

품질안전개선을 위한 공정능력지수의 연구

– The study on the Process Capability Index for Continuously Improvement Quality Safety –

양 광 모 *

Yang Kwang Mo

오 선 일 **

Oh Sun Il

강 경 식 ***

Kang Kyong Sik

Abstract

It is necessary to deal with the process capability index carefully because it has been developed with certain assumptions. Companies make a decision on processes through the results obtained by using and treating data extracted from the processes. However if they have incorrect or wrong results, they cannot lead to proper outputs but also bring to loss of the competition in quality. Therefore, this study will show a method to analysis Cp (process capability ; CP) and an idea of mass-production on Pp (process performance ; PP) based on the Sigma Estimate which is one of the uncertainty in the process capability index and makes a lot of error. To apply this method, it is essential to understand and to analyze the processes exactly. Especially, it is required to establish the more accurate process capability index that can quickly and properly respond to changes on processes to recognize the small changes on the process which lies in specification in mass production system that the continual monitoring of quality managers is required.

Keywords : process capability index, process performance

† 본 연구는 명지대학교 안전경영연구소 지원으로 수행되었음

* 명지전문대학 산업시스템경영과 겸임교수

** 명지대학교 산업공학과 박사과정

*** 명지대학교 산업공학과 교수

2006년 5월접수; 2006년 6월 수정본 접수; 2006년 6월 게재확정

1. 서론

근래에 공정능력지수는 미국에서 6시그마 품질운동의 전개로 인하여 제조업체에서는 물론 영업 및 서비스 등의 비제조업 분야에서도 해당 프로세스의 능력을 평가하기 위해 많이 사용된다. 그런데 공정능력지수로 해당 공정의 능력을 올바르게 평가하는데 있어서 정확한 사용방법을 모르고 잘못된 정보를 통해 공정능력을 해석하는 오류를 범하고 있다. 종종 관리자들은 공정관리를 하기 위해 여러 가지 노력을 제대로 하기 보다는 원하는 수준의 공정능력지수 값을 구하기 위하여 오류를 범하기도 한다. 예를 들어 공정능력지수의 값이 원하는 수준보다 낮게 나오면 표본을 달리 선택하거나 또는 편의 있는 측정을 하여 공정능력지수를 끌어올리려고 한다. 그래서 결국 공정능력지수를 구해 해당공정의 능력을 평가하는 것이 불행하게도 품질개선에 장애요인이 되기도 한다. 따라서 본 연구는 현재 기업에서 사용하고 있는 공정능력지수의 정확한 사용방법, 예를 들어 제품들이 여러 로트에 들어있는 경우 이 제품들은 여러 생산라인에서 나오므로 제품 간 변동이 있고, 각각의 생산라인 내 제품들도 시간차 변동이 있으며, 일정한 시점에서 생산된 제품이라고 하더라도 제품 간 및 제품 내 변동 또한 있다. 따라서 군내산포와 군간산포를 고려 시 공정에 대한 능력의 평가와 해석을 정확하게 할 수 있도록 하는 데 있다. 연속적 대량생산 시스템(Mass Production System)을 적용하고 있는 대기업체를 대상으로 현재의 공정능력지수 산출의 방법과 적용의 문제점을 파악하고 공정능력지수가 복잡해지면서 공정능력지수로 파악하고자 하는 것이 조금씩 추가 되지만 그에 대한 해석이 용이하지 않으므로 일반 산업현장에서는 편의상 C_p (process capability ; CP)와 C_{pk} , P_p (process performance ; PP)와 P_{pk} 를 사용하는데 있어서 공정능력지수의 한계성 중 시그마추정 시 공정능력지수의 불확실성을 통하여 현 실정에 적합한 공정능력지수의 적용방법과 구체적 해석에 대하여 방법론을 제시하고자 하였다.

2. 공정능력지수와 불량률과의 관계

표준편차 값은 품질특성값의 측정단위나 공정의 특성에 따라 값이 달라지므로 표준화된 지수를 필요하게 되는데 그게 바로 공정능력지수이다. 어떤 공정의 품질특성값에 대해 규격한계가 규격상한의 값을 USL로, 규격하한의 값을 LSL로 주어진 경우, 품질특성값이 규격상한보다 큰 제품이나 혹은 규격하한보다 작은 제품은 불량품으로 간주된다. 그리고 제품의 산포인 표준편차의 값이 작을수록 LSL에서 USL까지의 거리인 $(USL - LSL)$ 은 표준편차의 여러배가 된다. $(USL - LSL)$ 값이 표준편차의 6배인 '6×표준편차' 정도가 될 때 공정은 보통수준이라 판단한다. 따라서 $(USL - LSL)$ 값을 $(6 \times \text{표준편차})$ 값으로 나누어 본 값을 공정능력 지수라 하고 C_p 로 표현하며, 공정의 표준편차 값이 작을수록 C_p 값은 커지게 되고 공정의 능력은 우수하다고 판단하게 된다. C_p 와는 달리 C_{pk} 는 공정의 평균값이 목표값과 일치하지 않을 때 사용하는 공정능력지수이다.

