

태양주기별 흑점수의 프랙탈 차원과 최대흑점수의 상관관계

김록순^{1,2}, 이유^{1†}, 조경석^{2,3}, 문용재², 김순옥²

¹충남대학교 천문우주학과

²한국천문연구원

³뉴저지공과대학 태양지구물리연구센터

FRACTAL DIMENSION AND MAXIMUM SUNSPOT NUMBER IN SOLAR CYCLE

R.-S. Kim^{1,2}, Y. Yi^{1†}, K.-S. Cho^{2,3}, Y.-J. Moon², and S. W. Kim²

¹Chungnam National University, Daejeon 305-764, Korea

²Korea Astronomy and Space Sciences Institute, Daejeon 305-348, Korea

³Center for Solar-Terrestrial Research, New Jersey Institute of Technology, Newark, NJ 07102, U.S.A

E-mail: rskim@cnu.ac.kr

(Received March 24, 2006; Accepted June 13, 2006)

요 약

프랙탈 차원은 연속적으로 관측된 불규칙한 자료의 성질을 정량적으로 표현하는 파라미터이다. 본 연구에서는 프랙탈 차원을 이용하여 태양 흑점수의 불규칙한 변동을 분석하고 다가오는 태양주기의 최대흑점수를 예측하였다. 이를 위하여 우리는 SIDC(Solar Influences Data analysis Center)에서 제공하는 1850년부터 2004년까지의 일일흑점수를 이용하여 Higuchi의 방법으로 각 태양주기의 프랙탈 차원을 결정하고 같은 태양주기 동안의 최대 월평균 흑점수와 비교하였다. 그 결과 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수는 강한 역비례 관계를 보였다. 이러한 관계를 이용하여 태양활동 극소기부터 활동이 증가되는 기간인 4년동안의 흑점수만을 이용하여 프랙탈 차원을 구하고 다가올 극대기의 최대 월평균 흑점수를 예측한 결과 관측된 최대흑점수와 0.89의 좋은 상관관계를 보였다.

ABSTRACT

The fractal dimension is a quantitative parameter describing the characteristics of irregular time series. In this study, we use this parameter to analyze the irregular aspects of solar activity and to predict the maximum sunspot number in the following solar cycle by examining time series of the sunspot number. For this, we considered the daily sunspot number since 1850 from SIDC (Solar Influences Data analysis Center) and then estimated cycle variation of the fractal dimension by using Higuchi's method. We examined the relationship between this fractal dimension and the maximum monthly sunspot number in each solar cycle. As a result, we found that there is a strong inverse relationship between the fractal dimension and the maximum monthly sunspot number. By using this relation we predicted the maximum sunspot number in the solar cycle from the fractal dimension of the sunspot numbers during

[†]corresponding author

the solar activity increasing phase. The successful prediction is proven by a good correlation ($r=0.89$) between the observed and predicted maximum sunspot numbers in the solar cycles.

Key words: fractal dimension, maximum sunspot number, solar cycle

1. 서 론

태양은 흑점 및 활동영역에서 발생하는 플레어, 코로나 물질 방출(CME) 등 여러 활동으로 막대한 에너지의 복사선과 입자들을 태양-지구 및 행성간 우주 공간으로 방출한다. 이는 지자기 교란, 프로톤 현상, 고층 대기의 밀도 증가로 인한 위성의 끌림(drag) 현상, 전파통신 장애 등을 일으켜 지구 주변의 환경과 인간의 생활에 막대한 영향을 미친다. 태양 활동은 흑점수를 관측함으로써 감시할 수 있는데 흑점수는 약 11년의 주기로 극대와 극소를 반복한다. 그러나 자세히 분석해 보면 72-88년 정도의 Gleissberg 주기와 300일, 51일, 그리고 태양의 1회전에 해당하는 27일 또는 그 절반인 13.5일 등 여러 주기가 존재하는 것을 알 수 있다(Donnelly & Puga 1990, Bouwer 1992).

