韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
2006. 8. 제 45권, 제 3호, 275-293.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2006, Vol. 45, No. 3, 275-293.

초등학교 6학년 학생들의 소수 계산 오류와 선행지식 간의 연결 관계 분석 및 지도방안 탐색

방 정 숙 (한국교원대학교)
김 재 화 (과천관문초등학교)

Ⅰ. 서 론

수학교육에서 학생들의 이해를 바탕으로 한 수업이 지속적으로 강조됨에 따라 교사들은 학생들이 이해하도록 가르치기 위해 많은 노력을 기울이고 있다. 수학을 이해한다는 것이 정확히 무엇을 의미하는지는 학자마다 다양하게 설명하는 반면에, 최근 들어 이해와 수학적 연결(mathematical connections)을 관련지어 설명하는 경향이 있다(예, Buck, 2000; Clemen, 2001; Hershkowitz, Schwarz, & Dreyfus, 2001). 즉, 학생들이 가지고 있는 수학적 지식이 서로 연결될 때 더 잘 이해하게 되고, 역으로 학생들이 수학을 잘 이해하게 되면 관련된 개념이나 절차들이 서로 어떻게 연결되어 있는지를 알 수 있다고 한다. 따라서 학생들의 이해를 돕기 위해서 수학적 지식 간의 연결을 강조하게 되는데, 이는 특히 새로운 절차에 선행 지식을 통합하는 과정에서 관련 지식 간의 연결이 제대로 이루어지지 않았을 때 학생들이 빈번히 오류를 일으키기 때문이다(Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson, & Peled, 1989).

이러한 예는 소수 지도에서도 찾아볼 수 있다. 자연수와 분수를 다룬 다음에 지도되는 소수는 십진 분수의 동치 표현이면서 동시에 자연수의 표기체계와 유사하기 때문에 분수, 자연수 등의 선행지식과 잘 연결되지 못했을 때 여러 가지 오류가 발생하게 된다. 따라서 소수 개념의 이해를 증대시키기 위해서는 이미 아동이 이해한 다른 관련된 지식과의 연결이 중요하다(Drexel, 1997; Hiebert & Carpenter, 1992; Stacey, 2005). 우리나라의 소수 관련 선행연구에서도 소수 계산 오류는 분수, 자연수 등의 선행지식과 관련이 있으며, 소수 개념의 이해를 깊게 하기 위해서는 선행지식과의 연결성이 매우 중요함을 시사하고 있다(김용태, 2000; 윤희태, 2002; 이경아, 1996).

한편, 우리나라에서는 소수를 십진 분수의 다른 표현으로써 도입하고 있지만 실제 소수 지도에서는 분수와의 연결성이 중요하게 다루어지지 않고 있으며 소수 지도와 분수, 자연수 등의 선행지식과의 연결 관계에 대한 구체적인 연구가 거의 없다. 학생들이 소수 계산을 선행지식과 어떻게 연결시켜 이해하고 있는지, 어떤 어려움을 겪고 있는지에 대한 안내가 충분치 않으며 오류를 줄이기 위해서 소수 계산과 선행지식을 어떻게 유용하게 연결시켜 가르쳐야 하는지에 대한 구체적인 지도방안을 찾기가 어렵다.

이에 본 연구에서는 수학적 지식 간의 연결성이 다양해지고 선행지식에 따른 오류가 상대적으로 많이 나타나는 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 소수 계산에서 나타나는 오류에 대해서 그러한 오류가 나타나는 원인과 선행지식과의 연결 관계를 심층적으로 파악함으로써 오류를 처방하고 소수 지도에 대한 구체적인 시사점을 얻고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 연결

미국 수학교사 협의회(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM])에서는 1989년 '학교 수학을

* 2006년 4월 투고, 2006년 6월 심사 완료.
* ZDM분류 : D73
* MSC2000분류 : 97D70
* 주제어 : 소수계산오류, 수학적 연결, 교수실험, 십진블록

위한 교육과정과 평가 규준'에서 수학적 연결을 5대 과정 영역중의 하나로 제시한 이래 2000년 '학교 수학을 위한 원리와 규준'에 이르기까지 계속하여 수학적 연결을 하나의 규준으로 강조하고 있다. 우리나라 교육과정에서는 수학적 연결을 별도의 규준이나 영역으로 구별하여 강조하지는 않지만, 학교 수학을 통해 궁극적으로 지향하는 수학적 힘의 신장을 위하여 "수학 내에서 또는 수학과 다른 학문적 영역 사이의 아이디어를 연결하는 능력"(교육부, 1998, p.19)을 강조하고 있다. 또한 교수·학습 측면에서 생활 주변이나 다른 교과에서 접할 수 있는 수학과 관련된 여러 가지 형태의 문제를 다루게 하여 수학에 대한 흥미와 관심을 가지게 함은 물론 수학적 연결성을 간접적으로나마 경험할 수 있게 한다.

수학적 연결의 유형은 예를 들어, House와 Coxford (1995)는 수학 자체 내에서의 연결 및 활용, 수학과 다른 교과와의 연결, 일상생활 및 직업세계와의 연결 측면에서 설명하고 있고, Baroody와 Coslick(1998)은 유의미한 수학 학습을 위해 다섯 가지로 연결의 유형을 세분화하여 강조한다. 구체적으로 학생의 비형식적 지식과 학교 수학의 형식적인 기호 및 절차와의 연결, 개념과 절차간의 연결, 개념과 절차에 대한 다양한 표상 간의 연결, 수학 주제 간의 연결, 수학의 다른 내용 영역이나 일상생활과의 연결을 중시한다.

이와 같은 수학적 연결을 소수 지도에 적용해보면, 학생들이 자신들이 사용하는 절차의 근본적인 이유나 원리를 이해함으로써 많은 절차를 기억하지 않고도 적용할 수 있도록 하며 개념과 절차에 대한 다양한 표상을 연결하기 위해서 학생에게 구체적인 모델과 그림으로 나타낸 모델을 도입해서 서로 관련시키고 기호적인 표상으로 표현하는 것이 중요하다. 또한 학습 주제 간의 연계를 꾀하기 위해서 분수와 소수 개념을 연결하여 지도할 필요가 있겠다.

2. 소수 계산 오류에 관한 연구

일반적으로 초등학교 학생들은 소수 계산에서 여러 가지 오류를 범한다. 예를 들어, 곱하기 절차와 소수점 찍기를 분리하기도 하고 소수 나눗셈의 경우 피제수나 몫에 자릿수를 메우기 위해 0이 필요한 경우 어려움을 겪으며, 소수점을 기준으로 양쪽의 수를 독립된 자연수로 보고 자연수 계산 법칙을 이용하거나 크기 비교를 하기도 한다(Hiebert & Wearne, 1988; Stacey, 2005).

최근의 우리나라 학생들을 대상으로 한 소수 계산 오류에 관한 연구를 살펴보면, 학생들은 분수 변환 오류, 분수 계산 오류, 자연수 지배 오류, 자릿값 오류, 소수점 오류, 계산 순서의 오류, 기술적 오류, 자연수 계산의 오류 등을 범하는 것으로 드러나는데, 이중 가장 빈도가 높은 유형은 자연수 계산 오류, 소수점 오류, 분수 오류 순이었다[1](이경아, 1996). 한편, 소수의 곱셈과 나눗셈으로 세분하여 계산 오류를 분석해 본 결과, 학생들은 소수점 오류, 자연수 곱셈·나눗셈 오류, 알고리즘 오류를 가장 많이 범하는 것으로 드러났다[2](윤희태, 2002).

소수 계산 오류에 대한 선행연구를 분석한 결과 오류의 원인으로는 분수의 개념 및 소수와의 상호관계의 이해 부족, 자릿값에 대한 이해 부족, 자연수의 기초 계산 능력의 부족 등 선행지식과 관련되어 있음을 알 수 있다. 하지만 기존의 연구 경향은 소수 계산에서 나타나는 오류 유형을 자세히 제시하는 반면에 오류와 선행지식과의 연결 관계를 면밀하게 분석하거나 이에 대한 구체적인 처방은 매우 부족한 편이다. 예를 들어, 학생들이 소수 계산과 관련하여 선행지식인 분수의 개념, 자릿값과 자연수의 계산원리를 어떻게 이해하고 있고 이들의 이해에 어려움을 느끼는 이유가 무엇인지, 오류를 줄이기 위해 분수와 자릿값을 소수 계산과 어떻게 연결시켜 지도해야 하는지, 소수 계산 과정의 절차적 이해를 돕기 위해서 어떤 자료를 활용하면 효과적인지 등에 관한 지도 방안이나 실천 사례가 미흡하다.

구체적으로, 외국의 경우 십진 블록을 활용한 소수 지도 연구가 이루어지고 있으나(Baroody & Coslick, 1998; Drexel, 1997) 우리나라에서는 최근 들어 소수 개

1) 자연수 계산 오류는 자연수의 기초 계산 기능의 부족에서 오는 오류이고, 소수점 오류는 계산 과정에서 소수점은 잘 맞추지만 계산 결과에서는 소수점 찍기를 제대로 못하는 오류이며, 분수 오류는 주어진 소수를 분수로 제대로 바꾸지 못하거나, 바꾼 경우라 하더라도 분수 계산을 잘못하여 생기는 오류이다.

2) 자연수 곱셈·나눗셈 오류는 소수 계산에서 자연수의 곱셈이나 나눗셈을 잘못함으로써 범하는 오류이고, 알고리즘 오류는 계산 과정을 이해할 수 없거나 소수 계산의 알고리즘을 정확하게 사용하지 못하는 오류이다.

념 지도에 이를 활용하는 연구가 예외적으로 있을 뿐(예, 김용태, 2002) 소수 계산 지도에 구체물을 활용한 연구는 찾기 어렵다. 또한, 교과서에서도 특정 차시에서 격자판이나 수직선 등의 반구체물과 십진블록 그림은 제시되어 있으나 이에 관한 구체적인 조작활동은 없다. 따라서 본 연구에서는 소수 계산 과정에서 겪는 오류의 구체적인 원인 규명을 바탕으로 선행 지식과의 연결을 꾀하는 교수 실험을 설계하고 십진 블록 같은 구체물을 통한 조작활동을 통하여 학생들의 소수 계산 이해를 풍부히 할 수 있는지를 실증적으로 알아보고자 한다.