<표 2.1> 공정능력지수와 시그마 수준과의 관계

시그마수준	Cp	Cpk
1.5	0.50	0.00
2.0	0.67	0.17
3.0	1.00	0.50
4.0	1.33	0.83
4.5	1.50	1.00
5.0	1.67	1.17
5.5	1.83	1.33
6.0	2.00	1.50

<표 2.2> 시그마 수준에 따른 Cpk와 PPM과의 관계

시그마	Cpk	PPM	양품율(%)
1.0	0.33	317310	68.27
1.5	0.50	133614	86.64
2.0	0.67	45500	95.45
2.5	0.83	12419	98.76
3.0	1.00	2700	99.73
3.5	1.17	465	99.9535
4.0	1.33	63	99.9937
4.5	1.50	7	99.9993
5.0	1.67	0.574	99.9999426
5.5	1.83	0.038	99.9999962
6.0	2.00	0.002	99.9999998

단, PPM : 백만 개 당 몇 개의 불량인지를 나타내는 척도, 낮을수록 좋은 값

공정능력과 시그마 수준을 $C_p = (USL - LSL) / (6 \times \text{표준편차}) = 1$ 이라고 할 때 $USL - LSL = 6 \times \text{표준편차}$ 가 된다. 따라서 USL과 LSL까지의 길이는 '6×표준편차'이므로 6σ와 같게 된다. 그리고 목표값은 USL과 LSL의 중간에 있으므로 목표값에서 USL까지의 길이는 (USL-LSL)의 절반이 된다. 따라서 목표값에서 USL까지의 거리는 표준편차인 σ의 3배가 되어 3σ가 된다. 즉, Cp값이 1인 경우 시그마 수준은 '3시그마'수준이 된다. 이를 관계식으로 시그마수준(Z) = $3 \times C_p$ 가 된다. 또한 치우침을 고려한 공정능력지수 Cpk가 1인 경우 품질 수준을 시그마 수준으로 표현하면 3시그마+1.5시그마=4.5시그마 수준이 된다. 따라서 장기적으로 공정평균이 목표값에서 1.5σ정도 이동할 때 Cpk와 시그마 수준의 관계는 시그마수준(Z) = $3 \times C_{pk} + 1.5$ 가 된다. 그리고 Cp와 Cpk사이에는 다음 식(2.1)과 같은 관계가 성립한다.

$$C_{pk} = C_p - 0.5 \tag{2.1}$$

다음 <표 2.1, 2, 3>는 공정능력지수와 시그마 수준과의 관계를 나타낸다.

<표 2.3> 치우침이 있는 경우 Cpk와 PPM과의 관계

시그마	Cpk	PPM	양품율(%)
1.0	-0.17	691463	30.85
1.5	0.00	500000	50.00
2.0	0.17	308538	69.14
2.5	0.33	158655	84.13
3.0	0.50	66807	93.32
3.5	0.67	22750	97.72
4.0	0.83	6210	99.38
4.5	1.00	1350	99.86
5.0	1.17	233	99.977
5.5	1.33	32	99.9968
6.0	1.50	3.4	99.99966

고객의 불만족을 야기 시키는 것, 또는 부적합을 발생시키는 것은 모두 결함 또는 불량이라고 할 수 있다. 결함과 불량을 줄이는 것이 6시그마의 기본적인 목표이다.

3. 공정능력지수의 문제점

추정된 공정능력지수는 상수가 아닌 확률변수이다. 따라서 공정능력지수에 대한 보다 철저한 이해를 위해서는 추정된 공정능력지수에 대한 분포를 알아야 한다. (Kane (1986)[13], Chan, Cheng and Spiring (1988)[7]. 이때 물론 데이터가 정규분포를 따른다면 분석은 쉽다. 이런 점을 고려하여 σ 의 추정, 샘플링 오차, 소 표본, 품질특성치간 독립성의 기여와 관련하여 추정된 공정능력지수가 수반할 수 있는 불확실성의 정도에 대해서 살펴본다.

3.1 시그마 추정 시 공정능력지수의 불확실성

σ 는 공정능력지수 C_{pk} 의 분모에 있으므로 이 추정치가 작을수록 C_{pk} 는 커지게 된다. 따라서 어떤 과정을 거쳐 C_{pk} 를 계산할 것인지는 C_{pk} 값을 구하는 사람이 제품의 공급자 또는 수요자에 따라서 달라질 수 있다. σ 의 추정치로서 제품의 수요자는 모든 변동(군내변동, 군외변동, 장기적인 변동 등)을 사용하려고 할 것이며, 제품의 공급자는 이상요인이 제거된 상태에서 군내변동만을 사용하려고 할 것이다.

공정관리에서는 평균의 관리를 위해서 평균관리도가 많이 쓰이며, 평균관리도로부터 산출되는 정보를 이용하여 C_{pk} 를 계산한다. 각 부분군의 크기가 n 이고, m 개의 부분군이 있다고 하자. 이때 각각의 부분군으로부터 산술평균 X 와 범위 R 을 계산할 수 있으

며,공정의 평균 μ 의 추정치로는 부분군의 산술평균 X 들을 다시 산술평균한 \bar{X} 를 쓴다. 하지만 공정의 표준편차 σ 의 추정방법으로는 네 가지 방법이 있을 수 있다.

