응용통계연구 제 **19**권 2호, *2006*년, *pp. 231–240*

쌍체비교와 독립비교에 대한 통계적인 고찰

김태민[1) 김상부[2)

요 약

일반적으로 쌍체비교(paired comparison 또는 paired t test)가 효과적인 쌍으로의 구획을 통하여 소위 독립비교(group comparison)라고 일컫는 독립 이표본 t 검정(two-sample t test)보다 정밀한 결과를 제공하는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 이와 같은 사실을 통계적으로 뒷받침하기 위하여 두 방법의 정밀도를 보다 정량적으로 비교하였다. 독립비교와 쌍체비교가 각각 일원배치법과 이원배치법(특히, 임의화 블록 설계법)의 특수한 경우이므로 각각에 상응하는 신뢰구간의 길이의 비로 정의된 비교 통계량은 분산분석의 통계량으로 표현된다. 다시 말해서, 이 통계량은 t 와 F 분포함수로 표현되므로 쉽게 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 비교할 수 있다. 실제로, 자주 쓰이는 유의수준에서는 쌍체표본 내에 구획 간의 유의한 변동이 있으면 쌍체비교가 독립비교보다 정밀할 가능성이 더 높다.

주요용어: 쌍체비교, 독립비교, 일원배치법, 이원배치법, 임의화 블록 설계법, 분산분석

1. 서론

두 처리간의 비교를 위한 실험을 계획하는 경우에 흔히 쌍체비교를 할 것인지 또는 두 조의 독립인 확률표본에 의한 비교(이하 독립비교)를 할 것인지를 결정하는 것은 차후 분석의 정밀성을 확보한다는 의미에서 매우 중요하다(김우철 외 7인, 1988). 왜냐하면, 실험대상의 특성이나 실험방법에 따라 쌍체비교(paired comparison)와 독립비교(group comparison)의 정밀도(precision)가 다르게 나타나기 때문이다. Huntsberger와 Billingsley(1981)과 김우철 외 7인(1988), Snedecor와 Cochran(1989), Dougherty(1990) 등은 독립비교와 쌍체비교의 정밀도에 대해서 다소 정성적인 논의를 제시한 바 있다. 이들 문헌에서는 쌍체비교가 효과적인 쌍으로의 구획(blocking)을 통하여 독립비교보다 정밀할 수 있다고 말한다.

쌍체비교의 쌍체표본이 n개의 쌍에서 각각 2개씩 측정값을 가지므로 여러 문헌에서 크기가 n이고 서로 독립인 두 확률표본으로 상응하는 독립비교를 상정하였다. 그리고, 각각의 방법에 상응하는 신뢰구간에 포함된 t값의 자유도와 표준편차의 추정량에 따라 그 정밀도를 가늠하였다. 쌍체비교에 있어서 효과적인 쌍으로의 구획은 표준편차를 감소시켜 자

1) (305-701) 대전광역시 유성구 구성동 373-1, 한국과학기술원 전자전산학과 전산학전공, 박사과정
E-mail: tmkim@kaist.ac.kr
2) (641-773) 경상남도 창원시 사림동 9, 창원대학교 산업시스템공학과, 교수
E-mail: sbkim@sarim.changwon.ac.kr

유도의 손실을 보충함으로써 독립비교보다 나은 정밀도를 제공하는 것으로 결론짓고, 그 대표적인 예를 통하여 이를 뒷받침하였다.

본 논문에서는 이와 같은 사실을 통계적으로 뒷받침하기 위하여 독립비교와 쌍체비교에 대한 보다 정교한 해석과 정량적인 비교를 수행할 것이다. 이때, 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 비교하기 위하여 각각에 상응하는 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간의 길이를 비교한다. 여기서, α는 유의수준을 의미하며, 논의 전개의 편의상 양측검정에 대한 신뢰구간을 사용한다. 앞으로, 자유도 n을 갖는 t 분포의 $100(1-\alpha)\%$ 백분위수를 $t_{\alpha;n}$로 표기하며, 자유도 n과 m을 갖는 F 분포의 $100(1-\alpha)\%$ 백분위수는 $F_{\alpha;n,m}$으로 표기한다. 다음 표는 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 비교하기 위하여 상정한 표본의 자료구조와 부수적인 통계량을 나타낸다.

