics?. In D. C. Hoagline & D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*(pp.1-17). The Mathematical Association of America.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, VA : Author. 구광조·오명승·류희찬 공역 (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향. 서울 : 경문사

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA : Author.

An Analysis of Informal Concepts of Average Found in Fifth and Sixth Graders[6)]

Lee, Chun Jae
Ilbong Elementary School, Daga-Dong, Cheonan, Chuncheongnam-do, 330-110, Korea
e-mail: qspring@hanmail.net

Jeon, Pyung Kook
Department of Mathematics Education, Korea National University of Education Chung-Buk, 363-791, Korea
e-mail: jeonpk@knue.ac.kr

The purpose of this study is to investigate how fifth and sixth graders recognize average and to find out suggestions for teaching/learning methods of average by examining which difference there is depending on the way of the word problem presentation. For the this purpose, was conducted experiment study with the way of the word problem presentation set up as experimental treatment. The conclusions drawn from the results obtained in the this study were as follows :

First, since students who did not learn the regular course of average had various informal concepts already, it is needed to consider handling more various concepts of average in order to enable students to expand flexible thoughts. Second, compared with fifth and sixth graders showed a wide difference in informal concepts of average depending on the way of the word problem presentation. In expect data with given average, concepts of mean as algorithm, balance point, and mode indicated similar percentage, while in estimate average with given data, the percentage of students who showed the concept of mean was very high at 67.6%. That may be because problems related to mean in the current textbooks are items of "estimate average with given data", so in types of "estimate average with given data", students solve questions with mean as algorithm without considering situations of problems. This result suggests that it is necessary to diversify the way of the word problem presentation even in textbooks. Third, as a result of analyzing informal concepts of average, there was significant difference in grades. In addition, the results suggested that there would be difference in the concepts of average depending on gender or attributes of discrete quantity and continuous quantity.

* ZDM classification : A73
* MSC2000 classification : 97C30
* Key Word : Average, Concepts of Average, Mean

<부록1> 본검사지
- 대표값에 대한 비형식적 개념 유형 검사지

검사지 I

1. 호영이는 모둠 친구들의 키가 어느 정도 인지 궁금해서, 7명의 모둠 친구에게 물어보았더니 다음과 같았습니다.

145, 146, 140, 146, 146, 149, 143

(1) 호영이네 모둠 친구들의 키는 보통 몇 cm정도라고 말할 수 있을까요?

( )cm

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

2. 영철이는 친구들이 운동 후에 어느 정도의 물을 마시는지 궁금했습니다. 그래서 7명의 친구 각자가 운동 후에 마시는 물의 양을 조사해보았더니 다음과 같았습니다.

	친구1	친구2	친구3	친구4	친구5	친구6	친구7
물의양 (mL)	160	200	170	180	170	170	210

(1) 영철이의 친구 7명이 운동 후에 마시는 물의 양은 보통 몇 mL 정도라고 말할 수 있을까요?

( )mL

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

3. 빈나는 우정회사에 다니고 있는 회사원 7명의 월급을 조사해보았더니, **월급을 받는 금액이 다양했습니다.** 빈나는 우정회사의 직원들이 보통 120만원 정도의 월급을 받는다고 조사 결과를 말하였습니다.

(1) 이 회사의 직원들 각각의 월급은 얼마였을까요? 각각의 월급을 예상해 봅시다.

	직원 1	직원 2	직원 3	직원 4	직원 5	직원 6	직원 7
월급							

(2) 왜 그렇게 각각의 월급을 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

4. 영준이는 실과 시간에 사용할 콩나물 500g의 가격을 알아보기 위해 시장에 가서 일곱 곳의 가게를 둘러보았습니다. 각각의 가게에서는 모양과 맛이 같은 콩나물을 **다양한 값으로 판매하고 있었습니다**. 영준이는 돌아오는 길에 만난 같은 반 친구인 미란이에게 "콩나물 500g의 가격은 보통 550원 정도야." 라고 이야기 하였습니다.

