

3차원 불균질 횡등방성 매질에 대한 탄성과 초동 주시 모델링

정창호¹ · 서정희²

¹(주)지오제니 컨설턴트
²서울대학교

Seismic First Arrival Time Computation in 3D Inhomogeneous Tilted Transversely Isotropic Media

Changho Jeong^{1*} and Jung Hee Suh²

¹GeoGeny Consultants Group Inc.

²Seoul National University

요약: 한국의 지질 환경은 암석 분포가 매우 다양하고 복잡한 구조 활동의 영향을 받아 지하매질의 이방성 특성이 국부적으로 심하게 변화한다. 기존의 이방성 주시 모델링의 경우 지질 모델을 2차원으로 단순화시킴으로써 이러한 복잡한 지질 환경을 제대로 고려할 수 없었다. 또한 약 이방성 가정을 사용하여 실제로 나타날 수 있는 지하 매질의 심각한 이방성 영향을 주시 모델링에서 고려할 수 없었다. 이에 이 연구에서는 보다 실제적이고 복잡한 3차원 횡등방성 매질(transversely isotropic media)에서 q-P파의 초동 주시 양상을 모사할 수 있는 주시 모델링 알고리즘을 개발하였다. 이 알고리즘에서는 2차원 비선형 주시 내삽(2D nonlinear traveltimes interpolation) 기법과 주시의 3차원 격자 채움법(mapping)을 이용한 직접 전파법(direct calculation)을 통해 급격한 물성의 변화에도 주시 계산이 가능하도록 하였다. 또한, 최소 주시 계산과정에서 수치 미분을 통한 최대 경사법(steepest descent method)을 사용하여 약 이방성 가정을 극복하였다. 개발된 알고리즘은 해석해와 비교하여 그 타당성을 검증하였고 3차원 2층구조에 대한 주시 계산을 수행하여 물성이 급격히 변화하는 모델에 대해서도 안정적으로 주시 계산이 이루어짐을 확인하였다. 이 연구에서 개발한 3차원 주시 모델링 알고리즘은 향후 구조보정이나 토모그래피 알고리즘 개발에 사용될 수 있을 것으로 기대한다.

주요어: 약 이방성, 3차원 횡등방성 매질, 주시 모델링, 2차원 비선형 주시 내삽, 3차원 격자 채움법, 최대 경사법

Abstract: Due to the long tectonic history and the very complex geologic formations in Korea, the anisotropic characteristics of subsurface material may often change very greatly and locally. The algorithms commonly used, however, may not give sufficiently precise computational results of traveltimes data particularly for the complex and strong anisotropic model, since they are based on the two-dimensional (2D) earth and/or weak anisotropy assumptions. This study is intended to develop a three-dimensional (3D) modeling algorithm to precisely calculate the first arrival time in the complex anisotropic media. Considering the complex geology of Korea, we assume 3D TTI (tilted transversely isotropy) medium having the arbitrary symmetry axis. The algorithm includes the 2D non-linear interpolation scheme to calculate the traveltimes inside the grid and the 3D traveltimes mapping to fill the 3D model with first arrival times. The weak anisotropy assumption, moreover, can be overcome through devising a numerical approach of the steepest descent method in the calculation of minimum traveltimes, instead of using approximate solution. The performance of the algorithm developed in this study is demonstrated by the comparison of the analytic and numerical solutions for the homogeneous anisotropic earth as well as through the numerical experiment for the two layer model whose anisotropic properties are greatly different each other. We expect that the developed modeling algorithm can be used in the development of processing and inversion schemes of seismic data acquired in strongly anisotropic environment, such as migration, velocity analysis, cross-well tomography and so on.

Keywords: weak anisotropy, 3D TTI, traveltimes modeling, 2D non-linear interpolation, 3D traveltimes mapping, steepest descent method

2006년 8월 4일 접수; 2006년 8월 22일 채택

*Corresponding author

E-mail: best1jch@geogeny.biz

Address: GeoGeny Consultants Group Inc.,
807-2 BangbaeDong SeochoGu,
Seoul, 137-831 Korea

서론

탄성과 주시 토모그래피나 Kirchhoff 중합전 구조보정의 결과의 질은 얼마나 실제 지질 모델에 유사한 수치 모델을 구성하여 얼마나 정확히 주시 계산을 수행하느냐에 관계된다. 실제

지질 모델의 특성 중에 탄성파의 진행 방향에 따라 전파 속도가 달라지는 속도 이방성은 토모그래피나 구조보정에서 결과를 심각하게 왜곡시킬 수 있으므로 이방성을 고려한 주시 계산 알고리즘의 개발은 최근에 활발히 연구되어지고 있다. 이러한 이방성 주시 모델링에 관련된 연구로는 약 이방성 가정하에서 Eikonal 방정식의 해를 구한 Ettrich and Gajewski (1998), Alkhalifah (2002), Schneider (2003)의 연구, 유한 차분법을 이용하여 이방성 매질에서의 주시를 계산한 Lecomte (1993), Qian and Symes (2002)의 연구, 직접 전파법(direct calculation)을 사용하여 2차원 횡등방성 매질(transversely isotropic media)에 대한 주시 계산을 수행한 Faria and Stoffa (1994), Kumar *et al.* (2004)의 연구 등이 있다. 이들 연구는 이방성 수식의 복잡성으로 인해 단순한 2차원 모델, 약 이방성으로 가정된 모델에 적용이 국한되거나 방법적 한계로 인해 급격한 지질의 변화를 고려할 수 없었다. 그러나 한국의 지질은 폭넓은 지질 시대를 포함하여 암석의 분포가 다양하며 복잡한 구조 활동의 흔적들이 나타나 이방성 특성이 국부적으로 급격히 변화하는 양상을 보인다. 따라서 이러한 한국적 지질 상황을 고려하기 위해서 복잡한 3차원 이방성 매질에 대한 주시 계산 알고리즘의 개발이 필요하다.

이에 이 연구에서는 Kumar *et al.* (2004)이 고안한 횡등방성 매질에서의 2차원 초동주시 계산 알고리즘을 3차원으로 확장하여 복잡한 3차원 이방성 매질에 대한 주시 계산 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘은 급격한 물성 변화에도 안정적으로 주시 계산을 수행하기 위해 직접 전파법(direct calculation)을 사용하였는데 이 방법은 2차원 비선형 내삽과 3차원 격자 채움(mapping)법으로 구성된다. 2차원 비선형 내삽법은 4개의 격자점 내부의 임의의 점에 대한 주시를 계산하는 방법으로 Kumar *et al.* (2004)의 1차원 비선형 내삽법을 3차원 주시 계산에 적용할 수 있도록 변형하였다. 또한, Kumar *et al.* (2004)은 속도 이방성 모델을 근사 없이 사용하여 일반적인 이방성에 대해서도 정확한 주시 계산이 가능하도록 하였다.