첫 번째 방법은 N개의 데이터를 군 구분 없이 한 세트의 데이터로 보고 구한 표본 표준편차를 다음 식(3.1)로 σ 를 추정하는 것이다.

$$\hat{\sigma} = S \quad \text{식(3.1)}$$

두 번째 방법은 전체 N개의 데이터에서 범위 R을 구하여 다음 식(3.2)로 σ 를 추정하는 것이다

$$\hat{\sigma} = R/d_2 \quad \text{식(3.2)}$$

세 번째 방법은 각 부분군의 범위 R_i 의 산술평균 \bar{R} 를 이용한 다음 식(4.3)로 σ 를 추정하는 것이다.

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2 \quad \text{식(3.3)}$$

네 번째 방법은 각 부분군에서 구한 표본표준편차 S_i 의 산술평균 \bar{S} 를 이용한 다음 식(4.4)로 σ 를 추정하는 것이다.

$$\hat{\sigma} = \bar{S} \quad \text{식(3.4)}$$

그렇다면 이 네 가지 방법에 의한 공정능력지수, 예를 들어 Cpk 의 추정치는 똑같은 결과를 나타내지 않는다. 올바른 공정능력지수를 나타내는 것을 어느 것이 옳고 그르다고 말할 수 없다. 왜냐하면 첫 번째나 두 번째 방법은 단기적인 변동은 물론 장기적인 변동까지 고려하여 σ 를 추정한 것이고, 세 번째나 네 번째 방법은 단기적인 변동만을 고려하여 σ 를 추정한 것이기 때문이다. 구체적으로 첫 번째나 두 번째 추정치인 S나 R/d_2 는 군내변동은 물론 군간변동까지 고려한 총 변동을 나타내는 반면, 세 번째나 네 번째 추정치인 \bar{R}/d_2 나 \bar{S} 는 부분군들의 단기변동(군내변동)들을 나타낸다.

실제 공정에서 소비자가 겪게 되는 변동이 군내변동과 군간변동을 합한 변동이라고 본다면 σ 에 대한 첫 번째나 두 번째 추정치를 이용하여 구한 값을 공정성능(process performance ;PP)지수라고 부른다.. 데이터의 수가 많은 경우 범위보다는 표준편차가 더 효율적이므로 첫 번째 추정치를 이용한 공정능력지수에 대해 더욱 이해할 필요가 있다. 하지만 때로는 평균관리도를 그리면서 파악되는 단기간의 변동을 이용하여 공정능력지수를 많이 추정하므로 세 번째 방법(즉, $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$)에 근거한 공정능력지수와 첫

번째 방법에 근거하여 공정능력지수 파악 시 차이점을 상호 비교 하고자 한다.

참고로, 일반 품질관리 현장에서는 데이터를 컴퓨터에 입력하면 공정능력지수가 자동적으로 계산된다. 그런데 사용하는 소프트웨어마다 σ 의 추정방법이 조금씩 다르므로 공정능력지수의 계산결과 또한 다르다. 따라서 컴퓨터를 이용하여 공정능력지수를 구하는 경우 모수의 추정이 어떤 방법으로 이루어지는지 파악해야 한다.

3.2 샘플링오차와 관련된 공정능력지수의 불확실성

공정능력지수는 샘플링 오차(표본추출방법에 의해 발생하는 오차)에 의해서 그 값이 달라진다. 즉, 똑같은 추정방법으로 똑같은 상황 하에서 여러 사람이 공정능력지수의 값을 구하기 위해 표본을 랜덤하게 뽑는 경우 추정된 값들은 서로 다르다. 따라서 불확실한 정도를 측정하기 위한 방법으로 공정능력지수에 대한 구간추정을 실시한다.

식(3.1)에 의하여 σ 를 추정하는 경우 주어진 데이터가 정규분포를 따른다면 표본의 수가 N 일때 다음의 통계량 식(3.5)은 자유도 $N-1$ 인 χ^2 분포를 따른다.

$$\frac{(N-1)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \quad \text{식(3.5)}$$

은 자유도 $N-1$ 인 χ^2 분포를 따른다. 여기서 $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X})^2$ 이다. 따라서 C_p 에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식(3.6)과 같다.

$$\left(\frac{\chi_{N-1, \alpha/2}}{\sqrt{N-1}} \hat{C}_p, \frac{\chi_{N-1, 1-\alpha/2}}{\sqrt{N-1}} \hat{C}_p \right) \quad \text{식(3.6)}$$

한편, 식 (4.3)에 의하여 σ 를 추정하는 경우 Patnaik (1950)[16]에 의하면 다음의 통계량 식(3.7)은 대략적으로 자유도 ν 인 χ^2 분포를 따른다.

$$\frac{\nu R^2}{(C^2 \sigma^2)} \quad \text{식(3.7)}$$

여기서 ν 와 c 는 부분군의 크기 및 부분군의 수에 의해 결정되는 값들이다. 따라서 R/d_2 로 σ 를 추정하는 경우 C_p 에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식(3.8)와 같이 나오며

$$\left(\frac{USL - LSL}{6\sqrt{\nu}} \frac{c}{R} \chi_{\nu, \alpha/2}, (1-k) \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\nu}} \frac{c}{R} \chi_{\nu, 1-\alpha/2} \right) \quad \text{식(3.8)}$$

