

## 설계자를 위한 해석입문

### - 제2회: 정확도는 메쉬로 결정된다

발행인 | 민승재 | 한양대학교 | seungjae@hanyang.ac.kr

CAE에서 널리 사용되고 있는 유한요소법이나 유한체적법으로 구조해석이나 유체해석을 수행하기 위해서는 어떤 방법으로든 해석대상을 메쉬로 분할하지 않으면 안된다. 해석대상의 형상을 시뮬레이션으로 계산할 수 있도록 그림 1과 같이 형상이 단순하고 작은 요소들의 집합으로 표현하는 것을 의미한다. 이러한 메쉬생성이 초보자에게는 최대의 난관이라고 할 수 있다. 현재는 자동메쉬생성(Auto Mesh)기능이 발전하여 소프트웨어(S/W)에 맡길 수 있는 경우도 증가하고 있

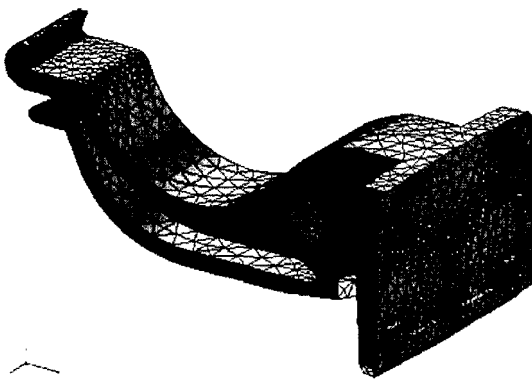


그림 1. 해석에 필요한 메쉬  
(사면체요소로 메쉬분할한 후크형상의 3차원 모델. 평균 요소길이 6mm로 설정하여 메쉬분할하였고 요소수는 약 26700개)

지만 메쉬의 수준이 계산결과를 좌우하므로 그 기본을 파악해 두는 것이 중요하다. 메쉬에도 여러가지 종류가 있는데 2차원의 쉘메쉬, 3차원의 솔리드메쉬 외에 1차원 빔 요소나 강체바 요소도 있다. 또한 쉘이나 솔리드 중에도 서로 다른 여러 종류의 요소가 있다. 여기서는 설계자가 일반적으로 사용하는 CAE S/W에서 생성하는 메쉬에 대하여 설명한다.

우선 메쉬를 생성하기 전에 생각해야 할 것은 설계자가 무엇을 해석하고자 하는 점이다. 응력인지 강성(변위)인지 아니면 고유값인지 그에 따라서 메쉬생성에 필요한 노력이 달라진다. 강성이나 고유값은 메쉬수나 메쉬형상에 그다지 민감하지 않기 때문에 다소 소홀히 생각해도 지장을 주지 않는다. 반대로 응력값을 구하고 싶으면 메쉬문제에 철저히 대비하는 편이 좋다. 메쉬에 따라서 결과가 정답의 1/2이 되기도 하고 2배가 되기도 하기 때문이다. 그렇다면 메쉬생성에 있어서 구체적으로 무엇을 신경쓰면 되는 것인가? 메쉬생성의 포인트는 크게 ①메쉬 개수 ②메쉬 조밀도 ③메쉬형상(품질) ④메쉬 차수 ⑤메쉬생성 계산의 실패위험성 이렇게 5가지를 들 수 있다. 우선 ①과 ②에 대해 살펴보면, 해석대상의 형상을 작성한 후 CAD S/W의 메쉬생성기능을 활용하거나 메쉬생성 전용 S/W를

사용하여 메쉬를 자동생성하게 된다. 이때 많은 설계자는 자동생성을 염두에 둔 “프리메쉬” 기능을 사용하게 된다. 일반적으로 프리메쉬에는 해석대상전체에 걸쳐 평균적인 요소길이를 설정할 수 있다. 이 값의 설정방법에 따라 메쉬분할의 조밀도가 결정된다. 솔리드의 경우 대상물의 두께방향과 길이방향으로 이산화한다면 요소길이를 두께방향의 1/2 ~ 1/3 정도의 길이로 설정하는 것이 바람직하다. 그러나 길이방향과 두께방향의 비가 1에서 멀어지면 멀어질수록 즉 얇고 긴 형상일수록 메쉬 개수가 증가하여 천문학적인 숫자가 되기 때문에 이 조건으로 설정하는 것이 어렵다. 메쉬 개수가 증가하면 그만큼 계산시간도 증가하므로 현실적인 요소크기를 선택해야 한다. 그렇다면 어느 정도의 크기로 메쉬를 생성하여야 하는가?

