
개량된 분기한정법에 의한 고속연산 2차원 상태공간 디지털필터의 설계

이영호*

Design of High-Speed 2-D State-Space Digital Filters Based on a Improved Branch-and-Bound Algorithm

Young-Ho Lee*

요 약

본 논문은 개량된 분기한정법(branch-and bound method)을 이용하여 고속연산이 가능한 2차원 상태공간 디지털 필터의 설계방법을 제안하였다. 설계된 디지털필터가 갖는 계수행렬의 모든 요소 값들은 오직 2개의 2의 멱수(powers-of-two)의 합으로만 표현되어진다. 따라서 제안된 방법으로 설계한 2차원 상태공간 디지털필터는 간단한 가산연산만으로 수행이 이루어지므로 고속연산이 가능하고, 또한 구조가 간단하며 저가격으로 실현이 가능하다는 장점을 가진다. 본 논문에서 제안된 방법의 타당성을 설계예시를 통해 고찰한 결과, 설계된 디지털필터의 근사오차와 군지연특성이 동일한 설계사양으로 연속계수공간에서 설계되어진 디지털필터와 비교하여 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

ABSTRACT

This paper presents an efficient design method of 2-D state-space digital filter based on an improved branch-and-bound algorithm. The resultant 2-D state-space digital filters whose coefficients are represented as the sum of two powers-of-two terms, are attractive for high-speed operation and simple implementation. The feasibility of the proposed method is demonstrated by several experiments. The results show that the approximation error and group delay characteristic of the resultant filters are similar to those of the digital filters which designed in the continuous coefficient space.

키워드

디지털필터, 고속연산, 2의 멱수, 분기한정법

I. 서 론

최근 집적회로기술의 눈부신 발전과 함께 2차원 디지털 신호처리는 화상 및 영상신호의 처리 및 분석 분야에서 폭넓게 이용되어지고 있다. 2차원 디지털신호처리에 서 무엇보다도 기본적인 중요한 2차원 디지털 필터링의

역할은 점차 중요하게 되어 2차원 디지털필터에 관한 많은 연구도 이루어졌다[1],[2].

VLSI에 의한 전용 하드웨어나 범용 DSP를 이용하여 실현하고자 할 때, 취급되어지는 수치는 유한어장(finite wordlength)의 2진수로 표현되고 연산이 행해진다. 따라서 승산 및 가산이 정확하게 이루어지지 않아 필터동작이

수학적으로 제대로 실행되지 않고 2차원 디지털필터링에 특성열화가 발생한다[3]. 그래서 지금까지 상태공간(state-space) 디지털필터를 이용하여 유한어장으로 인한 양자화오차를 최소화하는 최적설계방법 또한 많은 연구가 이루어졌다. 그러나 최적 합성된 필터구조는 실현까지를 고려하는 경우, 하나의 문제점이 있다. 그것은 설계된 상태공간 디지털필터는 영이 아닌 많은 계수행렬 값으로 이루어져 실현과정에서 많은 승산기를 갖는다는 문제점이다. 따라서 고차의 2차원 상태공간 디지털필터를 실현하고자 한다면, 처리속도 면에서 불리하다. 그렇기 때문에 2차원 상태공간 디지털필터의 실현에는 처리의 고속화가 중요한 문제가 된다.

이상과 같은 문제를 바탕으로 본 논문에서는 디지털필터의 고속연산이 가능하게 하는 실현까지를 고려한 2차원 상태공간 디지털필터의 설계방법을 제안하고자 한다. 2차원 상태공간 디지털필터가 갖는 계수행렬의 각 요소를 2의 멱수(powers-of-2)의 합에 한정된 설계를 수행하여 연산에서 수반되는 방대한 계산용량 문제를 해결하고자 한다.

기본적인 설계기법은 먼저 연속공간에서 2차원 상태공간 디지털필터를 설계하고, 얻어진 계수행렬의 각 요소를 한정된 2의 멱수로 구성된 계수공간으로 조합최적화를 행하는 방법을 택하였다. 여기서 2의 멱수로 구성된 계수공간은 유한집합이 되고, 이러한 최적화문제는 일종의 조합최적화문제로 해결할 수 있다고 본다. 그러나 이 조합최적화문제는 NP완전(NP-complete) 문제이고 전체의 해를 열거하는 경우의 수가 필터의 차수가 커짐에 따라 급격하게 계산용량이 증대하여 최종해를 얻는 것이 쉽지 않다.