C_{pk} 에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음 식(3.9)와 같이 나온다.

$$((1-k) \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\nu}} \frac{c}{R} \chi_{\nu, \alpha/2}, (1-k) \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\nu}} \frac{c}{R} \chi_{\nu, 1-\alpha/2}) \text{ 식(3.9)}$$

식 (3.8)과 (3.9)에서는 C_p 나 C_{pk} 에 대한 구간추정에 대해 설명했는데, 똑같은 통계량 (3.7)를 이용하여 어떤 공급자의 공정능력지수가 특정한 값인지 검정할 수 있다.

3.3 소 표본에 기인한 공정능력지수의 불확실성

통상적으로 평균관리도 및 범위관리도로 공정의 평균 및 산포를 관리하면서 전체 공정의 능력을 살피기 위해 공정능력지수를 구한다. 이때 공정능력지수를 구하는 데 필요한 모수, 예를 들어 공정의 평균 μ 나 공정의 표준편차 σ 는 평균관리도의 작성에 이용된 정보를 그대로 이용하는 경우가 많다. 그런데 최근 제품이 다품종 소량화되면서 예전과는 달리 데이터가 많지 않은데도 불구하고 관리도나 공정능력지수를 이용하여 공정의 능력을 평가한다. 자료가 많지 않은 상태에서 평균관리도의 관리한계선을 결정하여, 이를 공정관리에 이용하면 Quesenberry(1993)[19]가 지적한 것처럼 제1종의 오류를 범할 확률은 높아지고, 평균런길이(average run length)가 예상보다 길어지는 문제가 생긴다.

그러면 식(3.1)에서와 같이 $\sigma = S$ 인 경우 Kotz and Johnson (1993)[14]에 의하면 다음 식식(3.10)이며,

$$E(\hat{C}_p) = \frac{1}{b_f} C_p, b_f = \sqrt{(2/f)} \frac{\Gamma(f/2)}{\Gamma((f-1)/2)}, f = N - 1 \text{ 식(3.10)}$$

몇 개의 f 에 대한 b_f 의 값을 나열하면 다음 <표 3.1>과 같이 나온다.

<표 3.1> f 와 b_f 와의 관계

f	4	9	14	24	29	39	49	59
b_f	0.798	0.914	0.945	0.968	0.974	0.981	0.985	0.987

따라서 데이터의 수가 적은 경우 \hat{C}_p 는 C_p 를 과대평가하게 된다. 구체적으로 소량생산 하에서 $N=10$ 개의 데이터로 \hat{C}_p 를 구하는 경우 C_p 는 9.4% 정도 과대평가된다. 따라서 C_p 가 실제로 1(2,700PPM임)인데도 1.094(520PPM임)라고 말할 가능성이 많다. C_p 가 1이 아닌 다른 값, 예를 들어 0.5나 1.2인 경우 공정의 불량수준이 얼마나 된다고

잘못 판단하는지에 대해서는 다음 <표 3.2>를 보면 쉽게 알 수 있다.

<표 3.2> 표본의 크기가 10인 경우 원래의 공정불량률 및 과장된 공정불량률

C_p	0.5	1	1.2
원래의 공정불량률	133,620PPM	2,700PPM	320PPM
과장된 공정불량률	101,000PPM	520PPM	80PPM

따라서 소 표본에 의해 모수를 추정하는 경우에는 올바른 추정을 하기 위하여 불편추정량을 다음 식(3.11) 으로 C_p 를 추정하면 좋을 것이다.

$$\widehat{C}_p' = b_f \widehat{C}_p \quad \text{식(3.11)}$$

참고로, \widehat{C}_p 의 분산은 다음 식(3.12)과 같이 나온다.

$$\text{Var}(\widehat{C}_p') = \left[\frac{fb_f^2}{f-2} - 1 \right] C_p^2 \quad \text{식(3.12)}$$

다음으로 추정된 C_{pk} 에 대한 기댓값은 다음 식(3.13)이다.

$$E(\widehat{C}_{pk}) = \frac{1}{b_f} C_{pk} \quad \text{식(3.13)}$$

소표본에 의한 잘못된 추정을 피하기 위해서는 불편추정량, 다음 식 (3.14)로 C_{pk} 를 추정해야 한다.

$$\widehat{C}_{pk}' = b_f \widehat{C}_{pk} \quad \text{식(3.14)}$$

참고로, \widehat{C}_{pk} 의 분산은 다음 식(3.15)과 같다.

$$\text{Var}(\widehat{C}_{pk}') = (1-k)^2 \left[\frac{fb_f^2}{f-2} - 1 \right] C_p^2 \quad \text{식(3.15)}$$

3.4 품질특성치간 독립성결여로 인한 공정능력지수의 불확실성

지금까지의 논의는 품질특성치들이 서로 독립적인 경우에 적용된다. 하지만 제조공정의 경우 품질특성치간 독립이 아닌 경우가 많다. 특히 요즘과 같이 품질특성치가 계측기에 의해 자동적으로 측정되는 경우 측정치간 시간간격이 짧으므로 이들 간 서로 종속적인 경우가 많다. 그런데도 불구하고 이들 품질특성치들이 서로 독립인 것처럼 기존의 방법대로 공정능력지수를 구하면 어떤 결과를 초래하는지 이 절에서 살펴보기로 한다.