(1) 일곱 곳의 가게는 콩나물 500g의 가격이 각각 얼마였을까요? 각각의 가격을 예상해서 아래의 가게에 써 봅시다.

(2) 왜 그렇게 각각의 콩나물 가격을 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

5. 현준이는 모둠 친구들의 키가 어느 정도인지 궁금했습니다. 그래서 체격검사가 있는 날 모둠 친구 5명의 키를 조사 해보았더니, 친구들의 **키는 다양했습니다.** 현준이는 집에 돌아가서 어머니께 "우리 모둠 친구들의 키는 보통 143cm정도예요." 라고 말씀 드렸습니다.

(1) 현준이네 모둠 친구 5명 각각의 키는 몇 cm일까요? 각각의 키를 예상해 봅시다.

	친구 1	친구 2	친구 3	친구 4	친구 5
키					

(2) 왜 그렇게 각각의 키를 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

6. 선호는 같은 반 친구 7명이 일주일 동안 몇 편 정도의 TV 프로그램을 시청하는지 궁금하여 조사해보았더니 다음과 같았습니다.

	친구1	친구2	친구3	친구4	친구5	친구6	친구7
TV 시청수	9	12	9	10	8	13	9

(1) 선호의 친구 7명은 보통 몇 편 정도의 TV 시청을 한다고 말할 수 있을까요?

( )편

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

7. 은채는 친구들이 하루에 마시는 물의 양이 얼마나 되는지 궁금했습니다. 그래서 친구 5명이 마시는 물의 양을 조사했습니다. 조사한 후에 은채는
"제 **친구 5명이 마시는 물의 양은 다양했으며**, 한사람이 하루에 보통 1200mL 정도의 물을 마신다는 것을 알았어요." 라고 결과를 발표하였습니다.

(1) 은채의 친구 5명은 각각 하루에 몇 mL의 물을 마셨을까요? 각각의 친구들이 마시는 물의 양을 예상해 봅시다.

마시는 물의 양					

(2) 개개인이 마시는 물의 양을 왜 그렇게 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

8. 은진이는 집 앞 가게에서 한봉지에 1000원인 사탕을 7봉지 샀습니다. 봉지 안에 있는 사탕은 모두 같은 종류이고, 각각의 봉지마다 종류가 다르게 샀습니다. 그리고 각각의 봉지 속에 들어있는 사탕의 수를 세어 보았더니, **사탕의 개수가 다양했습니다.** 그런데 은진이는 동생인 현진이에게
"1000원 짜리 사탕 한 봉지에는 보통 20개 정도의 사탕이 들어있어." 라고 말하였습니다.

(1) 7종류의 사탕 한 봉지에는 각각 몇 개씩의 사탕이 들어있었을까요? 각각의 개수를 예상해서 아래의 사탕봉지에 써 봅시다.

(2) 왜 그렇게 한 봉지에 들어있는 각각의 사탕 개수를 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

9. 준영이는 어버이날에 부모님께 드릴 카네이션 한 송이의 가격이 보통 얼마정도 되는지 궁금하여 모둠 친구 7명에게 각각의 가격을 물어보았더니 다음과 같았습니다.

	모둠원1	모둠원2	모둠원3	모둠원4	모둠원5	모둠원6	모둠원7
가격(원)	1600	1600	1200	1300	1600	1500	1700

(1) 준영이네 모둠 친구들이 사온 카네이션 한 송이의 가격은 보통 몇 원 정도라고 말할 수 있을까요?

( ) 원

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

10. 종호가 바구니에 들어 있는 사과의 수를 세어보았더니 바구니마다 들어 있는 사과의 수가 달랐습니다. 다음은 7개의 사과 바구니마다 들어있었던 사과의 수입니다.

	바구니1	바구니2	바구니3	바구니4	바구니5	바구니6	바구니7
사과 개수	13	12	12	15	12	16	11

(1) 7개의 바구니 속에 들어 있는 사과의 수는 보통 몇 개 정도라고 말할 수 있을까요?