우선 메쉬의 역할을 생각해 보자. 해석대상물을 메쉬로 분할하는 것은 사용자가 설정한 자유도로 계산하고 싶기 때문이다. 조밀하게 메쉬를 분할하면 할수

록 구조물의 강성을 정확히 계산할 수 있지만 어느 정도까지 조밀하게 하는가는 사용자가 어느 정도의 정확도를 요구하는가에 달려있다. 예를 들어 그림 2와 같은 단순지지 보문제를 생각해 보면 2개의 요소로 계산한다는 것은 굽힘을 한곳에만 허용하는 것이고, 3개의 요소로 계산한다는 것은 굽힘을 두곳에만 허용한다는 것이다. 문제는 설계자가 계산하고자 하는 구조물의 변형을 정확히 표현하기 위하여 최소한 어느 정도의 메쉬수가 필요한지를 파악하는 것이다. 실제로 필요한 메쉬수는 해석대상의 크기, 재질, 형상 등에 의존하므로 한마디로 말할 수는 없다. 따라서 처음에는 여러가지 크기의 메쉬로 분할하여 계산해 보는 것외엔 방법이 없다. 예를 들어 길이방향의 1/10, 1/20, 1/40~1/1000 등 여러가지로 설정해 시도해 본다. 그런 후에 해석결과로부터 관심있는 물리량 (변형량, 응력 등)을 그림 3과 같이 그래프로 도시하고 그 값이 수렴하는 분할수라면 타당하다고 생각해도 좋다. 매번 이 작업을 할 필요는 없고 유사한 문제라면 분할수도 같은 정도로 하는 것이 좋다. 앞서 언급한 대로 길이방향에 1/10 ~ 1/100, 1/1000와 같은 요소크기로 분할하

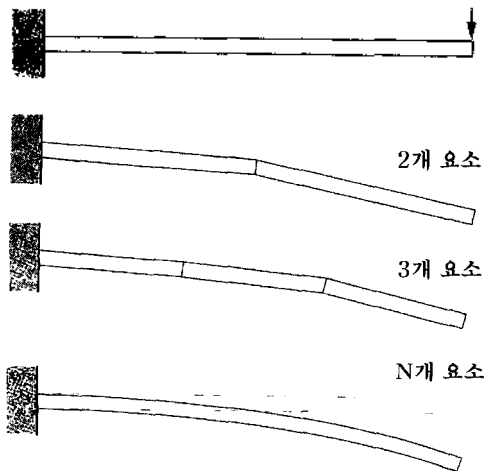


그림 2. 요소분할의 의미

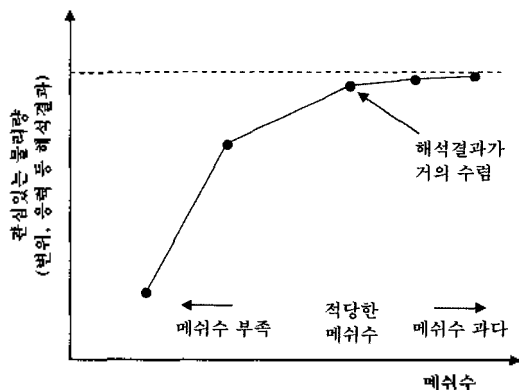


그림 3. 타당한 메쉬수 검토

1) 절점의 위치가 자유로운 메쉬구조. 이와는 반대로 직교좌표공간에 좌표변환 절점이 좌표축에 정렬한 것 같은 메쉬를 임트메쉬라고 한다. 임트메쉬의 경우가 정확도가 높은 결과를 얻을 수 있으나 자동생성은 어렵다. 한편 메쉬를 사용하지 않는 해석방법을 프리메쉬법이라고 하는 경우도 있으나 여기서는 메쉬구조를 의미한다.

