

< 논문 >

크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산

조태민[†] · 주병현^{*} · 정도현^{**} · 이병채^{*}

(2006년 1월 26일 접수, 2006년 5월 15일 심사완료)

Reliability Estimation Using Kriging Metamodel

Tae-Min Cho, Byeong-Hyeon Ju, Do-Hyun Jung and Byung-Chai Lee

Key Words: Reliability(신뢰도), Kriging Metamodel(크리깅 메타모델), Design and Analysis of Computer Experiments(전산실험계획법), AFORM(개선된 1차 신뢰도법)

Abstract

In this study, the new method for reliability estimation is proposed using kriging metamodel. Kriging metamodel can be determined by appropriate sampling range and sampling numbers because there are no random errors in the Design and Analysis of Computer Experiments(DACE) model. The first kriging metamodel is made based on widely ranged sampling points. The Advanced First Order Reliability Method(AFORM) is applied to the first kriging metamodel to estimate the reliability approximately. Then, the second kriging metamodel is constructed using additional sampling points with updated sampling range. The Monte-Carlo Simulation(MCS) is applied to the second kriging metamodel to evaluate the reliability. The proposed method is applied to numerical examples and the results are almost equal to the reference reliability.

1. 서 론

기계구조물과 공학시스템은 설계과정을 거쳐 여러 생산 공정을 통해 제작되어 다양한 외부 환경과 작동조건에서 설계자가 의도한 기능을 수행하게 된다. 시스템 또는 부품이 규정된 작동조건에서 지정된 시간동안 요구되는 기능을 수행하는 확률을 신뢰도라고 한다. 따라서 높은 신뢰도를 가진 기계구조물과 부품을 설계하는 것이 중요하다. 이렇게 신뢰도를 확률로 정의하는 것은 설계과정이나 생산 공정 등에 존재하는 불확실성으로 인해 설계변수 또는 시스템 인자에 변동이 발생하여 원했던 기능을 적절히 수행하지 못하는 경

우가 있기 때문이다. 발생할 수 있는 불확실성으로는 부재의 공차, 재료 물성치의 변동, 작용 하중의 변동 등이 있다.

기계구조물과 같은 시스템의 거동을 평가할 때, 기존에는 관련 설계변수들이 모두 변동이 없는 일정한 값을 갖고 있다고 가정하고 설계를 수행하는 확정론적 설계(deterministic design)를 수행하였다. 그런 다음, 경험론적으로 적절한 안전계수를 도입하여 이러한 설계변수들의 분포특성을 고려한다. 안전계수를 높게 잡아도 설계변수의 분포특성에 의해 구조물이 주어진 성능을 발휘하지 못할 가능성이 있고, 잘 분석되지 않은 경우 과도한 안전설계 가능성이 높다. 따라서 이러한 설계변수의 변동특성을 고려한 설계가 필요한데 이것을 신뢰도 기반설계(reliability based design) 또는 확률론적 설계(probabilistic design)라고 한다. 신뢰도 기반설계에서는 구조물의 물성치와 치수 오차, 하중오차와 같은 불확실성을 고려할 수 있

[†] 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : ctm@casad.kaist.ac.kr
TEL : (042)869-3071 FAX : (042)869-3095

^{*} 한국과학기술원 기계공학과

^{**} 한국자동차부품연구원

으므로, 확정론적 설계에 비해 합리적인 결과를 얻을 수 있다.

신뢰도를 계산하는 방법으로 한계상태식의 원형을 그대로 사용하는 몬테칼로 추출법(Monte-Carlo simulation, MCS)이 있는데, 정확한 계산을 위해서는 충분한 횟수의 추출이 필요하다. 몬테칼로 추출법은 정확한 손상확률을 구할 수 있지만, 실제 대형 구조문제를 충분히 많은 횟수만큼 해석을 하기는 거의 불가능하다. 몬테칼로 추출법보다 적은 추출회수를 사용하는 방법으로 중요도 추출법(importance sampling method), 방향성 추출법(directional simulation) 등이 있다. 한계상태식을 1차 근사하여 해석적으로 신뢰도를 구하는 방법으로는 평균 1차 신뢰도법(mean-value first order reliability method, MVFORM)과 개선된 1차 신뢰도법(advanced first order reliability method, AFORM)⁽¹⁾이 있는데 한계상태식이 선형일 경우 정확한 결과를 구할 수 있다. 비선형성이 강한 한계상태식일 경우 1차 신뢰도 방법으로는 정확한 확률을 구할 수 없으므로, 한계상태식을 2차 근사하여 곡률정보를 이용하여 신뢰도를 구하는 이계 신뢰도법(second order reliability method, SORM)을 사용한다. 1, 2차 근사방법의 경우 한계상태식의 1, 2차 미분이 구해져야만 한다. 한계상태식의 미분을 구하기 어려울 경우에는 적용에 어려움이 있다.