그래서 본 연구에서는 목적을 달성하기 위하여 분기한정법(branch-and bound)[4]을 도입하였다. 기본적인 접근 방법은 직접 해를 얻은 것이 어려운 문제를 몇 개의 부분문제로 분해하여 각각의 부분문제에 대한 평가를 행하여 그 문제가 최적해를 얻지 못한다는 판단을 하면 그 부분문제를 탐색공간으로부터 제외하여 나간다. 여기서 부분문제에의 분해를 분기조작이라고 하고 부분문제에의 평가를 한정조작이라고 할 수 있다.

또한 이 방법에서 얻어진 최적해는 분기변수(계수행렬의 각 요소 값)의 선택방법에 크게 의존하므로 그 선택의 척도로써 목적함수에 대한 계수감도를 이용하여 탐색결과를 크게 개선시킬 수 있다. 아울러, 탐색공간인 2의

멱수로 구성된 계수공간은 비균일분포를 하고 있다는 점을 감안하여 종래의 분기한정법을 개량하여 비균일분포를 고려한 수정계수감도를 이용하여 설계하였다. 이 수정계수감도를 척도로 삼아 분기조작과 함께 분기변수를 2의 멱수로 구성된 계수공간에서 계수의 분포밀도가 높은 부분으로 수렴되도록 조작하는 기법도 도입하였다.

제안된 설계방법의 타당성을 검증하기 위하여 주파수공간에서의 진폭특성과 군지연특성을 함께 고려한 설계사양에 대하여 설계된 디지털필터를 제시하고 결과를 분석하여 보았다.

II. 상태공간 디지털필터와 분기한정법

2.1 2차원 상태공간 디지털필터

2차원 디지털필터는 동일한 차분방정식에 대하여 여러 가지 필터구조가 존재하고 필터구조에 따라 유한어장으로 인하여 발생하는 양자화오차가 다르다. 따라서 2차원 디지털필터의 실현에 있어 양자화오차의 최소화까지 고려하는 상태방정식을 이용한 2차원 디지털필터의 설계를 고려하고 있다. 2차원 디지털필터의 상태방정식은 다음과 같이 표현된다[5].

$$\begin{bmatrix} x^h(n_1+1, n_2) \\ x^v(n_1, n_2+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{hh} & A_{hv} \\ A_{vh} & A_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^h(n_1, n_2) \\ x^v(n_1, n_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_h \\ b_v \end{bmatrix} u(n_1, n_2) \quad (1)$$

$$y(n_1, n_2) = [c_h \ c_v] \begin{bmatrix} x^h(n_1, n_2) \\ x^v(n_1, n_2) \end{bmatrix} + d u(n_1, n_2) \quad (2)$$

여기서 x^h 는 N_1 차 상태벡터로 수평상태를, x^v 는 N_2 차 상태벡터로 수직상태를 나타내고, A 는 상태전이행렬이라 한다.

아울러 본 논문의 설계에서 제시되는 분모분리형 2차원 상태공간 디지털필터는 상태전이행렬의 부분행렬 $A_{vh}=0$ 으로 표현되고, 전달함수 $H(z_1, z_2)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$H(z_1, z_2) = c(Z-A)^{-1}b + d \quad (3)$$

단, $Z = \begin{bmatrix} z_1 I & 0 \\ 0 & z_2 I \end{bmatrix}$, I 는 단위행렬이다.

상태방정식에 있어 분모분리형은 비분리형과 비교하여 필터의 안정성은 상태천이행렬에 의해 쉽게 판별이 가능하다. 이 경우, 상태천이행렬 A_{hh} , A_{vv} 의 고유치의 절대치가 모두 1보다 적으면 안정하다고 판별되어진다.

