

3 차원 차분격자볼츠만 모델에의 내부자유도 적용 및 유동소음 모사

강호근[†]*, 안수환^{**}, 김정환^{***}

경상대학교 해양산업연구소*
경상대학교 기계항공공학부, 농생명과학연구원**
한국조선기자재연구원***

Application of the Internal Degree of Freedom to 3D FDLB Model and Simulations of Aero-Acoustic

Ho Keun Kang[†]*, Soo Whan Ahn^{**} and Jeong Whan Kim^{***}

Institute of Marine Industry, Gyeongsang National University*
Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Institute of Agriculture & Life Sciences,
Gyeongsang National University**
Korea Marine Equipment Research Institute***

Abstract

A 3-dimensional FDLB model with additional internal degree of freedom is applied for diatomic gases such as air, in which an additional distribution function is introduced. Direct simulations of aero-acoustic by using the applied model and scheme are presented. Speed of sound is correctly recovered. As typical examples, the Aeolian tone emitted by a circular column is successfully simulated even very low Mach number flow. Acoustic pressure fluctuations with the same frequency of the Karman vortex street compared with the pressure fluctuation around a circular column is captured. Full three-dimensional acoustic wave past a compact block like pentagon, furthermore, is also emitted in y direction as dipole like sound.

※Keywords: Finite difference lattice Boltzmann model (차분격자볼츠만 모델), Aero-acoustic (유동소음), Aeolian tone (Aeolian 음), Specific heat ratio (비열비), Internal degree of freedom (내부자유도)

1. 서론

소음으로 야기된 환경문제들은 과학기술이 발전하면서 이전보다 더욱더 많은 관심이 집중되고 있다. 특히, 기계공학적인 접근에서 교통수송기관이나, 고성능 계산기의 냉각용 팬, 냉동공조 기기들 및 유체기기 등으로부터 발생하는 유동소음(aero-

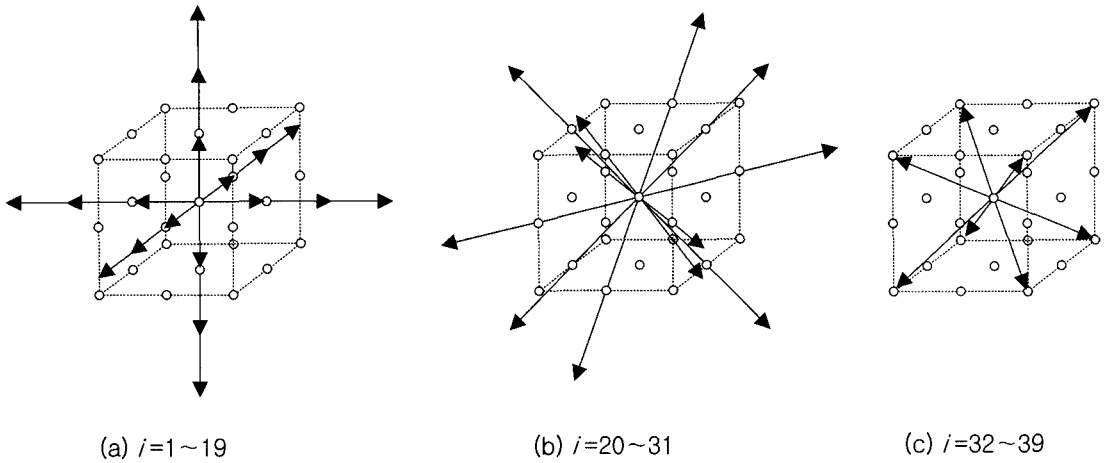


Fig. 1 Distribution of particles in D3Q39 model

acoustic 또는 flow-induced noise)은 그 발생원 인이나 저감대책에 대하여 많은 연구들이 행하여 지고 있는 실정이다.

이러한 유동소음은 물체의 진동에 의해 발생하는 것과 물체 주위에서의 유체의 비정상 운동에 의해 발생하는 것이 있다. 여기서, 물체의 진동에 의한 소음에너지는 운동량에너지 $\rho \bar{u}^2/2$ 의 $O(10^{-2})$ 정도에 비례하는 것에 반해서, 유체의 비정상 운동에 의한 유동소음은 대표속도의 $O(10^{-5} \sim 10^{-8})$ 정도에 비례하기 때문에 현실적으로 이러한 유동소음을 해석하기란 매우 어려운 현실이다. 즉, 유동소음의 수치계산은 압력의 변동이 유체의 압력 변동에 비해 매우 미소하며, 또한 음파의 측정범위가 광범위에 미치기 때문에 넓은 계산영역을 필요로 하는 등 계산기에 걸리는 부하가 매우 크다. 이 때문에 유동장의 압력을 구하여, 그 결과로부터 Lighthill(1954) 방정식을 기초로 한 방정식을 이용하여 음을 예측하는 수법이 일반적으로 이용되고 있다. 그러나 최근 계산기 성능의 발전과 더불어 Navier-Stokes 방정식의 직접계산에 의해 2차원 Aeolian 음의 계산에도 보고되고 있다(Inoue and Hatakeyama 2002).