태양 활동에 의한 피해에 대비하기 위하여 우주환경 예보를 하는데 예보 기간에 따라 크게 세 가지로 나눌 수 있다. 1-2일 단위로 X선 폭발과 프로톤 증가, 지자기 폭풍을 예보하는 단기예보, 태양 자전주기의 반에 해당하는 12-15일 단위로 플레어와 흑점수를 예보하는 중기예보, 11년 태양주기 단위로 흑점수를 예측하는 장기예보가 있다. 그 중 장기예보는 태양주기 예보라 하며 태양활동의 직접적인 척도가 되는 해당 주기 흑점수의 최대값과 그 최대값을 갖는 극대기를 결정한다. 태양 활동의 장기예보는 전반적인 태양활동에 대한 평가를 통해 실질적인 우주환경 및 우주기상을 예보하는 중, 단기예보에 기초가 된다.

태양주기 예보 방법으로는 크게 두 가지가 있는데 첫 번째 방법은 연속된 자료의 파워 스펙트럼을 이용한 주기 분석 방법으로 다가오는 주기에 외삽하여 예보한다(Kane 1999). 그러나 실제 태양 주기는 매우 불규칙적이므로 이 방법으로 예측하는 것은 한계가 있다. 두 번째 방법은 확장 주기의 개념을 사용한 프리커서 방법(Precursor Method)이다(Hatheraway, Wilson, & Reichmann 1999, Jang & Kim 1999). 이는 태양 주기의 시작은 전 주기가 끝나기 전에 시작된다는 개념을 도입하여 전 주기의 쇠퇴기에 관측된 태양 활동 자료들을 이용하여 그 주기의 태양활동을 예보하는 것이다.

본 연구에서는 1850년부터 2004년까지 일일 흑점수 자료를 이용하여 각 태양주기의 프랙탈 차원을 구하고 이를 동 주기의 최대 월평균 흑점수와 비교하여 이들간의 상관관계를 알아본다. 그리고 태양활동 극소기로부터 4년 동안의 흑점수만을 이용하여 프랙탈 차원을 구하여 다가올 극대기의 최대 흑점수를 예보한다.

2. 프랙탈을 이용한 자료 분석 방법

프랙탈은 무한히 반복되는 과정에서 발생하는 것으로 나무잎이나 혈관의 가지, 해안선과 같이 크게 보거나 또는 자세히 일부를 확대해 보아도 즉, 다른 분해능으로 보아도 같은 모양으로 자기유사성을 갖는다. 프랙탈은 통계적으로나 혹은 실제로 자기유사성을 갖는 방대한 모든 자료들을 정의하는데에 이용할 수 있기 때문에 시간적으로 연속된 자료의 불규칙한 변화를 분석하는데도 사용할 수

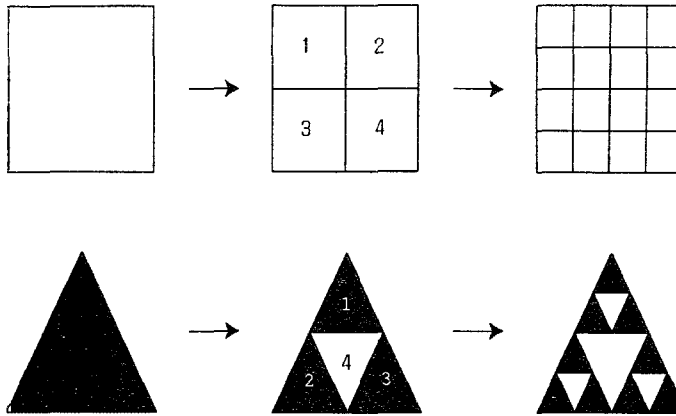


그림 1. 프랙탈의 자기유사성 구조. 사각형은 한 변을 둘로 나누면 똑같은 모양을 갖는 조각이 네 개 생긴다. 그러나 삼각형의 경우 한 변을 둘로 나누면 똑같은 모양 세 개와 상하가 바뀐 다른 모양이 하나 생긴다.

