

〈 기술논문 〉

## 압력과 모멘트의 복합하중을 받는 곡관의 소성 붕괴하중 예측식 개발

오 창 식<sup>\*</sup> · 김 윤 재<sup>†</sup>

(2006년 3월 28일 접수, 2006년 5월 22일 심사완료)

### Closed-Form Plastic Collapse Loads of Pipe Bends Under Combined Pressure and In-Plane Bending

Chang-Sik Oh and Yun-Jae Kim

**Key Words :** Combined Pressure and In-plane Bending(압력과 모멘트의 복합하중), Collapse Load(붕괴하중), Finite Element Limit Analysis(유한요소해석), Instability Load(불안정하중), Large Geometry Change(대변형), Limit Load(한계하중), Small Geometry Change(소변형), Pipe Bend(곡관)

#### Abstract

Based on three-dimensional (3-D) FE limit analyses, this paper provides plastic limit, collapse and instability load solutions for pipe bends under combined pressure and in-plane bending. The plastic limit loads are determined from FE limit analyses based on elastic-perfectly plastic materials using the small geometry change option, and the FE limit analyses using the large geometry change option provide plastic collapse loads (using the twice-elastic-slope method) and instability loads. For the bending mode, both closing bending and opening bending are considered, and a wide range of parameters related to the bend geometry is considered. Based on the FE results, closed-form approximations of plastic limit and collapse load solutions for pipe bends under combined pressure and bending are proposed.

#### 1. 서 론

곡관의 설계 및 결합 평가를 위해 최대 하중 지지능력을 예측하는 것이 필요하며, 따라서 소성 한계하중, 붕괴하중, 불안정 하중에 대한 정보는 중요하다. 빌전소 구조물인 곡관의 중요성에도 불구하고, 이에 적당한 예측식은 아직까지 제한적이다. Miller<sup>(1,2)</sup>가 현존하는 곡관에 대한 한계하중식

을 정리하였으나, 이 식들은 하한계 식으로써 사용함에 있어 주의를 기울여야 한다. 비록 최근 곡관의 소성한계해석에 대한 해석적, 실험적 연구를 문헌<sup>(3~7)</sup>에서 찾을 수 있지만, 체계적인 연구가 부족해 보인다. 이는 아마도 곡관의 소성한계하중이 지닌 복합성 때문이라 생각된다. 예를 들면, 곡관은 직관에 비해 곡률반경, 휨 각도와 같은 기하학적 변수가 더 많이 존재한다는 것이다. 또한 더욱 중요한 점은 대변형 효과가 곡관의 소성거동에 중대한 영향을 끼친다는 것이다.

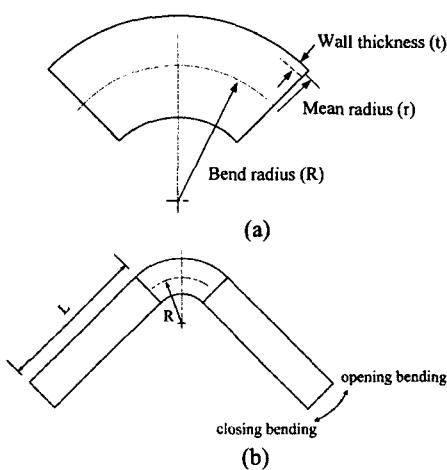
본 논문에서는 체계적인 접근을 위해, 결함이 없는 다양한 형태의 90° 곡관에 대해 소변형, 대변형 옵션을 사용하여 3차원 유한요소 한계 해석을 수행하였다.

† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과

E-mail : kimy0308@korea.ac.kr

TEL : (02)3290-3372 FAX : (02)926-9290

\* 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과



**Fig. 1** Schematic illustrations of 90° pipe bends, considered in the present work: (a) without a straight pipe attachment, and (b) with the attachment

## 2. 유한요소 한계해석

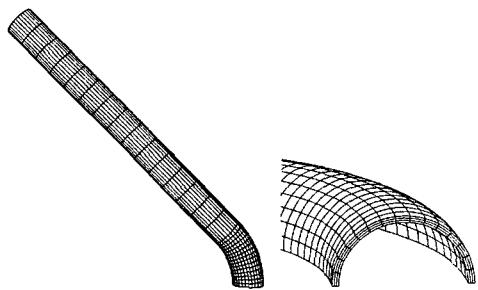
### 2.1 해석 대상

Fig. 1(a)는 본 논문에 사용된 90° 곡관의 형상을 나타낸 것이다. 평균반경과 두께는  $r$ 과  $t$ 로, 곡률 반경과 직관의 길이는  $R$ 과  $L$ 로 나타내었다.  $R/r$ 과  $r/t$ 의 조합에 의해 다양한 범위의  $\lambda$ 가 고려되었다. 곡률특성을 나타내는 무차원 변수  $\lambda$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \frac{Rt}{r^2} = \frac{(R/r)}{(r/t)} \quad (1)$$

위의 무차원 변수는 소성 한계하중 및 봉괴하중을 체계적으로 정량화하기 위해 변화하게 되는데,  $R/r$ 과  $r/t$ 은 광범위하게 변화하지만  $\lambda$ 는 0.1부터 0.5 까지 제한시켰다. Fig. 1(b)는 배관 시스템을 고려하여 길이가  $L$ 인 직관을 접합한 형태를 나타낸 것이다. 직관의 길이는 끝단의 효과를 배제하기 위해 곡률반경의 5배를 사용하였다.