2.2 분기한정법과 필터설계

본 논문의 기본적인 설계방법은 먼저 연속계수공간에서 최소의 양자화오차를 가지는 2차원 상태공간 디지털 필터를 설계하고, 이것을 다시 2의 멱수로 이루어진 계수공간(이 후 ‘멱수계수공간’이라 칭함)으로 최적화를 하는 것이다. 이 최적화문제는 연속공간으로부터 이산공간에의 최적화문제라고 생각할 수 있으므로 조합최적화문제로써 해결하는 것이 가능하다. 그러나 이런 최적화문제는 경우의 수가 방대하여 한정된 시간 내에 해결이 불가능하다. 그래서 본 논문에서는 분기조작과 한정조작으로 주어진 문제를 부분문제로 분할하여 처리함으로써 문제를 해결하고자 하는 분기한정법을 설계기법에 도입하였다.

먼저 목적함수를 근사오차 $\varepsilon(\{x\})$ 라고 하면, 멱수계수공간에 대한 조합최적화문제 P_0 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 &P_0 \text{ 목적함수: } \varepsilon(\{x\}) \rightarrow \text{최소} \\
 &\text{제약조건: } \{x\} \in \text{멱수계수 } (\pm 2^{-p} \pm 2^{-q}; \\
 &\quad p, q = 0, 1, 2, \dots, 7) \\
 &\text{단, } \{x\} = (x_1, x_2, \dots, x_n)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

이 n 변수문제를 적당한 변수 x_i (분기변수)를 그림 1과 같이 인접한 두 개의 멱수계수 upper level과 lower level로 고정하는 것에 의해 2개의 $n-1$ 변수문제로 분해된다. 이 두 개의 부분문제 P_1, P_2 도 조합최적화문제이고 각각의 최적해 중에서 오차가 작은 값을 갖는 것이 문제 P_0 의 최적해를 부여하게 된다.

아울러 하계치에 의한 한정조작에서 부분문제 P_i 에 있어 그 최적해가 $f(P_i)$ 이고, 분기변수는 다음과 같이 한다

$$\{x_{P_i}\} = \{x_{P_i}^{fix}\} \cup \{x_{P_i}^{free}\}
 \tag{5}$$

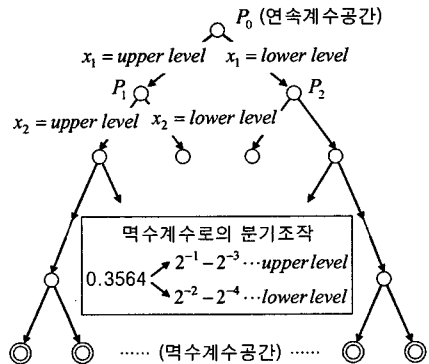


그림 1. 멱수계수로의 분기조작

Fig. 1 Branch operation for powers-of-two coefficients

여기서 $\{x_{P_i}^{fix}\}$: 멱수계수로 고정된 분기변수의 집합

$\{x_{P_i}^{free}\}$: 아직 사상되지 않은 분기변수의 집합

$\{x_{P_i}^{free}\}$ 에 대하여 최적화문제의 제한조건은

$$g(P_i) \leq f(P_i)
 \tag{6}$$

가 되고, $g(P_i)$ 는 $f(P_i)$ 의 하계치라고 부른다. 또 이때부터 다음과 같은 정의가 가능하다.

현시점에서 목적함수값 z 의 2의 멱수를 갖는 해가 얻어지고 있을 때(이 후 z 를 ‘잠정치’라고 칭함),

$$g(P_i) \geq z
 \tag{7}$$

이면, P_i 또는 그로부터 생성된 부분문제는 반드시 z 이상의 목적함수 값을 갖게 된다. 이것을 하계치 평가라고 부르고, 식 (7)의 관계가 성립하고 있는 때 부분문제 P_i 를 중단할 수 있다. 지금까지 분기조작과 한정조작의 의한 분기한정법의 계산원리에 대하여 논하였다.