이방성 매질에서의 3차원 주시 모델링

비선형 내삽을 이용한 3차원 주시 계산

Schneider *et al.* (1992)는 이미 계산된 두 격자점 z_1, z_2 에서의 주시 t_1, t_2 로부터 z_1 과 z_2 사이의 임의의 위치 z_0 에 대한 주시 t_0 를 얻기 위해 다음과 같은 비선형 내삽(nonlinear interpolation) 식을 사용하였다.

$$t_0^2 = t_1^2 + w(z_0^2 - z_1^2) = \frac{z_2^2 - z_0^2}{z_2^2 - z_1^2} t_1^2 + \frac{z_0^2 - z_1^2}{z_2^2 - z_1^2} t_2^2, \quad (1)$$

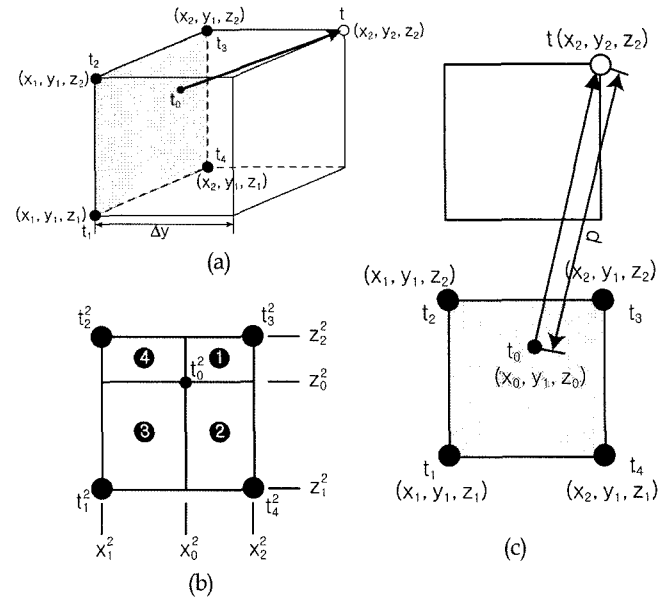


Fig. 1. Schematic diagram of seismic ray propagation from a point on plane to the one on plane, the open circle (x_2, y_2, z_2) .

(a) 3D diagram of traveltime propagation. The filled circles correspond to the places where traveltime data are already calculated. The traveltime at the open circle should be calculated using the traveltimes of the filled circles.

(b) Plan view of $t^2(x^2, z^2)$ on $y = y_1$ plane. $t_0^2(x_0^2, z_0^2)$ is approximated by the bilinear interpolation of four t_i^2 ($i = 1, 2, 3, 4$). The weighting factors of the bilinear interpolation are expressed by the areas of four rectangles, ①, ②, ③, and ④ (see equation (2)).

(c) $t(x_2, y_2, z_2)$ is calculated by summation of $t(x_0, y_1, z_0)$ and traveltime from (x_0, y_1, z_0) to the open circle (x_2, y_2, z_2) .

여기서, $w = (t_2^2 - t_1^2)/(z_2^2 - z_1^2)$ 이다. t - z 평면의 관점에서 식 (1)을 살펴보면 이는 비선형적으로 내삽을 수행한 형태이지만 $t^2 - z^2$ 로 변환된 평면에서 식 (1)은 선형적으로 보간을 수행하는 식이다. 이는 공간적 거리와 도달 주시가 선형적인 관계가 아니라 공간적 거리의 제곱과 도달 주시의 제곱이 선형적인 관계를 이룬다는 의미로 eikonal 방정식에서 주시 제곱과 거리 제곱이 역속도 제곱의 비로 선형적인 관계를 가지는 것으로부터 착안되었다.

이 연구에서는 Schneider *et al.* (1992)의 2차원 주시 모델링에서 사용된 비선형 내삽 방법을 기본으로 하여 3차원 주시 모델링을 위한 주시계산 알고리즘을 개발하였다. 설명의 편의를 위해 주시 계산에 대한 예는 Fig. 1과 같이 y 축 방향으로 전파하는 경우에 대해 설명한다. $y = y_1$ 평면상의 모든 격자점의 초기도달주시가 계산되어 있다고 가정하자. 이 가정에 의해 주시 계산 문제는 $y = y_1$ 평면상의 초기도달주시로부터 $y = y_1$ 평면에 인접하는 격자면인 $y = y_2$ 평면상의 격자점 도달 주시를 계산하는 문제로 귀착된다.

Fig. 1의 (a)에서 $y = y_2$ 평면상의 한 격자점 (x_2, y_2, z_2) 의 초기도달주시를 계산하기 위해서는, 먼저 $y = y_1$ 평면상 임의의

한점 (x_0, y_1, z_0) 에서의 도달주시 t_0 를 Fig. 1의 (b)와 같이 주변 4 개의 격자점의 도달주시 t_1, t_2, t_3, t_4 로부터 계산하여야 한다. 이를 위해 다음의 근사식을 사용할 것을 제안한다.

$$t_0^2 = \frac{\textcircled{1}}{A}t_1^2 + \frac{\textcircled{2}}{A}t_2^2 + \frac{\textcircled{3}}{A}t_3^2 + \frac{\textcircled{4}}{A}t_4^2, \quad (2)$$

여기서, $\textcircled{1}$ 은 $|x_2 - x_0|^2 \cdot |z_2 - z_0|^2$, $\textcircled{2}$ 는 $|x_2 - x_0|^2 \cdot |z_0 - z_1|^2$, $\textcircled{3}$ 은 $|x_0 - x_1|^2 \cdot |z_0 - z_1|^2$, $\textcircled{4}$ 는 $|x_0 - x_1|^2 \cdot |z_2 - z_0|^2$ 이며, A는 이들의 합($\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4}$)으로 정의된다. 식 (2)는 거리의 제곱과 도달주시의 제곱 사이의 선형 관계 가정에 입각한 Kumar *et al.* (2004)의 접근 방법을 확장하여 Fig. 1의 (b)와 같이 $x^2 - z^2$ 평면상에서의 공1차 내삽법 (bilinear interpolation)으로 계산함을 의미한다. 따라서 식 (2)에서와 같이 t_0 를 계산하기 위해 사용되는 각 격자점의 도달주시에 가해지는 가중치는, 그 격자점과 (x_0, y_1, z_0) 가 형성하는 사각형의 면적을 4개의 격자점이 이루는 사각형의 면적 A로 정규화한 면적이 된다.