해석에 사용된 재료는 탄성-완전 소성 재료를 사용하였으며, 해석시간을 단축하기 위해 1/4 대칭 조건의 3차원 모델을 사용하였다. 비압축성과 관련된 문제를 피하기 위해 적분점이 감소된 요소인 ABAQUS의 C3D20R을 사용하였다. Fig. 2는 해석에 사용된 유한요소 모델을 나타낸 것이다. 해석에 사용된 요소의 수는 675~1395개, 절점의 수는 3712~7298개이며 두께방향으로 3개의 요소를 사용하였다. 유한요소 해석은 상용 프로그램인



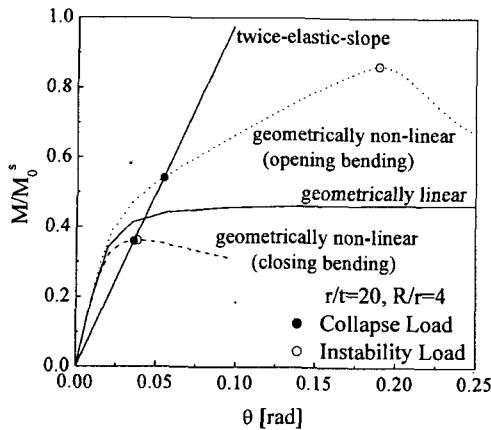
**Fig. 2** A typical finite element mesh, employed in the present work

ABAQUS Ver. 6.4를 사용하였다.<sup>(8)</sup>

### 2.2 해석 방법

In-plane 상의 굽힘 하중의 경우, Fig. 1에 나타난 것과 같이 굽힘방향에 따라 단힘방향 굽힘과 열림방향 굽힘으로 나누어진다. 직관 끝단의 절점에 ABAQUS의 MPC(multi-point constraint)를 사용하여 단힘 방향 또는 열림 방향으로 충분한 회전을 주어 절점이 받는 반력으로 부터 한계 굽힘하중을 결정하였다. 내압의 경우, 유한요소 모델의 표면에 분포하중을 가하고, 끝단의 단힘 효과를 고려하기 위해 이에 상응하는 축 하중을 관의 끝단에 가하였다. 탄성-완전 소성 계산에 있어 수렴과 연관된 문제를 피하기 위해 ABAQUS의 RIKS 옵션을 사용하였다. 내압과 굽힘하중의 복합하중의 경우, 결정된 내압을 먼저 가한 상태에서 단순 굽힘과 같은 방법으로 굽힘하중을 가하였다.

소변형과 대변형의 경우에 대해 각각 굽힘, 내압, 복합하중을 적용하였다. 이 두가지 옵션에 따라 변형 거동이 매우 달라지게 된다. Fig. 3은 단순 굽힘하중 상태에서  $r/t=20$ ,  $R/r=4$ 인 경우에 대한 모멘트-회전각 곡선을 나타낸 것이다. Fig. 3에 나타난  $M$ 은 직관의 한계 굽힘하중인  $M_0$ 로 무차원화하였다. Fig. 3에는 세 가지의 곡선이 나타나 있다. 첫 번째 곡선은 소변형 옵션을 이용한 결과인데, 본 논문에서 한계하중이라 정의되는 명확한 값을 나타내고 있다. 소변형 옵션을 이용한 경우에는 단힘방향과 열림방향에 대한 결과의 차이가 없다. 그러나 대변형 옵션을 이용한 경우, 단힘방향과 열림방향에 따른 결과가 크게 차이가 나며, 뚜렷한 한계하중을 나타내지 않는다. 따라서 대변형 옵션을 이용한 경우에 두 가지의 한계하중을 정의할 수 있다. 하나는 twice-elastic slope(TES) 방법을 이용한 소성봉괴하중이고, 다른 하나는 모멘트-변위 곡선의 최대값을 나타내는 불안정하중이다. 이 두가지 하중은 대변형 옵션을 이용한 곡관의 하중지지능력을 결정하게 된다.