III. 개량된 분기한정법에 의한 최적화

3.1 디지털필터의 조합최적화

분기한정법의 계산에서는 그림 1 분기도의 절점에서 부분문제가 계속해서 생성된다. 각 시점에 있어 이미 생성된 절점의 집합을 N 이라 하고 이 안에서 하계치 평가가 아직 이루어지지 않은 부분문제 $P_i \in N$ 는 활성이면

된다. 여기서 활성절점의 집합 A 라고 하고, 잠정치 z , 잠정해를 Q 라고 하면 필터설계에 응용된 분기한정법의 알고리즘은 다음과 같다.

Step 1. (초기치 설정)

잠정치 $z = \infty$ 로 설정

Step 2. (탐색)

$A = \emptyset$ 이면 5번에 $A \neq \emptyset$ 이면 탐색법에 따라 부분문제 P_i 을 선택하여 Step 3으로

Step 3. (잠정치 산출)

P_i 에 있어 그 분기변수가 모두 변환되어 있다면 잠정치 z_{P_i} 을 산출하여 Step 4로, 그렇지 않으면 Step 5로

Step 4. (잠정치 갱신)

현시점에서의 최적치 z 에 대하여 $z \geq z_{P_i}$ 이면 $z = z_{P_i}$, $Q = x_{P_i}$ 로 갱신하고 Step 8로

Step 5. (하계치 평가)

$g(P_i) \geq z$ 면 7에, 그렇지 않으면 Step 6으로

Step 6. (분기조작)

P_i 를 $P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ik}$ 로 분해 후, $A_i = A \cup \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ik}\} - \{P_i\}$, $N_i = N \cup \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ik}\}$ 라고 하고, Step 2로 돌아감

Step 7. (P_i 의 종단)

$A = A - \{P_i\}$ 로써 Step 2로 돌아감

Step 8. (계산종료)

z 는 최솟치 $f(P_0)$ 와 같고, Q 에 저장되어 있는 $\{x\}$ 는 P_0 의 최적해가 된다.

여기서 부분문제 P_i 을 선택하는 방법으로 본 논문에서는 깊이우선탐색을 채용하고 있다. 그 이유는 계산종료까지는 만들어지는 부분문제의 개수가 다른 방법과 비교하여 적고, 계산시간도 짧기 때문이다. 이상에서 논한 알고리즘을 정리하여 순서도로 나타내면 그림 2와 같다.

3.2 분기한정법의 개량

종래의 분기한정법을 그대로 사용한 경우, 얻어진 디지털필터의 설계사양에 대하여 평균자승오차는 연속계수공간에서 설계된 디지털필터에 비하여 상당히 큰 결과를 보였다. 그래서 2의 먹수로 구성된 계수공간의 특성을 충분히 고려하여 분기한정법을 개량하고자 하였다.

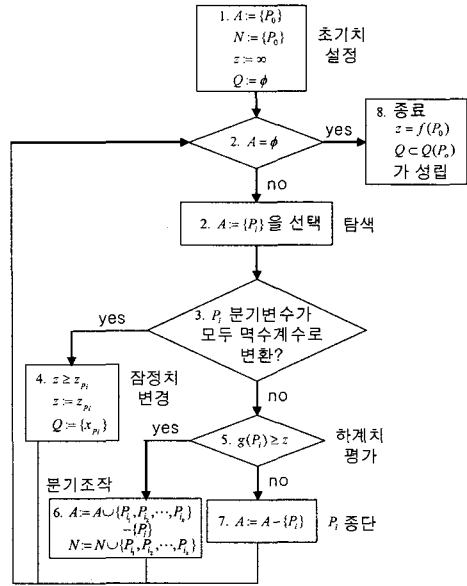


그림 2. 분기한정법을 이용한 설계 순서도
Fig. 2 A flowchart using branch-and-bound algorithm

1) 계수감도

조합최적화문제가 선형인 경우는 분기한정법에 의한 분기변수의 선택방법은 확립되어 있고 그 기법에 따라 분기조작을 진행시키면 일반적인 최적해를 얻을 수 있다. 하지만, 본 논문에서 선택한 최적화문제는 비선형이기 때문에 문제의 특성을 살린 설계방법을 강구해야만 한다. 먼저 양호한 설계결과를 얻기 위해서는 중요한 분기변수로부터 먹수계수로 변환시키는 것이 중요하다고 생각한다. 그래서 분기변수의 중요도로서 설계사양에 대한 계수감도를 이용하고 있다.