있다(Higuchi 1988). 태양의 활동은 매우 다양한 주기를 가지고 있으며 Maunder Minimum(Eddy 1976)처럼 불규칙하고 기대하지 못한 양상을 보여주기도 한다. 장기간의 태양흑점수 관측자료는 가장 대표적인 11년이나, 300일, 51일, 그리고 태양의 1회전에 해당하는 27일, 또는 그 절반인 13.5일 등 여러 개의 주기가 포함되어 있기 때문에 여러 분해능으로 보아도 자기유사성을 갖는 프랙탈로 볼 수 있다(Ohtani et al. 1995, Salakhutdinova 1998).

프랙탈은 자기유사성 구조가 얼마나 복잡한지에 따라 차원이 결정된다. 선은 1, 면은 2, 그리고 공간은 3의 정수 차원을 가질 때, 프랙탈 차원은 정수가 아닌 값을 갖는다. 프랙탈 차원은 확대배율의 로그값과 자기유사성을 갖는 조각의 수의 로그값의 비로 정의되며 식 (1)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\text{프랙탈 차원} \equiv \frac{\log(\text{자기유사 조각의 수})}{\log(\text{확대 배율})} \tag{1}$$

프랙탈의 모양이 직선에 가까울수록 프랙탈 차원은 1에 가까워지고 거칠게 갈깃자로 움직이면서 거의 평면을 채워가는 모양은 2에 가까운 프랙탈 차원을 갖는다.

평면의 경우, 그림 1을 보면 사각형의 경우 N배로 확대하여 볼 때 모두 같은 모양을 가지며 자기유사성을 보이는 조각이 N^2 개가 되기 때문에 프랙탈 차원은 2가 된다. 그러나 삼각형의 경우 두배로 확대하여 보면 같은 모양을 갖는 조각이 세 개이며 상하가 바뀐 다른 모양이 하나 생기기 때문에 프랙탈 차원은 $\log 3 / \log 2$ 로 약 1.58이 된다(Sierpinski 삼각형).

프랙탈 차원을 공간적이 아닌 시간적인 자료에 이용하면 일정한 주기로 관측된 자료의 값이 분포하는 형태를 정량적으로 해석할 수 있다(Higuchi 1988). 만약 관측된 자료의 값이 불규칙하게 분포할 경우에는 위 그림 1의 사각형처럼 작은 분해능으로 보아도 모든 범위에서 불규칙하여 동일하게 보이게 되므로 프랙탈 차원이 커지며 관측된 자료가 어떠한 규칙을 갖고 있는 경우에는 자료의 분포가 그림 1의 삼각형처럼 일정한 영역으로 제한되므로 프랙탈 차원이 작아진다.

Higuchi(1988)는 프랙탈 차원을 정량화하는 방법을 제안하였는데 시간적으로 연속된 자료가 정확한 하나의 주기를 가질 경우 1 (marginal fractal), 완전히 불규칙한 경우 2 (extreme fractal)의 프랙탈

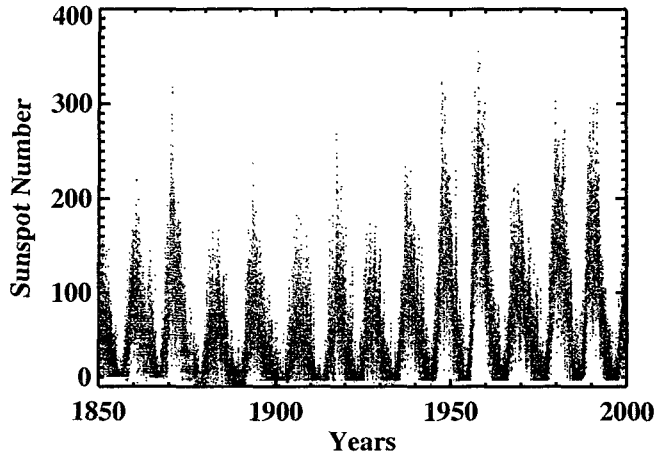


그림 2. 1850부터 2000년까지의 일일흑점수.