최종적으로 원하는 $y=y_2$ 평면에서의 각 격자점 도달주시 t 는 Fig. 1의 (c)에서와 같이 (x_0, y_1, z_0) 에서의 주시 t_0 와 (x_0, y_1, z_0) 에서 (x_2, y_2, z_2) 까지 거리 d 를 균속도 V_g 로 전파하는데 걸린 시간을 합한 값으로 다음과 같다.

$$t = t_0 + d/V_g(x_0, z_0), \quad (3)$$

여기서, $d = \sqrt{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 + \Delta y^2}$ 이다. 이 연구에서의 대상 매질이 이방성이므로 식 (3)에서 균속도 V_g 는 이방성을 고려하여 표현되어야 한다. 이 연구에서 대상 매질을 횡등방성 매질로 가정하고 균속도값은 q-P파의 위상속도식으로부터 도출하였다. Thomsen (1986)에 의해 이방성 계수 $\alpha_0, \beta_0, \epsilon, \delta^*$ 로 구성된 위상속도식은 다음과 같다.

$$v_p^2(\theta) = \alpha_0^2 [1 + \epsilon \sin^2 \theta + D^*(\theta)], \quad (4)$$

여기서, $D^*(\theta) \equiv \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\beta_0^2}{\alpha_0^2} \right) \left\{ \left[1 + \frac{4\delta^*}{(1 - \beta_0^2/\alpha_0^2)} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{4(1 - \beta_0^2/\alpha_0^2 + \epsilon)\epsilon}{(1 - \beta_0^2/\alpha_0^2)^2} \sin^4 \theta \right]^{1/2} - 1 \right\}$ 이고 α_0 는 P파의 최저 속도,

β_0 는 S파 최저 속도이다. 식 (4)에서 ϵ, δ^* 는 Thomsen (1986)에 의해 제안된 이방성 계수로 이 값들이 0에 가까워지면 등방성 매질을 의미한다. 식 (4)는 위상각(phase angle)으로 정의되어 있으나 주시계산을 위한 계산과정에서는 군각(group angle)의 정보가 주어지므로 군각에 대한 균속도를 얻는 과정이 필요하다. 이에 대한 내용은 다음 절에서 논의한다.

계산하고자하는 주시는 각 격자점에서의 초기도달시간, 즉 최소주시이며, 이를 위해 식 (3)의 t 가 최소가 되는 (x_0, z_0) 를 찾아야 한다. 이는 함수 $t(x_0, z_0)$ 의 최소값과 최소가 되게하는 (x_0, z_0) 를 찾는 문제이므로 x_0 와 z_0 에 대한 편미분을 계산할 필요가 있다. 식 (3)에 대한 편미분은 다음과 같다.

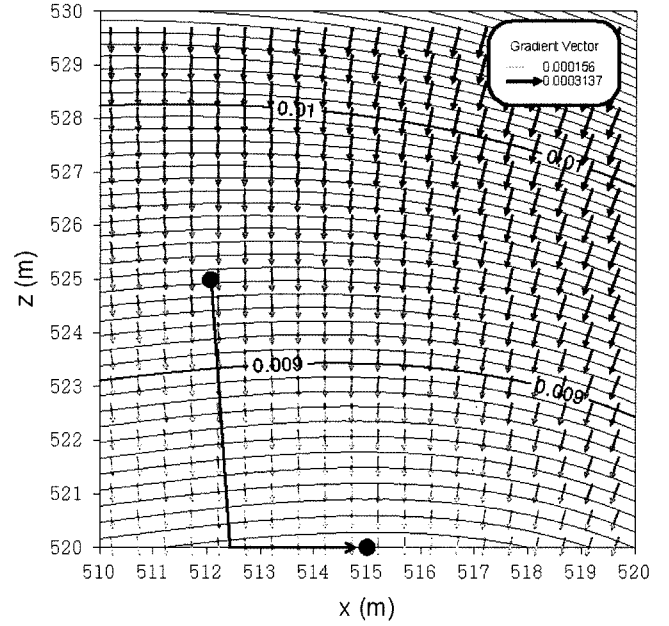


Fig. 2. Contour (solid line) and gradient (vector arrow) of function $t = t_0 + d/V_g(x_0, z_0)$ calculated using nonlinear interpolation in a $10\text{m} \times 10\text{m}$ grid. The arrow line from a black point (512 m, 525 m) to the other one (515 m, 520 m) shows the procedure to find the minimum traveltime.

$$\frac{\partial t}{\partial x_0} = \frac{\partial t_0}{\partial x_0} + \frac{\partial(d/V_g(x_0, z_0))}{\partial x_0}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z_0} = \frac{\partial t_0}{\partial z_0} + \frac{\partial(d/V_g(x_0, z_0))}{\partial z_0}. \quad (6)$$

식 (5)와 (6)에서 t_0 에 대한 미분은 식 (2)를 미분함으로써 구할 수 있다. 하지만 $d/V_g(x_0, z_0)$ 에 대한 미분의 경우 횡등방성 매질에 대한 위상 속도에 대한 식 (4)를 이용하여 구할 경우 해석적인 방법으로 해가 구해지지 않는다. Kumar *et al.* (2004)은 이러한 문제점을 해결하기 위해서 균속도 V_g 를 위상속도 v_p 로부터 계산하는 대신, Byun (1989)의 약 이방성 가정을 통해 균속도 V_g 를 군역속도(group slowness)항으로 변환하여 계산을 수행하였다. 이러한 방법은 계산의 효율적인 측면에서 이점이 있으나 약이방성 가정을 만족하지 않는 일반적인 횡등방성 매질에서는 사용할 수 없다는 단점이 있었다.

이러한 단점을 보완하고자 이 연구에서는 식 (3)에 대한 편미분을 수치적인 방법으로 구해 함수 $t(x_0, z_0)$ 의 구배를 계산하고 이를 이용하여 최대경사법(steepest descent method)을 통해 최소 주시 t 와 (x_0, z_0) 를 계산하였다. 이 방법은 보다 많은 계산 시간을 요구하지만 횡등방성 매질에서 일반적인 이방성에 대한 주시 계산을 가능하게 해준다. Fig. 2는 $10\text{m} \times 10\text{m}$ 크기의 단일 격자 내의 $t(x_0, z_0)$ 를 비선형 내삽을 통해 구하여 등고선으로 표시한 예로서 수치적인 방법으로 계산된 함수 $t(x_0, z_0)$ 의 구배를 함께 도시한 것이다. 초기에 가정된 점으로부터 주시를 최소로 만드는 (x_0, z_0) 를 찾는 과정을 화살표로

표시하였다. 이 방법을 사용하면 q-P 파의 속도식이 다소 복잡하더라도 파면이 꼬여 t를 최소화 시키는 여러 개의 국부 최소값(local minima)이 존재하는 경우가 아니라면 항상 주시 계산이 가능하다.

횡등방성 매질에서 군속도 추정

VTI (Vertical Transverse Isotropy) 매질에서 q-P파의 위상 속도는 앞에서도 언급한 바와 같이 다음과 같다 (Thomsen, 1986).

$$v_p^2 = \alpha_0^2(1 + \epsilon \sin^2 \theta + D^*(\theta)). \tag{7}$$

위의 식에서 전파 방향에 따른 속도는 위상각 θ 에 대한 함수로 정의되어 있으나, 최초 도달시간을 계산하는 주시 모델링에서는 위상각이 아닌 군각을 따라 계산이 이루어진다. 따라서, 군각으로 전파하는 군속도를 계산하기 위해서는 군각을 위상각으로 환산하여 식 (7)에 의거한 위상속도를 구하는 절차가 필요하다.