주어지는 목적함수가 $Obj(x_1, \dots, x_n)$ 이라고 하면 계수감도 $Sen(x_i)$ 을 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$Sen(x_i) = \frac{\{|\partial Obj(x_1, \dots, x_n)|^2\}^{1/2}}{\partial x_i} \quad (8)$$

식 (8)로부터 계수감도 $Sen(x_i)$ 는 분기변수 x_i 의 미소 변화에 대한 설계사양의 변동분이다. 계수감도가 큰 분기변수를 먹수계수로 변환하는 경우 설계사양의 변동도 크게 되고 그 분기변수의 중요도는 크다고 생각한다. 그러나 그림 3과 같이 2의 먹수로 구성된 계수는 어떤 한

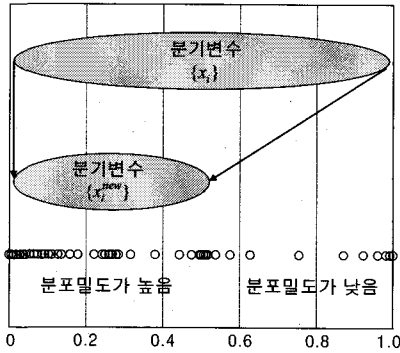


그림 3. 멱수계수의 분포밀도 특성

Fig. 3 Coefficient distribution in the powers-of-two coefficient space

정된 이산 값밖에 주어지지 않기 때문에 식 (8)과 같은 분기변수를 극소 변화시켜 계수감도를 고려하는 것은 적당하지 못하다고 본다.

2) 수정계수감도

앞에서 논한 것과 같이 멱수계수는 어떤 한정된 이산 값밖에 얻을 수 없기 때문에 그림 3과 같이 분기변수 x_i 는 인접하는 2의 멱수로 구성된 계수만으로 변환이 가능하다. 또한 멱수계수공간의 분포는 비균일분포이고 분포밀도가 높은 부분과 낮은 부분이 존재하기 때문에 멱수계수로 변환시키는 경우에 있어 분기변수의 변동폭도 분기변수에 따라 다르게 된다. 그 변동폭을 표현하는 것으로서 *Grid_densisty*을 새롭게 도입해서 다음과 같은 식 (8)의 계수감도를 수정한다.

$$Grid_density(x_i) = (upperlevel(x_i) - lowerlevel(x_i))^{-1} \quad (9)$$

$$MSen(x_i) = (Grid_density(x_i))^{-1} \times Sen(x_i) \quad (10)$$

식 (10)에서 *MSen*(x_i)을 분기변수 x_i 의 수정계수감도라고 부른다. 이 수정계수감도를 분기변수의 선택의 기준으로 이용하여 수정계수감도가 큰 분기변수로부터 분기조작을 행하여 나간다.

3) 분기변수의 변환

멱수계수공간에서 계수의 분포밀도가 높은 부분에 위치한 분기변수는 멱수계수로 변환될 때 변동폭이 크게 되므로 그와 같은 분기변수는 다수 존재하면 최종적인 설계 결과는 좋아지지 않는다. 또한 분포밀도가 낮은 부분은 멱수계수가 0.5이상의 부분이므로 다음 식과 같이 분기변

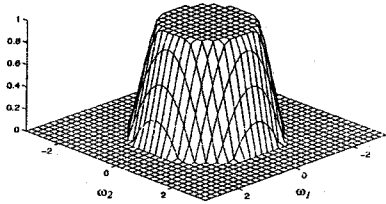


그림 4. 진폭특성의 설계사양
Fig. 4 Desired magnitude specification

수를 변환하여 분포밀도가 낮은 부분에 분기변수가 존재하지 않도록 한다.

$$x_i^{new} = 0.5 \times x_i; i = 1, \dots, n \quad (11)$$

아울러, 일반적으로 조합최적화 문제에 있어서 분기한정법은 분기수 2로 탐색을 하지만, 본 논문에서는 보다 대역적인 탐색을 행하기 위하여 분기수를 늘려서 탐색을 하고 탐색결과로부터 분기수를 선택하였다.