한편, 격자볼츠만법 (Lattice Boltzmann Method, LBM)에 의한 유동소음의 연구로는, Buick et al.(2000)에 의한 D2Q7 모델을 이용하여 수직충격파가 전파할 때 음압의 변동현상을 모사하였으

며, 이론해와 잘 일치함을 보고하였다. 또한, Kang et al.(2003)은 차분격자볼츠만법(Finite Difference Lattice Boltzmann Method, FDLBM)을 적용한 2차원 실린더 주위의 흐름에 기인한 Aeolian 음의 직접계산을 행하여, Karman 와열의 발생주기와 같은 2중극음(dipole sound)을 모사하였으며, 작은 계산부하를 갖고서 양호한 정도에서 음장의 직접계산이 가능하다는 것을 보고하였다.

그렇지만, 이러한 FDLBM의 모델에서는 비열비 γ 가 공간의 차원수(dimension, D)에 의존하며, 다음과 같이 표현된다.

$$\gamma = \frac{(D+2)}{D} \tag{1}$$

즉, 비열비 γ 는 2차원공간의 계산에서는 $\gamma = 2.0$, 3차원공간의 계산에서는 $\gamma = 5/3$ 밖에 취할 수 없는 문제점이 있다. 이러한 이유 때문에 최근 Kang and Kim(2005)은 지금까지 제안되고 있는 LBM의 비열비를 바꿀 수 있는 모델(Takada and Tsutahara 1999), 즉 내부자유도(Particle internal degree of freedom)를 D2Q21 모델의 FDLBM에 적용하며 비열비를 임의로 설정함으로써 ($1.0 \leq \gamma \leq 2.0$) 다원자기체(diatomic gas)까지도 적용할 수 있는 모델의 적용가능성을 검토하였다. 본 연구에서는 내부자유도를 갖는 2차원 모델

(D2Q21)을 3 차원모델 (D3Q39, Fig. 1)로 확장 적용하여 본 모델의 유효성을 확인하고 비열비 $1.0 \leq \gamma \leq 5/3$, 마하수 $M \leq 0.3$ 정도의 유동장에서의 유동소음의 직접계산을 행하며, 그 특성들을 고찰한다.

2. 이론해석

2.1 기본방정식

LBM 은 Cellular Automaton 법(CA)을 유동해석에 적용한 Lattice Gas Cellular Automaton(LGCA) (Wolfram 1986)으로부터 발전한 계산방법이다. 이러한 LGCA 는 유속이나 압력과 같은 유동장의 변수를 구할 때에 평균화 처리를 하기 때문에 엄밀한 해를 구하는 것이 곤란하다는 문제점이 있다. 또한 저 Reynolds 수 흐름, 저 마하수 (Ma) 흐름에 있어서만 타당한 해를 얻을 수가 있으며, 적용 가능한 범위가 좁다는 어려움이 있었다. 이러한 LGCA 의 문제점을 해결하기 위해 McNamara and Zanetti(1988)는 거시적 변수들을 구할 때에 평균화 처리를 필요로 하지 않는 LBM 을 제안하였으며, 이후 많은 연구자들에 의해 LBM 의 안정성 및 적용가능성 등이 검토되었다. (Alexander et al. 1993, Chen and Doolen 1998, Artoli et al. 2006)

이와 같은, LBM 은 종래의 Navier-Stokes 방정식 등의 유동의 운동방정식을 직접적으로 이용하는 수치방법과는 다르며, 유체를 충돌(collision)과 병진(movement) 을 반복하는 다수의 이산적 입자의 집합체로 간주해, 이러한 것들의 규칙적인 입자운동을 계산하여 거시적인 연속체로서의 유체운동을 모사하는 방법이다. 시간 t 및 위치벡터 x 의 격자점 근방에서의 분포함수 $f_i(x, t)$ 를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i \quad (2)$$

여기서, \mathbf{c}_i 는 입자속도, i 는 입자속도의 방향 그리고 Ω_i 는 충돌에 의한 입자분포의 변화를 나타내는 충돌연산자(collision operator)를 나타낸다.

식(2)을 시간 및 공간에 관해 Taylor 전개를 행하여 유체의 속도에 관한 1 차항까지만 고려하면

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} = \Omega_i \quad (3)$$

와 같다. 이와 같은 Ω 를 이용한 충돌연산은 복잡하기 때문에 다음과 같은 충돌항을 간략화 시킨 BGK·(Bhatnager et al. 1954)방정식이 가장 널리 사용된다.

$$\Omega_i = -\frac{1}{\phi} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t)] \quad (4)$$

여기서 $f_i^{(0)}$ 는 국소평형분포함수를 나타내며, ϕ 는 1 타임스텝에 있어 입자분포가 평형상태에 도달할 때까지 걸리는 시간에 해당하며 일반적으로 단일시간완화계수라 불려진다. 이러한 충돌연산은 1 회의 충돌에 있어서 전 격자점의 입자분포가 항상 일정하게 유지되도록 $1/\phi$ 의 비율로 비평형량이 감소함을 의미하며, 국소적 평형상태에 가깝도록 완화되는 것을 표현하고 있다.

또한 FDLBM 은 LBM 에 차분방법을 적용하여 격자와 이산적 입자속도를 별개로 취급함으로써 격자형성의 용이성과 계산의 안전성을 도모하기 위하여 Cao et al.(1997)에 의해 제안된 방법이다. 이후 많은 연구자들에 의해 FDLBM 이 확립되었다.(Mei and Shyy 1998, Guo and Zhao 2003, Shi et al. 2006) 본 연구에서는 유체의 압축성을 고려하며, 이산적 입자속도에는 3 차원 39 속도(D3Q39)모델을 이용한다. 입자는 격자상에서 정지 ($j = 1$) 하던가, 1 타임스텝간에 이산적 입자속도의 격자를 따라서 i 방향 ($i = 2 \sim 39$)으로 이동한다. 충돌에는 입자의 질량,

운동량 및 에너지를 보존하도록 충돌축을 따라서 각 격자점에서 동시에 행하여진다. Kang and Tsutahara (2006)은 계산의 안정성 및 연산시간의 단축을 목적으로 점성계수 μ 와 완화계수 ϕ 를 이용하여 다음과 같은 이산 BGK 방정식(식(3))에 2 차항을 추가한 모델을 제시하고 있다.