**Fig. 3** Comparisons of the moment-rotation curves from FE analyses of a pipe bend with  $r/t=20$  and  $R/r=4$  based on geometrically linear and non-linear options. Three different loads can be defined: limit load from the geometrically linear option; collapse load and instability load from the geometrically non-linear option

### 3. 소성 한계 하중

이 장에서는 소변형 옵션을 이용한 유한요소 결과를 바탕으로 곡관의 한계하중을 제시하였다. 하중은 내압, in-plane 상의 굽힘, 내압과 굽힘의 복합하중이 고려되었다. 소변형 옵션을 이용할 때에는 곡관의 단면이 타원형으로 변화하는 것이 고려되지 않기 때문에 달림방향 굽힘과 열림방향 굽힘의 하중 방향은 한계하중에 영향을 끼치지 않는다. 더 자세한 결과와 고찰은 진행된 논문에서 찾을 수 있다.<sup>(9)</sup>

#### 3.1 내압이 작용하는 경우

Von Mises 항복조건에 기초한 곡관의 이론적 한계압력  $P_o$ 는 다음과 같다.

$$P_o = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \frac{t}{r} \right) \left[ \frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right] = P_o^s \left[ \frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right] \quad (2)$$

여기서  $\sigma_o$ 는 탄성-완전소성 재료의 한계응력을 나타내며  $P_o^s$ 는 직관의 한계압력을 나타낸다.

#### 3.2 굽힘하중이 작용하는 경우

기존의 한계하중식이 오직 곡률특성을 나타내는  $\lambda$ 에 따라 한계 굽힘하중이 결정되는 반면, 유한요소 해석결과는  $\lambda$ 뿐만 아니라  $r/t$  또는  $R/r$ 의 영향을 받는다는 것이다. 따라서 유한요소 해석결과에 기초한 곡관의 한계 굽힘하중을 다음과 같다.

$$\frac{M_o}{M_o^s} = A(\lambda + k)^n \quad (3)$$

$$A = 0.6453 \left( \frac{r}{t} \right)^{0.0772}; \quad k = 1.5398 \left( \frac{r}{t} \right)^{-0.6755}$$

$$n = 0.5157 \left( \frac{r}{t} \right)^{0.0601}$$

여기서  $M_o^s$ 는 결합이 없는 직관의 한계모멘트를 나타낸다.

#### 3.3 압력과 굽힘의 복합하중이 작용하는 경우

유한요소 해석결과에 기초하여, 압력과 굽힘의 복합하중을 받는 곡관에 대한 항복점은 다음과 같다.

$$\frac{M}{M_o} = 1 - \left( \frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \cdot \frac{P}{P_o} \right)^3 = 1 - \left( \frac{P}{P_o^s} \right)^3 \quad (4)$$

여기서  $M_o$ 는 식 (3)로부터,  $P_o$ 는 식 (2)로부터 구할 수 있다.

### 4. 통과 하중과 불안정 하중

앞 장에서 소변형에 기초한 곡관의 한계하중식이 제시되었다. 그러나 현실에서는 곡관에 대한 대변형 효과가 중요하다. 이 장에서는 대변형에 기초한 유한요소 해석결과로부터 곡관의 소성 통과하중과 불안정 하중을 제시하였고, 열림 방향 또는 달림 방향의 하중방향의 중요성을 강조하였다 마지막으로 내압이 통과하중에 미치는 영향을 선택된 몇 가지 압력에 대하여 나타내었다.

#### 4.1 달림 방향 순수 굽힘

달림방향 굽힘하중이 작용할 때의 전형적인 모멘트-회전각 곡선이 Fig. 3에 나타나 있다. 소변형 옵션을 사용한 결과와 비교해 볼 때, 대변형 옵션을 사용한 결과에서 재료의 강성이 약해지는 것을 관찰할 수 있다. 즉, 통과하중은 한계하중보다 낮은 값을 나타낸다. 게다가 달림방향 굽힘의 경우 Fig. 3에 나타난 것과 같이 불안정 하중과 통과하중이 거의 일치함을 알 수 있다. 유한요소 해석으로부터 구한 통과하중과 불안정 하중은 식 (3)의 소성 한계하중과 같이 Fig. 4(a)에 요약되어 있다.

문헌에서 굽힘하중이 작용할 때 곡관의 통과하중식을 몇 가지 찾을 수 있다. Touboul et al.<sup>(3)</sup>이 제시한 식은 다음과 같다.

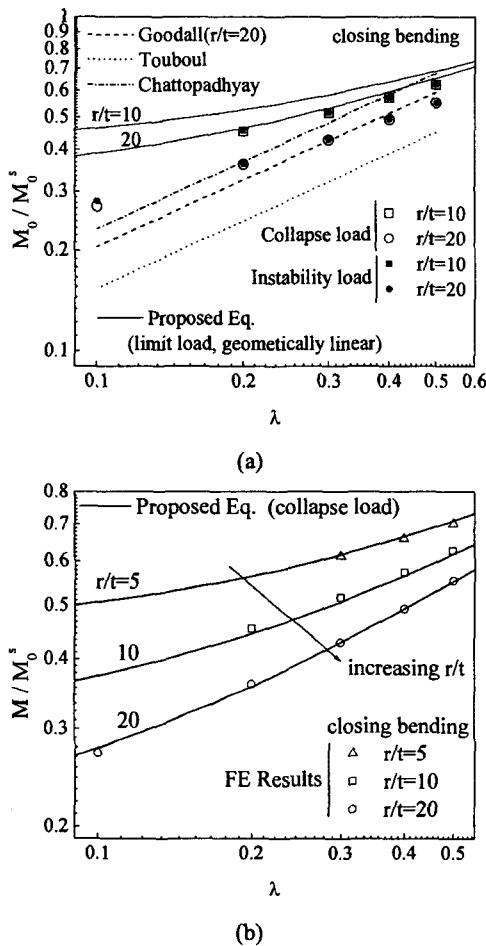


Fig. 4 Comparisons of the FE collapse solutions for pipe bends under closing bending with existing solutions and the proposed closed-form solution