IV. 설계 및 성능분석

이 절에서는 설계사양으로 진폭특성과 군지연특성이 주어졌을 경우에 있어 설계를 해 보았다. 먼저 진폭특성에 대한 설계사양은 다음 식과 같은 저역통과형 디지털필터를 이용하였다.

$$M_d(\omega_{1m}, \omega_{2n}) = \begin{cases} 1.0 & \text{for } r_{mn} \in [0.0, 0.4] \\ (0.6 - r_{mn}) & \text{for } r_{mn} \in (0.4, 0.6] \\ 0.0 & \text{for } r_{mn} \in (0.6, 1.0] \end{cases} \quad (12)$$

단, $r_{mn} = \sqrt{w_{1m}^2 + w_{2n}^2} / \pi$ 이고, 주파수평가점은 다음 식으로 표현된다.

$$(\omega_{1m}, \omega_{2n}) \in \Lambda = \{(\omega_{1m}, \omega_{2n}) | \omega_{1m} = \pi m / 10, -10 \leq m \leq 10; \omega_{2n} = \pi n / 10, 10 \leq n \leq 10\} \quad (13)$$

이러한 주파수영역에서의 진폭특성의 설계사양을 그림으로 표현하면 그림 4와 같다.

먼저 연속계수공간에서 참고문헌[6]에 기초하여 2차

원 상태공간 디지털필터를 설계하였다. 또 목적함수를 설계사양에 대하여 평균자승오차 ϵ 라 하면, 연속계수공간으로부터 2의 멱수계수공간에의 조합최적화문제 P_0 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_0 \begin{cases} \text{목적함수: } \epsilon(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \text{최소} \\ \text{제약조건: 필터계수 } (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \text{멱수계수} \\ \quad \quad \quad : \text{필터가 안정} \end{cases} \quad (14)$$

단,

$$\epsilon = \frac{(\sum_m \sum_n |M(\omega_{1m}, \omega_{2n}) - M_d(\omega_{1m}, \omega_{2n})|^2)^{1/2}}{(\sum_m \sum_n |M_d(\omega_{1m}, \omega_{2n})|^2)^{1/2}}$$

또한 설계사양으로써 식 (12)와 같은 진폭특성과 함께 다음과 같은 군지연특성 $\tau_{g1}(\omega_{1m}, \omega_{2n})$ 가 주어진 경우를 고려한다.

$$\tau_{g1}(\omega_{1m}, \omega_{2n}) = \tau_{g2}(\omega_{1m}, \omega_{2m}) = 3.0 \quad (15)$$

여기서 군지연은 주파수응답 $H_d(\omega_1, \omega_2) = M_d(\omega_1, \omega_2) \exp(j\phi(\omega_1, \omega_2))$ 로부터 다음과 같은 산출이 가능하다.

$$\begin{aligned} \tau_{g1}(\omega_{1m}, \omega_{2n}) &= -\frac{\partial \phi(\omega_1, \omega_2)}{\partial \omega_1}, \\ \tau_{g2}(\omega_{1m}, \omega_{2n}) &= -\frac{\partial \phi(\omega_1, \omega_2)}{\partial \omega_2} \end{aligned} \quad (16)$$

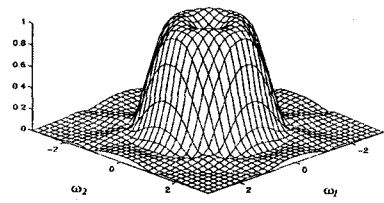
또 군지연특성은 통과역 $r_{mn} = 0.3$ 으로 평가한다.

이상과 같이 멱수계수를 갖는 2차원 상태공간 디지털 필터를 설계하는 문제는 조합문제 P_0 로 취급할 수 있게 되고, 이는 본 논문에서 제안한 개발된 분기한정법을 이용하여 조합최적화 문제로써 풀면 된다.