전파 방향에 대한 전파 속도를 결정하기 위해서는 먼저 3차원 상에서 전파 방향에 해당하는 군각을 구하여야 한다. Fig. 3에 나타낸 것처럼 위상각은 파면에 수직한 파수 벡터(\vec{k})가 수직 축과 이루는 각이고, 군각은 송신점으로부터의 파선이 수직 축과 이루는 각을 의미한다. 3차원 횡등방성 매질에서의 군각은 이방성 대칭축 방향과 파선의 진행 방향이 이루는 각으로 정의할 수 있다. Fig. 4는 이방성 대칭축과 파선이 이루는 각이 군각에 해당함을 나타낸 그림이며 군각은 다음과 같다.

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{V}_g(\phi) \cdot \hat{s}}{V_g(\phi)} \right), \tag{8}$$

여기서, $\vec{V}_g(\phi)$ 는 파선 방향으로의 속도, 즉 군속도 벡터이고 \hat{s} 는 이방성 대칭축 방향을 나타내는 단위벡터이다. 식 (8)에 의해 군각이 구해지면 이를 위상각으로 변환하여 군속도를 구하여야 한다. Fig. 3과 같이 횡등방성 매질에서의 군속도는 위상속도와 위상각에 대한 위상속도의 미분으로 표현할 수 있다 (Berryman, 1979).

$$V_g^2(\phi(\theta)) = v_p^2(\theta) + \left(\frac{dv_p}{d\theta} \right)^2. \tag{9}$$

이로부터 군각 ϕ 를 다음 식과 같이 위상각 θ 로 표현할 수 있다.

$$\tan(\phi(\theta)) = \left(\tan \theta + \frac{1}{v_p} \frac{dv_p}{d\theta} \right) / \left(1 - \frac{\tan \theta}{v_p} \frac{dv_p}{d\theta} \right). \tag{10}$$

식 (9)를 통해 군속도 V_g 를 구하기 위해서는 식 (10)으로부터 군각 ϕ 를 위상각 θ 로 변환하여야 한다. 그러나 위상각 θ 에 대한 식 (10)의 해석적인 해가 존재하지 않으므로, 이 연

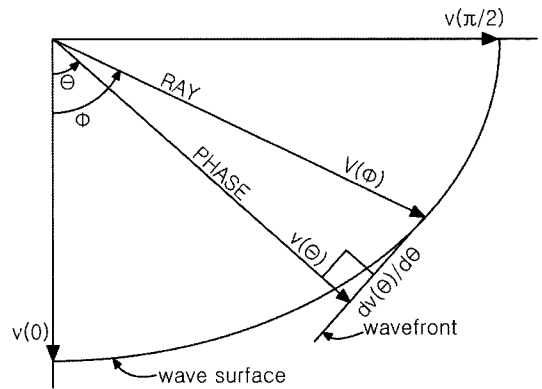


Fig. 3. The schematic diagram showing the relation between phase angle, θ and group angle, ϕ .

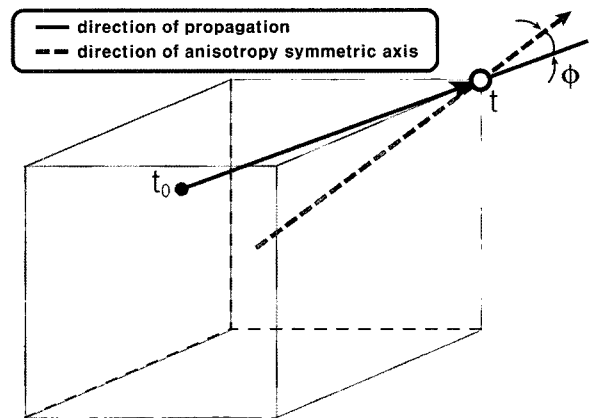


Fig. 4. The diagram showing the relation between the direction of anisotropy symmetric axis (dashed arrow) and the direction of ray (solid arrow) in the TTI medium.

구에서는 이분 검색법 (bisection method)을 이용하여 군각 ϕ 를 만족하는 θ 를 수치적으로 구하였다.

주시의 3차원 격자 채움 법

3차원에서의 주시 격자 채움은 송신점을 포함한 2차원 평면의 주시를 초기 조건으로 하며 2차원 비선형 내삽을 사용한 x, z, y 방향으로의 주시 전파 과정을 통하여 수행한다. 3차원 주시 격자 채움의 초기 조건인 2차원 평면의 주시는 송신점을 포함한 1차원 열을 초기 조건으로 한 주시 격자 채움을 통해 계산할 수 있다. 따라서, 3차원 주시 격자 채움은 다음과 같은 과정을 거쳐 이루어진다(Fig. 5의 (a) ~ (f)).

- (a) 송신 격자점으로부터 인접한 격자점에 대해 직선 파선으로 가정하여 주시를 계산한다. 송신점을 둘러싸는 육면체 격자수는 8개, 그리고 이들은 27개의 격자점으로 정의된다. 송신점과 이를 제외한 격자점 사이의 전파 속도는, 파선이 3차원 격자 내부를 가로지르는 경우에는 격자의 속도를, 모서리나 면을 따라 전파할 경우는 접한 격

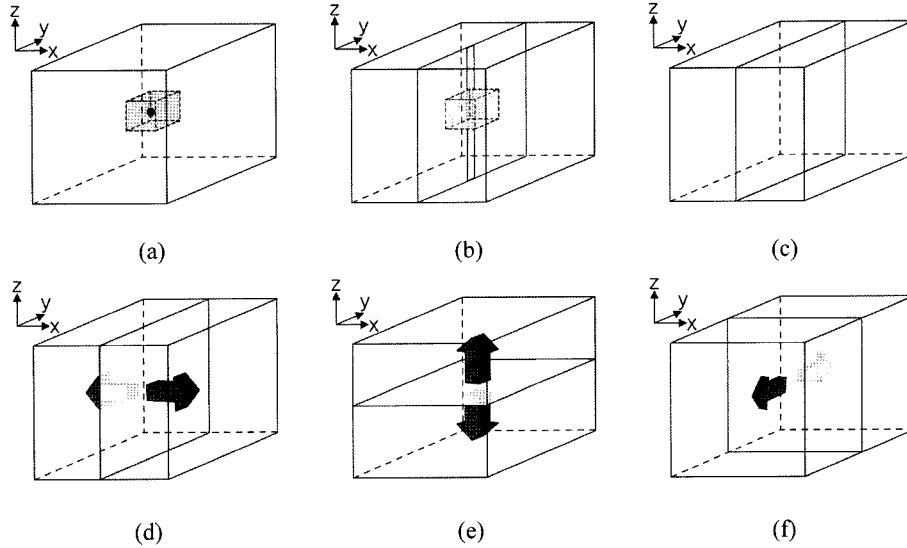


Fig. 5. The schematic diagram of procedure to calculate first arrival times in the 3D model using grid mapping; (a) mapping toward the points near the source point, (b) mapping toward the column including the source point, (c) mapping from the column calculated in (b) toward the plane including the column calculated in (b), (d) mapping from the plane calculated in (c) toward another plane along the x axis, and (e)~(f) comparing and updating the traveltimes filled in (d) with traveltimes calculated along z or y axis.