3. 소수 지도와 관련된 연구

소수 지도와 관련된 선행 연구를 검토해 보면 크게 세 가지 측면으로 정리해 볼 수 있다. 첫째, 자연수, 분수, 소수 체계에 대한 비교 분석을 통하여 소수 지도에 대한 시사점을 구안하는 연구이다. 예를 들어, Hiebert(1992)는 세 체계의 표면적인 유사점과 차이점, 내면적인 유사점과 차이점을 비교분석하면서 소수의 개념적 이해를 위해서는 실제로는 분수량을 나타내면서 자연수와 같이 보이는 기호 사이의 연결이 중요하다고 강조한다. 또한 Resnick 등(1989)은 미국, 프랑스, 이스라엘 세 나라의 학생들이 소수의 대소 비교에서 범하는 오류를 설명하면서, 자연수 및 분수의 선행 지식으로 인해 장애가 발생된다고 주장하였다. 구체적으로 자릿값, 자리이름, 읽는 규칙, 소수값, 소수표기 측면에서 소수 지식의 요소에 대응되도록 자연수와 분수 지식의 대응 요소를 각각 비교 분석함으로써, 표기 체계에서의 유사점과 차이점을 교사가 잘 분석하여 지도할 때 소수의 개념적 이해가 가능하다고 주장한다.

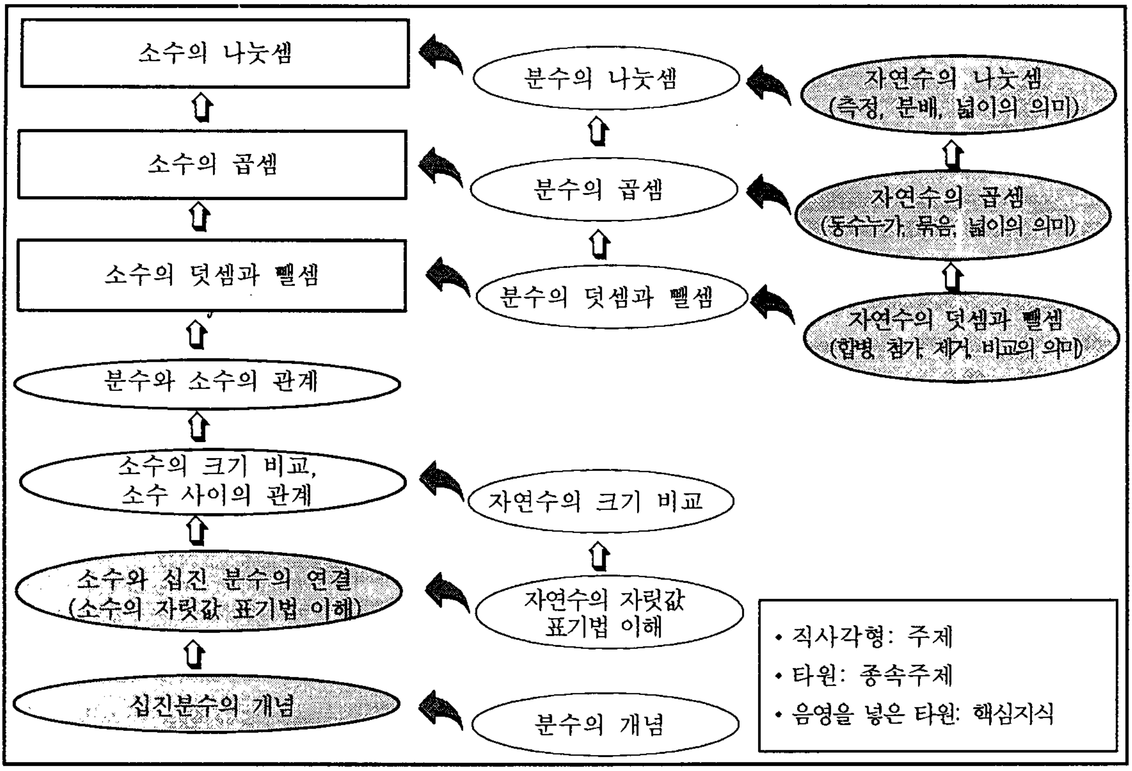
둘째, 분수와의 연결 및 구체물을 적극적으로 활용하여 소수 지도에 대한 시사점을 찾는 연구이다. 예를 들어, Drexel(1997)은 학생들의 분수에 관한 이해 정도를 토대로 십진블록을 활용하여 소수를 지도한 결과 학생들이 소수와 분수 두 체계 간에 강력한 연결을 할 수 있었고 소수의 비교, 동치인 소수 찾기, 덧셈과 뺄셈에 분수를 이용하는 능력 등이 향상되었다고 주장한다. 또한 소수 학습에 이와 동치인 분수를 적극적으로 이용한 경우, 앞에서 언급된 소수의 개념이나 비교, 계산 과정에서 파생되는 전형적인 오류를 상당부분 줄일 수 있다고 한다.

셋째, 소수 지도 계열의 문제점을 보완하여 소수 지도에 대한 시사점을 찾는 연구이다. 예를 들어, Hiebert와 Carpenter(1992)는 초등학교에서 자연수, 분수, 소수를 각각 분리하여 전혀 다른 문제 상황으로 가르치고 각기 다른 규칙과 기호 체계로 지도하고 있어 대부분의 학생들이 세 종류의 체계를 연결하는 개념 고리를 형성하지 못한다고 주장한다. 또한 김용태(2000)는 우리나라 소수 개념 지도의 문제점으로 일반。분수로 분수를 다룬 후 소수 도입 단계에서 갑자기 십진 분수를 사용하는 점, 동치 분수의 개념과 동치 소수의 개념 간에 적절한 연계성이 부족한 점, 순소수와 혼소수를 다른 상황에서 도입하는 점 등을 들고 있다. 이와 같은 문제점을 극복하기 위해서는 철저한 분수 개념 지도를 선행한 후, 소수 개념 도입을 자연수의 확장보다는 십진 분수의 동치류의 다른 표현으로 지도하고 실생활과 밀접한 문제 상황을 통하여 자연수, 분수, 소수가 공존하는 지도 계열이 요구된다고 한다.

이와 같은 선행 연구를 고려해볼 때, 교사는 하나의 수학적 지식이 전체 수학 체계 속에서 어떤 위치를 차지하고 있는지, 이전 지식과는 어떤 관계를 가지고 있는지 명확히 이해할 필요가 있다. 이를 위해 교사는 가르치려는 주제에 대한 지식꾸러미(knowledge package)[3]를 잘 조직할 필요가 있다(Ma, 1999). 일련의 지식 가운데 핵심지식이 무엇이고 어떤 지식이나 개념들이 관련되어 있는지를 파악하기 위해서 소수 계산과 관련한 지식꾸러미를 만들어보면 <그림 1>[4]과 같다. 소수는 십진 분수의 개념, 소수의 자릿값 표기법 이해, 소수의 크기 비교, 소수 사이의 관계, 분수와 소수의 관계, 분수의 계산원리, 자연수의 계산원리, 연산의 의미 등과 서로 관련이 있다. 특히, 소수는 십진 분수의 다른 표현으로 도입되기 때문

3) 지식꾸러미란 교사들이 주어진 주제를 가르칠 때 참조할만한 관련 주제 집단을 가리키는 것으로 수학 주제들 간의 관계를 명확히 드러낸다(Ma, 1999).

4) 그림에서 모든 화살표는 뒷받침한다는 것을 나타낸다. 주의할 점은 처음의 기본 주제 학습이 후속의 고급 주제 학습을 뒷받침하지만, 기본 주제 학습 역시 후속 학습에 의해 강화될 수 있다는 점에서 이 관계를 일방향이라기보다는 쌍방향으로 해석할 수도 있다.



<그림 1> 소수 계산의 지식꾸러미

에 십진 분수의 개념을 제대로 이해하는 것이 중요하며, 소수와 십진 분수의 연결을 통해 소수의 자릿값 표기법을 이해하도록 하여야 한다. 그리고 소수 계산원리를 이해하기 위해서는 무엇보다 자연수의 기본 연산의 의미 이해가 바탕이 되어야한다. 이런 측면에서 십진 분수의 개념, 소수의 자릿값 표기법 이해, 연산의 의미를 소수 계산 지도를 위한 핵심지식으로 볼 수 있다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

경기도에 소재하고 있는 K초등학교 6학년 2학급 68명을 대상으로 오류검사를 실시하여 오류유형을 조사하였다. 연구 목적상 일반화를 목표로 한 오류 유형을 조사하는 것이 아니라 선행 연구에서 드러난 소수 계산 오류에 대해서 수학적 연결성의 관점에서 구체적인 원인을 규명하고 이를 극복하기 위한 교수 실험을 설계하고 소수 지도에 대한 시사점을 모색하는 것이 초점이므로, 오류 유형별로 대표적인 오류를 보이거나 특이한 반응을 보인 학생 8명을 대상으로 임상 면담을 실시하였다. 면담 학생 중 분수 계산 원리에 대한 이해부족으로 오류를 보이는 학생들을 제외한[5] 5명의 학생을 대상으로 교수실험을 실시하였다.

5) 이 학생들을 교수실험에서 제외시킨 이유는 분수 개념 자체가 많은 선행지식과 연결되어 있기 때문에 본 연구에서 소수 계산과 함께 다루기엔 연구 범위가 너무 광범위하다고 판단하였기 때문이다. 다만, 분수 지식 오류를 보인 학생들 중 분수와 소수의 상호 관계에 대한 이해가 부족하여 오류를 범한 학생은 교수 실험 과정 중에 십진 분수와 연결하여 소수의 개념을 어떻게 이해하는 지 분석할 필요가 있어서 포함시켰다.

2. 연구방법

연구방법으로는 임상면담과 교수실험을 통한 사례연구를 실시하였다(Merriam, 1998). 임상면담(clinical interview)은 다른 방법으로는 알기 어려운, 학생들의 생각을 깊이 있게 이해하는 데 매우 유용한 방법으로 알려져 있다(Ginsburg, 1997). 학생들에게 나타나는 일반적인 오류 경향을 분석하기보다 학생들이 왜 그렇게 문제를 해결했는지, 선행지식을 소수 계산과 어떻게 연결시켜 이해하고 있는지, 어떤 어려움을 느끼는지를 학생들 스스로 설명하도록 질문하고 학생들의 반응을 해석하기 위해서 임상면담을 활용하였다.