표 1.1: 표본의 자료구조

처리 \ 쌍	1	2	$\cdots$	n	표본평균	모평균
1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}	$x_{1\cdot}$	μ_1
2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}	$x_{2\cdot}$	μ_2
평균	$\bar{x}_{\cdot 1}$	$\bar{x}_{\cdot 2}$	$\cdots$	$\bar{x}_{\cdot n}$	$\bar{\bar{x}}$	μ
차이	D_1	D_2	$\cdots$	D_n	$\bar{D}$	μ_D

여기서, 각 쌍의 차이값은 $D_j = x_{1j} - x_{2j} (j = 1, \cdots, n)$로 정의된다. 그리고, 그 평균 $\bar{D} = \bar{x}_{1\cdot} - \bar{x}_{2\cdot}$이므로 쌍체비교에 상응하는 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$(x_{1\cdot} - x_{2\cdot}) \pm t_{\alpha/2;n-1} \frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

여기서, S_D는 D_j들에 대한 표본표준편차를 의미한다. 표 1.1의 쌍체표본을 두 독립표본으로 간주하고 그 표본합동표준편차 S_P에 의해 표현되는 독립비교의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간을 구하면 다음과 같다.

$$(x_{1\cdot} - x_{2\cdot}) \pm t_{\alpha/2;2(n-1)} S_P \sqrt{\frac{2}{n}}$$

이제, 독립비교와 쌍체비교에 대한 신뢰구간의 길이를 차례로 계산하면 다음과 같다.

$$L_1 = 2t_{\alpha/2;2(n-1)} S_P \sqrt{\frac{2}{n}} \text{와 } L_2 = 2t_{\alpha/2;n-1} \frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

대부분의 다른 문헌(김우철 외 7인, 1988과 Huntsberger와 Billingsley, 1981)에서는 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 비교하기 위하여 각각에 상응하는 신뢰구간의 길이를 직접 비교하였다. 그러나, 본 논문에서는 앞서 구한 신뢰구간의 길이가 모두 양의 값을 가지므로 다음과 같이 L_1을 L_2로 나눈 비를 비교 통계량 R로 정의한다.

$$R = \frac{L_1}{L_2} = \frac{t_{\alpha/2;2(n-1)}}{t_{\alpha/2;n-1}} \sqrt{\frac{2S_P^2}{S_D^2}} \tag{1.1}$$

따라서, R이 1보다 크면 $L_1 > L_2$이므로 쌍체비교의 정밀도가 높음을 의미하고, 반대로 R이 1보다 작으면 독립비교의 정밀도가 높음을 의미한다.

본 논문에서는 앞서 정의한 비교 통계량 R이 t 와 F 분포함수로 표현되며, 그 확률분포를 통하여 독립비교와 쌍체비교의 정밀도에 대한 통계적인 경향을 보이고자 한다. 다음 절에서 분산분석의 관점에서 재해석한 독립비교와 쌍체비교에 대하여 간략히 서술하고, 3절에서는 비교 통계량 R을 분산분석에서 사용되는 통계량으로 표현하고 그 통계적인 경향을 고찰한다. 끝으로, 4절에서 논문을 요약하면서 결론을 맺는다.

2. 두 모평균의 비교 문제와 분산분석

독립비교와 쌍체비교는 모두 분산분석의 특수한 경우로 매우 중요한 의미를 갖는다. 독립비교는 일원배치법의 특수한 경우이고, 쌍체비교는 반복이 없는 이원배치법 특히, 임의화 블록 설계법(randomized block design)의 특수한 경우이다. 이 절에서는 독립비교과 쌍체비교를 분산분석으로 재규명하였다.

2.1. 독립비교와 일원배치법

일원배치법은 독립비교의 독립 이표본을 k-표본으로 확장한 것이다. 다시 말해서, 독립비교는 k가 2인 일원배치법과 동일하다(Larsen과 Marx, 1986). 따라서, 표 1.1과 같이 주어진 독립표본에 대한 분산분석 즉, 처리에 대한 F 검정을 위한 일련의 계산은 다음과 같은 분산분석표로 나타낸다.