차원을 갖도록 고안하였다. N 개의 자료 세트 $X(1), X(2), X(3), \dots, X(N)$ 를 가지고 시작 시각 m 부터 프랙탈 차원을 구할 때, 시간 간격 k 를 변화시키면서 여러 개의 새로운 자료 세트 $X(m), X(m+k), X(m+2k), \dots, X(m+[(N-m)/k]k)$ 를 만들어 분석한다. 이 때 k 가 작으면 작은 규모에 대해서 자기유사성을 갖는 구조의 개수를 세는 것이고, k 가 크면 큰 규모에서 자기유사성 구조의 개수를 세는 것이다. 시간간격 k 의 세트에서 두 개의 연속된 자료의 차이를 모두 더하고 분석을 시작한 시각 m 에 대하여 보정한 후 $1/k$ 을 곱해서 길이 $\langle L_m(k) \rangle$ 를 구한다(Higuchi 1988). 시간 간격 k 세트의 $\langle L_m(k) \rangle$ 는 식 (2)를 이용하여 구할 수 있으며 k 가 작을 경우에는 선택된 자료의 수 $((N-m)/k)$ 와 $1/k$ 의 값이 모두 커지며 k 가 큰 경우에는 선택된 자료의 수와 $1/k$ 의 값이 작아진다.

$$\langle L_m(k) \rangle = \left(\sum_{i=1}^{(N-m)/k} |X(m+ik) - X(m+(i-1)k)| \right) \times \frac{(N-1)}{[(N-m)/k]k} \times \frac{1}{k} \quad (2)$$

만약 자료가 불규칙적이어서 $|X(m+ik) - X(m+(i-1)k)|$ 가 일정하다면, $\langle L_m(k) \rangle \simeq k^{-2}$ 가 되며 $\langle L_m(k) \rangle \simeq k^{-D}$ 일 때, D 가 그 자료의 프랙탈 차원이 된다.

3. 결 과

3.1 일일흑점수의 프랙탈 차원

프랙탈 차원을 구하기 위해서는 자료의 수가 많고 연속적이어야 한다. 그런 점에서 태양의 흑점수는 태양활동 중 가장 오래전부터 빠짐없이 관측되어 온 자료이기 때문에 태양활동의 변화 양상을 분석하기에 가장 적당한 자료이다(Watari 1995). 본 연구에서는 SIDC (Solar Influences Data analysis Center)에서 제공하는 1850년부터 2004년까지의 국제 일일 흑점수를 이용하여 프랙탈 차원을 구하였다.

그림 2를 보면 150년 간의 일일 흑점수가 약 11년의 주기로 증감하는 것을 볼 수 있다. 흑점수는 극소기에서 평균 약 5년까지 증가하며 약 6년 동안 다시 감소한다.

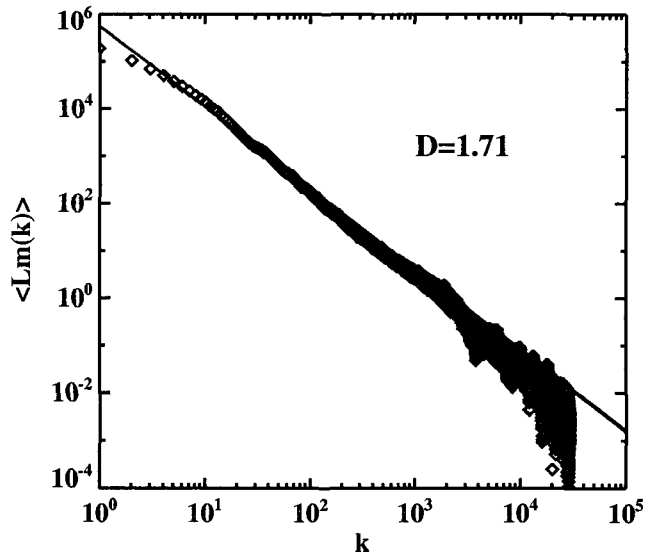


그림 3. 일일 흑점수를 이용하여 구한 1850년부터 2004년 까지의 태양 활동 프랙탈 차원.