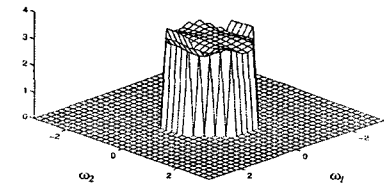
표 1. 연속계수공간과 멱수계수공간의 계수행렬 ($d = -0.013058 / d = -2^{-6}$)

Table 1. Coefficient Matrices of the resultant filter

		A_{hh}			
연속 계수 공간		0.692434	-0.519429	0.024174	-0.032406
		0.491013	0.243369	-0.554891	-0.004304
		0.042774	0.485303	0.107343	-0.542546
		0.053407	0.100453	0.349049	0.112290
멱수 계수 공간		$2^{-1}+2^{-2}$	$-2^{-1}-2^{-6}$	2^{-5}	-2^{-5}
		$2^{-1}-2^{-6}$	$2^{-2}+2^{-6}$	$-2^{-1}+2^{-5}$	-2^{-6}
		2^{-6}	$2^{-2}+2^{-6}$	$2^{-3}-2^{-5}$	$-2^{-1}-2^{-4}$
		2^{-4}	$2^{-3}-2^{-5}$	$2^{-2}+2^{-3}$	$2^{-3}-2^{-5}$
		A_{hv}			
		-0.393557	-0.356163	-0.101273	0.043895
		0.356163	0.262521	0.167611	0.111347
		-0.101273	-0.167611	0.066068	0.190261
		-0.043895	0.111347	-0.190261	-0.308821
		$-2^{-2}-2^{-3}$	$-2^{-1}+2^{-4}$	-2^{-7}	2^{-7}
		$2^{-1}-2^{-4}$	$2^{-2}+2^{-3}$	$2^{-2}-2^{-5}$	2^{-6}
		2^{-7}	$-2^{-2}+2^{-5}$	2^{-7}	$2^{-2}-2^{-5}$
		-2^{-7}	2^{-6}	$-2^{-2}+2^{-5}$	$-2^{-2}-2^{-3}$
b_h	b_v	c_h'	c_v'		
-0.001018	0.525599	-0.525599	0.001018		
0.031829	-0.375883	-0.375883	0.031829		
0.038800	0.161272	-0.161272	-0.038800		
-0.069638	-0.038659	-0.038659	-0.069638		
	-2^{-7}	$-2^{-1}+2^{-6}$	2^{-7}		
	2^{-6}	$-2^{-1}+2^{-4}$	$-2^{-1}+2^{-5}$		
	2^{-6}	$-2^{-2}-2^{-4}$	$-2^{-2}-2^{-5}$		
	-2^{-4}	-2^{-5}	-2^{-4}		



(a) 진폭특성



(b) 군지연특성

그림 5. (4,4)차 필터의 설계 결과

Fig. 5 Frequency response of the resulting (4,4)th-order filter

(a) magnitude response, (b) group delay response

표 2. 근사오차와 군지연특성의 분석
Table 2. Analysis of approximation error and group delay

구분	$\epsilon(M_d)$	$\epsilon(\tau_{g1})$	$\epsilon(\tau_{g2})$
연속계수공간	8.50	2.61	2.61
역수계수공간	8.75	2.70	2.70

개량된 분기한정법을 이용하여 정식화된 조합최적화 문제를 실제로 풀고, 역수계수를 갖는 2차원 상태공간 디지털필터를 설계하여 그 결과를 나타내었다. 필터 차수가 (4,4)차의 경우의 연속계수공간과 역수계수공간에서 설계된 2차원 디지털필터의 계수는 표 1에 각각 나타내었다. 또한 그 주파수특성으로 연속계수공간과 역수계수공간에서 설계된 필터의 진폭특성과 군지연특성의 오차는 표 2와 같으며, 두 특성을 그림으로 표현하면 각각 5의 (a)와 (b)와 같다. 그리고 필터의 안정도를 평가해 보면 상태천이행렬의 고유치의 절대치가 모두 1보다 적었으며, 이는 설계된 디지털필터가 안정하다는 것을 입증한다. 이상의 설계결과로부터 주파수영역에 있어 역수계수공간에서 설계된 (4,4)차 필터가 연속계수공간에서 설계한 경우의 특성과 큰 차이가 없는 오차 범위에서 설계가 가능하다는 것을 알 수 있다.