표 2.1: 독립비교에 상응하는 분산분석표

요인	제곱합	자유도	평균제곱	F비
처리(A)	SS_A	1	$MS_A = SS_A$	$F_{A1} = \frac{MS_A}{MS_{E1}}$
오차($E1$)	SS_{E1}	$2(n-1)$	$MS_{E1} = \frac{SS_{E1}}{2(n-1)}$	
계	SS_T	$2(n-1)$		

여기서, n은 원래 반복의 횟수를 의미하는 것으로 쌍체표본의 크기에 해당한다. 일원배치법에서 총제곱합(SS_T)은 처리와 오차에 의한 제곱합(각각 SS_A와 SS_{E1})으로 분해된다. 즉,

$$SS_T = SS_A + SS_{E1} \tag{2.1}$$

이제, 일원배치법과 독립비교에서 사용되는 통계량의 관계를 몇 가지 살펴보자. 처리의 수준이 2인 일원배치법에서는 오차제곱합 MS_{E1}이 표본합동분산 S_P^2와 정확하게 일치한다(임용빈 외 2인, 1995). 즉,

$$S_P^2 = MS_{E1} = \frac{SS_{E1}}{2(n-1)} \tag{2.2}$$

이다. 그리고, 처리에 대한 검정통계량 F_{A1}이 독립비교를 위한 검정통계량 T_G의 제곱과 같으므로 (Larsen과 Marx, 1986) 여기서는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{A1} = \frac{MS_A}{MS_{E1}} = \frac{n(\bar{x}_{1\cdot} - \bar{x}_{2\cdot})^2}{2S_P^2} = T_G^2 \tag{2.3}$$

따라서, 식 (2.2) 와 (2.3)으로부터 처리에 의한 평균제곱 MS_A를 구하면 다음과 같다.

$$MS_A = \frac{n(\bar{x}_{1\cdot} - \bar{x}_{2\cdot})^2}{2} \tag{2.4}$$

2.2. 쌍체비교와 임의화 블록 설계법

쌍체비교에 대해서도 앞서 소개한 독립비교에서와 유사한 해석이 가능하다. 쌍체비교는 처리 수준이 2인 임의화 블록 설계법의 F 검정과 동일하다 (Huntsberger와 Billingsley, 1981과 Larsen과 Marx, 1986; Montgomery, 1991). 표 1.1과 같이 주어진 쌍체표본에 대한 분산분석 즉, 요인별 F 검정을 위한 일련의 계산은 다음과 같은 분산분석표로 나타낸다.

표 2.2: 쌍체비교에 상응하는 분산분석표

요인	제곱합	자유도	평균제곱	F비
처리(A)	SS_A	1	$MS_A = SS_A$	$F_A = \frac{MS_A}{MS_E}$
구획(B)	SS_B	$n-1$	$MS_B = \frac{SS_B}{n-1}$	$F_B = \frac{MS_B}{MS_E}$
오차(E)	SS_E	$n-1$	$MS_E = \frac{SS_E}{n-1}$	
계	SS_T	$2n-1$		

여기서, n은 원래 임의화 블록 설계법에서 구획(block)의 수를 의미하는 것으로 역시 쌍체표본의 크기에 해당한다. 주지하는 바와 같이, 임의화 블록 설계법에서 총제곱합은 세 가지 요소인 처리와 구획, 오차에 의한 제곱합으로 분해되며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_E \tag{2.5}$$

한 가지 흥미있는 사실은, 처리의 수준이 2인 임의화 블록 설계법에서는 구획과 오차의 자유도가 모두 $n-1$로 동일하므로 그 평균제곱의 비로 표현되는 구획에 대한 F비 F_B가 상응하는 제곱합의 비로도 표현될 수 있다. 즉,

$$F_B = \frac{MS_B}{MS_E} = \frac{SS_B}{SS_E} \tag{2.6}$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서, 오차에 의한 제곱합 SS_E와 평균제곱 MS_E는 구획 내의 변동에 대한 정보를 포함하며, 구획에 의한 제곱합 SS_B와 평균제곱 MS_B는 구획 간의 변동에 대한 정보를 제공한다. 통계량 F_B가 1보다 크다는 것은 구획 간의 변동이 구획 내의 변동보다 크다는 것을 의미한다. 반대로, F_B가 1보다 작으면 구획 간의 변동이 구획 내의

변동보다 작다는 것을 의미하며, 쌍체표본을 두 독립표본으로 간주할 때 각 표본이 거의 동질적임을 의미한다.