일반적으로 X_1, X_2, \dots, X_N 이 공통의 평균 μ 분산 σ^2 을 가지며 X_i 와 X_j 간 상관계수가 ρ_{ij} 인 경우, Yang and Hancock (1990)[20]에 의하면, 표본분산 S^2 의 기댓값은 $E(S^2) = (1 - \bar{\rho})\sigma^2$ 이다. 여기서 $\bar{\rho}$ 란 $N(N-1)/2$ 개의 X 들 간의 짝에 대한 상관계수들을 평균한 것이다. 식 $E(S^2) = (1 - \bar{\rho})\sigma^2$ 로부터 상관계수들이 주로 양수인 경우 $C_p = (USL - LSL)/6S$ 에서 σ 를 과소평가하게 되며, 따라서 C_p 는 과대평가 된다고 하는 것을 알 수 있다. 특히 품질특성치간 양의 상관관계가 높으면 높을수록 C_p 는 더욱더 과대평가 된다. 품질특성치간 종속적인 경우에는 C_p 도 C_{pk} 에서와 같이 잘못 평가된다. 구체적으로 매 시점의 특성치간 다음과 같은 1차 자기회귀(first order autoregressive) 관계 다음 식(3.16)이 성립한다고 하자.

$$X_{i+1} = \phi X_i + a_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{식(3.16)}$$

여기서 $-1 < \phi < 1$ 이며 a_i 는 서로 독립이고 $E(a_i) = 0, \text{Var}(a_{i+1}) = \sigma_a^2, \text{Var}(X_i) = \sigma_x^2 / (1 - \phi^2)$ (이것을 σ^2 라고 하자)라고 가정한다. 식(3.16)은 화학공정에서 품질특성치를 일정한 시간간격으로 측정하는 경우 나올 수 있는 모형이다. 이와 같이 부분군이 형성되기 어려운 경우에는 공정의 표준편차 σ 를 추정하기 위해 서로 인접한 관측치들 간의 이동범위의 평균을 이용한 식이 많이 사용된다. 그런 경우에는 다음 식(3.17)인 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} E(\overline{MR}/d_2) &= \sqrt{1 - \text{Corr}(X_i, X_{i+1})} \sigma \\ &= \sqrt{1 - \phi} \sigma \end{aligned} \quad \text{식(3.17)}$$

따라서 이로부터 연속적인 품질특성치간 양의 상관관계가 있다면 σ 를 과소평가하게 되어, C_p 는 과대평가 된다. 특히 연속적인 품질특성치간 양의 상관관계가 높을수록 C_p 는 더욱더 과대평가 된다. 식(3.16)보다 좀더 복잡한 2차 자기회귀모형 식(3.18)이

성립한다.

$$X_{i+2} = \phi_1 X_{i+1} + \phi_2 X_i + a_{i+2}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{식(3.18)}$$

이 성립하는 경우에는 다음 식(3.19)인 관계가 성립하므로

$$E(\overline{MR}/d_2) = \sqrt{1 - \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}} \sigma \quad \text{식(3.19)}$$

X_{i+2} 와 X_i 간의 양의 상관관계가 X_{i+2} 와 X_{i+1} 간의 양의 상관관계와 더불어 C_p 를 더욱더 과대평가한다. 식(3.16)과 (3.18)에서와 같이 품질특성치간 종속적인 경우에는 C_{pk} 도 마찬가지로 과대평가된다. X간의 종속관계는 C_p 에 보다는 C_{pm} 에 영향을 덜 미친다. 그 이유는 $\rho_{ij} = \text{Corr}(X_i, X_j)$ 이 어떤 값이더라도 $\frac{1}{N} E\left(\sum_{i=1}^N (X_i - T)^2\right) = \sigma^2 + (\mu - T)^2$ 이기 때문이다. 공구의 마모와 같이 계통적인 이상요인이 내재하는 경우 공정능력지수는 다음 식(3.20)와 같이 정의하여 사용할 수도 있다.

$$C_{pm}^* = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma_i^2 + (\mu_i - T)^2}} \quad \text{식(3.20)}$$

여기에서 μ_i 및 σ_i 는 i 번째 부분군의 평균 및 표준편차를 나타낸다. 물론 C_{pm}^* 이외의 다른 공정능력지수에서도 μ 나 σ 대신 μ_i 나 σ_i 를 넣어 공정의 능력을 파악할 수 있다.

위에서 언급한 공정능력지수의 불확실성 중에서 시그마추정 시 공정능력지수를 통하여 일반 산업현장에서는 편의상 사용하는 C_p 나 C_{pk} (단기적 공정능력지수), P_p 나 P_{pk} 를 통하여 현 실정에 적합한 공정능력지수의 적용방법과 구체적 해석에 대하여 방법론을 알아볼 필요가 있다.