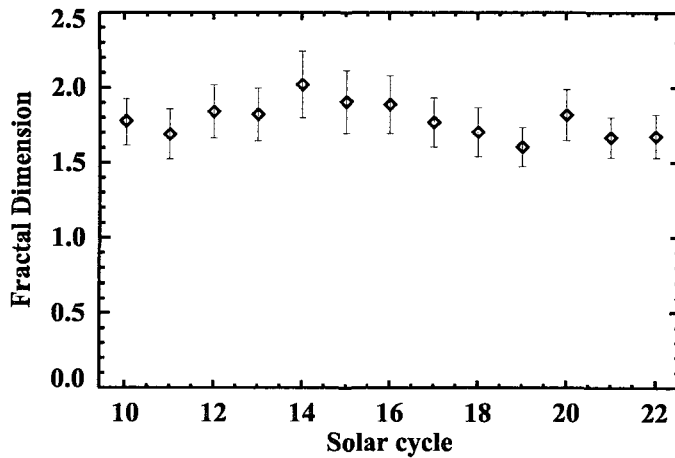


그림 4. 각 태양활동 주기의 프랙탈 차원. 제 14 태양주기에서 가장 크고 제 19 태양주기에서 가장 작다. 그림에 표시된 오차범위는 각 프랙탈 차원을 구할 때 계산된 표준오차이다.

그림 3은 1850년부터 2004년까지 전기간에 대하여 일일 흑점수를 분석한 결과로서 x축은 시간 간격 k 이며 y축은 프랙탈 차원 결정을 위한 식 (2)에서 정의된 k 에 따른 길이 $\langle L_m(k) \rangle$ 이다. 그림에서 보는 바와 같이 최소제곱 다항근사법을 이용하여 구한 결과 $\log \langle L_m(k) \rangle$ 와 $\log k$ 의 기울기로 정의할 수 있는 프랙탈 차원은 사용한 자료의 전기간에 대하여 1.71이었다.

또한 약 11년에 해당하는 태양주기에 대하여 프랙탈 차원을 구해 보았는데 그림 4는 각 태양주기

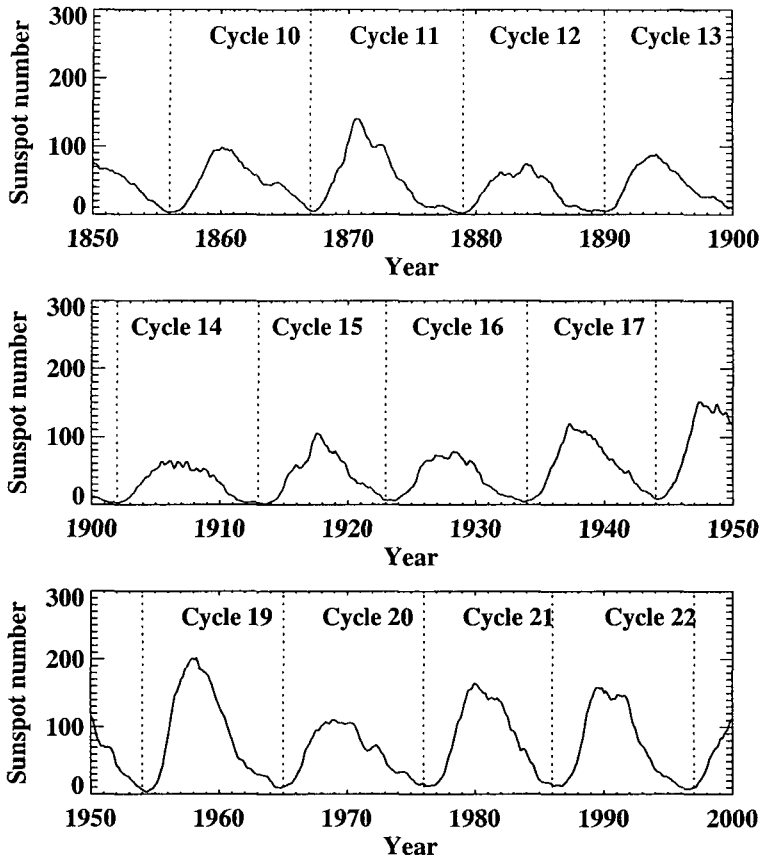


그림 5. 태양활동 주기와 월평균 흑점수.