다음으로, 임의화 블록 설계법과 쌍체비교에서 사용되는 통계량의 관계를 몇 가지 살펴보자. 임의화 블록 설계법에서도 일원배치법과 독립비교의 관계에서와 마찬가지로, 처리에 대한 검정통계량 F_A가 쌍체비교를 위한 검정통계량 T_P의 제곱과 같으므로 (Larsen과 Marx, 1986) 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_A = \frac{MS_A}{MS_E} = \frac{n(\bar{x}_{1\cdot} - \bar{x}_{2\cdot})^2}{S_D^2} = T_P^2 \tag{2.7}$$

또한, 식 (2.4)의 MS_A를 식 (2.7)에 대입하면 S_D^2이 MS_E의 두 배이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_D^2 = 2MS_E = \frac{2SS_E}{n-1} \tag{2.8}$$

그리고, S_P^2도 임의화 블록 설계법에서 사용되는 통계량으로 표현할 수 있다. 먼저, SS_{E1}은 식 (2.1)과 (2.5)로부터

$$SS_{E1} = SS_B + SS_E \tag{2.9}$$

이다. 따라서, S_P^2은 식 (2.2)와 식 (2.9)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$S_P^2 = \frac{SS_{E1}}{2(n-1)} = \frac{SS_B + SS_E}{2(n-1)} \tag{2.10}$$

3. 독립비교와 쌍체비교의 효율 비교

지금까지 우리는 독립비교와 일원배치법, 쌍체비교와 이원배치법의 관계를 각각 살펴보았다. 그리고, 독립비교와 쌍체비교의 주요 통계량을 모두 임의화 블록 설계법의 구획과 오차에 의한 제곱합으로 표현하였다. 이를 바탕으로 비교 통계량 R을 임의화 블록 설계법에서 사용되는 통계량으로 표현하고, 그 확률분포를 통하여 두 방법의 정밀도를 비교한다.

3.1. 비교 통계량의 유도

먼저, 식 (2.8)과 (2.10)을 이용하여 식 (1.1) 우변의 제곱근 내에 포함된 항을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{2S_P^2}{S_D^2} = \frac{SS_B + SS_E}{2SS_E} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{SS_B}{SS_E}\right)$$

따라서, 식 (1.1)의 비교 통계량 R은

$$R = \frac{t_{\alpha/2;2(n-1)}}{t_{\alpha/2;n-1}}\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{SS_B}{SS_E}\right)} \tag{3.1}$$

와 같이 표현된다. 더욱이, 식 (2.6)을 이용하면 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$R = \frac{t_{\alpha/2;2(n-1)}}{t_{\alpha/2;n-1}}\sqrt{\frac{1 + F_B}{2}} \tag{3.2}$$

그러면, 다음과 같은 두 가지 경우를 생각해 보자. (i) 구획 간의 변동 SS_B가 구획 내의 변동 SS_E보다 작은 경우 다시 말해서, 쌍체표본을 독립표본으로 간주할 때 각 표본이 거의 동질적인 경우, $F_B < 1$이므로 식 (3.1) 또는 (3.2)로부터 R은

$$R < \frac{t_{\alpha/2;2(n-1)}}{t_{\alpha/2;n-1}}$$

와 같다. 여기서, t 값의 비 $t_{\alpha/2;2(n-1)}/t_{\alpha/2;n-1}$ 는 1보다 근소한 차이로 작다. 따라서, 이 경우에는 R이 1보다 작으므로 독립비교가 쌍체비교보다 나은 정밀도를 갖는다. (ii) SS_B가 SS_E보다 큰 경우, 이때 자유도가 충분히 커서 앞서 살펴본 t 값의 비 $t_{\alpha/2;2(n-1)}/t_{\alpha/2;n-1}$가 거의 1에 가깝다고 하면 식 (3.2)는

$$R = \sqrt{\frac{1+F_B}{2}} \tag{3.3}$$

와 같다. 이 경우에는 $F_B > 1$ 이므로 R은 1보다 큰 값을 갖는다. 따라서, 이 경우에는 쌍체비교가 독립비교보다 나은 정밀도를 갖는다.

상기한 두 가지 경우는 여러 문헌에서 제시된 고찰 내용을 본 논문의 흐름에 맞추어 다시 서술한 것이다. 그러나, 이 두 가지 경우만으로는 구체적으로 어떤 경우에 어느 비교방법이 더 나은지 가늠하기가 쉽지 않다. 다음 절에서는 실제로 널리 사용되는 유의수준에 대하여 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 정량적으로 비교한다.