한편, 교수실험(teaching experiment)은 학생들이 의미를 어떻게 만들어 가는지, 그리고 학생들이 만들어낸 의미가 무엇인지에 주된 관심을 가지기 때문에 학생들의 수학적 이해를 설명하기 위해 가설을 세우고 가설을 검증할 때 유용하다(Steffe & Thompson, 2000). 본 연구에서는 선행연구에서처럼 오류를 자세히 유형화한 후 검사지 분석을 통한 간단한 오류처치 방안을 제시하기보다는 오류를 보인 학생들에게 구체적인 도움을 제공하고자 소수 계산과 선행지식을 잘 연결시켜 이해할 수 있도록 무엇을 가르쳐야 하며, 어떤 종류의 과제와 활동 그리고 자료를 제공해야 하는지에 대해 안내를 하기 위해서 교수실험을 활용하였다.

3. 자료수집 및 분석

가. 오류 유형 검사 및 분석

오류 검사는 오류를 자세히 유형화하거나 새로운 오류 유형을 찾는 것이 목적이 아니므로 새로운 오류 검사지를 만들기보다는 선행연구를 참조하여 오류가 많이 나타나는 문항을 중심으로 소수의 사칙계산이 모두 포함되도록 하여 전체 25문제로 검사지를 만들었다. 경기도의 C초등학교 6학년 1학급을 대상으로 예비 검사를 실시하여 학생들이 검사문항에 응답하는데 소요되는 시간의 적절성, 문항의 난이도에 대한 적절성을 알아보고 발견된 문제점을 수정 보완하여 본 검사를 실시하였다.

학생들에게 검사지에 계산 과정을 기록하도록 하여 오류 유형을 분석하였다. 같은 문제의 풀이 과정에서 반복된 오류는 하나의 오류로 분석하고 여러 오류가 복합적으로 나타나는 경우는 그 중 주된 오류를 분류하거나 처음 행한 오류를 기준으로 삼았다. 구체적인 오류 유형은 선행 연구를 토대로 하되, 본 연구 목적을 살려 소수점 오류, 분수 지식 오류, 자연수 계산 오류로 분류하였다[6].

나. 임상면담 실시 및 분석

임상면담은 약 2주간에 걸쳐 오류 검사를 실시한 학생들 중에서 오류 유형별로 2~3명씩 선정하여 실시하였으며 오류를 보인 문제와 비슷한 문제를 풀게 하여 같은 오류를 보이는지 확인하는 것으로 면담을 시작하였다. 소수점 오류에서는 소수 덧·뺄셈과 곱셈의 소수점 규칙을 구분하여 이해하고 있는지, 소수 계산 원리를 이해하고 있는지에 초점을 맞추었으며, 분수 지식 오류에서는 십진 분수와 소수의 연결 관계를 이해하고 있는지, 분수 곱셈과 나눗셈의 계산원리를 이해하고 있는지에 초점을 맞추어 면담하였다. 자연수 계산 오류에서는 오류원인이 자연수의 기초 계산 능력부족 때문인지 또는 소수 계산 원리의 이해부족 때문인지, 소수 곱셈과 나눗셈의 의미를 알고 있는지에 초점을 맞추어 면담을 진행하였다. 또한 면담 학생들 전체를 대상으로 소수의 기본 개념에 관해서도 질문하였다.

분석은 면담 자료와 면담 시 수행한 활동지를 기초로 하여 학생들이 소수 계산과 관련된 선행지식을 어떻게 이해하고 있고, 어느 부분에서 어려움을 겪는지 분석하였다. 우선 개개 학생이 일련의 임상면담을 통해 어떤 패턴으로 일관성 있게 반응하는지, 동일한 오류 유형을 가진 서로 다른 학생들이 같은 오류에 대해 어떻게 반응하는지 분석하였다.

6) 선행 연구에서의 자연수 지배 오류, 자릿값 오류, 소수점 오류의 공통점은 소수의 기본적 자릿값을 제대로 이해하지 못하여 소수점과 관련하여 발생하는 오류이므로 함께 묶어 소수점 오류로 분류하고, 분수 변환 오류나 분수 계산 오류는 함께 묶어 분수 지식 오류로 분류하였다. 또한 자연수 곱셈(나눗셈) 오류, 덧셈(뺄셈) 오류, 0처리 오류는 자연수 계산을 제대로 하지 못하여 발생하는 오류이므로 함께 묶어 자연수 계산 오류로 분류하고, 알고리즘 오류는 자연수 계산에서의 알고리즘 오류와 자릿값 개념을 제대로 이해하지 못하여 나타나는 오류로 구분할 수 있으므로 각각 소수점 오류와 자연수 계산 오류로 나누어 분류하였다.

다. 교수실험 설계 및 분석

임상면담을 통하여 알게 된 선행 지식에 대한 학생들의 이해와 소수 지도에 관한 교과서 분석 및 문헌 검토를 토대로 교수실험을 설계하였다. 구체적으로, 소수와 십진 분수의 연결 관계를 강조하고 연산의 의미에 기초한 소수 계산 알고리즘을 학생들이 십진블록이라는 구체물을 활용하여 스스로 발견할 수 있도록 하는데 중점을 두었다. 이를 위해서 총 7차시의 교수·학습안을 구성하여 지도하였다(부록 참조).

교수실험을 하는 과정에서 직접 관찰된 학생들의 반응, 학생들의 활동지, 수학일지와 비디오 전사 자료를 통해 십진 블록이 십진 분수를 이해하고 소수와 십진 분수를 연결하여 이해하는데 도움이 되는지, 동치소수가 크기가 같은지를 어떻게 설명하는지, 십진 블록을 이용하여 곱셈과 나눗셈의 의미를 어떻게 이해하는지, 소수 곱셈의 곱과 나눗셈의 몫을 어떻게 구하는지를 분석하였다. 학생들의 독특한 사고 패턴 및 오류 원인의 복잡성을 단순하게 기술하지 않고 주요한 에피소드들을 상세하게 분석하여 제시하였다.

Ⅳ. 연구결과

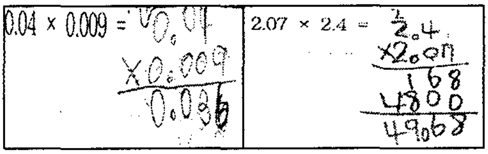
1. 오류 유형 및 면담 결과 분석

오류 검사지를 분석한 결과 전체적으로 소수점 오류가 제일 많이 나타났고 그 다음으로 자연수 계산 오류, 분수 지식 오류 순으로 나타났다. 소수 덧셈과 뺄셈은 곱셈과 나눗셈에 비해 상대적으로 오답률이 낮게 나타났다. 각 오류 유형별로 오류의 특징을 정리하면 <표 1>과 같다. 한편, 각 유형별로 오류를 보인 학생들을 대상으로 선행지식을 어떻게 이해하고 있고 소수 계산과 관련하여 어떤 어려움을 겪는지 임상 면담을 통해 분석한 결과는 다음과 같다.

가. 소수점 오류와 관련된 학생들의 선행지식에 대한 이해와 어려움

소수점 오류를 보이는 학생들은 대개 개념적 이해 없이 무조건적으로 알고리즘을 사용하다가 계산상의 실수를 범하거나 알고리즘 간에 혼동을 일으켜 많은 오류를 범하고 있었으며, 전반적으로 연산에 대한 기본적인 이해가 부족하였다. 예를 들어, <그림 2>은 소수 덧셈·뺄셈의 소수점 규칙을 소수 곱셈에 적용하여 오류를 보이는 사례이다. 면담 과정에서 학생 A는 소수 덧셈처럼 소수점을 찍어 틀렸다는 것을 발견하게 되었다:

> 소수 덧셈처럼 소수점을 찍은 것 같아요. ... 소수점을 그대로 내려서 계산했어요. 다른 때는 곱셈 문제만 나오니까 그렇지 않은데 이때는[오류 검사지에서는] 덧셈과 곱셈이 함께 나와서 잠시 헷갈린 것 같아요.



<그림 2> 소수 연산간의 알고리즘 혼동에서 오는 오류

<표 1> 오류 유형별 특징

오류 유형	오류 내용
소수점 오류	덧셈과 곱셈의 소수점 규칙을 혼동하여 생긴 오류
	소수 곱셈 알고리즘을 혼동하여 생긴 오류
	소수 덧셈의 계산 원리를 이해하지 못해서 생긴 오류
자연수 계산 오류	몫에서 0을 빠뜨리는 오류
	곱에 0이 있는 곱셈의 계산 오류
분수 지식 오류	십진 분수로 계산하지 않고 약분하는 과정에서 나타나는 오류
	분수로 고쳐 계산하여 나온 분수 답을 소수로 고치는 과정에서 나타나는 오류
	역수를 제대로 구하지 못하여 나타나는 오류

한편, 학생 B의 경우는 (소수)×1000의 문제들은 바르게 풀었으나 (소수)×(소수) 문제는 소수점을 찍지 않았다. 예를 들어, 2.07×2.4=4968이라고 답했는데, 면담 결과 검사지의 이전 문제 2.45×1000의 영향을 받아서 "소수점을 앞으로 가야 하는데 뒤로 가게 하는" 착각을 했다고 설명했다. 이처럼 학생들은 소수 연산 간, 동일한 연산 내에서는 문제 형태 간 소수점 찍기 규칙 간에 혼동을 일으켜 오류를 범했다. 소수점 규칙을 제대로 사용하면 개념적 이해 없이도 계산하는데 지장이 없기 때문에 평상시 소수학습에서 소수점을 찍는 형식에 중점을 두게 된다. 하지만, 여러 형태의 문제를 함께 제시할 경우는 소수점 규칙이 혼동된다는 학생들의 설명은 개념적 이해가 없는 기계적 규칙 사용의 단면을 잘 드러낸다.

또한 소수점 오류를 보이는 학생들이 소수 연산의 의미나 계산 원리를 어떻게 이해하고 있는지 분석한 결과, 대개 알고리즘을 풀이할 뿐 기본적인 의미나 원리를 설명하지는 못했다. 특히 다른 연산에 비하여 소수 곱셈은 소수점 규칙은 설명하나 곱셈의 의미를 모르기 때문에 그림이나 문장으로 표현하는데 어려움을 겪고 있었다. <에피소드 1>은 학생 B가 0.3×0.5의 의미를 어떻게 표현하려고 시도했는지, 그 과정에서 어떤 어려움을 겪는 지를 잘 드러낸다.