$$\frac{M}{M_o} = 0.715\lambda^{2/3} \quad (5)$$

Goodall<sup>(10)</sup>이 제시한 식은 다음과 같다.

$$\frac{M}{M_o} = \frac{1.04\lambda^{2/3}}{1+\beta} \quad (6)$$

$$\beta = \left( 2 + \frac{(3\lambda)^{2/3}}{3} \right) \left( \frac{4\sqrt{3}(1-\nu^2)}{\pi} \frac{\sigma_o r}{E t} \right)$$

가장 최근에 Chattpadhyay<sup>(11)</sup>이 제시한 식은 다음과 같다.

$$\frac{M}{M_o} = 1.075\lambda^{2/3} \quad (7)$$

Fig. 4(a)는 이 식들과 유한요소 해석결과를 비교한 것이다. 식 (5)는 유한요소 해석결과보다 낮게 예측되었고, 식 (6)과 식 (7)은 유한요소 해석결과에 근접하기는 하지만, 해석결과의 본질적인 경향을 나타내지는 못하고 있다. 예를 들면, 두 식은 붕괴하중이 단지  $\lambda$ 에 의존하는 반면, 유한요소 해석결과는 추가적으로  $R/r$  또는  $r/t$ 의 영향을 받는다. 이러한  $R/r$  또는  $r/t$ 의 영향의 경향은 소변형의 해석결과와 비슷하다. 따라서  $R/r$  또는  $r/t$ 의 영향의 경향이 식 (3)의 소성한계하중식에 추가된 것과 같이, 적당한 변수를 도입하여 다음과 같이 붕괴하중식을 제시하고자 한다.

$$\frac{M_o}{M_o^s} = A_c (\lambda + k_c)^{n_c} \quad (8)$$

$$A_c = 0.800 \left( \frac{r}{t} \right)^{-0.017}; \quad k_c = 1.460 \left( \frac{r}{t} \right)^{-0.911};$$

$$n_c = 0.423 \left( \frac{r}{t} \right)^{0.127}$$

제시된 식과 유한요소 결과를 비교하여 Fig. 4(b)에 나타냈으며, 모든 경우에 대해 잘 일치함을 알 수 있다.

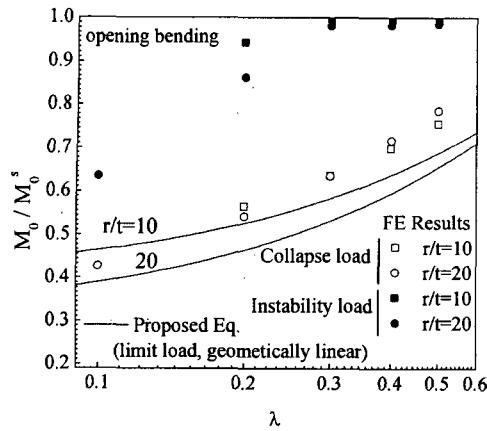
#### 4.2 열림 방향 순수 굽힘

열림방향 굽힘하중이 작용할 때의 전형적인 모멘트-회전각 곡선이 Fig. 3에 나타나 있다. 소변형 옵션을 사용한 결과와 비교해 볼 때, 대변형 옵션을 사용한 결과에서 재료의 강성이 강해지는 것을 관찰할 수 있다. 즉, 본 논문에 고려된 모든 경우에 대해서 붕괴하중이 한계하중보다 높은 값을 나타난다. 게다가 불안정 하중은 붕괴하중보다 훨씬 높은 값을 나타낸다. 유한요소 해석결과로부터 얻은 붕괴하중과 불안정 하중은 식 (3)의 소성한계하중과 함께 Fig. 5(a)에 요약되어 있다. 한가지 주목할 만한 점은 닫힘방향 굽힘에 대한 소성한계하중과 붕괴하중과 비교해 볼 때,  $r/t$ 의 영향이 훨씬 작다는 것이다.