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} - ac_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{f_i - f_i^{(0)}}{\phi} \right) = -\frac{1}{\phi} (f_i - f_i^{(0)}) \quad (5)$$

위의 식에서 a 는 임의의 계수를 의미하며, 매우 작은 동점성 계수를 갖는 유동에 대해서도 완화계수를 충분히 크게 설정할 수가 있어 계산의 안정화 및 연산시간의 단축을 도모할 수가 있다.

2.2 내부자유도를 갖는 3 차원 차분격자볼츠만 모델(I.D.F FDLB)

식(5)로부터 에너지방정식을 도출할 때, 이러한 식들의 BGK 모델에서 비열비 γ 는 입자운동의 자유도로부터 $\gamma = 5/3$ ($D=3.0$) 와 같이 차원수 (D)에 의존하는 값밖에 취할 수가 없다. 이와 같은 이유로 LBM 에서 제안되었던 내부자유도를 갖는 격자 BGK 모델(Takada and Tsutahara 1999)을 3 차원 FDLBM 에 적용한다. 이전의 BGK 모델에서는 입자운동을 병진만 한정하고 있기 때문에, 병진 이외의 운동에너지 \mathcal{E} , 즉 회전에너지 (rotation energy) 에 해당하는 새로운 분포함수 G_i 를 도입함으로써 BGK 모델에 내부자유도 (Particle internal degree of freedom)를 부여하여, 비열비를 임의로 설정하는 것이 가능하다. 새로운 분포함수 G_i 는 사용하는 입자모델의 이산적인 입자속도에만 의존하며, 본 연구에서는 39 종류의 분포함수를 이용한다. 따라서 식(5)는 다음과 같이 변형된다.

$$\frac{\partial G_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial G_i}{\partial x_\alpha} - ac_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{G_i - G_i^{(0)}}{\phi} \right) = -\frac{1}{\phi} (G_i - G_i^{(0)}) \quad (6)$$

여기서 $G_i^{(0)}$ 는 국소평형분포함수이며, 평형 상태에서는 모든 입자가 동일 크기의 회전에너지를 갖는다고 가정하면

$$G_i^{(0)} = E_i f_i^{(0)} \quad (i=1-39) \quad (7)$$

$$E_i = \frac{D}{2} \left(\frac{D+2}{D} - \gamma \right) e = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - \gamma \right) e \quad (i=1-39) \quad (8)$$

와 같이 정의된다. D 는 차원수, e 는 내부에너지를 나타낸다. 식(8)에서 비열비 γ 의 식(1)은 D 에 회전자유도 D_E 을 포함한 입자운동의 전 자유도 $D' = D + D_E$ 로 바꾸면 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{D' + 2}{D'} = \frac{D + D_E + 2}{D + D_E} \quad (9)$$

따라서 본 모델에서 취급 가능한 비열비는 $1.0 < \gamma \leq 5/3$ 이며, $\gamma = 5/3$ 로 하는 종래의 3 차원 열유체모델과 동일하게 된다. 또한 밀도, 운동량 및 운동에너지는 새로운 분포함수 G_i 를 이용하여 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\rho = \sum_{i=1}^{39} f_i = \sum_{i=1}^{39} f_i^{(0)} \quad (10)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=1}^{39} f_i \mathbf{c}_i = \sum_{i=1}^{39} f_i^{(0)} \mathbf{c}_i \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_{i=1}^{39} \left(\frac{1}{2} f_i c_i^2 + G_i \right) = \sum_{i=1}^{39} \left(\frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 + G_i^{(0)} \right) \quad (12)$$

내부자유도를 갖는 본 모델에서 식(7)의 국소평형분포함수 $f_i^{(0)}$ 는 유속 \mathbf{u} 에 관해 3 차항까지 전개한 다음식을 이용한다.

$$f_i^{(0)} = F_i \rho \left[1 - 2B c_{i\alpha} u_\alpha + 2B^2 (c_{i\alpha} u_\alpha)^2 + B u_\beta u_\beta - \frac{4}{3} B^3 (c_{i\alpha} u_\alpha)^3 - 2B^2 c_{i\alpha} u_\alpha u_\beta u_\beta \right] \quad (13)$$

또한 식(13)에서의 변수 B 와 F_i 는 다음식과 같이 정의된다.

$$B = -\frac{1}{2(\gamma - 1)e}$$

$$F_i = 1 + \frac{1}{8Bc^2} \left(\frac{287}{80B^2c^4} + \frac{1549}{120Bc^2} + \frac{49}{3} \right) \quad (i=1)$$

$$F_i = -\frac{1}{8Bc^2} \left(\frac{77}{80B^2c^4} + \frac{379}{120Bc^2} + 3 \right) \quad (i = 2-7)$$

$$F_i = \frac{1}{80Bc^2} \left(\frac{77}{40B^2c^4} + \frac{329}{60Bc^2} + 3 \right) \quad (i = 8-13)$$

$$F_i = -\frac{1}{120Bc^2} \left(\frac{21}{80B^2c^4} + \frac{67}{120Bc^2} + \frac{1}{3} \right) \quad (i = 14-19)$$

$$F_i = -\frac{1}{120B^2c^4} \left(\frac{7}{2Bc^2} + 3 \right) \quad (i = 20-31)$$

$$F_i = \frac{1}{20B^2c^4} \left(\frac{7}{16Bc^2} + 1 \right) \quad (i = 32-39)$$