3.2. 통계적인 고찰

비교 통계량 R의 통계적인 특성을 보다 자세히 살펴보자. 먼저, 식 (3.2)에서 우변의 계수항, 즉 $t_{\alpha/2;2(n-1)}/t_{\alpha/2;n-1}$의 영향을 파악하기 위하여 일반적인 가설검정에 널리 사용되는 유의수준(0.3 이하)에 대하여 그 값을 계산해 보면, $t_{\alpha/2;2(n-1)}/t_{\alpha/2;n-1}$은 1보다 작고, n이 증가함에 따라 1에 점근한다.

두 번째로, 식 (3.2)의 또 다른 항 F_B에 대해서 살펴보자. 이것은 원래 구획 간의 변동이 없다는 귀무가설을 검정하기 위해 사용되는 통계량으로 자유도가 $n-1$과 $n-1$인 F분포를 따른다. 그러므로 유의수준 α에서의 F 값, $F_{\alpha/2;n-1,n-1}$이 그 귀무가설에 대한 기각값으로 사용된다. 식 (3.2)로부터 알 수 있는 바와 같이, n과 α가 결정되면 R은 F_B에 의해서만 영향을 받는다. 그러면, 독립비교와 쌍체비교의 정밀도가 같은 경우에 F_B값을 계산하여 보자. 식 (3.2)에서 $R=1$로 두고 F_B에 대해 풀어서 나온 경계값을 f_B로 정의하면

$$f_B = \frac{2t^2_{\alpha/2;n-1}}{t^2_{\alpha/2;2(n-1)}} - 1$$

과 같다. 특히, t 분포와 F 분포의 관계를 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_B = \frac{2F_{\alpha;1,n-1}}{F_{\alpha;1,2(n-1)}} - 1$$

유의수준 $\alpha = 0.05$에서 n에 따라 경계값 f_B를 기각값 $F_{\alpha;n-1,n-1}$과 함께 나타내면 그림 3.1과 같다. 그림 3.1에서 f_B의 하부 영역은 독립비교가 쌍체비교보다 정밀한 영역을 나타

낸다. 반대로, f_B의 상부 영역은 쌍체비교가 독립비교보다 정밀한 영역이다. f_B는 n이 2일 때 최대값을 가지며 n이 증가함에 따라 1에 점근한다. 따라서, $F_B < 1$이면 독립비교가 쌍체비교보다 정밀할 가능성이 높다. 다시 말해서, 상정한 독립표본이 거의 동질적인 경우에는 독립비교가 쌍체비교보다 정밀할 가능성이 높다.

그림 3.1에서 보는 바와 같이 $F_{\alpha;n-1,n-1}$는 모든 n에 대해서 f_B보다 크다. 이는 F_B가 $F_{\alpha;n-1,n-1}$보다 크면, 쌍체비교가 항상 독립비교보다 정밀하는 것을 의미한다. 다시 말해서, 효과적인 쌍으로의 구획을 통하여 쌍체표본 내에 구획 간의 유의한 변동이 있으면, 쌍체비교가 독립비교보다 항상 정밀한 결과를 제공한다. 보다 많은 유의수준에 대한 수치적인 결과를 통하여 유의수준이 0.3보다 작은 값을 사용하는 실제적인 경우에는 위와 같은 사실이 항상 유효함을 확인할 수 있다.

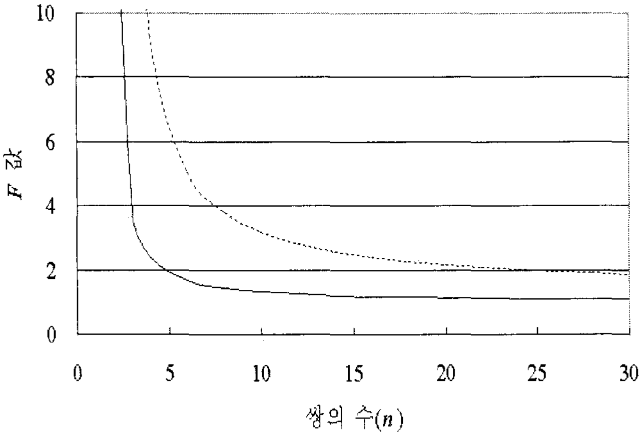

그림 3.1: $\alpha = 0.05$에서 F_B에 대한 경계값 f_B(실선)와 기각값 $F_{\alpha;n-1,n-1}$(점선)