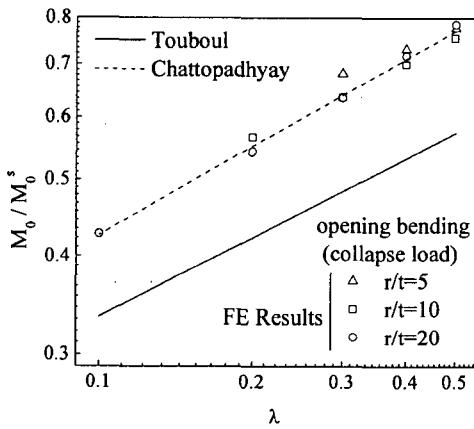
문현에서, Touboul et al.<sup>(3)</sup>은 열림방향 굽힘하중에 대한 곡관의 붕괴하중식을 다음과 같이 제시하였다.

$$\frac{M}{M_o} = 0.722\lambda^{1/3} \quad (9)$$

또한 최근에 Chattpadhyay<sup>(11)</sup>는 또 다른 식을 다음과 같이 제시하였다.



(a)



(b)

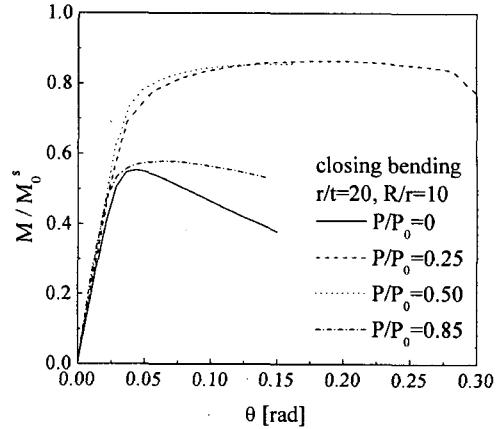
**Fig. 5** Comparisons of the FE collapse solutions for pipe bends under opening bending with existing solutions and the proposed closed-form solution

$$\frac{M}{M_o} = 1.0485\lambda^{1/3} - 0.0617 \quad (10)$$

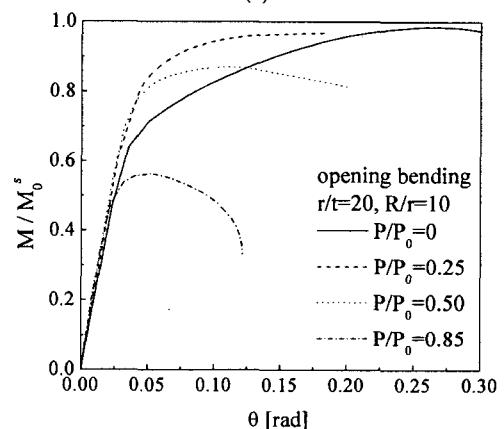
Fig. 5(b)는 식 (10)과 유한요소 해석결과와 비교한 것이며, 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 식 (10)은 열림방향 굽힘에 대한 곡관의 봉괴하중을 예측하는데 사용될 수 있다.

#### 4.3 봉괴하중에 대한 내압의 영향

대변형에 기초한 유한요소 해석으로부터 얻은 내압과 굽힘의 복합하중에 대한 곡관의 모멘트-회전각 곡선 중 한가지 경우에 대해 Fig. 6에 나타내었다. 굽힘하중은 직관의 한계굽힘하중인  $M_o^s$ 로 무차원화 하였고, 압력은 식 (2)에 나타난 곡관의 한계압력  $P_o$ 로 무차원화 하였다. 유한요소 해



(a)



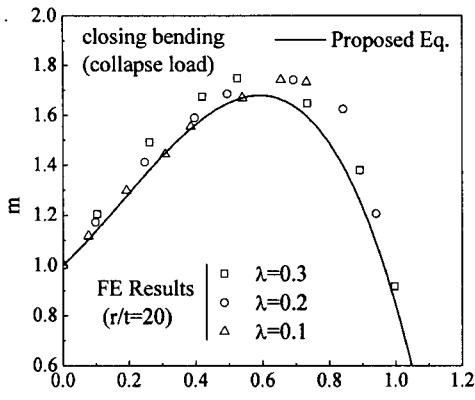
(b)

**Fig. 6** Typical FE results of normalized moment-rotation curves for pipe bends under combined pressure and in-plane bending from FE analyses with the large geometry change option: (a) closing bending and (b) opening bending

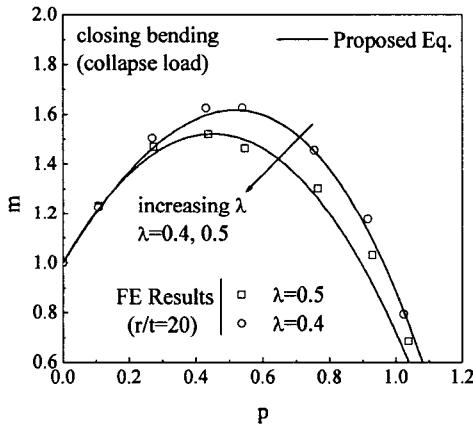
석은  $P/P_o=0.0$  부터 0.85 까지 세가지 값이 고려되었다. 닫힘방향과 열림방향 모두  $P/P_o$  가 증가함에 따라 봉괴 하중과 불안정 하중이 특정  $P/P_o$  값까지 증가하였다. 이러한 효과는 문헌<sup>(3-7)</sup>에 나타난 결과와 일관된다. 그러나  $P/P_o$  가 클 경우에는 봉괴 하중과 불안정 하중 모두 감소한다. 이것은 봉괴 하중과 불안정 하중에 대한 내압의 영향이 매우 복잡함을 나타낸다.