(14)-(20)

한편, 압력 p , 점성계수 μ , 제 2 점성계수 λ , 열전도계수 κ' 및 음속 c_s 은 다음과 같다.

$$p = (\gamma - 1)\rho e$$

$$\mu = (\gamma - 1)\rho e(\phi - a)$$

$$\lambda = -(\gamma - 1)^2 \rho e(\phi - a) = -(\gamma - 1)\mu$$

$$\kappa' = \gamma \rho e(\phi - a)$$

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma(\gamma - 1)e} \quad (21)-(25)$$

2.3 유동장의 지배방정식 도출

질량보존방정식, 운동량 보존식의 도출과정은 기존의 FDLBM 에서의 도출과정과 같기 때문에 본 단락에서는 에너지방정식의 도출과정에 관한 사항만 설명한다.

우선 에너지분포 G_i 는 입자분포가 평형상태에 근접했을 때, Knudsen 수에 상당하는 미소량 ε 을 이용하여 다음과 같이 전개할 수가 있다.

$$G_i = G_i^{(0)} + G_i^{neg} = G_i^{(0)} + \varepsilon G_i^{(1)} + \varepsilon^2 G_i^{(2)} + \dots \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \rightarrow \varepsilon \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \quad (28)$$

위의 식(26)-(28)를 식(6)에 대입하고 ε 및 ε^2 항까지 고려하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial G_i^{(0)}}{\partial t_1} + c_{i\alpha} \frac{\partial G_i^{(0)}}{\partial x_{1\alpha}} = -\frac{1}{\phi} G_i^{(1)} \quad (29)$$

$$\frac{\partial G_i^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial G_i^{(0)}}{\partial t_2} + c_{i\alpha} \frac{\partial G_i^{(1)}}{\partial x_{1\alpha}} - \frac{a}{\phi} c_{i\alpha} \frac{\partial G_i^{(1)}}{\partial x_{1\alpha}} = -\frac{1}{\phi} G_i^{(2)} \quad (30)$$

2 종류의 시간, 공간스케일의 변화를 동시에 고려하기 위해 식(29), (30)을 더해, 식(27)에 대입하면 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial G_i^{(0)}}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial G_i^{(0)}}{\partial x_{1\alpha}} + \frac{\partial G_i^{(1)}}{\partial t_1} + \left(1 - \frac{a}{\phi}\right) c_{i\alpha} \frac{\partial G_i^{(1)}}{\partial x_{1\alpha}} \\ & = -\frac{1}{\phi} \left(G_i^{(1)} + G_i^{(2)} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 비평형성분(non-equilibrium)의 운동에너지에 관한 항을 고려하면

$$\sum_i \frac{1}{2} f_i^{(l)} c_i^2 + \sum_i G_i^{(l)} = 0 \quad (l=1,2) \quad (32)$$

와 같다. 따라서 유체의 에너지 변화를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \sum_i \left(\frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 + G_i^{(0)} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \sum_i \left(\frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 + G_i^{(0)} \right) c_{i\alpha} \\ & - \left(1 - \frac{a}{\phi}\right) \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \sum_i \left(\frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 + G_i^{(0)} \right) c_{i\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

식(33)에 식(12), (13) 및 아래의 식(34)을 대입하면, 에너지 방정식이 도출된다.

$$\frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \sum_i \left(\frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 + G_i^{(0)} \right) c_{i\alpha} = \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \left(\frac{1}{2} u^2 + e + \frac{p}{\rho} \right) \rho u_\alpha \quad (34)$$

3. 수치해석

흐르는 유체 중에 물체가 존재하는 경우, 흐름과 물체의 간섭에 의한 유동소음이 발생한다. 이러한 대표적인 예로서, 유체와 원주의 간섭에 의

한 Aeolian 음이 발생하며, 이러한 것은 Karman 와의 발생과 밀접한 관계가 있는 것으로 알려져 있다. 이와 같이 일정한 유속을 갖는 2 차원 원주로부터 발생하는 Aeolian 음은 Strouhal(1878)의 연구 이후 실험적으로, 이론적으로 많은 연구가 행하여져 왔으며, Aeolian 음이라 불려진 것은 Rayleigh(1896)이후부터이다.

본 연구에서는 Fig. 2 와 같이 3 차원 원주 주위의 흐름을 설정하였다. 하지만, z 방향으로 유체의 이동이 없는 2 차원적인 원주 주위의 유동장을 취급한다. 계산에서는 원주 중심을 원점으로 한 좌표를 이용하고, 계산영역은 원주 직경의 200 배, 수직방향(z 방향)은 원주직경의 1 배를 설정한다. 또한 원주 중심을 원점으로 하는 3 차원 좌표계