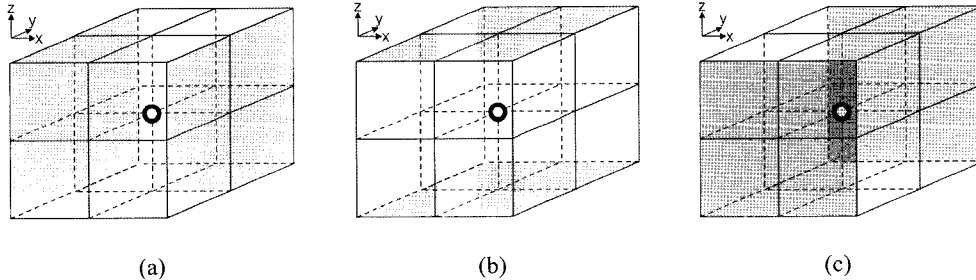


Fig. 6. The first arrival time at open circle is obtained by choosing the minimum travel time among the traveltimes calculated using grid mapping from 24 planes. The mapping is implemented along the all directions of x , y and z . (a) mapping along x direction, (b) z direction, (c) y direction.

자의 속도 중 가장 빠른 속도를 취하게 된다.

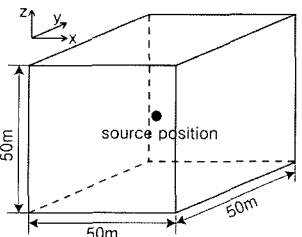
- (b) 송신 격자점을 포함한 z 축 방향 열에 대한 주시를 계산한다. 이때 z 축 방향으로의 격자 간격만큼의 거리를 인접한 격자의 최고 속도로 직선으로 전파하게끔 계산한다.
- (c) (a)와 (b)에서 계산된 주시를 초기값으로 하여 (b)에서 계산된 주시를 포함하는 y - z 평면에 대한 주시를 계산한다. 이 경우는 Kumar *et al.* (2004)과 동일한 2차원 이방성 매질 문제가 되므로, 주시 계산 및 격자 채움은 이들의 방법을 그대로 이용하였다. 다만, 균속도 대칭축이 3차원 상에 존재하므로 이를 고려하여 균속도를 계산한다는 점에서 Kumar *et al.* (2004)과 차이가 있다.
- (d) (c)에서 계산된 주시를 초기값으로 하여 x 방향으로 주시 격자 채움을 수행한다. 이후의 주시 계산은 2차원 비선형 내삽을 이용하여 주시 함수를 구성하고 이 함수의 최소값을 찾는 과정을 통해 수행된다. 3차원 격자 구조

에서 하나의 격자점은 8개의 육면체 격자가 공유하게 되어 각각의 격자에 대해 x 방향으로 주시 계산이 수행되므로 모두 8번의 주시 계산이 수행되며 이들 중 최소값을 격자의 주시로 결정한다.

- (e) (d)와 동일한 방법으로 z -방향으로 주시 격자 채움을 수행한다.
- (f) (d)와 동일한 방법으로 y -방향으로 주시 격자 채움을 수행한다.
- (g) 공간적 속도 대비가 커서 파선의 변화가 급격한 경우 (d)~(f)과정을 반복하여 주시의 수렴을 유도한다.

(a)~(g)의 과정을 거쳐 3차원 주시 격자 채움이 완성된다. (d)~(f)의 과정을 거치고 나면 Fig. 6과 같이 하나의 격자점은 x -방향으로 8개, z -방향으로 8개 그리고, y -방향으로 8개의 계산 결과를 가지게 되며 이 24번의 계산 결과 중 최소값이 도

Table 1. Geometry and material properties of homogeneous anisotropic model.

	α_0 (m/sec)	4000
	β_0 (m/sec)	2700
	ε	0.3
	δ^*	-0.2
	azimuth ($^\circ$)	30
	tilt ($^\circ$)	60

달 주시가 된다. 24번의 계산을 통해 Fig. 6의 (a)~(c)와 같은 격자점에 대해서 공간상으로 x, y, z 에 대한 전파 가능한 모든 방향을 고려하게 되며 모든 방향에서 전파된 주시 중 최소 주시를 선택하게 되는 것이다. 일련의 주시 채움 과정은 반복적으로 주시를 개선하는 방식으로 수행되며 공간적으로 속도 변화가 큰 모델에 대해서는 Fig. 6의 (a)~(c)과정을 반복하여 수렴되는 주시를 얻는다.

결과 및 고찰

해석해와의 비교

알고리즘의 타당성을 검증하기 위해 균질 횡등방성 매질에 대해 해석해(analytic solution)와 이 연구에서 제안한 알고리즘을 이용한 수치 모델링 결과를 비교하였다. 해석하는 식 (4)를 이용하여 계산하였는데, 각 격자점에서 균각을 위상각으로 변환하여 식 (9)를 이용하여 균속도를 계산하였다. 대상 매질의 물성은 Table 1과 같다. Table 1의 방위각(azimuth)과 경사각(tilt)은 각각 이방성 대칭축의 방향을 나타내며 경사각이 90° 이면 VTI (Vertical Transverse Isotropy)에 해당되고 경사각이 0° 이면 HTI (Horizontal Transverse Isotropy)에 해당된다. Fig. 7은 방위각과 경사각의 방향 및 기준 설정에 대해 도시한 것이다. 방위각은 y 축의 양의 방향을 기준으로 반시계방향을 양으로, 경사각은 방위각에 해당하는 단면에서 위쪽을 양, 아래쪽을 음으로 설정하였다.

적용 모델은 Table 1의 그림과 같은 $50\text{ m} \times 50\text{ m} \times 50\text{ m}$ 의 정육면체의 균질 매질이며, 송신 위치는 모델의 중앙인 $x = 25\text{ m}, z = 25\text{ m}, y = 25\text{ m}$ 이다. 주시 모델링을 위한 격자는 $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 에 8개의 격자가 놓이도록 x, y, z 방향 격자 간격을 0.5 m 로 설정하였다. 이 때 한 격자에 대해서 발생할 수 있는 최대 주시 오차는 대각선으로 전파한 최대 주시와 모서리를 따라 전파한 최소 주시의 차이로 $150\ \mu\text{sec}$ 를 넘지 못하며 비선형 내삽이 적용되기 때문에 격자에서의 주시 오차는 최대 주시 오차보다 더욱 작아지게 된다. Fig. 8은 x 축 단면에 대한 주시 오차($T_{\text{analytic}} - T_{\text{numerical}}$) 단면이다. 이를 살펴보면 해석해와 수치해는 최대 $55\ \mu\text{sec}$ 의 오차를 보인다.