( )개

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

11. 지영이는 고등어 한 마리의 무게는 어느 정도인지 알아보기 위해 대형할인마트에 갔습니다. 고등어 5마리의 무게를 비교해보았더니 **고등어마다 무게가 다양했습니다.** 5마리의 무게를 모두 잰 후 지영이는 "고등어 한 마리의 무게는 보통 250g 정도야." 라고 이야기 하였습니다.

(1) 고등어 5마리 각각의 무게는 얼마였을까요? 각각의 무게를 예상해서 아래에 써 봅시다.

	고등어 1	고등어 2	고등어 3	고등어 4	고등어 5
무게					

(2) 왜 그렇게 각각의 무게를 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

12. 미진이는 거봉 한 송이의 무게는 보통 어느 정도인지 궁금해서 거봉의 무게를 재어보았습니다. 7송이를 재어보았는데 각각의 무게는 다음과 같았습니다.

650, 760, 780, 760, 790, 760, 750

(1) 미진이가 잰 거봉의 무게는 보통 몇 그램 정도라고 말할 수 있을까요?

( )g

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

수고하셨습니다~*^^*

검사지 II

1. 명진이는 농구 선수가 되려면 키가 어느 정도 커야 되는지 궁금하였습니다. 그래서 7명의 남자 농구 선수들의 키를 조사해 보았더니 다음과 같았습니다.

195, 185, 194, 185, 196, 185, 190,

(1) 명진이가 조사한 남자 농구 선수 7명의 키는 보통 몇 cm정도라고 말할 수 있을까요?

( )cm

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

2. 선영이네 반 친구 9명이 한 달 동안 읽은 동화책의 권수를 조사해 보았더니 다음과 같았습니다.

11, 7, 9, 9, 14, 9, 10, 10, 20

(1) 선영이네 반 친구 9명은 보통 몇 권 정도의 책을 읽었다고 말할 수 있을까요?

( )권

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

3. 현철이는 집 앞 가게에서 한봉지에 2000원인 젤리를 5봉지 샀습니다. 봉지 안에 있는 젤리는 모두 같은 종류이고, **각각의 봉지마다 종류가 다르게 샀습니다.** 그리고 각각의 봉지 속에 들어있는 젤리의 수를 세어보았더니, **젤리의 수가 다양했습니다.** 그런데 현철이는 동생인 현진이에게 2000원짜리 젤리 한 봉지에는 보통 15개 정도의 젤리가 들어있다고 말하였습니다.

(1) 5종류의 젤리 한 봉지에는 각각 몇 개씩의 젤리가 들어있었을까요? 각각의 개수를 예상해서 아래에 써 봅시다.

젤리의 수					

(2) 왜 그렇게 한 봉지에 들어있는 각각의 젤리의 수를 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

4. 미경이는 꽁치 한마리의 무게가 보통 어느 정도인지 궁금해서 꽁치 7마리의 무게를 각각 재어보았더니 다음과 같았습니다.

	꽁치1	꽁치2	꽁치3	꽁치4	꽁치5	꽁치6	꽁치7
무게 (g)	250	240	240	230	280	270	240

(1) 미경이가 잰 꽁치의 무게는 보통 몇 그램 정도라고 말할 수 있을까요?

( )g

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

5. 혜선이네 모둠 친구 5명의 일주일 용돈을 조사해보았더니 **용돈을 받는 금액이 다양했습니다.** 혜선이는 용돈 조사를 통해 모둠원 한사람의 용돈은 일주일에 보통 3500원 정도라는 것을 알게 되었습니다.

(1) 모둠원 개개인의 용돈은 얼마였을까요? 개개인의 용돈을 예상해 봅시다.

용돈					

(2) 왜 그렇게 개개인의 용돈을 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

6. 형규는 친구들이 한번에 마시는 우유의 양이 얼마나 되는지 궁금했습니다. 그래서 친한 친구 5명이 마시는 우유의 양을 조사했습니다. 조사 후에 형규는

"제 **친구 5명이 마시는 우유의 양은 다양했으며**, 한 사람이 한번에 마시는 우유의 양은 보통 180mL 정도라는 것을 알았어요." 라고 결과를 발표하였습니다.