<에피소드 1> 0.3 × 0.5를 어떻게 나타내죠?

연구자: 0.3 × 0.5가 무슨 뜻일까?
학생B: 0.3이 5개 있다는 뜻이요. (잠시 머뭇거리다가) 아닌데 … 0.3이 0.5개 있다는 뜻이요.
연구자: 또 어떤 뜻이 있을까? (학생이 계속 모르겠다고 하여 소수판[7]을 제시한다.) 0.3 × 0.5를 그림으로 나타내어 볼래?
학생B: $\frac{3}{10}$이고 $\frac{5}{10}$니까 (10칸으로 나눈 소수판에 0.3을 표시한 후) 여기에 $\frac{5}{10}$를 더 표시하나? 아닌데… 아아!(머리를 흔들며) 모르겠다.
연구자: 0.3 × 0.5라는 식으로 문장제를 만들 수 있니?
학생B: 0.3개가 있다는 것이 말이 되나?
연구자: 0.3을 표현하기 힘드니? 몇 개라는 개수로 보지 말고 생각해보면?
학생B: 0.3ℓ의 물이 물통에 있는데 0.5를 더 넣었다? (머리를 감싸며) 아닌데…0.3의 반을 더 넣었다는 건가? 맞다! 0.5는 $\frac{1}{2}$니까. (빈 종이에 $0.3 \times \frac{1}{2}$을 계산하고는 $\frac{3}{20}$에서 계산을 멈추고) 아닌가?
연구자: 무엇이 어렵니?
학생B: 0.5를 곱한다는 것을 어떻게 말할지 모르겠어요.

학생B는 처음에 동수누가의 의미로 0.3×0.5를 표현하였으나 이를 더 확장하거나 명확한 의미를 설명하지는 못하였다. 그림으로 그리도록 하면 넓이의 의미를 생각해 낼 줄 알았으나 여전히 동수누가의 의미로만 해석하려고 하기 때문에 그리지 못했고 나중에는 0.3의 반이라는 의미를 생각해 냈지만 자신의 생각에 확신을 갖지 못했다.

면담 학생들은 소수 연산의 의미를 자연수 연산의 의미와 연계하여 이해하지 못하는 것으로 드러났다. 특히 자연수 곱셈의 경우 동수누가와 묶음의 의미로 이해하고 있는 반면에 위의 에피소드에서처럼 소수 곱셈의 경우는 동수누가의 의미로만 해석하려고 했기 때문에 모델링에 어려움을 겪었다. 즉, 자연수와 소수에서 곱셈의 의미가 묶음의 의미로 서로 연계되지 않고 있었다.

나. 자연수 계산 오류와 관련된 학생들의 선행지식에 대한 이해와 어려움

자연수 계산 오류는 대개 피제수나 몫에 자릿수를 메우기 위해 0이 필요한 나눗셈 문제와 0이 있는 곱셈 계산의 문제에서 많이 나타났는데, 면담결과 몫에서의 0의 의미 이해 부족, 자릿값과 소수에 대한 이해 부족, 소수 연산의 의미와 계산 원리에 대한 이해 부족 등이 드러났다. 예를 들어, 486÷12=4.5라고 답한 학생 G에게 유사한 유형의 문제를 풀게 하였더니 바르게 푼 문제도 있었고 그렇지 못한 문제도 있었다. 이에 비교하여 설명하게 했을 때, "답에 0을 자꾸 까먹어요. 0은 아무것도 없다는 뜻이니까 안 써도 된다고 생각해서요."라고 말하였다. 또 다른 학생H는 면담의 활동지에서 예를 들어, 35.4÷5=70.8, 42.7÷14=3.5라고 푼 후에 다음과 같이 설명함으로써 몫에서의 0의 의미를 모르는 것 외에 자

7) 정사각형을 10등분하거나 100등분한 그림판

릿값에 대한 이해가 부족하여 오류를 범하는 것으로 드러났다:

> 저는 나눗셈할 때 어떤 자리에 답을 쓸지 잘 모를 때가 있어요. [소수 나눗셈은] 자리도 생각하고 소수점도 생각해야 해서 더 어려워요. 도대체 소수점을 어디에 찍어야 하는지 모르겠어요.

이 부류의 학생들은 대개 소수판 그림을 보고 소수를 제대로 표현하지 못하였다. 예를 들어, 0.01이 8인 소수판 그림을 0.8이라 하고, 0.1이 6, 0.01이 3인 소수판 그림은 소수로 적지 못하였다. 또한 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내는 문제와 관련해서는 기계적으로 잘 풀었으나, <에피소드 2>에 드러난 바와 같이 특정 분수를 소수로 바꾸거나 동치소수에 대한 이해에는 어려움이 있었다.

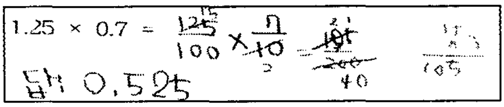
<에피소드 2> $\frac{100}{100}$을 어떻게 소수로 나타내죠?

연구자: 분수 $\frac{100}{100}$은 어떤 수를 나타내니?
학생: 모르겠어요.
연구자: $\frac{47}{100}$은 어떤 수니?
학생: 100개 중에 47개.
연구자: 그럼 $\frac{100}{100}$은?
학생: 100개 중에 100.
연구자: 100개 중에 100개를 다른 수로 나타내면?
학생: 잘 모르겠어요.
연구자: $\frac{3}{3}$을 다른 수로 나타내면?
학생: 1이요. 아하! 그럼 $\frac{100}{100}$은 1.
연구자: 왜 어렵게 느껴졌다고 생각하니?
학생: 소수는 항상 몇 점 몇이라고 나타내야 하는데 이건 그렇게 안돼서요.
연구자: 1을 몇 점 몇 이라고 나타낼 수는 없을까?
학생: 모르겠어요.

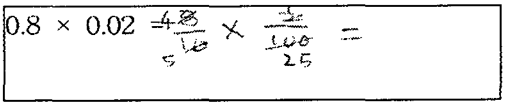
한편, 이 부류의 학생들은 16÷4와 같은 자연수의 나눗셈은 등분제의 의미로, 6×4와 같은 자연수의 곱셈은 묶음의 의미로 이해하여 적절한 문장제를 구성할 수 있었으나, 이와 대응되는 1.6÷4 또는 0.6×0.4와 같은 소수를 포함한 연산에서는 이를 적절히 연결시키지 못하여 문장제나 그림으로 표현하는 데 어려움을 겪었다. 또한 2.07×2.4와 같이 0이 있는 소수 곱셈에서 오류를 범한 학생들을 대상으로 면담한 결과 대개 소수의 덧셈 문제와 잠시 혼동하여 소수점을 맞추는 과정에서 틀리거나 문제를 빨리 풀려는 생각에 실수를 한 것으로 드러났다. 전반적으로 학생들은 소수 곱셈과 나눗셈 모두 자연수 연산의 의미와 연결시켜 생각하지 못하고 연산의 다양한 의미를 이해하지 못한 채, 계산 절차에 중점을 두어 학습했기 때문에 오류를 범하는 것으로 분석되었다.

다. 분수 지식 오류와 관련된 학생들의 선행지식에 대한 이해와 어려움

분수 지식 오류를 보이는 학생들은 소수를 분수로 고쳐 계산할 때 약분을 하지 않고 십진 분수로 쉽게 계산할 수 있음에도 불구하고 일단 약분을 하고 기약분수로 고친 후 이를 다시 소수로 고치는 과정에서 오류를 범했다. 예를 들어, <그림 3>은 약분하는 과정에서 오류가 생긴 경우이고, <그림 4>는 약분 후, 이를 다시 소수로 고치지 못한 경우이다.



<그림 3> 소수를 분수로 고친 후 무조건 약분하는 과정에서 생긴 오류



<그림 4> 소수 계산에서 기약분수를 소수로 고치지 못한 경우

면담을 통해 학생들이 왜 무조건 약분부터 하려고 하는지, 십진 분수를 소수와 연결시켜 좀 더 간단한 계산 방법을 찾을 수 있는지를 알아보았다. 면담 중 대부분의 학생들이 약분하는 과정에서 생긴 오류를 쉽게 찾

았으나 십진 분수와 소수를 연결시켜 분모를 10의 거듭제곱꼴로 바꾸어 간편하게 계산하는 방법은 생각하지 못하였다. 또한 기약분수로 고친 경우, 분모가 2, 4, 5, 8 등인 경우는 거의 암기하여 쉽게 해결했으나, <그림 4>에서처럼 분모가 125가 되어 소수로 바꾸는 것이 복잡해지는 경우 포기하는 경향이 있었다. 강조하건대 분수를 소수로 바꾸는 방법 자체를 몰라서가 아니라 자신이 기억하고 있는 분수가 아니기 때문에 어려움을 겪는 것으로 드러났다. 결과적으로, 학생들은 소수 계산을 십진 분수와의 연결을 통해 생각하기보다는 일단 소수를 분수로 고친 후에는 분수 계산만으로 생각하고 여기서 약분이 계산을 간단하게 할 수 있는 방법이라고 믿고 있었기 때문에 분수가 나오면 무조건 약분을 하여 기약분수로 만들려고 하였다:

> 분수 계산을 할 때 약분을 먼저 하고 풀면 계산이 더 간단해요. 그래서 이 문제[1.25×0.7]도 약분 먼저 한 것 같아요. 그리고 선생님들께서도 분수는 약분을 해야 한다고 하셨어요.

한편, 분수지식 오류를 보이는 학생들은 대부분 역수를 곱하여 계산한다는 분수 나눗셈의 알고리즘을 알고 있으면서도 그 계산 원리를 제대로 이해하지 못하는 것으로 드러났다. 또한 일반 분수의 역수를 구하는 방법은 기계적으로 알고 있었으나, 분자·분모가 드러나지 않는 자연수의 역수를 제대로 구하지 못하는 경우가 많았다. 연산간의 혼동도 일어나서 예를 들어, 0.8x0.02의 경우 $\frac{80}{100} \times \frac{2}{100}$, 12.48÷8의 경우 $\frac{1248}{100} \div \frac{800}{100}$ 으로 분수의 덧셈처럼 분모를 통분하여 결과적으로 복잡하게 약분하는 경향이 있었다. 결과적으로 분수 지식 오류의 원인은 소수와 십진 분수의 연결 관계에 대한 이해 부족과 기계적 계산에 치중하여 결과를 암기하거나 원리를 이해하지 못한 채 알고리즘을 사용한 데서 비롯되었다.