Fig. 9에서 도달주시 계산결과를 공간축에 나란한 절개면 상

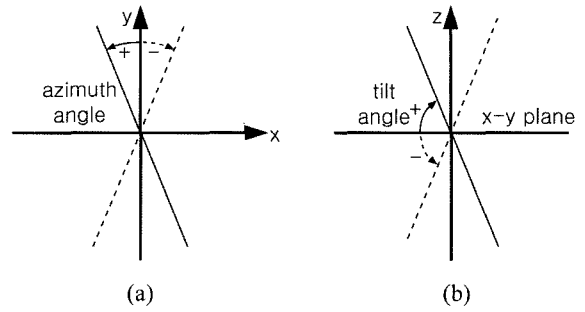


Fig. 7. Azimuth angle and tilt angle to indicate the anisotropy symmetric axis. (a) is projection to the x - y plane and (b) is projection to azimuth plane.

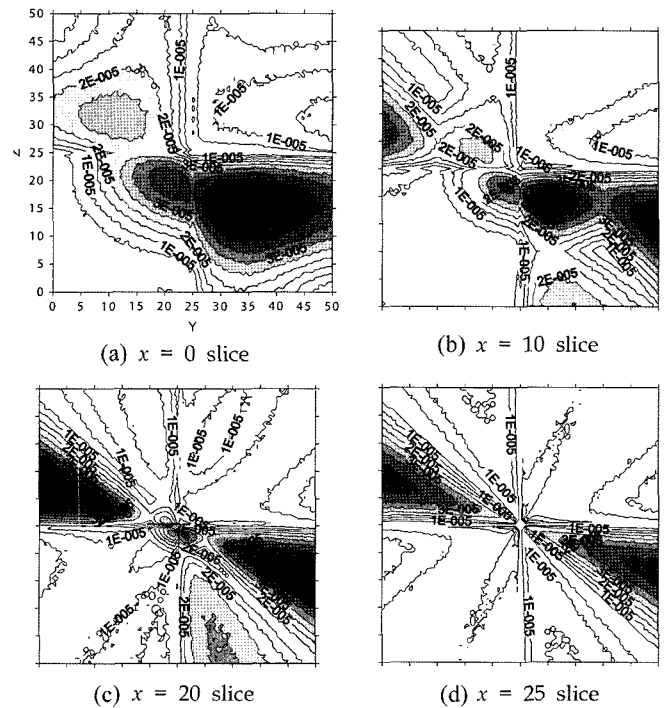


Fig. 8. Errors ($T_{\text{analytic}} - T_{\text{numerical}}$) between analytic solution and numerical result are plotted on the plane sliced at (a) $x = 0$, (b) $x = 10$, (c) $x = 20$ and (d) $x = 25$ respectively.

에 등고선으로 나타내었다. Fig. 9의 등고선에서 실선으로 표시된 것은 해석해, 점선으로 표시된 것은 수치 모형 실험을 통해 얻은 해를 의미한다. 송신점을 포함하는 3 종류의 25 m 단면에서는 모두 등간격의 타원 형태로 등고선이 분포하며, 송신원에서 먼 절개면일수록 중앙의 타원이 커지는 양상을 보인다. Fig. 9의 0 m 단면의 결과들이 25 m 단면의 결과들 보다 오차가 커 보이는 것은 25 m 단면에서 0 m 단면에 비해 등고선 간격이 더 조밀하기 때문이다. 이러한 주시오차는 주로 2차원 비선형 내삽의 오차로 인해 발생하는데 이를 감소시키기 위해서는 격자 간격을 줄여 더 조밀한 격자에 대해 모델링을 수행하여야 한다. 격자 간격이 좁아지면 격자 내에서 발생할 수 있