여 계산한 후 어느 정도의 조밀도로 결과가 수렴하는 지를 확인한다. 그러나 수렴하지 않는다고 해서 무턱대고 요소수를 증가시키면 계산시간이 너무 길어지므로 실용적이지 못하다. 사용하는 컴퓨터의 성능과 CAE S/W의 성능 및 허용가능한 계산시간도 고려하여 메쉬수의 한계를 반드시 파악해 두어야 한다. 또한 변형량이나 고유값의 경우는 앞서 기술한 바로 충분하지만 응력값을 정확히 파악하고자 하는 경우에는 메쉬분할에 더욱 신경을 필요가 있다. 변위량을 좌우하는 것은 주로 해석대상전체의 강성인 것에 반하여 응력의 경우는 응력이 집중되는 부분의 국소적인 조건이 지배적이기 때문이다. 따라서 응력집중부를 집중적으로 세분화한 메쉬분할이 필요하다. 이것이 ②의 메쉬 조밀도 문제이다. 대부분의 CAE S/W는 응력집중부 등 특별한 부분에 평균적인 요소크기와는 다른 국소적인 요소크기를 설정할 수 있다. 임의의 영역에 메쉬를 조밀하게 또는 드문드문 배치하는 것이다. 예를 들어 휠렛부 등에 응력이 집중된다고 예상되는 경우 그림 4와 같이 그 부분만 조밀하게 메쉬를 설정한다. 이상적으로는 휠렛부를 6등분정도 분할하는 것이 바람직하다. 앞서 언급한 국소적인 요소분할 설정은 이러한 경우에 사용하지만 이 분할의 정도도 경우에 따라 다르다. 4등분, 6

등분, 8등분 등 몇 종류로 계산한 다음 역시 응력값이 수렴하는 조건을 확인해 두는 것이 바람직하다. 이러한 전체 평균적 요소크기와 국소적 요소크기는 해석의 정확도에 크게 영향을 미치는 인자이므로 반드시 이해해 두어야 한다. 특히 앞서 언급한 바와 같이 응력값은 메쉬의 영향을 받기 쉽기 때문에 이 두 종류의 값의 조정이 반드시 필요하다.

다음으로 ③의 메쉬형상에 관하여 생각해 보자. CAE S/W 등 메쉬를 생성하는 프로그램에서는 일반적으로 메쉬의 품질을 판정하는 기능이 갖추어져 있다. 메쉬의 품질이라면 결국 그 요소형상의 좋고 나쁨을 의미하는데, 이것을 판정하기 위한 정량적 지표가 몇가지 있지만 대표적인 것이 그림 5와 같은 뒤틀림 정도이다. 이것은 솔리드라면 정사면체 혹은 정육면체에 어느 정도 근접한가, 셸이라면 정방형 혹은 정삼각형에 어느 정도 근접한가를 나타내는 값이다. 이 값이 크면 클수록 해석에서 좋은 결과를 얻기 쉽다. 특히 응력을 계산하는 경우에는 평가하고자 하는 부분의 메쉬품질을 반드시 확인해 두어야 한다.<sup>2)</sup> 메쉬의 품질이 나쁘면 최악의 경우 해석기가 계산불가라고 판정해 버리기 때문에 계산할 수 없게 될 수도 있다.<sup>3)</sup> 이러한 문

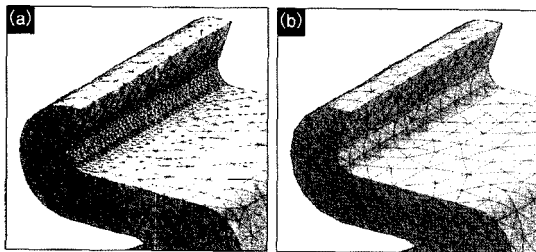


그림 4. 메쉬의 조밀도 변화: (a) 곡률반경이 작은 내부를 6등분하여 세분화 (b) 균일한 메쉬분할

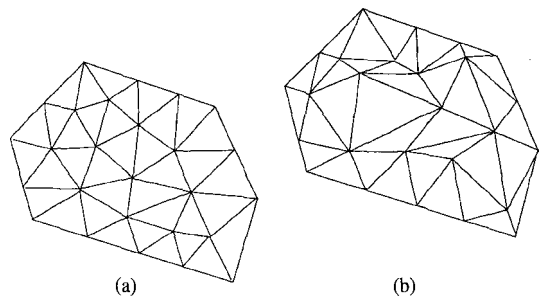


그림 5. 메쉬의 정확도: (a) 뒤틀림 정도가 작은 메쉬 (b) 뒤틀림 정도가 큰 메쉬

2) 평가하고자 하는 부분에서 상당히 떨어져 있다면 뒤틀림이 큰 요소가 있어도 그다지 신경을 필요는 없다.  
3) 메쉬의 뒤틀림 정도에 따라서 오차가 극단적으로 크게 되면 계산불가능으로 판단하는 경우도 있다. 그러나 해석기에 따라서 오차에 대한 평가기준은 다르다. 따라서 설계자가 사용하고 있는 해석기의 특성을 파악하고 메쉬를 생성하는 것이 바람직하다.