2. 교수실험 설계 및 결과 분석

면담을 통해 알게 된 오류 유형별 원인을 살펴보면 오류 유형에 특정한 원인도 있지만 대부분 개념적 이해보다는 맹목적인 알고리즘 적용, 소수의 의미 및 곱셈과 나눗셈에 관한 계산 원리의 이해 부족, 소수와 십진 분수의 연결 관계 이해 부족 등이 근본적이고 공통된 오류 원인으로 드러났다. 따라서 교수실험에서는 소수 계산과 관련된 선행 핵심 지식들을 잘 연결시키기 위한 지도방안을 탐색하였다.

한편, 소수 지도에 관한 이론적 배경을 토대로 현행 교과서를 소수 계산과 선행지식과의 연결성 측면에서 분석하여 보았을 때 소수와 십진 분수 개념을 연결하기 위한 구체적인 지도내용이나 개념 이해를 돕는 조작활동이 부족한 것으로 드러났다. 또한 연산의 의미를 학생 나름대로 사고하고 생각하게 하기보다는 상세한 유도과정을 통해 형식화를 추구하는 데 초점을 두고 있었으며, 소수 연산의 과정이나 결과 처리에 많이 활용되는 동치소수를 간단히 다루는 경향이 있었다. 따라서 교수실험에서는 학생들의 사고를 촉진하거나 개념적 이해를 돕는 활동을 강조하고 십진 블록을 적극적으로 활용하여 소수의 개념이나 계산원리를 탐구할 수 있도록 하였다.

교수실험은 전체 7차시로 십진 분수의 개념 도입, 소수와 십진 분수의 연결, 소수 사이의 관계, 소수 곱셈의 의미와 알고리즘의 발견, 소수 나눗셈의 의미와 알고리즘 발견의 순으로 구성하였다. 전반적인 교수실험 과정안의 개요는 <부록 1>에 제시되어 있고, 세부적인 학습 주제를 다루는 예는 <부록 2>에 첨가하였다[8]. 교수실험 결과 오류를 보인 학생들이 소수의 개념이나 연산의 의미 및 계산 원리를 어떻게 이해하는지, 구체적으로 본 연구에서 새롭게 시도한 십진 블록 활용은 십진 분수를 이해하는 데 도움이 되는지, 소수와 십진 분수를 잘 연결하여 이해하고 있는지, 동치 소수의 개념을 어떻게 설명하는지, 십진 블록을 이용하여 소수 곱셈과 나눗셈을 어떻게 구하는지 등을 분석하였다.

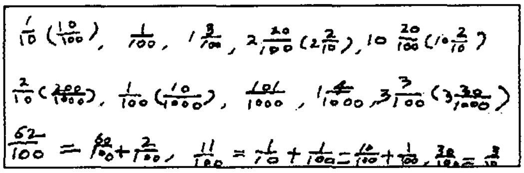
가. 십진 블록은 십진 분수를 이해하는 데 도움이 되는가?

---

8) 본 연구에서 각 차시별 교수실험 과정안의 구성 의도나 구체적인 활동 내용 등이 소수 계산과 선행지식을 연결시켜 지도하기 위한 방안이라는 측면에서 중요하나, 지면의 한계로 예시안만 제시하고 논문의 특성상 결과 분석에 초점을 둔다.

교수실험에서 학생들은 분모가 10, 100인 십진 분수를 십진 블록으로, 십진 블록을 십진 분수로 잘 나타내었다. 십진 블록을 십진 분수로 나타내기 위해서는 블록간의 단위 관계를 잘 파악하고 있어야 한다. 학생들은 이미 저학년 때 십진 블록을 수모형이라는 이름으로 자연수의 사칙 연산에서 활용해 본 적이 있으나 그 때는 백모형, 십모형, 낱개모형이라는 단위가 고정적으로 정해져 있었다. 그러나 본 연구의 소수 학습에서는 십진 블록을 유동적으로 사용하는 것이 필요했다. 예를 들어, 학생들은 $1\frac{4}{10}$, $\frac{35}{100}$을 각각 십진 블록으로 나타낼 때 $1\frac{4}{10}$는 막대블록을 1로 보아 막대블록 1과 단위블록 4개로 나타내고 $\frac{35}{100}$는 판블록을 1로 보아 막대블록 3개와 단위블록 5개로 나타내었다. 이와 같이 학생들은 주어진 분수에 따라 막대블록이나 판블록이 각각 기준 1이 되는 유동적인 단위 관계를 잘 파악하여 십진 분수로 나타내었다.

또한 십진 블록을 분모가 100인 분수로 나타낼 때 한 학생이 판블록이 1일 때 막대블록 1을 $\frac{1}{10}$과 $\frac{10}{100}$이라고 동시에 표현한 것이 계기가 되어 이후 다른 학생들도 십진 블록을 두개의 크기가 같은 분수로 나타내는 경향이 있었다(<그림 5> 참조). 이렇듯 십진 블록은 십진 분수를 도입하고 이해하는 데 도움이 될 뿐만 아니라[9] 크기가 같은 분수를 이해하는데도 부분적으로 도움이 되었다.



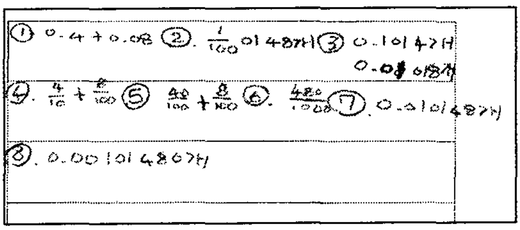
<그림 5> 십진 블록을 분수로 나타낸 활동지

9) 본 교수실험에서는 한 차시에 분모가 10, 100, 1000인 분수를 한꺼번에 제시하였으나, 두 학생의 경우 분모가 1000인 분수의 경우 십진 블록을 보고 크기가 같은 분수를 나타내는 데 어려움을 겪기도 했다. 따라서 후속 연구에서는 학생들이 여러 블록을 한꺼번에 재개념화하는 데 겪을 수 있는 혼동을 고려할 필요가 있겠다.

나. 소수를 십진 분수의 새로운 표기법으로 이해하고 소수와 십진 분수를 잘 연결하여 이해하고 있는가?

본 교수실험에서는 소수표기를 분수의 동치표현으로 하나의 약속처럼 당연하게 받아들이기보다는 학생들이 십진 분수의 새로운 표기법으로써 타당성을 생각해 보도록 하였다. 예를 들어, 십진 분수 $143\frac{1}{10}$을 백·십·일의 자리만 있는 자릿값 깔개에 나타내 보게 함으로써 새로운 자릿값의 필요성을 느끼게 하고 자릿값 간의 관계를 탐색해 본 후 이를 궁극적으로 소수로 표현하는 활동을 통해 학생들은 $\frac{1}{10}$자리를 어떻게 표기해야 하는지, 소수점의 역할은 무엇인지에 대해 생각해보는 기회를 갖게 되었다.

또한, 0.48을 여러 가지 방법으로 나타내라고 했을 때 학생들은 소수와 십진 분수를 잘 연결시켜 다양한 방법으로 나타낼 수 있었다. 특히, 학생H의 경우 이전의 면담과정에서 자릿값 개념을 어려워하였고 소수판을 보고도 소수로 나타내지 못했었으나 본 교수실험에서는 다양한 방법으로 0.48을 설명하였으며(<그림 6> 참조) 소수판을 보고 소수로 표현할 수 있었다. 이와 같이 학생들은 십진 블록의 구체적인 조작 활동을 통하여 십진 분수와 소수의 연결 관계, 자릿값 사이의 관계, 크기가 같은 분수나 소수의 개념들을 자연스럽게 이해하였다.



<그림 6> 0.48의 다양한 표현

다. 동치소수가 크기가 같은지를 어떻게 설명하는가?

학생들은 이전의 면담 과정에서 동치소수의 개념을 제대로 이해하거나 활용하지 못했었다. 교수실험에서도 학생들은 처음에 동치소수를 잘 찾았으나 예를 들어, 0.3과 0.30이 왜 같은지에 대해서는 면담에서와 같이 소수점 뒤의 끝자리 0은 아무것도 없는 것이니까 언제든

지 붙이거나 지울 수 있기 때문이라고 설명하였다. 다음 <에피소드 3>은 학생들이 이전 차시에서 활용한 십진 블록이나 소수판과 관련하여 동치 소수의 개념을 어떻게 설명하는지 보여주는 예이다.

<에피소드 3> <u>0.3과 0.30의 비교</u>

연구자: [0.3과 0.30이 왜 같은지를] 십진 블록이나 소수판과 관련시켜 설명해 볼래?

학생들: (각자 십진 블록이나 소수판을 선택해서 0.3과 0.30을 각각 놓아 보았다.) [이때, 십진 블록에서 판블록을 1로 보게 하였다.]

연구자: C가 설명해 볼래?

학생C: (자신의 소수판을 보며) 0.3과 0.30을 소수판에 놓았더니 크기가 똑같아요.

연구자: 십진 블록으로 한 사람은?

학생E: 0.3은 막대블록이 3개고요. 0.30은 단위블록 30개를 놓았어요. 그러니까 크기가 같아요.

연구자: 막대블록과 단위블록을 왜 그렇게 놓을 수 있는지 설명해 볼래?

학생E: 막대블록이 0.1이니까 0.3은 막대블록이 3개고요. 단위블록이 0.01이니까 0.30은 30개를 놓았어요.

연구자: 이번에는 십진 블록이나 소수판 없이 설명해 볼까?

학생B: 소수판을 보니 생각났는데요. $\frac{3}{10}$과 $\frac{30}{100}$은 같잖아요!

연구자: 또, 다른 사람?

학생C: 0.1이 3개인 것은 0.01이 30개인거랑 크기가 같아요.

학생E: 저도 그렇게 얘기 하려고 했어요.