별로 계산된 프랙탈 차원의 결과이다. 1856년 시작된 제 10 태양주기부터 1996년에 끝난 제 22 태양 주기까지 각 주기에 해당하는 프랙탈 차원을 보면 프랙탈 차원의 값이 제 14 태양주기에서 가장 큰 2.02였고 제 19 태양주기에서 1.60으로 가장 작았다. 또한 프랙탈 차원이 약 72년에서 88년 정도에 해당하는 gleissberg cycle과 유사하게 변동하는 것을 볼 수 있다.

3.2 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수

프랙탈 차원의 값이 크고 작음에 따른 태양활동의 양상을 살펴보기 위해 그림 5와 같이 각 주기의 월평균 흑점수를 살펴보았다. 일일흑점수는 매일 관측된 값으로 태양의 회전이나 활동영역의 변화 양상에 따라 변동이 심한 값이기 때문에 한달 동안의 일일흑점수를 평균한 값인 월평균 흑점수를 사용하였다. 그 결과 프랙탈 차원이 가장 컸던 제 14 태양주기에는 최대 월평균 흑점수가 64.2로 월평균 흑점수가 대체적으로 있던 반면 프랙탈 차원이 가장 작았던 제 19 태양주기에는 최대 월평균 흑점수가 201.3으로 전체적인 월평균 흑점수가 큰 것을 알 수 있다.

이는 각 태양주기에 대하여 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 선형 피어슨 상관계수(the Linear

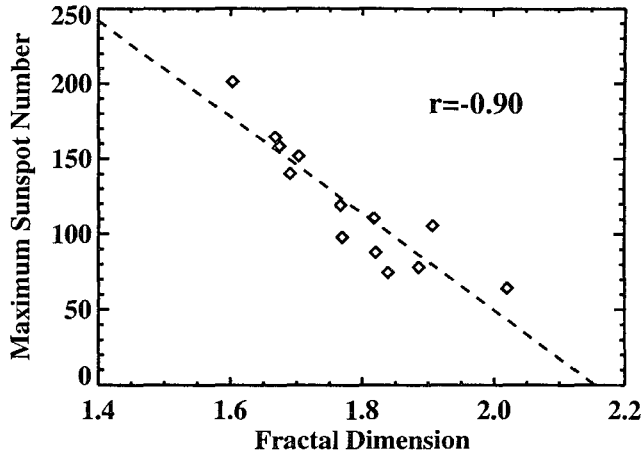


그림 6. 각 태양주기의 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수와의 관계.

Pearson Correlation Coefficient)를 구해 보면 더욱 뚜렷이 알 수 있는데 그림 6을 보면 각 태양주기의 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 상관계수가 -0.90 으로 매우 좋은 역비례관계를 갖는 것을 알 수 있다. 이것은 최대 월평균 흑점수가 작은 조용한 주기에는 태양의 활동이 불규칙하게 다소 산발적으로 발생하였고 최대 월평균 흑점수가 큰 활동적인 시기에는 비교적 규칙적인 활동을 보였다고 볼 수 있다.

3.3 각 태양활동 주기의 최대 월평균 흑점수 예보

프랙탈 차원이 이렇게 최대 월평균 흑점수와 좋은 관계를 갖고 있다면 전 기간이 아닌 극대기 이전의 자료만을 이용하여 프랙탈 차원을 구해 봄으로써 각 태양주기의 활동성을 예상할 수 있을 것으로 기대된다.