제는 이어서 설명할 솔리드의 2차 요소를 사용해도 발생하는 경우가 있다. 품질이 낮은 경우는 요소크기를 작게 함으로써 메쉬 개수를 증가시켜서 정확도를 개선할 수 있는 경우도 있다. 그러나 앞서 언급한 바와 같이 계산시간과의 상관관계를 고려하지 않으면 안된다. 메쉬의 품질을 높이는 것은 원래 CAD데이터의 서피스를 분할하여 메쉬를 재생성하거나 국소적인 요소형상을 수정하는 등 번거로운 작업이 필요하게 되므로 CAE전문가와 상담하는 편이 좋다.

④의 메쉬 차수에 관해서도 기초적인 사항을 파악해 두자. 차수라는 것은 요소형상의 근사표현의 정확도를 의미하며, 일반적으로 메쉬에는 1차 요소와 2차 요소가 있다. 1차 요소는 꼭지점의 절점만으로 요소의 변형을 표현하는 것에 비하여 2차 요소는 꼭지점과 꼭지점 사이에 존재하는 절점도 이용하여 요소의 변형을 계산한다. 예를 들어 그림 6과 같이 솔리드 사면체 요소의 경우 1차 요소의 절점은 4개이지만 2차 요소는 10개의 절점을 갖고 있다. 따라서 2차 요소가 변형을 보다 잘 표현하고 정확도가 높은 결과를 얻을 수 있다. 쉘 요소의 경우는 1차 요소로 계산하는 것이 일반적이고 주의해야 할 것은 솔리드의 사면체 요소의 경우이다. 솔리드의 경우 육면체 요소는 자동생성이 어렵

기 때문에 현재 솔리드 요소라고 하면 사면체 요소가 가장 널리 사용되고 있다. 다양한 해석대상물의 형상에 폭넓게 대응할 수 있는 것은 자동생성하기 쉬운 사면체 요소 밖에 없는 것이 실정이기도 하다.<sup>4)</sup> 자동메쉬 생성 S/W가 보급되기 이전에는 솔리드 요소로 고전적인 육면체 요소가 많이 사용되었고 실제로 육면체 요소가 정확도가 높은 계산결과를 얻을 수 있다. 예를 들어 육면체 1차 요소, 사면체 1차 요소, 사면체 2차 요소로 단순지지 보에 작용하는 변형량을 해석하면 육면체 1차 요소의 경우 지배방정식을 이산화하지 않고 구한 해석해와 거의 동일한 값을 얻을 수 있는 반면에