교수실험을 설계할 때 학생들이 십진 블록과 소수판을 활용하여 소수의 의미를 학습했기 때문에 이를 통해 자연스럽게 동치소수의 개념을 이해할 수 있을 것이라고 기대하였다. 위의 에피소드에서 드러난 바와 같이 학생들은 십진 블록이나 소수판의 구체적인 활동과 연계하여 0.1이 3개인 것은 0.01이 30개인 것과 같다는 것을 찾아내기도 하고, 십진 분수와 연결하여 $\frac{3}{10}$과 $\frac{30}{100}$이 동치분수로 같다는 것을 찾아내어 동치 소수의 개념을 설명할 수 있었다.

또한 학생들은 동치소수를 알고리즘적으로만 이해하는 데서 벗어나서 소수의 연산에서 동치소수를 다양하게 사용하고 있다는 것을 알게 되었다. 구체적으로, 자릿수가 다른 소수의 덧셈과 뺄셈을 계산할 때 소수점 이하 자릿수가 작은 소수를 자릿수가 같도록 동치소수로 만들어 계산할 수 있다는 것과 동치소수 덕분에 소수의 나눗셈에서 피제수를 나누어떨어질 때까지 0을 내려 계산할 수 있다는 사실을 새롭게 알게 되었다.

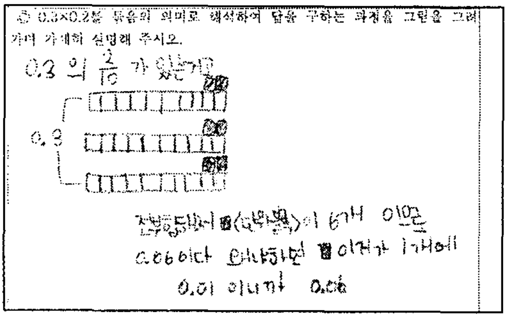
> 소수 나눗셈을 하면서 ... 하다가 0을 내리는 게 그냥 내리는 줄 알았는데, 왜 0이 내려오는 이유가 동치소수라는 것을 새롭게 알게 되었다(학생 C의 일지에서).

라. 소수 곱셈의 의미를 이해하고 십진 블록을 활용하여 소수 곱셈의 곱을 어떻게 구하는가?

본 연구의 학생들은 대부분 동수누가와 묶음의 의미로 자연수 곱셈의 의미를 이해하고 있었지만, 이전 면담에서 드러났듯이, 이를 소수 곱셈의 의미와 자연스럽게 연결시키지는 못하였다. 특히 (소수)×(소수)의 경우는 동수누가의 의미로 해석이 안 되기 때문에 문장제를 만들거나 모델링하지 못하였다. 이에 교수실험에서는 기본적으로 묶음의 의미로 소수의 곱셈을 해석하도록 안내하였는데, 이는 십진 블록으로 모델링하기가 쉽고 소수 곱셈의 모든 지도 내용에 고루 적용될 수 있기 때문이었다. 학생들은 처음에 예를 들어, 0.3×0.5를 0.3의 $\frac{5}{10}$ 묶음이라는 의미로 해석하는 것을 생소하게 생각했으나 묶음의 의미에 대한 설명을 듣고 직접 십진 블록으로 모델링 해 봄으로써 의미를 파악하였다. 십진 블록 구조의 특성상 10등분이나 100등분한 것이 눈에 잘 드러나기 때문에 0.3의 $\frac{5}{10}$를 표현할 수 있었다. 또한 학생들에게 소수 곱셈의 다양한 문장제와 식을 보고 피승수보다 클지, 작을지, 왜 그런지를 추론해 보도록 했는데, 적절히 묶음의 의미로 해석하여 승수가 자연수, 1보다 큰 소수, 1보다 작은 소수인지에 따라서 곱한 결과를 피승수와 비교할 수 있었다. 이와 같은 활동을 통해 학생들은 소수의 곱셈은 곱한 결과가 자연수의 곱셈과 달리 항상 처음수보다 커지는 것은 아니라는 것을 깨닫게 되었다.

또한 학생들은 십진 블록을 이용하여 소수 곱셈의 곱을 모델링할 수 있었다. <그림 7>은 이전 면담 과정

에서 곱셈의 의미를 제대로 이해하지 못했던 학생 B가 막대블록 1개를 0.1로 보고 0.3×0.2의 답을 구한 방법과 이에 대한 설명이다. 전반적으로 학생들은 여러 가지 블록을 단위로 사용하여 다양하게 소수의 곱셈을 모델링하였으며 다른 사람이 모델링 한 것을 자신의 모델링과 비교하면서 좀 더 유동적으로 사고하였다.



<그림 7> 십진 블록을 활용하여 0.3×0.2 구하기

한편, 학생들은 (소수 한 자리)×(소수 한 자리)는 모델링하여 곱을 구하는데 별 어려움을 느끼지 않았으나 (소수 한 자리)×(소수 두 자리)에서는 어려움을 겪는 경우도 있었다. 예를 들어, 십진 블록을 이용하여 0.1×0.01을 구하게 했을 때 학생E의 경우는 판블록을 1로 보고 막대블록을 1개 놓은 후 그 다음에 어떻게 해야 할지 잘 모르겠다고 하였다. 학생H의 경우는 판블록을 1로 보고 곱을 단위블록 1개로 나타내고 0.01이라 하였다. 다음 <에피소드 4>는 학생들이 이와 같은 어려움에 대해 서로의 오류를 어떻게 교정해 주는지 잘 나타나 있다.

<에피소드 4> <u>십진 블록을 이용하여 곱을 구하기</u>

연구자: E가 왜 어려움을 겪었는지 얘기해 볼까?
학생G: 블록을 잘못 써서. 판블록을 1로 하면 안돼요. 그러면 막대블록이 0.1인데 막대블록은 100등분 할 수가 없잖아요.
학생E: 아! 맞다!
연구자: H는 왜 0.01이 나왔는지 설명해 줄래?
학생H: 저는 판블록 1의 $\frac{1}{100}$ 은 단위블록이니까 0.01인 것 같은데요.
학생E: 판블록은 0.1이어야 맞잖아.
연구자: 다른 사람은 어떻게 생각해?
학생C: 왜 1의 $\frac{1}{100}$ 을 하는데? 0.1의 $\frac{1}{100}$ 을 해야지!
학생H: C 말이 맞는 것 같아요. 저는 전체 1의 $\frac{1}{100}$ 을 구해야 하는 줄 알고…

학생H는 십진 블록을 십진 분수로 나타낼 때 전체 1을 어느 블록으로 해야 하는지에 관심을 가졌기 때문에 소수의 곱셈에서도 피승수보다는 전체 1의 묶음을 구하려고 하였다. E의 경우는 블록 선택을 잘못하여 어려움을 겪었다. 그러나 서로 오류를 교정해 주는 과정을 통해 블록의 단위를 바르게 사용한 학생들은 단위에 대해 더 명확하게 이해하였고 오류를 보인 학생들도 오류를 수정할 수 있는 계기가 되었다.

한편, 학생들은 모두 대소수의 곱셈을 모델링하는 데 어려움을 겪었다. 예를 들어, 0.6×1.4의 경우 0.6의 $1\frac{4}{10}$ 묶음은 0.6의 1묶음과 0.6의 $\frac{4}{10}$ 묶음이라는 것을 스스로 찾아내지 못하였다. 따라서 본 교수실험에서는 대소수와 대소수의 곱셈은 시도해보지 못하였다. 하지만, 전반적으로 십진 블록을 활용한 소수의 곱셈지도는 소수 곱셈의 의미를 묶음의 의미로써 이해하는데 도움이 됨은 물론 소수 곱셈을 알고리즘으로만 해결하지 않고 연산의 의미를 생각해 보고 모델링하여 곱을 구함으로써 개념적으로 이해하도록 하는데 도움이 되었다.

마. 소수 나눗셈의 의미를 어떻게 이해하고, 십진 블록을 이용하여 소수 나눗셈의 몫을 어떻게 구하는가?

학생들은 처음에 자연수의 나눗셈을 분배(등분)와 넓이의 의미로 이해하여 적절한 문장제를 만들 수 있었으나 측정(포함)의 의미로 만들지는 못했다. 이에 12÷4가 필요한 상황을 분배, 넓이, 측정의 의미로 설명한 뒤, (소수)÷(자연수) 형태의 문장을 제시했을 때, 모두 분배의 의미로만 파악하였다. 하지만, 0.8÷0.2와 같이 (소수)÷(소수)의 문제에 대해서 0.2로 나눈다는 것이 어렵기 때문에, 측정의 의미를 적용해 0.8안에 0.2가 몇 번 들어가는지, 또는 0.8m를 0.2m씩 자르면 몇 개가 되는지 등으로 해석할 수 있었다.

한편, 학생들이 십진 블록을 이용한 소수 나눗셈 학습으로 인해 몫에 0을 빠뜨리는 오류를 수정하고 그 근거를 설명할 수 있는지 알아보았다. 우선 3.56÷4와 같은 형태의 몫은 십진 블록으로 쉽게 모델링하여 몫을 구한 반면에, 12.4÷5의 몫을 구할 때는 모델링에 어려움을 겪는 학생들이 있었다. 왜냐하면, 후자의 경우는 소수점 아래 0을 내려 계산해야 하는 문제이므로 처음 모델링했던 블록을 분배하는 것으로 그치지 않고 피제수의 제일 아래 자릿수의 블록을 또다시 아랫단위의 블록으로 교환하는 것까지 고려해야 했기 때문이었다. 따라서 교수실험에서 이와 같은 형태의 나눗셈 문제에 대해 충분히 모델링하여 몫을 구해본 후 나눗셈과정과 분배절차를 연결시켜 설명해보도록 했다. 이를 통해 초기에 모델링에 어려움을 겪었던 학생들도 몫을 바르게 구할 수 있었다. 특히 다음 <에피소드 5>에는 몫에 0이 있는 소수의 나눗셈에서 오류를 보였던 학생G와 H가 이와 같은 활동을 통해 소수 나눗셈을 어떻게 해결하는지 제시해주며 몫에 0이 들어가는 이유에 대한 학생들의 생각이 나타나있다.