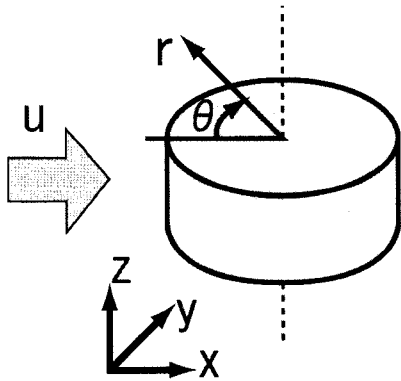


Fig. 2 Schematic diagram of the flow field

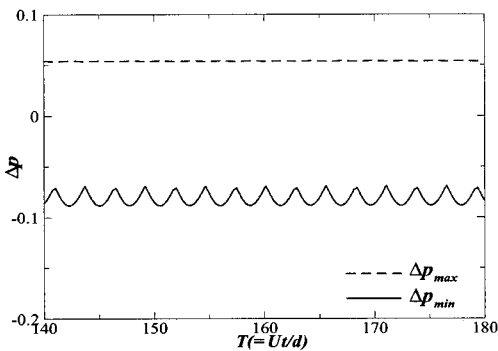
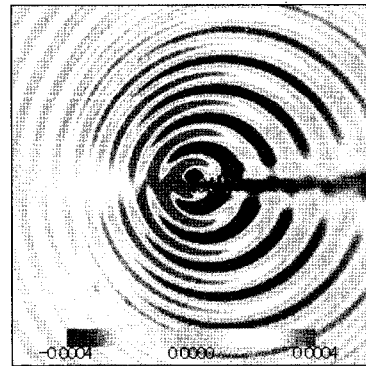


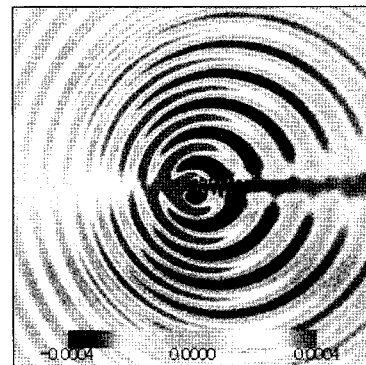
Fig. 3 Time variation of maximum and minimum pressure

$(x, y, z) = (x_1, x_2, x_3)$ 에서 일정 유속 $(u_1, u_2, u_3) = (U_0, 0, 0)$ 으로 설정한다. 원점으로부터 거리 r 과 흐름의 상류방향으로부터 시계 방향의 각도 θ 및 높이 z 에 의한 좌표계 (r, θ, z) 를 취한다. 각 물리량은 정지음속 α_0 , 밀도 ρ_0 및 대표길이 L 은 원주 직경 $d=1.0$ 에 의해 무차원화 된다. 또한 격자점 수는 $r_{max} \times \theta_{max} \times z_{max} = 201 \times 124 \times 5$ 의 총 124,620 개를 주었다.

Figs. 3 과 4 에 있어, 초기조건으로서 전방 원방으로부터는 일정한 유체의 유입속도 $U_0=0.2$ 를 설정하였으며, 이러한 일정유속에 기초한 Reynolds 수는 $Re=U_0d/\nu=200$ 이다. 초기밀도 $\rho_0=1.0$, 내부에너지 $e=0.5$, 시간간격 $\Delta T=0.01$, 비열비 $\gamma=1.4$ 및 $\alpha=0.5$ 로 하였다. 경계조건으로서는 z 방향은 주기경계조건, 물체상에서는 밀도외삼에



(a) $T(=Ut/d)=157$



(b) $T(=Ut/d)=160$

Fig. 4 Acoustic pressure distribution (z=3)

의한 점착조건 및 단열조건을 설정하였다.

Fig. 3 은 I.D.F FDLB 모델을 이용한 계산영역 전체에서 압력변동의 최대값 Δp_{max} 와 최소값 Δp_{min} 을 나타내고 있다. 유동장 전체에서 압력이 $-0.08 \sim 0.05$ 로 10^{-2} 의 오더로 변동하고 있음을 알 수가 있다. Fig. 4 은 무차원시간 $T=157$ 및 160 에 있어서의 압력분포를 나타내고 있다. 압력 분포는 $-0.0004 \leq \Delta p \leq 0.0004$ 의 사이를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 원주를 중심으로 상하교대로 (+), (-)의 압력파가 전파하고 있는 것을 확인할 수가 있다. 또한 이러한 주기적인 압력 변동은 10^{-4} 정도의 크기를 갖으며, 계산영역 전체의 압력에 비해서 10^{-2} 정도 작다는 것을 알 수가 있다. 이러한 것은 음파의 압력변동을 나타낸다. 여기서, 음파의 발생 메커니즘을 고찰하면, Karman 와열은 원주의 상측 및 하측으로부터 교대로 방출한다. 이 때, 외가 방출된 측에서는 (-)의 압력펄스가, 그 반대측에서는 (+)의 펄스가 발생한다. 그 결과, 원주표면에서의 압력은 외가 방출되었던 측에서는 (-), 그 반대측에서는 (+)가 되며, Karman 와의 방출과 함께 상향 또는 하향의 양력이 발생한다. 이러한 (+), (-)의 압력펄스의 발생이 음파(dipole sound)를 발생시키며, 각각의 방향으로 전파한다. 본 음파발생의 메커니즘은 문헌(Inoue and Hatakeyama 2002, Kang et al. 2003)에 상세히 설명되어 있다.