4. 기업의 실증분석을 통한 해석

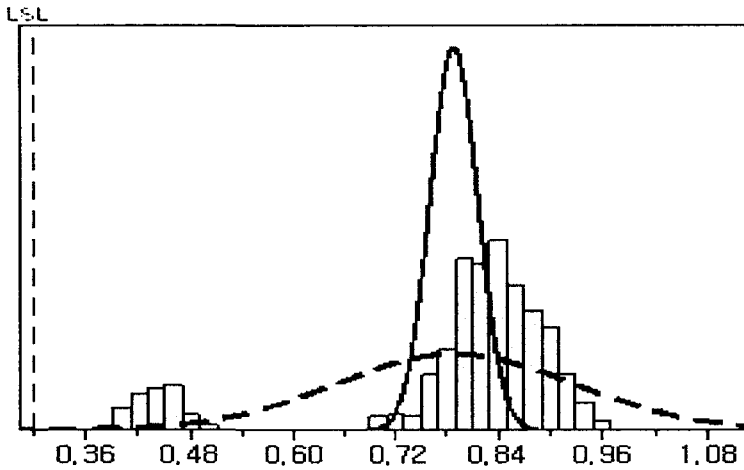
본 절에서는 연속적 대량생산 시스템을 적용하고 있는 국내 회사의 데이터를 기준으로 정확한 C_p , C_{pk} 와 P_p , P_{pk} 를 해석하고 판정기준을 제시 하고자 한다.

C_p 는 생산개시 시점에 공정의 단기적 상태에서 우연원인으로 이루어진 실현 가능한 잠재적 최대능력을 나타내는데, 현실적 상황인 개발 양산 직전, Tool의 변경, 설비변경과 같은 중요사항이 발생하였을 때 공정에서 나타나는 현실적인 평균과 규격과의 차이와 단기간의 우연적 변동을 고려한 C_{pk} 로서 공정능력을 평가하는데 이때의 산포는 우연원인으로 이루어진 군내산포를 사용한다.

이때 C_{pk} 가 1.67이상이 나오면 공정을 안정적인 상태로 판단하고 양산을 시작하는데

양산을 하면서부터 시간적 변동요인인 4M(man, machine, material, method)에 의하여 영향을 받아 실제 제조과정에서는 단기적 상태에서 나타난 우연적 변동인 편차보다 장기적 상태에서의 편차가 증가하게 된다. 이때 장기적 상태에서의 정적능력인 Pp를 사용하게 되는데 Pp도 Cp와 마찬가지로 공정에서 나타나는 현실적인 평균과 규격 중심값과의 차이가 나타나는 경우에 공정성능지수인 Ppk를 사용하게 된다. 이때의 산포는 우연적 원인과 시간이 경과하면서 나타나는 변동요인을 고려하여 현실적으로 관리도의 상태에서는 군내산포와 군간산포를 모두 고려한 σ_T 를 사용하게 된다.

따라서 현실적으로는 Ppk값이 Cpk값보다 더 작게 나타날 수밖에 없다. 이러한 상태의 척도를 불량률 개념으로 환산하면 현재 각 기업에서 사용하고 있는 Cp로 환산한 불량률은 단기적 상태에서 기업이 가질 수 있는 최소한의 불량률이 되고, Ppk값으로 환산한 불량률은 실제 기업의 양산과정에서 나타나는 최종적인 최대 불량률을 나타내게 된다. 이때 공정에서 나타나는 불량률과 Ppk는 일치한다고 할 수 있다. 다음은 국내 I 기업의 사례를 통해 Cpk와 Ppk를 올바르게 해석해 보았다.



[그림 4.1] 국내 I 기업의 사례

위의 그림[4.1]과 같이 단기간의 우연적 변동을 고려한 Cpk로서 공정능력을 평가하면 <표 4.1>과 같다.

<표 4.1> 국내 I 기업의 잠재적 공정능력 C_{PK}

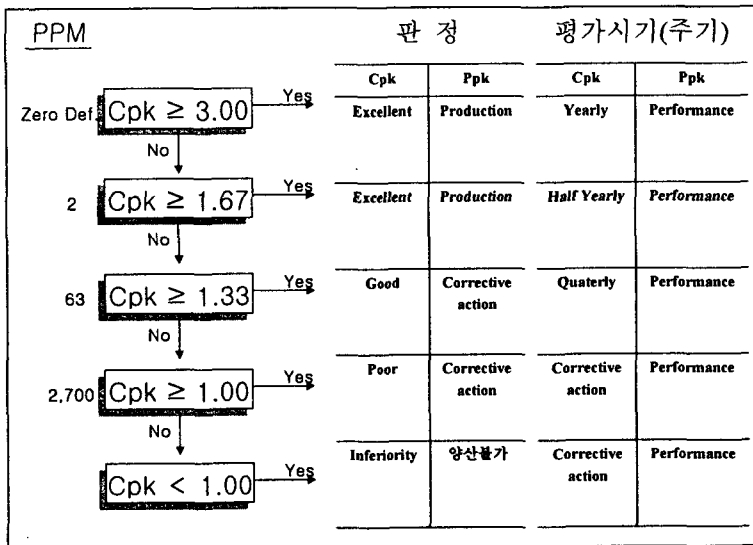
잠재적 (내부) 공정능력		기대 내부 성능	
C_P	*	PPM < LSL	0.00
C_{PL}	5.85	PPM > USL	*
C_{PU}	*	PPM Total	0.00

위의 <표 4.1>과 같이 단기간의 우연변동을 고려한 Cpk는 5.85로 불량률이 거의 없는 매우 양호한 공정을 나타내지만 군내산포와 군간산포를 모두 고려하여 σ_T 를 사용한 양산공정 후의 Ppk는 <표 4.2>와 같다.