<에피소드 5> 몫에 0이 있는 소수 나눗셈의 몫을 구하기

연구자: H가 35.4 ÷ 5를 어떻게 풀었는지 설명해 줄래?
학생H: 35.4를 정육면체 블록 3, 판블록 5, 막대블록 4개로 나타낼 수 있죠. ...정육면체 블록 3개를 판블록 30개와 바꿔서 전부 35개가 되니까 7개씩 나눠주고, 막대블록 4개가 남는데 5등분할 수 없으니까 단위블록 40개와 바꿔요. .... 5로 나누면 8개씩 가져요. 그래서 한사람이 판블록 7개, 단위블록 8개를 가지니까. 7.08이요.
연구자: G가 486 ÷ 12를 설명해 줄래?
학생G: [자신이 푼 486 ÷ 12의 나눗셈 과정을 보여주며] 480은 12개로 나누면 40개씩 가질 수 있어요. 그래서 40을 [몫에]쓰고요. (설명은 40이라고 했지만 나눗셈식에는 몫의 십의 자리에 4라고 썼다.). 6개는 12개로 나눌 수 없으니까 0을 쓰고 60개로 만들어서 12개로 나누어요.
연구자: 6개를 왜 60개로 만들 수 있지?
학생G: 십진 블록으로 생각하면 6은 아랫 블록 [0.1에 해당하는 블록] 60개와 같으니까요.
연구자: 계속 해봐.
학생G: 그래서 60개를 12개로 나누면 5개씩 가지게 되니까 모두 40개와 아랫 블록이 5개. 그래서 40.5요.
연구자: 아랫 블록은 어떤 자리를 얘기하지?
학생G: 음, 0.1자리요.
연구자: 지금 푼 문제의 공통점이 무엇 같니?
학생C: 답에 0이 들어가요.
연구자: 몫에 0을 쓰는 이유는?
학생B: 나누어지지가 않으니까요.
학생C: 나눠지지가 않으니까 아랫 블록으로 바꿔져야 하니까 그곳에는 0을 해줘야지요.
학생들: 맞아요.

위 에피소드에서 학생G의 경우 486을 십진 블록으로 모델링한 후 12개로 나누는 것이 복잡하다고 판단하여 다른 문제에서처럼 직접 분배하는 대신에, 나눗셈 과정을 분배 절차와 관련지어 설명하였다. 십진 블록을 직접 사용하지 않고도 십진 블록을 이용한 분배 절차의 각 단계를 확실히 이해하고 있음을 알 수 있다. 다른 학생들도 대소수의 나눗셈이나 제수인 자연수가 큰 경우 직접 모델링하지 않고도 학생G처럼 나눗셈 과정을 분배 절차와 연결시켜 설명할 수 있었다. 이와 같이 십진 블록을 이용한 소수 나눗셈의 지도는 분배 의미로서의 소수 나눗셈의 의미를 이해하는데 도움이 됨은 물론 알고리즘으로만 계산하지 않고 의미를 생각해 보고 모델링하여 몫을 구함으로써 계산 원리를 이해하도록 하는데 도움이 되었다.

V. 결론 및 제언

본 연구의 목적은 초등학교 6학년 학생들이 소수 계산에서 보이는 오류를 선행지식과 관련하여 분석하고 선행지식과 소수 계산을 잘 연결시켜 지도하기 위한 방안을 설계하고 적용해 봄으로써 소수 지도에 대한 구체적인 시사점을 얻고자 의도했다. 본 연구를 통해 얻을 수 있는 시사점을 분석해보면 다음과 같다.

첫째, 소수 계산 지도에서 무엇보다 개념적 이해가 중요하다. 학생들은 기계적인 암기나 알고리즘에 의존하여 소수점 규칙만 제대로 적용하면 계산이 가능하기 때문에 다른 연산에 비해 소수 계산을 별로 어렵다고 생각하지 않는 경향이 있다. 하지만 오류 유형 검사나 심층 면담에서 많은 학생들이 소수의 개념, 동치소수에 대한 명확한 개념, 분수와 소수의 관계 등을 제대로 이

해하지 못해서 여러 가지 오류가 나타났고 알고리즘 사이에 잦은 혼동을 일으켰다. 또한 간단한 분수인 경우는 거의 암기하여 소수로 변환하는 반면에, 자신에게 익숙하지 않은 분수를 소수로 고치는 과정은 포기하거나 생각하는 것 자체를 꺼려하기도 하는 것으로 드러났다. 따라서 계산 숙달에 앞서 기본적인 개념적 이해가 필요하다.

둘째, 소수 연산의 의미를 비중 있게 다루고 서로 연계하여 지도할 필요가 있으며 이를 반영하는 교과서 전개가 필요하다. 본 연구에서 학생들은 곱셈과 나눗셈의 경우 기본 연산의 의미를 잘 모르기 때문에 구체적으로 모델링하거나 그림으로 표현하는 데 어려움을 겪었다. 교과서에서는 (소수)×(자연수)는 동수누가와 묶음의 의미로, (소수)×(소수)는 넓이의 의미로 실생활 문제나 그림이 제시되고 있고, 소수 나눗셈의 경우는 분배나 측정의 의미로 제시되어 있다. 하지만, 주어진 문제에 대해서 학생들이 어떤 연산자를 선택하고 어떻게 모델링해야 하는지 사고할 필요도 없이 바로 연산식이 도입되고 모델링하는 과정을 구체적으로 안내한 후 형식화를 유도하고 있다. 결과적으로 학생들은 교과서에 제시된 다양한 연산의 의미를 비교 분석하면서 이해하고 연계하기보다는 주어진 문제 유형과 관련하여 효율적인 알고리즘을 쉽게 받아들이고 간단하게 적용하는 수준에 머무르기가 쉽다. 따라서 학생들이 다양한 해결전략을 생각해보고 서로 논의해보며 연산의 여러 가지 의미대로 모델링하여 답을 구하는 과정을 통하여 소수 계산 원리를 이해하도록 하는 지도가 필요하다.

셋째, 소수 계산 지도는 선행 지식과의 연결을 통해서 추구되어야 한다. 본 연구 결과 학생들이 소수 계산에서 범하는 오류 유형은 대개 자릿값과 자연수 연산의 의미에 대한 이해 부족, 소수와 십진 분수의 연결 관계나 계산 원리에 대한 이해 부족 등으로 선행지식에 대한 이해와 밀접하게 관련된 것으로 드러났다. 이는 최근의 선행 연구들에서 소수는 분수와 자연수 등의 선행지식과 잘 연결시켜 이해하지 못했을 때 여러 가지 오류가 발생한다는 주장을 뒷받침한다(예, Drexel, 1997; Stacey, 2005). 따라서 소수 계산에서 나타나는 오류를 줄이기 위해서는 이들 선행지식과의 연결 관계를 세밀하게 분석하고 이를 연계하여 안내해야 할 필요가 있다.

마지막으로, 십진 블록과 같은 구체물 조작활동을 통하여 소수의 개념과 계산 원리를 지도하여야 한다. 교과서에서는 띠그래프, 모눈종이, 수직선 등의 반구체물을 활용하고는 있으나 구체적인 조작활동을 장려하고 있지는 않다. 또한 자연수의 사칙연산과 관련하여 연산의 성질과 알고리즘을 학생 스스로 발견해 볼 수 있도록 십진 블록을 적극 활용하고 있는 반면에, 소수 계산 지도에서는 소수 사이의 관계를 알아보는 차시에서 간단히 그림으로 제시된 것이 전부이다. 본 연구에서는 교수 실험을 통해 소수 계산에서 전형적인 오류를 보이는 학생들이 십진 블록을 활용하여 소수 개념을 이해하고 연산의 의미 및 계산 원리를 탐구할 수 있는지 면밀하게 살펴보았다. 분석 결과 십진 블록을 활용한 활동은 소수와 십진 분수의 연결 관계를 쉽게 이해하도록 함으로써 소수의 자릿값, 소수사이의 관계, 동치소수에 대한 개념을 이해를 하는데 도움이 되었다. 또한, 십진 블록을 이용한 소수 곱셈과 나눗셈의 지도는 연산의 의미를 이해하는데 도움이 됨은 물론 알고리즘으로만 계산하지 않고 의미를 생각해 보고 모델링하여 답을 구함으로써 계산원리를 이해하도록 하는데 도움이 되었다.

다만 유의할 점은 십진 블록을 활용한 소수의 연산 지도가 모든 곱셈과 나눗셈의 지도에 적합하지는 않을 수 있다는 것이다. 교수실험에서 드러났듯이 대소수의 곱셈과 나눗셈이나 넓이의 의미로써의 연산에서는 오히려 모델링하기가 복잡할 수 있다. 또한 본 연구는 이미 교과서를 통해 소수 연산을 학습한 학생들을 대상으로 오류를 분석하고 이를 처치하기 위한 방안으로써 십진 블록을 활용하였기 때문에, 소수의 개념이나 연산을 처음 다루는 4학년이나 5학년 학생들에게도 동일한 효과가 있는지 보다 광범위하고 체계적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

교육부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과. 서울: 교육부.

김용태 (2000). 소수개념의 분석 및 그 지도에 관한 연구. 서울대학교 대학원 석사학위 논문.

김용태 (2002). 조작활동을 통한 분수와 소수 개념의 연결 지도에 관한 연구. 초등교육연구 **17(3)**, pp.1-26.

이경아 (1996). 유리수 계산에서 나타나는 오류의 현상적 분석. 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.

윤희태 (2002). 초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구. 인천교육대학교 대학원 석사학위 논문.

Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 권성룡·김남균·김수환·김용대·남승인·류성림 외 6인 공역 (2005). 수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게? 서울: 경문사.

Buck, J. C. (2000). Building connections among classes of polynomial functions. *Mathematics Teacher*, **93(7)**, pp.591-594.

Clemen, L. L. (2001). What do students really know about functions? *Mathematics Teacher*, **94(9)**, pp.745-748.

Drexel, R. E. (1997). *Connecting common fraction and decimal fraction concepts: A common fraction perspective.* Unpublished doctoral dissertation. University. of Wisconsin-Madison.

Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the child's mind.* New York: Cambridge University Press.

Hiebert, J. (1992). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fraction. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. S. Hattrup (Eds.), *Analyses of arithmetic for mathematics teaching* (pp.283-322). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouwa (Ed.), *Handbook of reserch on mathematics teaching and learing* (pp.65-97). New York: Macmillan.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1988). A cognitive approach to meaningful mathematics instruction: Testing a local theory using decimal numbers. *Journal For Research in Mathematics Education,* **19(5)**. pp.371-384.

Hershkowitz, R.; Schwarz, B. B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal For Research in Mathematics Education,* **32(2)**. pp.195-222.