간단한 표기를 위해, 무차원화된 굽힘하중과 압력을 다음과 같이 정의하고자 한다.

$$m \equiv \frac{M}{M_o(P=0)} ; \quad p \equiv \frac{P}{\sigma_o} \frac{t}{r} \quad (11)$$



(a)



(b)

Fig. 7 Effect of internal pressure on FE collapse loads for pipe bends with  $r/t=20$  under combined pressure and closing bending: for (a)  $\lambda=0.1, 0.2$  and  $0.3$ , and (b)  $\lambda=0.4$  and  $0.5$

여기서  $M_0(P=0)$ 은 식 (8)과 식 (10)에 제시된 닫힘방향 또는 열림방향 순수굽힘에 대한 붕괴굽힘하중이다.  $r/t=20$ 인 경우에 대해, 닫힘방향 굽힘하중을 받는 곡관의 소성붕괴하중에 미치는 내압의 영향을 유한요소 해석을 수행하여  $m$ 과  $p$ 의 항으로 Fig. 7에 정리하였다. 붕괴하중에 대한 내압의 효과는 곡률특성을 나타내는  $\lambda$ 에 민감하게 나타나고 있으며, 다음과 같이 예측식을 제시하였다.

$$m = 1 + \alpha p + \beta p^2 + \gamma p^3 \quad (12)$$

$$\alpha = \begin{cases} 135\lambda^3 - 202.5\lambda^2 + 101.25\lambda - 14.575 & \text{for } 0.3 \leq \lambda \leq 0.5 \\ 1.22 & \text{for } 0.1 \leq \lambda \leq 0.3 \end{cases}$$

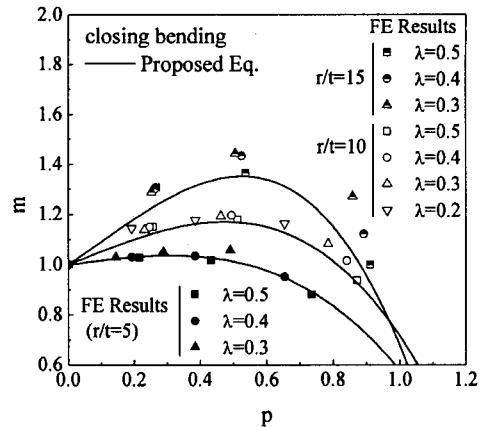


Fig. 8 Effect of internal pressure on FE collapse loads for pipe bends with  $r/t=5, 10$  and  $15$  under combined pressure and closing bending

$$\beta = \begin{cases} 105\lambda^2 - 105\lambda + 23.75 & \text{for } 0.3 \leq \lambda \leq 0.5 \\ 1.70 & \text{for } 0.1 \leq \lambda \leq 0.3 \end{cases}$$

$$\gamma = \begin{cases} -75\lambda^2 + 75\lambda - 18.83 & \text{for } 0.3 \leq \lambda \leq 0.5 \\ -3.08 & \text{for } 0.1 \leq \lambda \leq 0.3 \end{cases}$$

여기서  $M_0(P=0)$ 은 식 (8)의 닫힘방향 순수굽힘의 붕괴굽힘하중이다. 식 (12)는  $r/t=20$ 인 경우에 대한 예측식이고,  $r/t=5, r/t=10$ 인 경우는 Fig. 8에 나타나 있다. 여기서 주목할 만한 점은 곡관이 복합하중을 받을 때,  $r/t=5, 10$ 인 경우는 붕괴하중에 대한 곡률특성을 나타내는  $\lambda$ 의 영향이 미비하다는 것이다. 그러므로,  $r/t=5, 10$ 인 곡관의 소성 붕괴하중은 다음과 같이 예측할 수 있다.

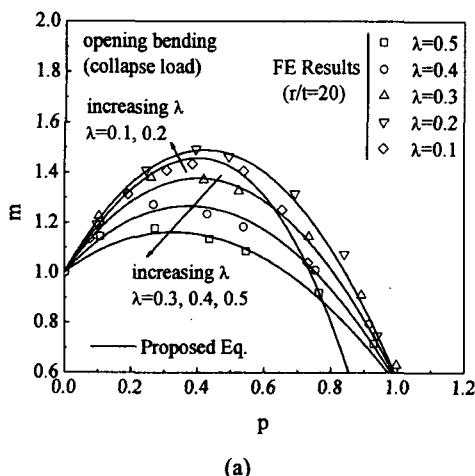
$$m = 1 + \alpha p + \beta p^2 + \gamma p^3 \quad (13)$$