하지만 앞에서 논한 것과 같이 종래의 설계방법인 분기한정법은 국소적인 탐색방법이므로 그대로 이용하면 대역적인 최적해를 얻은 것은 어렵다. 이를 입증하기 위하여 종래의 분기한정법을 그대로 이용한 설계결과를 그림 6에 예시하였다. 아울러 본 논문에서 제안한 개량된 분기한정법을 이용하여 설계한 결과는 설계사양에 대하여

근사오차는 대폭 개선되어 연속계수공간에서 설계된 디지털필터와 유사한 오차로 설계가 가능하다는 것을 알 수 있었다. 이를 여러 단계의 필터차수에 대하여 연속계수공간과 역수계수공간에서 각각 설계하여 분석한 결과를 그림 6에 나타내었다.

V. 결 론

본 논문에서 개량된 분기한정법을 이용하여 고속연산이 가능한 2차원 상태공간 디지털필터의 설계방법을 제안하고, 제안된 방법의 타당성을 설계예시를 통해 고찰하였다. 필터계수로 사용된 2개의 2의 역수로 만들어진 계수는 $\pm 2^{-p} \pm 2^{-q}$; ($p, q = 0, 1, 2, \dots, 7$)라고 표현하는 것이 가능하고, 이러한 계수를 갖는 2차원 상태공간 디지털필터의 승산동작은 2회의 비트쉬프트와 1회의 가산동작이라는 간단한 연산 수행으로 전체의 필터링이 고속으로 실행가능하게 된다. 아울러 간단한 구조로 실현이 가능하게 되어 저가격으로 구현이 가능하다는 장점을 가진다.

제안된 방법의 타당성을 설계예시를 통해 고찰한 결과, 설계된 디지털필터의 근사오차와 군지연특성이 동일한 설계사양으로 연속계수공간에서 설계되어진 디지털필터와 비교하여 큰 차이가 없는 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

참고문헌

- [1] B. A. Sheno, "Introduction to Digital Signal Processing And Filter Design," John Wiley & Sons Inc, 2005.
- [2] W. Kamp, R. Kunemund, H. Soldner, and R. Hofer, "Programmable 2-D Linear Filter for Video Applications", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 25, June 1990.
- [3] T. Hinamoto, K. Higashi, and Lu Wu-Sheng, "Roundoff noise minimization in two-dimensional state-space digital filters using error feedback," Circuits and Systems, ISCAS '03. Proceedings on Vol 4, pp. 25-28 May 2003.
- [4] Michael Brusco and Stephanie Stahl, "Branch-and-bound applications in combinatorial data analysis," Springer Verlag, 2005.

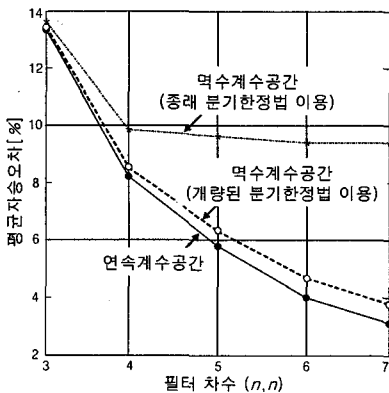


그림 6. 필터차수에 따른 근사오차
Fig. 6 Approximation errors of the resultant filters

- [5] H. Kar and V. Singh, "Stability analysis of 2-D state-space digital filters with overflow non-linearities," Fundamental Theory and Applications, IEEE Trans, vol. 47, pp. 598 - 601, Apr. 2000.
- [6] Tian-bo Deng, M. Kawamata, and T. Higuchi., "Design of 2-D separable-denominator digital filters based on reduced-dimensional decomposition," IEEE Trans, vol. CAS-34, no. 8, pp. 394-941, Aug. 1990.

저자소개



이 영 호(Young-Ho Lee)

경북대학교 전자공학과 공학사
경북대학교 전자공학과 공학석사
일본 동북(Tohoku)대학 정보과학
연구과 공학박사

1990년 3월 ~ 2000년 2월 : KT(한국통신) 연구개발본부 근무

2000년 3월 ~ 현재 : 위덕대학교 전자공학부 근무

※ 관심분야: 정보통신이론, 디지털신호처리, 최적화이론