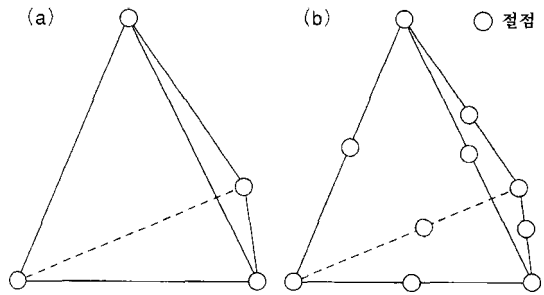


그림 6. 1차 요소와 2차 요소  
(a) 사면체 1차 요소 (b) 사면체 2차 요소

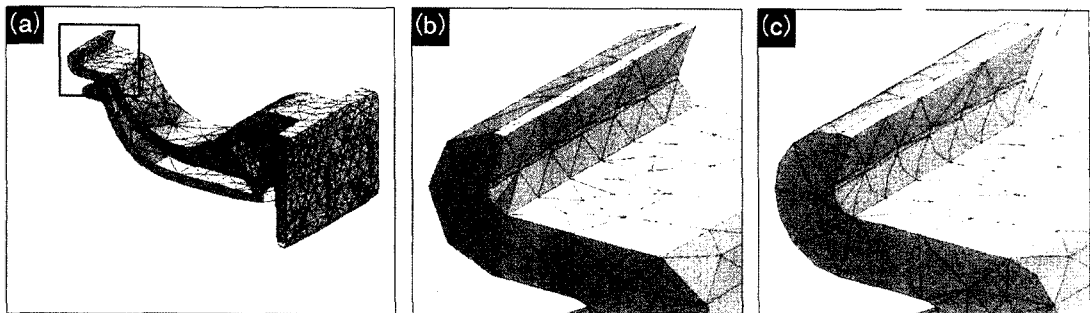


그림 7. 차수에 따른 절점의 차이: (a) 1차 요소는 요소가 직선으로 구성 (b) 2차 요소는 곡률이 작은 부분에 요소가 집적

4) 6면체 요소를 생성하기 위해서는 해석대상의 형상을 영역분할 등 수작업이 필요하다. 현재는 6면체 요소를 자동으로 생성하는 S/W도 증가하고 있으나 4면체만큼 복잡한 형상에 대응할 지 못하고 있다.

## ●●● 국내외 CAD/CAM 뉴스

사면체 1차 요소는 40%정도 변형량이 적게 계산된다. 그러나 같은 사면체라도 2차 요소로 계산하면 2~3% 적게 계산되는 정도로 끝난다. 따라서 사면체요소를 사용하는 경우는 기본적으로 2차 요소를 사용하는 편이 좋다. 실제로 많은 CAE S/W에서는 처음부터 2차 요소로 생성하고 있으나 2차 요소가 몇 가지 문제도 있다. 이것은 절점수의 차이에 기인하고 있다. 예를 들어 2차 요소가 1차 요소에 비해 절점수가 많기 때문에 요소크기를 적게 할수록 해석모델전체의 절점수가 급격히 증가하여 계산시간이 길어진다. 따라서 차수에 따른 요소크기의 설정에 주의가 필요하다. 또한 중간절점에서 요소 모서리가 접히기 때문에 요소형상이 왜곡되어 메쉬품질을 악화시켜 계산이 불가능하게 되거나 2차 요소로 구성된 여러 개의 부품이 접촉된 해석이 어렵게 되는 등 문제도 발생할 수 있다. 현재 CAE S/W는 2차 사면체요소의 사용이 일반적이므로 이러한 문제에 직면할 일은 거의 없지만 적어도 차수에 따라 어떻게 다른지는 알아둘 필요는 있다.

다음으로 ⑤의 메쉬생성이 되지 않는 문제를 생각

해 보자. CAE S/W를 사용할 때 메쉬를 생성할 수 없다는 메시지가 표시되거나 메쉬생성 도중에 컴퓨터가 멈추어 버리는 경우가 있다. 메쉬생성에 실패하는 주요 원인은 설계과정에서 형상변경을 반복함에 따른 데이터의 불일치에 있다. 예를 들어 원본 CAD데이터에 면의 누락이나 미소요소, 인접한 서피스간의 경계 차이 등이 존재한다면 메쉬를 생성하는데 어려움이 따른다. 또한 CAE모델로 변환할 때의 공차에도 주의가 필요하다. 이 모든 것이 CAD데이터의 품질에 귀착되는 문제이다. 메쉬생성에 실패한 경우에는 수고스럽겠지만 PDQ<sup>5)</sup> 체크기능 등으로 CAD데이터의 품질을 확인하고 3차원 CAD로 돌아가서 데이터를 수정하는 것이 결국에는 시간을 절약하는 방법이다.



본 기사는 한양대학교 민승재 편집위원이 NIKKEI MONOZUKURI 2006년 2월호 연재기사에서 발췌하였으며, 출판사인 Nikkei Business Publications, Inc.의 연락처는 다음과 같다.

Fax: 81-3-5210-8122

URL: <http://techon.nikkeibp.co.jp/Monozukuri>

5) Product Data Quality. 3차원 CAD데이터의 좋고 나쁨을 나타내는 개념. 품질이 좋은 데이터는 문제없이 편집이 가능하고 시적품 제작 및 가공, 해석 등 후공정에도 좋은 상태로 사용할 수 있다.