$$\alpha = -0.18 + 0.07\left(\frac{r}{t}\right)$$

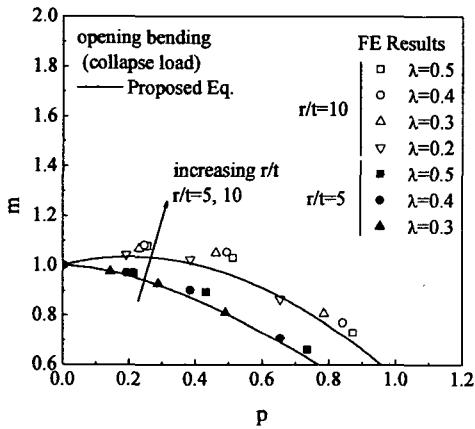
$$\beta = 0.0005\left(\frac{r}{t}\right)^3 - 0.0075\left(\frac{r}{t}\right)^2 + 0.0375\left(\frac{r}{t}\right) - 0.05$$

$$\gamma = -0.011\left(\frac{r}{t}\right)^2 + 0.110\left(\frac{r}{t}\right) - 0.880$$

$r/t=10$ 과  $r/t=20$  사이의  $r/t$  값에 대하여 소성붕괴하중은 그림으로부터 선형적으로 보간하거나 식 (13)로부터 찾을 수 있다. Fig. 8에  $r/t=15$ 인 경우의 유한요소 해석결과와 식 (13)이 비교되어 있다.  $r/t=5, 10$ 인 경우보다  $\lambda$ 의 영향이 더 크게 나타지만, 식 (13)은 여전히 좋은 예측결과를 나타낸다.  $r/t=20$ 인 경우에 대해, 열림방향 굽힘하중을 받



(a)



(b)

Fig. 9 Effect of internal pressure on FE collapse loads for pipe bends under combined pressure and opening bending: (a)  $r/t=20$  and (b)  $r/t=10$  and  $r/t=5$

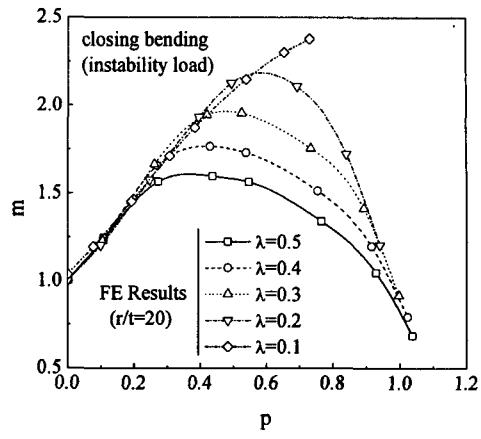
는 곡관의 소성붕괴하중에 미치는 내압의 영향을 유한요소 해석을 수행하여  $m$ 과  $p$ 의 항으로 Fig. 9에 정리하였다. 붕괴하중에 대한 내압의 효과는 곡률특성을 나타내는  $\lambda$ 에 민감하게 나타나며,  $r/t=20$ 인 경우에 대해 다음과 같이 예측식을 제시하였다.

$$m = 1 + \alpha p + \beta p^2 + \gamma p^3 \quad (14)$$

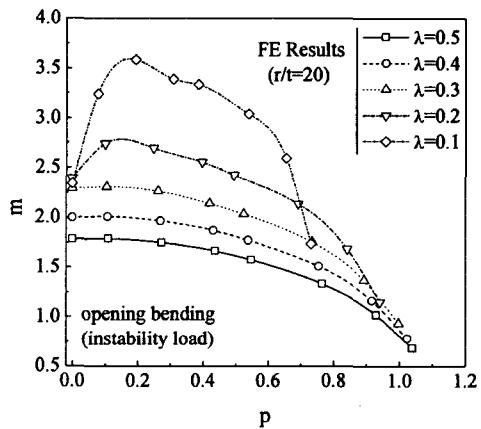
$$\alpha = \begin{cases} -4.4\lambda + 3.2 & \text{for } 0.2 \leq \lambda \leq 0.5 \\ 3.0\lambda + 1.72 & \text{for } 0.1 \leq \lambda \leq 0.2 \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} 3.865\lambda - 3.523 & \text{for } 0.2 \leq \lambda \leq 0.5 \\ -12.0\lambda - 0.35 & \text{for } 0.1 \leq \lambda \leq 0.2 \end{cases}$$

$$\gamma = \begin{cases} 0.47\lambda - 0.094 & \text{for } 0.2 \leq \lambda \leq 0.5 \\ 16.0\lambda - 3.2 & \text{for } 0.1 \leq \lambda \leq 0.2 \end{cases}$$



(a)



(b)

Fig. 10 FE results of instability loads for pipe bends with  $r/t=20$  under combined pressure and (a) closing bending or (b) opening bending

여기서,  $M_0(P=0)$ 은 식 (10)에 나타난 열림방향 순수굽힘의 붕괴굽힘하중이다. 제안된 예측식은 유한요소 해석결과와 비교하여 Fig. 9(a)에 나타내었다. 또한  $r/t=10, 5$ 인 곡관에 대한 결과도 Fig. 9(b)에 나타내었으며, 다음과 같이 예측식을 제시하였다.

$$m = 1 + 0.35p - 0.88p^2 + 0.08p^3 : r/t=10 \quad (15)$$

$$m = 1 - 0.05p - 0.85p^2 + 0.31p^3 : r/t=5 \quad (16)$$

$r/t=10$ 과  $r/t=20$  사이의  $r/t$  값에 대한 소성붕괴하중은 그림으로부터 보간을 하여 결정할 수 있다.