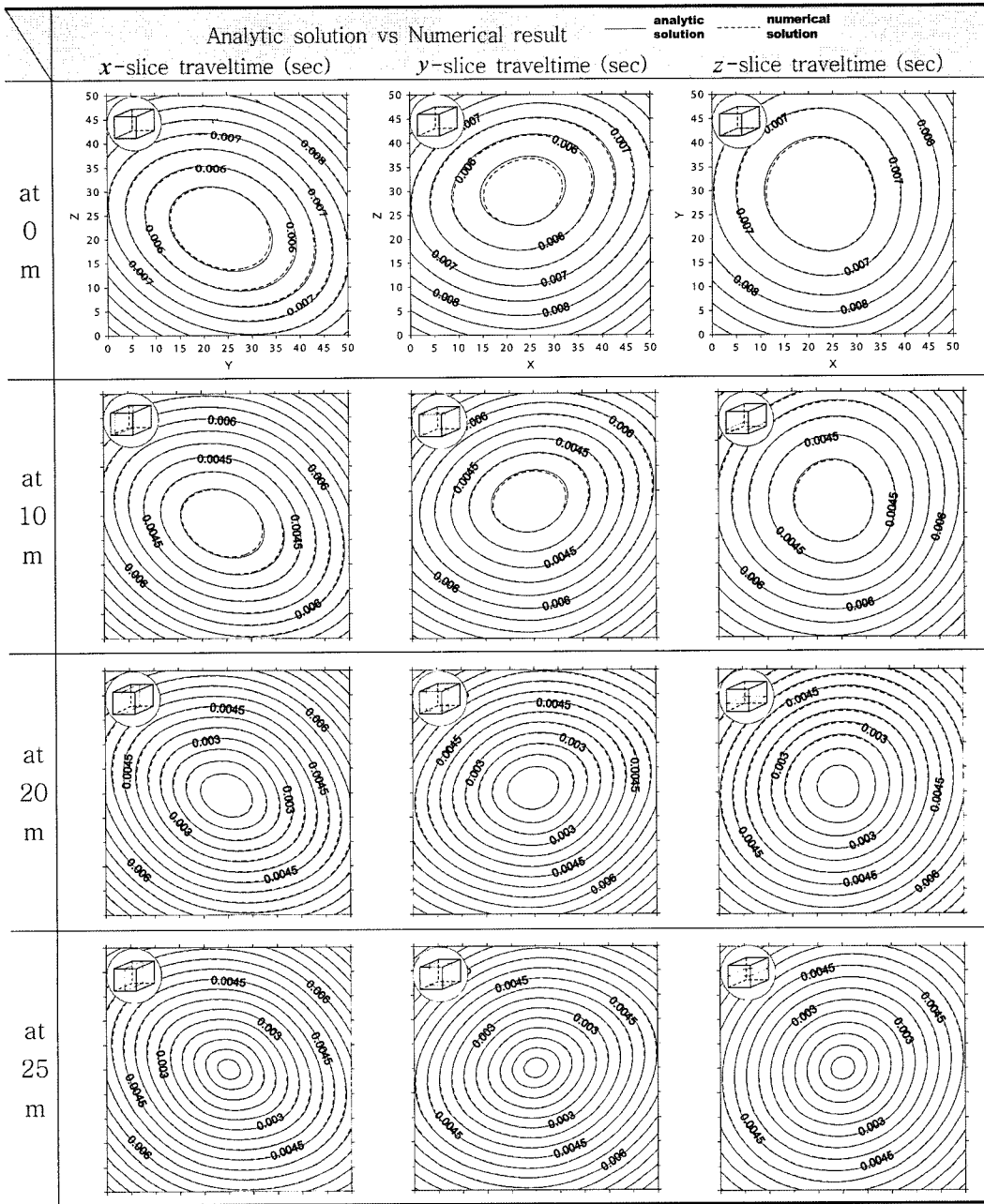


Fig. 9. The results of traveltim modelling in the model of Table 1. The planes of the results are sliced at 0, 10, 20, 25 m of x, y and z axis respectively. Small diagram on top left of each result roughly shows the position of the slice in the model.

는 최대 오차의 한계가 줄어들고 비선형 내삽의 오차도 함께 감소하여 수치계산의 정확도가 향상된다. 따라서 매질의 속도가 매우 높거나 송수신간 거리가 매우 가까워서 주시 변화가 매우 작은 경우에는 그에 비례하여 오차수준이 낮아져야 하므로, 격자 간격을 조밀히 하여 주시의 정확도를 높여야 한다.

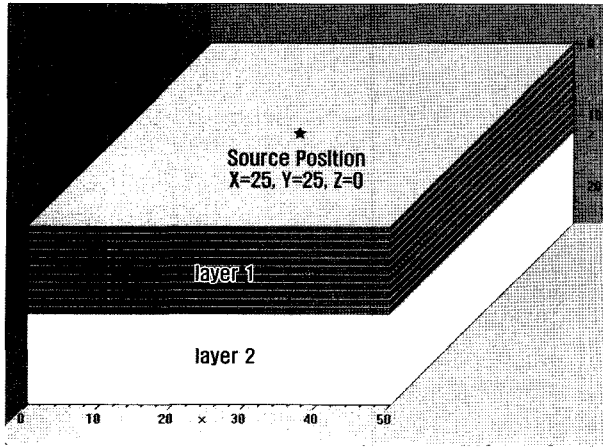
이와 같은 균질 이방성 매질에 대한 해석해와 수치해의 비교에 의해, 이 연구에서 제안한 알고리즘을 이용하여 3차원 횡등방성 매질에 대한 초동 주시를 적절한 수준의 오차 한계 내에서 계산할 수 있음을 확인할 수 있었다.

수평 2층 구조에 대한 주시 모델링

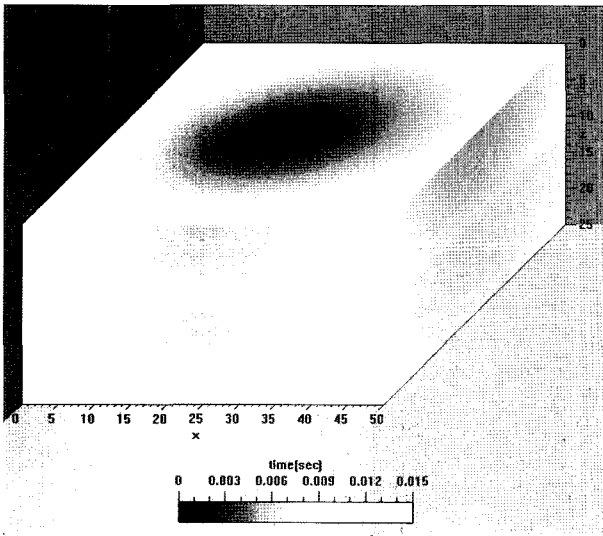
상, 하부층의 속도의 차이가 매우 크며 이방성도 매우 다른 수평 2층 모델(Table 2)에 대해 주시 모형 실험을 수행하였다. 구성된 모델은 상부 1층과 하부 2층의 최저 속도의 비는 2배이며, 각 층은 강한 이방성을 나타낼 뿐만 아니라, 1층은 VTI, 2층은 HTI로 이방성이 서로 판이한 매질로 구성하였다. 모델의 크기는 x 방향으로 50 m, y 방향으로 50 m, z 방향으로 25 m이며, 송신원은 $x = 25 \text{ m}$, $y = 25 \text{ m}$, $z = 0 \text{ m}$ 위치에 두었다. Fig. 10의 (a)는 대상 매질과 송신원의 위치, (b)는 초동의

Table 2. The properties of 3D 2 layered earth model.

layer description	α_0 (m/sec)	β_0 (m/sec)	ϵ	δ^*	azimuth ($^\circ$)	tilt ($^\circ$)
1st layer (VTI)	2,000	1,200	0.3	-0.1	0	90
2nd layer (HTI)	4,000	2,300	0.3	0.1	90	0



(a)



(b)

Fig. 10. (a) Schematic diagram of 2-layered model. Model size of x , y and z direction are 50 m, 50 m and 25 m. Source is positioned at $(x = 25, y = 25, z = 0)$. (b) 3D visualized result of traveltimes calculated with the algorithm developed by this study.

분포를 3차원적으로 나타낸 그림이다.

상부 1층은 VTI 특성을 띠기 때문에 송신원이 위치한 $z = 0$ 평면에서 주시단면은 Fig. 11의 (e)와 같은 동심원의 형태를 보인다. 이에 반해 하부 2층의 바닥면인 $z = 25$ 에서는 Fig. 11의 (f)처럼 y 방향으로 긴 타원형으로 나타나며, 이는 하부층이 HTI 매질이기 때문이다. Fig. 10의 (b)에서 양 옆면에 해당하는 $x = 50$ 평면과 $y = 0$ 평면의 주시를 도시한 것이 Fig. 11의 (b)와 (d)이다. 또한, Fig. 11의 (a), (c)는 송신점을 지나