Fig. 5 는 기존의 FDLB 모델과 I.D.F FDLB 모델에 의한 계산결과를 보이고 있다. FDLB 모델은 유속 $U_0 = 0.2$, 내부에너지 $e_0 = 2/9$ 를, I.D.F FDLB 모델은 유속 $U_0 = 0.2$, 내부에너지 $e_0 = 50/63$, 비열비 $\gamma = 1.4$ 를 설정하였다. 이 때, 양 모델에서 마하수는 $Ma = 0.3$ 로 동일하게 된다. 내부자유도를 갖지 않는 모델(FDLB)에서 발생하는 음압이 크다는 것을 알 수가 있다. 또한 아래의 식을 이용하여 SPL(Sound Pressure Level)을 측정하였다.

$$SPL = 20 \log(p/p_0) \quad (35)$$

이때, 기준압력을 $p_0 = (\gamma - 1) \rho_0 a_0$ 로 하였을 경우, 내부자유도를 갖지 않는 모델(FDLB)에서는

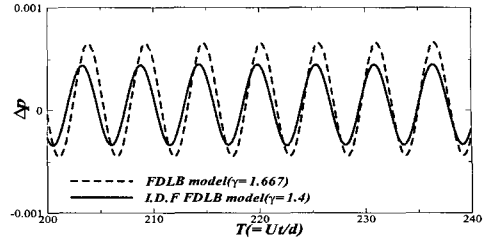


Fig. 5 Comparison of pressure level at $\theta=90^\circ$

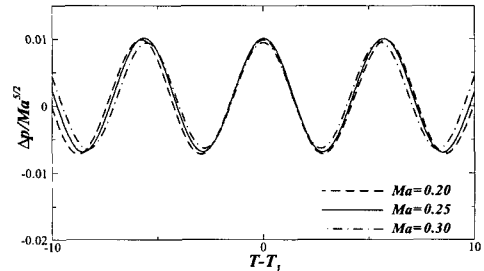


Fig. 6 Normalized pressure level for various Mach number flows

129.8dB, 내부자유도 모델(I.D.F FDLB)에서는 127.0dB 가 나왔다. 따라서 비열비가 크면 발생하는 음의 음압도 크다는 것을 알 수가 있다. 이와 같은 이유 때문에 공기와 같은 비열비 $\gamma = 1.4$ 를 갖는 유체의 유동장으로부터 발생하는 음의 크기를 정확하게 예측할 경우에는 비열비를 1.4 로 할 필요가 있다.

다음으로 선형이론을 확인한다. 선형이론에서는 압력변동 Δp 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Delta p \sim Ma^{5/2} \cdot r^{-1/2} \quad (36)$$

Fig. 6 는 각각의 마하수 Ma 에 있어서, 압력의 최대치를 취하기 위해 무차원 T_1 을 이용하여, T_1 으로부터 무차원시간에서 전후 10 에 있어서 $\Delta p / Ma^{5/2}$ 의 값을 나타내고 있다. 그림에서 다소의 오차가 있지만 각 마하수가 거의 일치함을 알 수가 있다. 따라서 I.D.F FDLB 모델은 선형이론과 매우 잘 일치함을 알 수가 있다.

다음으로, 계산영역의 중앙에 Fig. 7 과 같이 5

각주를 설정하여, x 방향으로 일정류를 설정한다. 격자는 x 방향으로 129 격자, y 방향으로 131, z 방향으로 140 격자를 설정하였다. 계산영역은 5 각주 1 변 d 에 대해 x 방향으로 $401d$, y 방향으로 $401d$, z 방향으로 $402d$ 를 주었다.

초기조건으로서 전격자에 x 방향으로 평행상태의 일정류 $U_0 = 0.2$ 을 가정하였다. 초기밀도 $\rho_0 = 1.0$, 내부에너지 $e_0 = 0.5$, 대표길이 L 는 5 각주의 1 변 $d = 1.0$ 를 설정하였다. 또한 초기 Reynolds 수는 $Re = 1000$ 를 주었다. 또한 FDLB 모델과 I.D.F FDLB 모델을 이용할 때, 유속 U_0 나 내부에너지 e_0 는 동일한 값을 사용하지만, 비열비 γ 는 $\gamma = 1.667$ (FDLBM), $\gamma = 1.4$ (I.D.F FDLBM)이

되기 때문에, 마하수는 각각 $Ma = 0.268$ 및 0.378 이 된다.