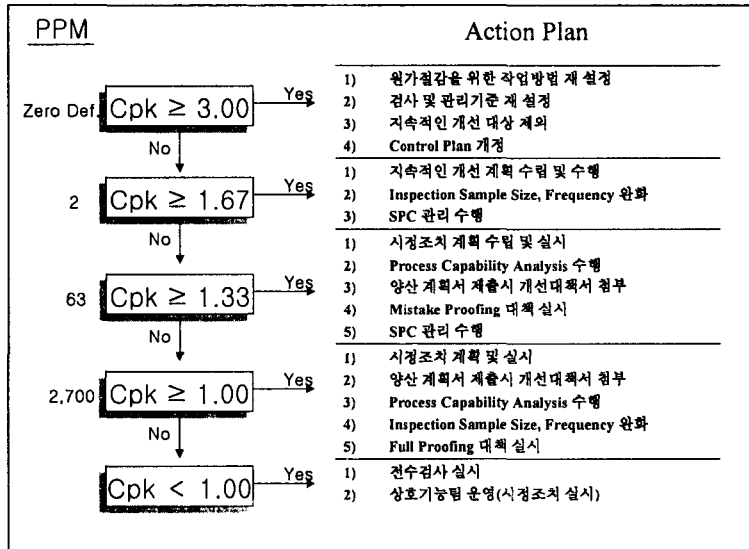
<표 4.2> 국내 I 기업의 기대 전체 성능 Ppk

전체 공정능력		기대 전체 성능	
P_P	*	PPM < LSL	233.45
P_{PL}	1.17	PPM > USL	*
P_{PU}	*	PPM Total	233.45

위의 <표 4.2>와 같이 σ_T 를 사용한 양산공정 후의 Ppk는 1.17로서 시간이 경과하면서 나타나는 여러 가지 변동요인을 포함한 σ_T 가 증가함으로 실제 양산과정에서 나타나는 최종적인 최대 불량률은 233PPM으로 증가하게 된다. 따라서 Cpk를 통한 장기적 공정능력의 해석은 기업의 품질 자체가 왜곡된 정보가 되며 기업에서는 좋은 결과를 얻을 수 없는데도 많은 기업들이 Cpk를 그 기업의 공정능력의 척도로 사용하고 있는 것이 우리나라의 현실이다. 따라서 연속적 대량생산 시스템을 적용하고 있는 기업에서 양산 과정에서의 공정능력은 Ppk를 사용하는 것이 올바른 방법이라 하겠으며 설비 변경이나 공정의 중요사항이 발생할 때에는 단기간의 우연산포를 고려한 Cpk로 양산을 할 것인지 각 기업체의 상황을 고려하여 판정 후 양산에 들어가야 할 것이다. 다음 [그림 4.2, 3]는 Cpk와 Ppk값에 따른 판정과 평가시기(주기) 그리고 Action Plan을 제시한다.



[그림 4.2] Cpk와 Ppk값에 따른 판정과 평가시기(주기)



[그림 4.3] Cpk와 Ppk값에 따른 Action Plan

그러나 자동차 산업과 같이 생명이 우선시 되는 공정에서는 자체 경험치로 양산에 들어가기 전에 샘플을 취해 Ppk가 1.67이상이면 각 단위공정마다 Cpk가 1.67이상이 되므로 공정을 안정 상태로 보고 양산에 들어가는데 자동차 산업과 같이 In line으로 조립하는 공정에서는 단위공정에서 나타나는 하나의 불량은 연속적인 불량을 초래하므로 제조 공정인 경우는 단위공정마다 발생하는 편차가 커지게 된다. 따라서 이때의 Ppk를 구하는 것은 의미가 없고, 각 단위가 끝날 때마다 그 단위공정만 조정하면 손실을 크게 줄일 수 있으므로 중요한 품질특성치들을 실시간에 측정하여 공정상에 이상요인이 일어나는 것을 예방해야 된다.

그러므로 단위공정의 공정능력의 평가나 다품종 소량생산에서는 Cpk를 사용하고 연속적 대량생산 시스템의 전체공정에 대한 공정능력은 Ppk를 사용하는 것이 올바른 방법이라 하겠다.

5. 결론

공정능력분석은 제품의 개발 및 제조 단계에서 여러 가지 통계적 분석들을 사용하여 생산 공정의 품질변동정도를 측정하여 이들의 변동 폭을 줄여 공정의 규격을 충족시킬 수 있는 능력이 어느 정도인지를 측정하려고 사용하는 대표적인 공정능력지수에 대해서는 앞의 2장에서 간단히 설명하고 있다.