다음으로, 독립비교가 쌍체비교보다 정밀할 가능성에 대하여 살펴보자. 이것은 F_B가 앞서 정의한 f_B보다 작을 확률, 즉 $P(F_B < f_B)$을 구하는 것으로 F 분포함수를 이용하여 쉽게 계산할 수 있다. 독립비교가 정밀할 확률은 n이 2일 때 최대값을 가지며 n이 증가함에 따라 서서히 감소하여 0.5에 점근한다. 이것은 효과적인 쌍으로의 구획이 보장되지 않는 경우에는 독립비교가 쌍체비교보다 정밀할 가능성이 있다는 것을 의미한다. 다시 말해서, 쌍으로의 구획이 가능한 실험대상에 대하여 두 처리간의 비교를 위한 실험을 계획하는 경우에 단순히 쌍으로 구획하는 것만으로는 쌍체비교의 정밀성을 보장할 수 없으며, 오히려 독립비교가 정밀할 가능성이 더 높다.

그런데, Huntsberger와 Billingsley(1981)은 효과적인 쌍으로의 구획에 대한 기준으로 구획 간의 변동이 구획 내의 변동보다 커야 함을 지적한 바 있다. 이 때 독립비교가 쌍체비교보다 정밀할 확률은 $P(F_B < f_B | F_B > 1)$로 표현되며, 몇 가지 유의수준에 대한 수치적인 결과는 표 3.1과 같다. 이 확률은 모두 0.5이하이며 n이 증가함에 따라 확률이 0으로 점근한

다. 이는 쌍체표본 내에 존재하는 구획 간의 변동이 구획 내의 변동보다 조금만 커져도 쌍체비교가 독립비교보다 정밀할 수 있음을 의미한다.

표 3.1: 구획 간의 변동이 구획 내의 변동보다 클 때, 독립비교가 정밀할 확률

쌍(n)	유의수준(α)					쌍(n)	유의수준(α)				
	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005		0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
2	0.3654	0.4090	0.4380	0.4622	0.4738	15	0.1633	0.2024	0.2384	0.2809	0.3092
3	0.3183	0.3685	0.4057	0.4397	0.4572	16	0.1588	0.1970	0.2325	0.2746	0.3027
4	0.2848	0.3358	0.3763	0.4160	0.4379	17	0.1546	0.1922	0.2271	0.2687	0.2967
5	0.2603	0.3105	0.3519	0.3946	0.4192	18	0.1508	0.1876	0.2220	0.2632	0.2910
6	0.2415	0.2904	0.3319	0.3760	0.4023	19	0.1472	0.1834	0.2173	0.2581	0.2856
7	0.2264	0.2740	0.3151	0.3598	0.3872	20	0.1439	0.1795	0.2130	0.2532	0.2806
8	0.2140	0.2603	0.3008	0.3457	0.3738	21	0.1409	0.1759	0.2088	0.2487	0.2759
9	0.2036	0.2486	0.2885	0.3333	0.3617	22	0.1380	0.1725	0.2050	0.2444	0.2714
10	0.1946	0.2384	0.2777	0.3223	0.3509	23	0.1353	0.1692	0.2014	0.2404	0.2672
11	0.1868	0.2295	0.2681	0.3123	0.3410	24	0.1327	0.1662	0.1979	0.2366	0.2632
12	0.1800	0.2217	0.2595	0.3034	0.3320	25	0.1303	0.1633	0.1947	0.2329	0.2593
13	0.1738	0.2146	0.2518	0.2952	0.3238	...	...	...	...	...	...
14	0.1683	0.2082	0.2448	0.2878	0.3162	∞	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

4. 결론

여러 문헌에서 독립비교와 쌍체비교의 정밀도에 대해 기술한 바 있다. 본 논문에서는 통계적으로 보다 정교한 논의를 전개하였으며, 몇 가지 통계적인 고찰을 통하여 보다 정량적으로 뒷받침할 수 있는 논거를 제시하였다. 먼저, 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 가늠하기 위하여 쌍체비교에 상응하는 신뢰구간의 길이를 독립비교에 상응하는 신뢰구간의 길이로 나눈 비를 그 비교 통계량으로 정의하였으며, 독립비교와 쌍체비교를 분산분석으로 재규명함으로써 이 비교 통계량을 분산분석에서 사용되는 통계량으로 표현하였다.