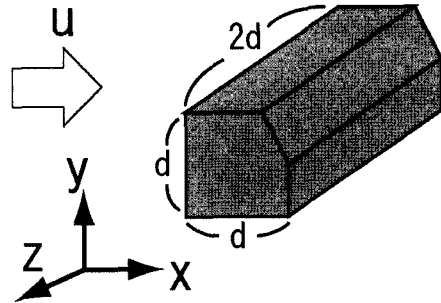
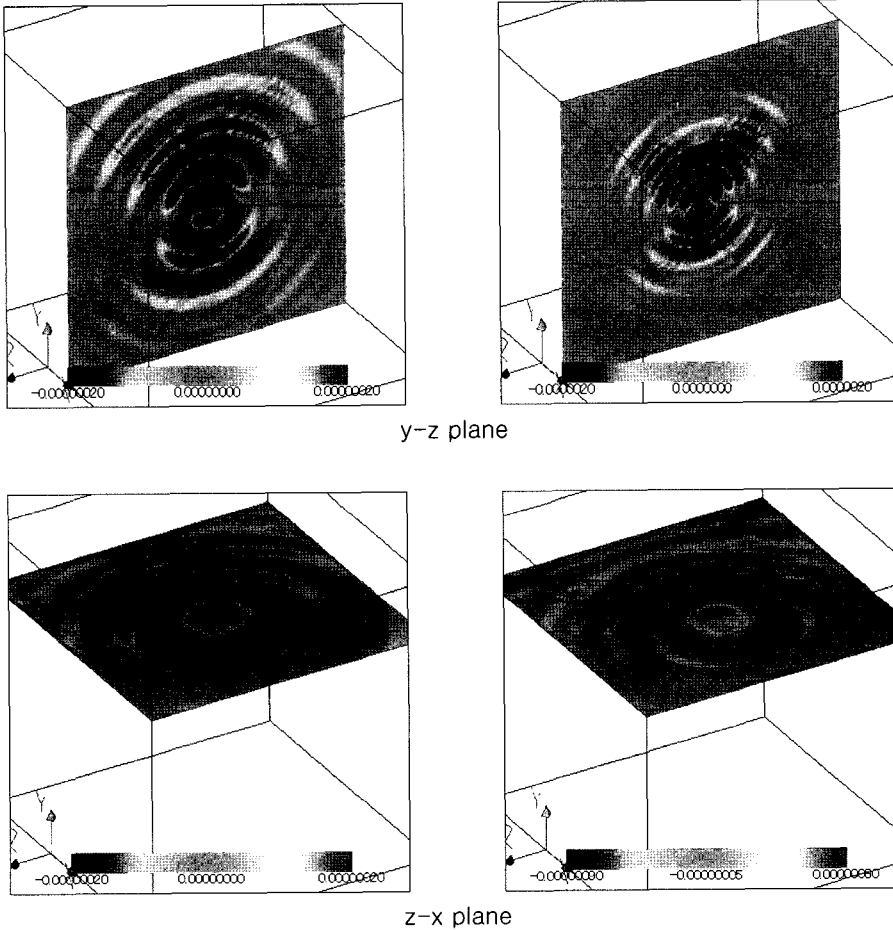


Fig. 7 Schematic diagram past a block



(a) FDLB model (b) I.D.F FDLB model
Fig. 8 Pressure distribution subtracted by time averaged pressure at $T=180$

Fig. 8은 시간 평균 압력 \bar{p} 을 이용한 압력변동 $\Delta p'$ 을 나타내고 있다. 이때 압력변동은 다음과 같이 정의된다.

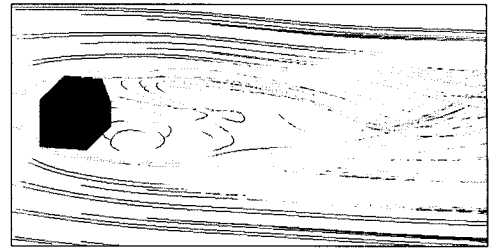
$$\Delta p' = \frac{p - \bar{p}}{p_0} \quad (37)$$

$y-z$ 단면으로부터 y 축에 평행한 상하 방향으로 (+), (-)의 음파가 교대로 발생하고 있는 것이 확인할 수 있다. 또한, $z-x$ 단면에서도 (+), (-)의 음파가 교대로 원의 형상으로 전파되고 있는 것이 확인할 수 있다. 즉, 물체를 중심으로 (+), (-)의 음파가 구의 형상으로 전파되고 있음을 의미한다. 또한, 원의 형상으로 전파된 음파의 중심이, $z-x$ 평면의 중심부터 x 의 정(+) 방향으로 늘어져 있는 것을 알 수가 있다. 이것은 x 방향으로 흐른 일정유속에 의한 도플러 효과에 의한 것이라 사료된다.

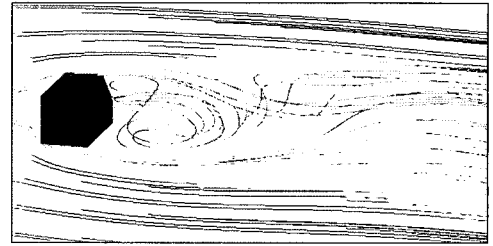
한편, Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)를 비교하면, 계산 영역중의 음파의 패턴의 수가 다르고, Fig. 8(b)의 쪽이 음파의 패턴 간격이 좁고, 수가 많은 것이 확인할 수 있다. 이것은 본 연구에서 유속 U_0 를 일정하게 하고, 비열비를 변화시키는 것으로 음속을 변화시켰기 때문이다. 즉, I.D.F FDLB 모델에서는 비열비가 $\gamma=1.4$ 이기 때문에, FDLBM ($\gamma=1.667$)과 비교하여 음속의 이론값이 작아지고, 무차원 시간 1의 사이에 음파가 전파된 거리가 짧아지는 것이기 때문에 발생한다.

Fig. 9은 무차원 시간 $T=180$ 및 188에 있어서의 유선도를 나타내고 있다. y 방향으로 비대칭의 와류가 상하 교대로 발생하고 있음을 확인할 수 있다. 이것은 물체 형상이 y 방향으로 비대칭으로 인한 것이라고 생각된다. 그 결과, 물체의 y 방향 상하면에서 주기적인 압력의 변동이 발생한다.