공정능력지수는 하나의 숫자로 공정의 상태를 파악할 수 있다는 매력 때문에 가치 있는 도구임에 틀림없지만 앞의 3장의 설명에서 알 수 있듯이 그 지수가 산출된 공정의 상태를 확실히 이해하여 신중하게 판단하여 사용할 필요가 있다.

3장에서는 공정능력지수의 한계성에 대하여 정규성의 가정과 비정규분포의 공정능력지수와 비공정능력지수를 알아보고 공정능력지수와 불량률과의 불일치와 σ 추정방법에 따른 공정능력지수의 변화, 샘플링 오차에 따른 공정능력지수의 변화, 소 표본에 따른 공정능력지수의 변화. 데이터 간 상관관계에 따른 공정능력에 대한 해석이 어떻게 달라지는지에 대해 간단히 살펴보았다. 그리고 이중 σ 추정방법에 따라 실제 기업에서 적용하고 있는 공정능력지수의 대해 기업의 실증분석을 통한 올바른 Cpk와 Ppk값의 사용방법을 제시함으로 공정에 대한 해석을 정확히 파악할 수 있을 것이며, Cpk와 Ppk를 이용한 공정의 향상도 이루어질 것으로 본다.

6. 참고 문헌

- [1] 박창순(1995), 『통계적 품질관리』, 을곡출판사.
- [2] 백재욱, 조진남, “공정능력지수에 대한 비평과 올바른 공정능력분석 절차” 품질경영학회지, (1999): 27-2
- [3] 신경석, 김성집, 강창욱, “An Improved Process Incapability Index for the Evaluation of Process Capability”, 품질경영학회지(24-4), (1996) : 90-102.
- [4] 이보근, 송서일, “치우침에 민감한 비공정능력지수에 관한 연구”, 동아대학교공과대학부설 생산기술연구소 연구논문집(2-2), (1997) : 101-109.
- [5] 이순룡(1995), 『품질 경영론 TPM』, 법문사
- [6] 임태진, 변시섭 “불량률과 일치하는 공정능력 지수 Cpd” 품질경영학회지(28-2), (2000)
- [7] hCan, L.K.; Cheng, S.W.; and Spring, F.A., “A New Measure of Process Capability”, Journal of Quality Technology, Vol. 20, No. 3, (1988) : 162-175.
- [8] Clements, J.A., “Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions”, Quality Progress Vol. 22, (1989) : 98-100.
- [9] Gunter, B.H. , “The use and abuse of C pk ,” Quality Progress, Vol. 22, (1989) : 72-73, 108-109, 79-80, 86-87
- [10] Greenwich, M. and Jahr-Schaaffrath, B.L., “A Process Incapability Index”, International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 12, No. 4, (1995) : 58-71.
- [11] Hsing, T.C. And Taguchi, G., “A Tutorial on Quality Control and Assurance-The Taguchi Methods”, ASA Annual Meeting, Las Vegas, NV.(1985)
- [12] Juran, J.M., Ed., Quality Control Handbook, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, NY. (1974)
- [13] Kane, V.E., “Process Capability Index”, Journal of Quality Technology, Vol. 18, No. 4, (1986) : 265, 41-52.
- [14] Kotz S. and Johnson, N.L., Process Capability Indices, Champman and Hall. (1993)
- [15] Montgomery, D.C., Introduction to Statistical Quality Control, 2nd ed., New

York, John Wiley. (1991)

- [16] Patnaik, P. B., "The Use of Mean Range as an Estimator of Variance in Statistical Tests," *Biometrika*, Vol. 37, No. 1, (1950) : 78-87
- [17] Pearn, W.L.; Kotz, S.; and Johnson, N.L. "Distributional and Interferential Properties of Process Capabilities", *Journal of Quality Technology*, Vol. 24, No. 4, (1992) : 216-231
- [18] Peter A. Wright, "A Process Capability Index Sensitive to Skewness", Sydney, Australia, (1996)
- [19] Quesenberry, C. P., "The effect of sample size on estimated limits for X and Xcontrol charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, (1993) : 237-247.
- [20] Yang, K. and Hancock, W.M., "Statistical Quality Control for Correlated Samples", *International Journal of Production Research*, Vol. 28, (1990) : 595-608.

저 자 소 개

양 광 모 : 현 (주)센더 부설연구소 수석연구원, 공학박사
관심분야 생산관리, 안전관리, 경영과학

오 선 일 : 현 명지대학교 산업공학과 박사과정, 현 한국품질리학원 전임강사
국제인증 심사원 (IQC), 전 광주 한백학원 품질교육(노동부) 책임강사

강 경 식 : 현 명지대학교 산업공학과 교수. 경영학박사, 공학박사
대한안전경영과학회 회장

저 자 주 소

양 광 모 : 서울시 강북구 미아4동 경남 아너스빌 109동 702호

오 선 일 : 서울시 영등포구 영등포동 618-239번지 102호

강 경 식 : 성남시 분당구 정자1동 SK파크뷰 611동 3103호