House, P. A. & Coxford, A. F. (Eds.). *Connecting mathematics across the curriculum.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teacher's understanding of fundamental mathematics in China and the United states.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 신현용·승영조 공역(2002). 초등학교 수학 이렇게 가르쳐라. 서울: 승산.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.* New York: John Wiley & Sons. 강윤수·고상숙·권오남·류희찬·박만구·방정숙 외 3인 공역(2005). 정성연구방법론과 사례연구. 서울: 교우사.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

_______ (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

Resnick, L. B.; Nesher, P.; Leonard, F.; Magone, M.; Omanson, S. & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithemetics errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education,* **20(1)**, pp.8-27.

Stacey, K. (2005). Travelling the road to expertise: A longitudinal study of learning. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* **Vol. 1**, pp.19-36.

Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp.267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

An Analysis of Connection between Errors and Prior Knowledge in Decimal Calculations of 6th Grade Students

Pang, JeongSuk
Korea National University of Education, Chungbuk 363-791, Korea
E-mail: jeongsuk@knue.ac.kr

Kim, Jae Hwa
Gwacheon Gwanmun Elementary School, Gyunggi 427-040, Korea
E-mail: kjh-11@hanmail.net

The purpose of this study was to analyze the connection between students' errors and prior knowledge as an attempt to design an efficient teaching method in decimal computation. A survey on decimal computations was conducted in two 6th grade elementary school classrooms. Error patterns on decimal computations were analyzed and clinical interviews were conducted with 8 students according to their error patterns. Main errors resulted from the insufficient understanding of prior knowledge such as place value, connection between decimals and fractions, meaning of operations, and computation principles of fractions.

In order to help students overcome such obstacles, a teaching experiment was designed in a manner that strengthens a profound understanding of prior knowledge related to decimal computations, and connects such knowledge to actual decimal calculations. This study showed that well-designed lesson plans with base-ten blocks might decrease students' errors by helping them understand decimals and connect their prior knowledge to decimal operations.

* ZDM classification : D73
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D70
* Key Word : errors in decimal computation, mathematical connection, teaching experiment, base-ten blocks.

<부록 1> 교수실험 설계 개관

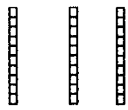
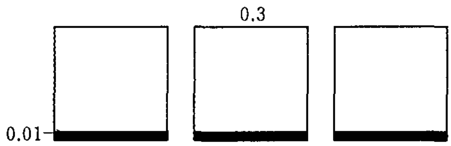
차시	학습주제	학습내용	관련단원
1	십진분수의 개념 도입	◎ 개념 단계 : 십진 블록을 이용하여 십진 분수를 도입하기 - 분모가 10인 십진 분수의 도입 : 막대블록을 1이라 할 때 주어진 블록을 분수로 나타내기 : 분모가 10인 십진 분수를 십진 블록으로 나타내기 - 분모가 100인 십진 분수의 도입 : 판블록을 1이라 할 때 주어진 블록을 분수로 나타내기 : 분모가 100인 십진 분수를 십진 블록으로 나타내기 - 분모가 1000인 십진 분수의 도입 : 정육면체블록을 1이라 할 때 주어진 블록을 분수로 나타 내기 : 분모가 1000인 십진 분수를 십진 블록으로 나타내기	3-나 6.분수와 소수 4-나 2.소수
2	소수와 십진분수의 연결	◎ 연결ㆍ 기호단계 : 십진 분수를 새로운 자릿값으로 표현하고 그 타당성 논의하기 : 소수의 자릿값 알기(자릿값 사이의 관계, 자릿값 알기) - 수학사 들려주기 (소수의 역사)	
3	소수 사이의 관계	- 0.3과 크기가 같은 소수 찾고 소수점 끝의 끝수처리 방법 이해하기 - 0을 넣는 위치에 따라 소수의 크기가 어떻게 변하는지 알아보기 - 주어진 소수의 10배에 대한 학생들의 오류를 논의하기	4-나 2.소수
4~5	곱셈의 의미와 알고리즘의 발견	<곱셈의 다양한 의미 알기> ◎ 개념단계 : 문장제를 보고 곱셈의 의미를 알기, 답이 처음보다 클지, 작을지 또 왜 그렇게 생각했는지 추론하기 ◎ 연결ㆍ기호단계 : 식을 보고 곱셈의 의미 알기, 답 추론하기 <알고리즘의 발견> ◎ 개념단계 : 문제 상황을 보고 십진 블록을 이용하여 해결하기 ◎ 연결ㆍ기호단계 : 식을 보고 십진 블록을 이용하여 해결하기 - 주어진 식을 묶음의 의미로 해석하여 곱을 구한 후 규칙 발견하기	5-나 1.소수의 곱셈
6~7	나눗셈의 의미와 알고리즘의 발견	<나눗셈의 다양한 의미 알기> ◎ 개념단계 : 문장제를 보고 나눗셈의 의미 알기, 답이 처음보다 클지, 작을지 또 왜 그렇게 생각했는지 추론하기 ◎ 연결ㆍ기호단계 : 식을 보고 나눗셈의 의미 알기, 답이 처음보다 클지, 작을지 또 왜 그렇게 생각했는지 추론하기 <알고리즘의 발견> ◎ 개념단계 : 문제 상황을 보고 분배의 의미로 십진 블록을 이용하여 해결하기 ◎ 연결ㆍ기호단계 : 십진 블록과 계산과정을 연결하여 식으로 표현하기	5-나 4. 소수의 나눗셈

<부록 2> 교수 설계의 구체적인 지도안 예

<table>
<tr><td>관련단원</td><td>5-나-1. 소수의 곱셈</td><td>차시</td><td>4~5/7</td></tr>
<tr><td>학습
목표</td><td colspan="3">소수 곱셈의 다양한 의미를 알 수 있다.
십진 블록을 이용하여 소수 곱셈을 묶음의 의미로 모델링할 수 있다.
소수 곱셈의 소수점 규칙을 발견할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>학습주제</td><td colspan="3">소수 곱셈의 의미와 알고리즘의 발견</td></tr>
<tr><td>준비물</td><td colspan="3">십진블록, 수학일지</td></tr>
<tr><td>학습단계</td><td colspan="3">교수·학습 활동</td></tr>
<tr><td>도입</td><td colspan="3">◎ 자연수 곱셈의 의미알기
· 3 × 4가 필요한 상황을 문장으로 만들어 보아라.
· 각자 만든 문장제가 곱셈의 의미 중 어디에 해당하는지 파악하기(동수누가, 묶음, 넓이의 의미)</td></tr>
<tr><td>전개</td><td colspan="3">◈ 활동1) 소수 곱셈의 다양한 의미를 알고 답이 처음수(피승수)보다 클지 작을지 추론하기
◎ 다음 문장제를 식으로 나타내고 답이 처음 수보다 클지 작을지 생각해 보시오.
1) 이스트 반죽: 효인이는 요리 교실에서 배운 빵만들기를 집에서 실습해 보기로 하였다. 효인이는 빵 반죽에 0.3g짜리 이스트를 3개를 넣었다. 이스트를 몇 g 넣었는가?
2) 이스트를 적게 넣은 반죽: 위의 반죽으로 빵을 만들었더니 너무 큰 빵이 만들어졌다. 효인이는 빵의 크기를 줄이기 위해 이스트를 조금 적게 넣기로 하였다. 이번에는 반죽에 0.3g짜리 이스트의 5/10을 넣었다. 이스트를 몇 g 넣었는가?
3) 상철이는 가로 1.2m, 세로 1.5m인 책상을 만들었다. 이 책상의 넓이는 얼마인가?
4) 길이가 1.3m인 테이블 6개를 서로 붙여놓으려고 한다. 테이블 전체의 길이는 얼마인가?
· 식으로 나타내어라.
· 어떤 의미로 해석할 수 있는가?
· 답이 처음 수보다 클지 작을지 생각해 보아라. 왜 그렇다고 생각하는가?
◎ 0.3 × 4, 0.3 × 0.5, 0.3 × 4.5의 곱셈식을 보고 물음에 답하여라.
· 동수누가의 의미로 표현하기에 적절한 식은?
· 묶음의 의미로 표현하기에 적절한 식은?
· 넓이의 의미로 표현하기에 적절한 식은?
· 답이 처음 수보다 클지 작을지 생각해 보아라. 왜 그렇다고 생각하는가?

◎ 다음 등식에서 ■는 2~9까지의 수이다. 다음 각각의 경우에 답이 처음 수보다 큰가? 작은가? 또는 알 수 없는가? 그 이유를 간단하게 설명해 보아라.
1) ■ × ■ 2) 0.■ × ■ 3) ■ × 0.■ 4) 0.■ × 0.■

◈ 활동2) 십진 블록을 이용하여 '묶음'모델을 만들고 곱을 구하기
◎ 십진 블록을 이용하여 활동1의 이스트 반죽 문제를 해결하여라.
◎ 십진 블록으로 모델링하기</td></tr>
</table>

	· 십진 블록으로 0.8×0.3의 '묶음'모델을 만들어 곱을 구하여라. · 십진 블록으로 0.6×1.4의 '묶음'모델을 만들어 곱을 구하여라. · 십진 블록으로 0.1×0.01의 '묶음'모델을 만들어 곱을 구하여라. · 각각 어떤 블록을 단위로 해야 하는가? ◎ 민수와 수영이가 십진 블록으로 0.3 × 0.01을 나타내는 '묶음'모델을 다음과 같이 각각 만들었다. 두 사람의 모델이 옳은지 그른지 판단하고 그 이유를 설명하여라. a. 김민수 막대블록 = 0.1 따라서 0.3 = 막대블록 3 단위블록 =0.01  막대블록3(0.3)은 단위블록 (0.01)이 30이므로 답은 30 b. 박수영 판블록=0.1 따라서 0.3= 판블록 3개 막대블록 = 0.01 단위블록 =0.001  각 판블록에 막대블록이 1개씩 있으므로 답 : 막대블록 3 또는 0.03 ◈활동3) 소수점 자리 규칙 발견하기 · 0.8×1 0.8×0.1 0.8×0.01 각각을 '묶음' 의미로 해석하여 답을 구하여라. · 답의 소수점을 찍는 규칙을 발견할 수 있는가? · 또 다른 방법을 찾아보아라.
정리	◎ 수학 일지 쓰기 : 배운 내용을 정리하며 알게 된 점, 느낀 점, 어려웠던 점을 쓰기