Fig. 10은 물체 중심으로부터 y 축에 평행한 직선상의 음압 분포를 보여주고 있다. 음파가 시간과 동시에 전파되고 있는 것이 확인할 수 있다. 무차원 시간 1의 사이에 전파된 거리에서 산출된, 이 음파의 전파 속도 c_s 는 $c_s = 0.577$ 으로 된다. 본 모델에 있어서 음속의 이론값 c_s 는 $c_s = 0.529$ 로 되어, 계산으로부터 얻어지는 전파 속도와



(a) $T=180$



(b) $T=188$

Fig. 9 Streamlines past a block

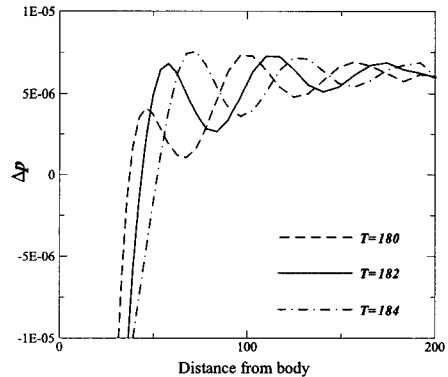


Fig. 10 Relation between pressure and distance

같은 크기인 것을 확인할 수가 있다.

4. 결론

기존의 3 차원 차분격자불츠만 모델(D3Q39)에 내부자유도를 갖는 FDLB 모델을 적용하여 비열비를 $1.0 \leq \gamma \leq 5/3$ 의 사이에서 임의로 설정이 가능할 수 있는 것을 확인하였다.

또한 마하수 $Ma = 0.3$ 정도의 3 차원 원주 및 5 각형 물체로부터 발생하는 Aeolian 음의 직접계산을 수행하였다. 이때, 원주 및 물체주위의 유동장으로부터 발생하는 유동소음의 압력변동은 전압력에 비하여 10^{-2} 오더 정도 작은 압력변동을 갖는 (+),(-)의 음파를 모사하였다.

따라서 본 모델을 이용하여 공기와 같은 2 원자 기체의 비열비 $\gamma = 1.4$ 를 갖는 유체에 있어서 공력소음의 직접계산이 가능하다는 것을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2005 년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다. (KRF-2005-050-D00002).

참 고 문 헌

- Alexander, F.J., Chen, S. and Sterling, D.J., 1993, "Lattice Boltzmann Thermodynamics," *Physical Review E*, Vol. 47, pp. 2249-2252.
- Artoli, A.M., Hoekstra, A.G. and Sloot, P.M.A., 2006, "Optimizing Lattice Boltzmann Simulations for Unsteady Flows," *Computers & Fluids*, Vol. 35, pp. 227-240.
- Bhatnager, P.L., Gross, E.P. and Krook, M., 1954, "A Model for Collision Processes in Gases I. Small Amplitude Process in Charged and Neutral One-Component System," *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511-525.
- Buick, J.M., Buckley, C.L., Greated, C.A. and Gilbert, J., 2000, "Lattice Boltzmann BGK Simulation of Nonlinear Sound Waves: the Development of a Shock Front," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, Vol. 33, pp. 3917-3928.
- Cao, N., Chen, S., Jin, S. and Martinez, D., 1997, "Physical Symmetry and Lattice Symmetry in the Lattice Boltzmann Method," *Physical Review E*, Vol. 55, pp. R21-R24.
- Chen, Y. and Doolen, G.D., 1998, "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows," *Annual Review Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 329-364.
- Guo, Z.L. and Zhao, T.S., 2003, "Explicit Finite-Difference Lattice Boltzmann Method for Curvilinear Coordinates," *Physical Review E*, Vol. 67, 066709.
- Inoue, O. and Hatakeyama, N., 2002, "Sound Generation by a Two-Dimensional Circular Cylinder in a Uniform Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 471, pp. 285-314.
- Kang, H.K. and Kim, E.R., 2005, "On Implementation of the Finite Difference Lattice Boltzmann Method with Internal Degree of Freedom to Edgetone," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 19, No. 11, pp. 2032-2039.
- Kang, H.K. and Tsutahara, M., 2006, "An Application of the Finite Difference-based Lattice Boltzmann model to Simulating Flow-induced Noise," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. (in press)
- Kang, H.K., Ro, K.D., Tsutahara, M. and Lee, Y.H., 2003, "Numerical Prediction of Acoustic Sounds Occurring by the Flow Around a Circular Cylinder," *KSME International Journal*, Vol. 17, No. 8, pp. 1219-1225.
- Lighthill, M.J., 1954, "On Sound Generated Aerodynamically. I. General theory," *Proceeding of the Royal Society of London*, Vol. 221, No. 107, pp. 564-587.
- McNamara, G. and Zanetti, G., 1988, "Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata," *Physical Review Letter*, Vol. 61, pp. 2332-2335.
- Mei, R.W. and Shyy, W., 1998, "On the Finite Difference-based Lattice Boltzmann Method in Curvilinear Coordinates," *Journal of Computational Physics*, Vol. 143, pp. 426-448.

- Rayleigh, L., 1896, The Theory of Sound, vol. 2, MacMillan, London, pp. 412–414 (Reprinted by Dover, 1945).
- Shi, Y., Zhao, T.S. and Guo, Z.L., 2006, "Finite Difference-based Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection Heat Transfer in a Horizontal Concentric Annulus," Computers & Fluids, Vol. 35, pp. 1–15.
- Strouhal, V., 1878, "On One Particular Way of Tone Generation," Ann. Phys. Chem. (Wied. Ann. Phys.), Vol. 5, pp. 216–251.(in German)
- Takada, N. and Tsutahara, M., 1999, "Proposal of Lattice BGK Model with Internal Degrees of Freedom in Lattice Boltzmann Method," Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, B, Vol. 65, No. 629, pp. 92–99.(in Japanese)
- Wolfram, S., 1986, "Cellular Automaton Fluids 1; Basic Theory," Journal of Statistical Physics, Vol. 45, pp. 471–526.



< 강 호 근 >



< 안 수 환 >



< 김 정 환 >