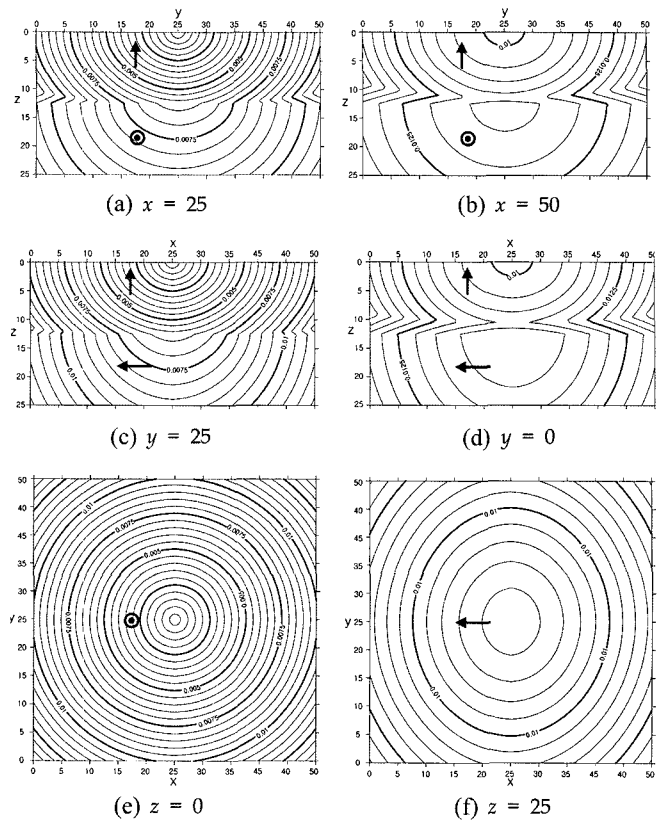


Fig. 11. The slices of first arrival times calculated numerically for the model of Fig. 10. They are sliced at (a) $x = 25$, (b) $x = 50$, (c) $y = 25$, (d) $y = 0$, (e) $z = 0$ and (f) $z = 25$ respectively. The arrows and circled dots describe the directions of the anisotropy symmetric axis.

두 평면, 즉 $x = 25$ 평면과 $y = 25$ 평면에서의 등주시곡선이 다. Fig. 11의 (a), (b), (c), (d)에서 상부 1층에서의 등주시곡선은 장축이 각각 x 방향과 y 방향이며 단축이 z 방향인 길쭉한 타원의 모양을 나타내는데, 이는 이방성 대칭축이 z 축 방향이기 때문이다. 반면, Fig. 11의 (a), (b), (c), (d)에서 하부 2층의 등주시곡선은 각각 다른 양상을 보인다. 이는 2층의 이방성 대칭축 방향이 x 축 방향이기 때문에 x 방향의 전파 속도가 다른 축 방향의 전파 속도에 비해 작기 때문이다. 이러한 양상은 Fig. 11의 (f)와 같이 x 방향으로 좁고 y 방향으로 긴 타원 형태의 등주시곡선의 양상을 보이는 x - y 평면의 단면을 통해 잘 관찰할 수 있다.

Fig. 11의 (a)~(d)에서 층의 경계에서 선두파(head wave)의 굴절과 상부로의 전파를 관찰할 수 있는데 (a)와 (c)를 비교해보면 (a)에서 선두파의 굴절이 보다 확실히 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 지층 경계면을 따라 진행되는 파의 전파 속도의 1층, 2층 간의 차이가 (a)에서 더 크게 나타나기 때문이다. 즉, 2층의 이방성 대칭축을 x 방향으로 설정함으로써 2층의 속도 구조가 x 방향으로 최저 속도를, y 축과 z 축 방향으로는 최고 속도를 나타내게 되어 두 층간의 탄성과 속도 수평성분 차이가 Fig. 11의 (a)에 해당하는 y 축 방향으로 가장 커지고, (c)

에 해당하는 x 축 방향으로 가장 작아지기 때문이다.

이러한 급격한 물성 변화를 보이는 이방성 매질에 대해 주시 모형 실험을 수행하여 특징적인 주시분포를 확인함으로써 개발된 주시 계산 알고리즘이 복잡한 이방성 3차원 모델에 적용 가능함을 확인하였다.

결 론

이 연구에서는 3차원 불균질 횡등방성 매질에서의 탄성과 주시 모델링 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘은 직접 전파법을 사용하여 급격한 물성 변화에 대해서도 안정적으로 주시 계산이 가능하도록 하였는데 이를 위해 2차원 비선형 주시 내삽법과 3차원 주시 격자 채움법을 제안하였다. 또한, 약 이방성 근사를 사용하지 않고 위상 속도식을 그대로 사용함으로써 약이방성 매질이 아닌 일반적인 횡등방성 매질에서도 정확한 주시 계산이 가능하도록 하였다. 이를 위해 이분 검색법을 사용하여 위상 속도식으로부터 군속도를 구하였고 수치적으로 계산된 구배를 이용한 최대 경사법을 사용하여 최소 도달 주시를 구하였다.

개발된 알고리즘을 검증하기 위해 균질 TTI 모델에 대해 수치실험을 수행하였다. 격자 크기가 $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ 일 때 계산된 주시 결과와 해석해의 최대 주시 오차가 $55 \mu\text{sec}$ 로 정밀한 주시 계산이 가능함을 확인하였다. 또한, 속도와 이방성이 상이한 2층 모델에 대한 수치 실험을 수행하였는데 주시 등고선이 각 층 및 층 경계에서 이방성 특성을 잘 반영함을 확인함으로써 복잡한 3차원 이방성 매질에 대한 본 알고리즘의 적용성과 효용성을 검증하였다.

향후, 이 연구에서 개발된 3차원 주시 모델링 알고리즘은 이방성의 변화가 심한 지질 환경이나 강한 이방성을 보이는 지질 조건에서 정확한 주시 계산을 필요로 하는 주시 토모그래

피와 같은 탐사나 자료처리에 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- Alkhalifah, T., 2002, Traveltime computation with the linearized eikonal equation for anisotropic media, *Geophysical Prospecting*, **50**, 373-382.
- Berryman, J. G., 1979, Long-wave elastic anisotropy in transversely isotropic media, *Geophysics*, **44**, 896-917.
- Byun, B. S., Corrigan, D., and Gaiser, J. E., 1989, Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination, *Geophysics*, **54**, 1564-1574.
- Ettrich, N., and Gajewski, D., 1998, Traveltime computation by perturbation with FD-eikonal solvers in isotropic and weakly anisotropic media, *Geophysics*, **63**, 1066-1078.
- Faria, E. L., and Stoffa, P. L., 1994, Traveltime computation in transversely isotropic media, *Geophysics*, **59**, 272-281.
- Kumar, D., Sen, M., and Ferguson, R. J., 2004, Traveltime calculation and prestack depth migration in tilted transversely isotropic media, *Geophysics*, **69**, 37-44.
- Lecomte, I., 1993, Finite difference calculation of first traveltimes in anisotropic media, *Geophysical Journal International*, **113**, 318-342.
- Qian, J., and Symes, W. W., 2002, Finite-difference quasi-P traveltimes for anisotropic media, *Geophysics*, **67**, 147-155.
- Schneider, W. A., Ranzinger, K. A., Balch, A. H., and Kruse, C., 1992, A dynamic programming approach to first arrival traveltime computation in media with arbitrarily distributed velocities, *Geophysics*, **57**, 39-50.
- Schneider, W. A., 2003, Linearization of the P-wave eikonal equation for weak vertical transverse isotropy, *Geophysics*, **68**, 1075-1082.
- Thomsen, L., 1986, Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, **51**, 1954-1966.