일반적으로 독립비교와 쌍체비교가 모두 가능한 실험에 있어서 독립비교에 대한 쌍체비교의 비교우위를 보장할 수 없으며, 오히려 독립비교가 더 정밀할 가능성이 있다. 특히, 실험대상이 거의 동질적이어서 쌍체표본 내에 존재하는 구획 간의 변동이 구획 내의 변동보다 작은 경우, 독립비교는 쌍체비교보다 정밀한 결과를 제공한다. 그러나, 효과적인 쌍으로의 구획을 통하여 쌍체표본 내에 존재하는 구획 간의 변동이 구획 내의 변동보다 크게 되면 쌍체비교가 독립비교보다 정밀할 가능성은 훨씬 높아진다. 특히, 유의수준이 0.3보다 작은 실제적인 상황에서 효과적인 쌍으로의 구획을 통하여 쌍체표본 내에 구획 간의 유의한 변동이 발생하는 경우, 쌍체비교는 항상 독립비교보다 정밀한 결과를 제공한다. 따라서, 쌍체비교가 독립비교보다 정밀한 결과를 줄 수 있으며, 이를 위해서는 실험대상에 대한 효

과적인 쌍으로의 구획이 반드시 선행되어야 할 것이다.

이상과 같은 결론을 도출하기 위한 가장 중요한 시발점은 (1) 독립비교와 쌍체비교의 정밀도를 비교하기 위한 기준으로 각각에 상응하는 신뢰구간의 길이의 비를 사용하였다는 것과 (2) 독립비교와 쌍체비교를 각각 일원배치법과 이원배치법(특히, 임의화 블록 설계법)으로 해석함으로써 이 기준을 임의화 블록 설계법의 통계량으로 표현하였다는 것이다. 결국, 이 비교 통계량은 t와 F 분포함수로 표현되고, 독립비교와 쌍체비교의 우열에 대한 통계적인 경향을 잘 설명한다. 그 수치적인 결과가 독립비교와 쌍체비교에 대하여 우리가 익히 알고 있는 사실을 잘 뒷받침하고 있다.

참고문헌

김우철 외 7인. (1988). <현대통계학>, 제3개정판. 영지문화사. 서울.

임용빈 외 2인. (1995). <실험계획법 I>, 한국방송통신대학교출판부. 서울.

Dougherty, E. R. (1990). *Probability and Statistics for the Engineering, Computing, and Physical Sciences,* Prentice Hall. New Jersey.

Huntsberger, D. V. and Billingsley, P. (1981). *Elements of Statistical Inference, 5th ed.* Allyn and Bacon. Boston.

Larsen, R. J. and Marx, M. L. (1986). *An Introduction to Mathematical Statistics and Its Applications, 2nd ed.* Prentice-Hall. New Jersey.

Montgomery, D. C. (1991). *Design and Analysis of Experiments, 3rd ed.* Wiley. New York.

Snedecor, G. W. and Cochran, W. G. (1989). *Statistical Methods, 8th ed.* Iowa State University Press. Iowa.

[2005년 11월 접수, 2006년 2월 채택]

A Statistical Approach to Paired versus Group Comparisons

Taemin Kim[1)] Sang Boo Kim[2)]

ABSTRACT

It is well understood that a paired comparison (paired t test) provides better precision than a group comparison (two-sample t test), when the pairing is effective (the variation within a pair is small). However, when the variation among the pairs is sufficiently small, the group comparison is likely to yield a better result. To get a statistical explanation of this, we examine the two methods through an analogy to one-way and two-way analysis of variance. We introduce a new measure, R statistic, which is the ratio of their confidence interval lengths, as a quantitative criterion for comparing the two methods. The distribution of the R statistic is described by t and F distribution functions. Through this characterization, we show that the paired comparison can be better than group comparison when the variation among the pairs is statistically significantly large.

Keywords: group comparison, paired comparison, one-way and two-way analysis of variance, randomized block design, R statistic

1) Graduate Student, Division of Computer Science, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Korea Advanced Institute of Science and Technology.
E-mail: tmkim@kaist.ac.kr
2) Professor, Department of Industrial and Systems Engineering, Changwon National University.
E-mail: sbkim@sarim.changwon.ac.kr