그림 7은 프랙탈 차원을 구하는데 사용한 기간에 따른 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 상관계수를 보여준다. x축은 프랙탈 차원을 구하기 위해서 사용한 자료의 기간이고 y축은 각 기간에 대한 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수와의 상관계수의 절대값이다. 그림 6이 각 태양주기의 전기간인 11년 동안의 자료를 이용하여 13개의 프랙탈 차원을 구하고 그 값을 각각의 최대 월평균 흑점수와 비교, 상관관계($r = -0.90$)를 구한 것인 반면, 그림 7은 자료 이용기간을 각기 달리하여 그 상관관계를 구하여 본 것이다. 처음 1년만의 자료를 이용하여 13개 태양주기에 대하여 프랙탈 차원을 구하고 각각의 최대 월평균 흑점수와 비교하면 그 상관계수가 0.13 으로 거의 상관관계가 없지만 프랙탈 차원 계산에 이용한 자료의 갯수를 증가시킬수록 그 상관계수가 주기 전체의 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 상관계수(-0.90)에 근접함을 알 수 있다. 그리고 4년 이후에는 위 상관관계가 비슷하게 유지되므로 극대기가 되기 이전 4년간의 자료만을 이용하여 그 주기의 최대 월평균 흑점수를 예측하는 것이 가장 바람직함을 알 수 있다.

태양활동 극소기로부터 4년간의 일일 흑점수를 사용하여 프랙탈 차원을 구하고 이때 최소제공

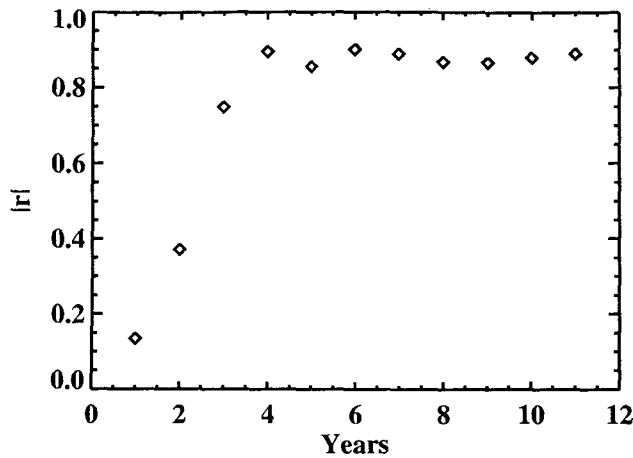


그림 7. 프랙탈 차원을 구하는데 사용한 자료의 기간에 따른 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 상관계수의 변화.

다항근사법을 이용하여 얻은 최대 월평균 흑점수와와의 상관관계식은 식 (3)과 같다.

$$\text{최대 월평균 흑점수} = -538.53 \times \text{프랙탈 차원} + 1148.23 \quad (3)$$

이 식으로부터 다가오는 극대기의 최대 월평균 흑점수를 예측한 결과 관측된 최대 월평균 흑점수와 예측된 최대 월평균 흑점수의 차이는 제 10 태양주기에서 가장 큰 값인 37이었으며 그 외의 경우에는 모두 이보다 작았다. 총 13주기에 대하여 표준편차(standard deviation)는 18.3이며 그림 8을 보면 관측값과 예측값이 0.89의 높은 상관관계를 갖는 것을 알 수 있다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 1850년부터 2004년까지의 일일 흑점수를 사용하여 태양주기별 프랙탈 차원을 구하고 최대 월평균 흑점수와 비교함으로써 태양활동과 프랙탈 차원과의 상관관계를 알아보았다. 그리고 이를 통하여 처음으로 프랙탈 차원을 이용하여 태양주기의 최대 월평균 흑점수를 예측하였다.

1850년 부터 2004년까지의 일일 흑점수를 분석한 결과 전 기간의 프랙탈 차원은 1.71이었으며 태양주기에 따라 프랙탈 차원을 분석한 결과 프랙탈 차원이 가장 컸던 제 14 태양주기의 활동이 비교적 적어 월평균 흑점수가 대체적으로 작았던 반면 프랙탈 차원이 가장 작았던 제 19 태양주기에는 월평균 흑점수가 컸다. 각 태양주기에 대하여 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수를 비교한 결과 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 상관계수가 -0.90로 매우 좋은 역비례 관계가 있음을 알 수 있다. 프랙탈 차원과 최대 월평균 흑점수의 상관관계는 프랙탈 차원을 구하는데 사용된 기간이 길수록 높아지나 4년 이후에는 전기간(11년)의 자료로부터 결정된 값과 큰 차이가 없으므로 태양주기의 시작인 극소기로부터 4년간의 자료만으로도 그 주기의 최대흑점수를 예측하는 것이 가능하다.