(1) 형규의 친구 5명은 각각 한번에 몇 mL의 우유를 마셨을까요? 개개인이 마시는 우유의 양을 예상해 봅시다.

우유의 양					

(2) 왜 그렇게 개개인이 마시는 우유의 양을 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

7. 선화네 학급에서는 이번주 토요일에 장기 자랑이 있습니다. 선화네 모둠에서는 손인형극을 준비하고 있습니다. 손인형은 역할에 맞도록 각자 사오기로 했는데, 모둠원 7명이 사온 손인형의 가격은 다음과 같았습니다.

	현민	선화	영철	수영	우진	영란	은주
가격 (원)	1500	2000	1500	2000	1000	1500	1700

(1) 선화네 모둠원들이 사온 손인형의 가격은 보통 몇 원 정도라고 말할 수 있을까요?

( ) 원

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

8. 세일이는 포도 한 송이의 무게가 어느 정도인지 알아보기 위해 대형할인마트에 갔습니다. 포도 7송이의 무게를 비교해보았더니 **포도마다 무게가 다양했습니다.** 7송이의 무게를 모두 잰 후 세일이는
"포도 한 송이의 무게가 보통 400g 정도야." 라고 이야기 하였습니다.

(1) 포도 7송이 각각의 무게는 얼마였을까요? 각각의 무게를 예상해서 아래에 써 봅시다.

(2) 왜 그렇게 각각의 무게를 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

9. 보경이는 소풍에 가서 친구들이 어느 정도의 음료수를 마시는지 궁금해서 9명의 친구들 각자가 마시는 음료수의 양을 조사해보았더니 다음과 같았습니다.

400, 370, 380, 370, 370, 410, 360, 350, 410

(1) 보경이의 친구 9명이 소풍에 가서 마시는 음료수의 양은 보통 몇 mL정도라고 말할 수 있을까요?

( )mL

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

10. 수영이는 엄마 심부름으로 상추 500g의 가격을 알아보기 위해 시장에 갔습니다. 시장에서는 모양과 맛이 같은 상추를 **다양한 값으로 판매하고 있었습니다**. 수영이는 다섯 곳의 가게를 둘러보고 돌아와서 어머니께 "상추 500g의 가격은 보통 1200원 정도예요." 라고 말씀드렸습니다.

(1) 다섯 곳 가게에서 상추 500g의 가격은 각각 얼마였을까요? 각각의 가격을 예상해서 아래의 가게에 써 봅시다.

(2) 왜 그렇게 각각의 상추 가격을 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

11. 재숙이가 상자에 들어 있는 장난감의 수를 세어 보았더니 상자마다 들어 있는 장난감의 수가 달랐습니다. 다음은 7개의 장난감 상자마다 들어있었던 장난감의 수 입니다.

	상자1	상자2	상자3	상자4	상자5	상자6	상자7
장난감 개수	29	32	28	32	27	30	32

(1) 7개의 상자 속에 들어 있는 장난감의 수는 보통 몇 개 정도라고 말할 수 있을까요?

( )개

(2) 왜 그렇게 말할 수 있는지 그 이유를 자세히 설명해 봅시다.

12. 정미는 꿈이 농구 선수가 되는 것입니다. 그래서 여자 농구 선수들의 키가 궁금했습니다. 정미는 자신이 좋아하는 여자 농구 선수 7명의 키를 조사해보았더니, **선수들의 키가 다양했습니다.** 정미는 다음날 옆에 있는 짝에게
"내가 좋아하는 여자 농구 선수들의 키는 보통 175cm 정도 되더라." 하고 말했습니다.

(1) 여자 농구 선수 7명 각각의 키는 몇 cm일까요? 각각의 키를 예상해 봅시다.

	선수 1	선수 2	선수 3	선수 4	선수 5	선수 6	선수 7
키							

(2) 왜 그렇게 각각의 키를 예상했는지 자세히 설명해 봅시다.

수고하셨습니다~*^^*