#### 4.4 불안정 하중에 대한 내압의 영향

앞 절에서 내압과 굽힘하중이 작용하는 곡관의 소성붕괴하중에 내압이 미치는 영향을 정량화하였다. 내압은 소성 불안정하중에도 영향을 미치므로 이 절에서는 불안정하중을 살펴 보았다. 선택된  $r/t=20$ 인 직관의 불안정하중의 유한요소 해석결과는 단힘방향굽힘에 대해 Fig. 10(a)에, 열림방향굽힘에 대해 Fig. 10(b)에 정리하였다. 굽힘하중은 순수굽힘의 단힘방향 또는 열림방향 붕괴하중을 가지고 식 (11)에 따라 무차원화 하였다. 경향은 전체적으로 붕괴하중과 비슷하나,  $\lambda$ 의 영향이 더 큼을 알 수 있다. 비록 본 논문에서는 복합하중을 받는 경우의 불안정하중에 대한 예측식을 제시하지 않았지만, 제안된 소성붕괴하중의 예측식과 함께 Fig. 10으로부터 불안정 하중을 예측할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 3차원 유한요소 해석에 기초하여 내압과 굽힘이 동시에 작용하는 복합하중하의 곡관에 대한 소성한계하중, 붕괴하중식을 제시하였다. 소변형과 대변형 옵션을 이용하여 탄성-완전 소성 재료에 대하여 유한요소 해석을 수행하였다. 굽힘의 경우, 단힘방향과 열림방향의 굽힘방향이 고려되었고, 곡관의 형상과 관련된 넓은 범위의 변수들이 고려되었다.

대변형 옵션을 이용한 유한요소 해석을 수행하여, twice-elastic slope(TES) 방법을 사용한 소성붕괴하중과 소성 불안정하중을 결정하였다. 또한 유한요소 해석결과를 바탕으로 내압과 굽힘이 동시에 작용하는 복합하중을 받는 곡관에 대한 소성붕괴하중식을 제시하였다.

### 후 기

본 논문은 과학기술부 지원으로 수행하는 원자력연구개발사업(원자력기초공동연구소)의 일환으로 수행되었습니다.

### 참고문헌

- (1) Miller AG, 1998, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.
- (2) Miller AG, 1986, "The Plastic Collapse of Cracked Pipe Bends Under Internal Pressure or In-plane Bending," CEGB Report TPRD/B/0806/R86 Central Electrical Generating Board.
- (3) Touboul F, Ben Djedidja M, Acker D., 1988, "Design Criteria for Piping Components Against Plastic Collapse: Application to Pipe Bend Experiments," *Pressure Vessel Technology, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference, Beijing*.
- (4) Shalaby MA, Younan MYA., 1998, "Limit Loads for Pipe Elbows with Internal Pressure Under In-plane Closing Moments," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 120, pp. 35~42.
- (5) Shalaby MA, Younan MYA., 1999, "Limit Loads for Pipe Elbows Subject to In-plane Opening Moments and Internal Pressure," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 121, pp. 17~23.
- (6) Chattopadhyay J, Nathani DK, Dutta BK, Kushwaha HS., 2000, "Closed-form Collapse Moment Equations of Elbows Under Internal Pressure and In-plane Bending Moment," *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, pp. 431~6.
- (7) Robertson A, Li H, Mackenzie D., 2005, "Plastic Collapse of Pipe Bends Under Combined Internal Pressure and In-plane Bending," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 82, pp. 407~16.
- (8) ABAQUS Version 6.4, 2003, "User's Manual," Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc, RI.
- (9) Kim YJ, Oh CS., 2006, "Limit Loads for Pipe Bends Under Combined Pressure and In-plane Bending Based on Finite Element Limit Analysis," *Transaction of the KSME(A)*, Vol. 30, No. 5 (in print)
- (10) Goodall IW., 1978, "Lower Bound Limit Analysis of Curved Tubes Loaded by Combined Internal Pressure and In-plane Bending Moment," CEGB Report RD/B/N4360 Central Electricity Generating Board.
- (11) Chattopadhyay J, Tomar AKS, Dutta BK, Kushwaha HS., 2004, "Closed-form Collapse Moment Equations of Throughwall Circumferentially Cracked Elbows Subject to In-plane Bending Moment," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 126, pp. 307~317.