따라서 극소기로부터 4년간의 일일 흑점수 자료를 가지고 프랙탈 차원을 구하고 최대 월평균

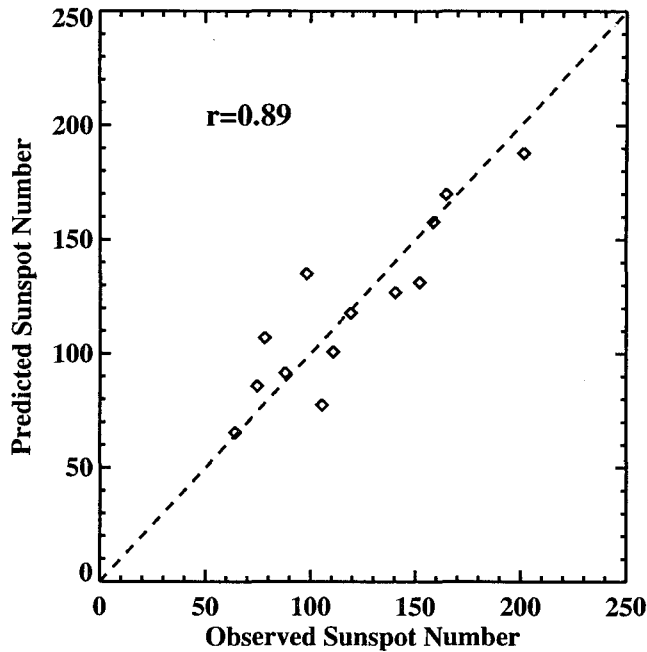


그림 8. 관측된 최대 월평균 흑점수와 예측된 최대 월평균 흑점수의 관계.

흑점수를 예측한 결과 관측값과 0.89의 높은 상관관계가 있음을 확인하였다. 이 때 얻어진 예측 흑점수와 관측 흑점수의 표준편차는 18.3으로서 태양활동의 주기성을 이용하여 구한 표준편차 (≤ 24 , Hathaway & Wilson 2004)보다 작으며 프리커서 방법으로 예측한 흑점수의 표준편차 (≤ 30 , Svalgaard, Cliver, & Kamide 2005)보다도 나은 결과를 보여준다. 이로써 본 연구를 통해 얻어진 결과는 향후 2010년 경 예상되는 제 24주기 태양활동 극대기의 최대 흑점수 예측에 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글: 이 연구는 충남대학교 팀은 과학기술부 및 한국과학기술기획평가원(KISTEP)의 “핵심우주기술개발사업(M1-0336-00-0024)”의 지원을, 한국천문연구원 팀은 학술진흥재단의 “코로나 가열 및 태양 분출과정 연구(KRF-2005-070-C00059)”, 과학기술부의 “태양전면감시기술개발(M1-0104-00-0059)”, “태양폭발위치감지 및 관측기술개발(M1-0407-00-0001)”의 지원을 받아 수행되었습니다.

참고문헌

- Bouwer, S. D. 1992, Solar phys., 142, 365
- Donnelly, R. F. & Puga, L. C. 1990, Solar Phys., 130, 369
- Eddy, J. A. 1976, Science, 192, 1189
- Hathaway, D. H. & Wilson, R. M. 2004, Solar phys., 224, 5

- Hathaway, D. H., Wilson, R. M., & Reichmann, E. J. 1999, *JGR*, 104, 22375
- Higuchi, T. 1988, *Physica*, D31, 277
- Jang, S. J. & Kim, K. S. 1999, *PKAS*, 14, 91
- Kane, R. P. 1999, *Solar phys.*, 189, 217
- Ohtani, S., Higuchi, T., Lui, A. T. Y., & Takahashi, K. 1995, *JGR*, 100, 19135
- Salakhutdinova, I. I. 1998, *Solar Phys.*, 181, 221
- Svalgaard, L., Cliver, E. W., & Kamide, Y. 2005, *GRL*, 32, L01104
- Watari, S. 1995, *Solar Phys.*, 158, 365