한편, 일정한 횟수의 구조해석 결과를 구한 다음 이를 통계적으로 처리하여 근사적으로 구한 수학적모델인 메타모델을 사용하는 방법이 있다. 메타모델로는 반응표면(response surface) 모델⁽²⁾, 크리깅(kriging) 모델⁽³⁾ 등이 있다. 이러한 메타모델은 실제의 복잡한 구조물의 거동을 수학적으로 나타낸 것으로서, 계산량이 많은 최적설계분야에 널리 활용되어졌다.⁽⁴⁻⁶⁾ 크리깅 모델은 기존의 반응표면 모델로는 적용하기 어려웠던 비선형성이 큰 문제나 설계변수가 많을 경우에도 활용될 수 있는 것으로 알려져 있다.⁽⁴⁾ 본 연구에서는 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산방법을 제안하고, 이를 수치예제에 적용시켜 그 타당성을 검토하고자 한다.

2. 크리깅 메타모델

1950년대 남아프리카공화국의 채광공학자인

Krige는 새로운 광맥을 찾기 위해 기존 광맥의 분포특성을 이용하는 경험적인 방법을 도입하였다. 이러한 경험식은 프랑스의 지질수학자인 Matheron에 의해 체계적으로 정립되면서 크리깅 모델로 불리어졌다. 크리깅 모델은 지리통계학 분야에서 널리 사용되었다. 1989년 Sacks 등⁽⁷⁾은 크리깅 모델을 전산실험계획법(design and analysis of computer experiments, DACE)에 적합하도록 제안하였으며, 그 후로 크리깅 메타모델은 최적설계분야 등에서 널리 활용되었다. Kaymaz⁽⁷⁾은 2005년 크리깅 메타모델을 신뢰도 계산에 이용하여 적용가능성을 검토하였다. 실제의 다양한 문제에 대해 신뢰도를 계산하기 위해서는 보다 개선된 실험 표본점의 추출법과 계산결과 수렴평가에 대한 연구가 필요하다.

전산실험의 경우 동일한 입력에 대해 동일한 결과가 계산되므로, 실험과정에서의 랜덤오차는 없다. 따라서 결정론적 전산실험결과 $\mathbf{Y}(\mathbf{x})$ 는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

여기서, \mathbf{x} 는 설계변수 집합으로써 $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m\}$, $\mathbf{x}_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n\}$ 이다. 따라서 설계변수는 n 개이며, 모두 m 번의 전산실험이 이루어지게 된다. $\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta}$ 는 반응표면법과 유사한 것으로서, 전체적인 근사를 하는 부분이다. $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_q(\mathbf{x})]^T$ 는 설계변수 \mathbf{x} 의 함수이며, q 는 회귀모델에 사용된 기저함수의 수를 나타내며, $\boldsymbol{\beta}$ 는 회귀계수 벡터이다. 크리깅 메타모델에 의한 추정값을 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 로 두면 통계적으로 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = E(y(\mathbf{x}) | y(\mathbf{x}^{(1)}), \dots, y(\mathbf{x}^{(m)})) \quad (2)$$

추정 값 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 는 m 번의 전산실험 결과가 주어졌을 때, 구하고자 실제응답 $y(\mathbf{x})$ 에 대한 기대 값을 뜻한다. 실제응답 $y(\mathbf{x})$ 와 크리깅 메타모델에 의한 추정값 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 의 평균제곱오차(mean square error, MSE)를 최소화하도록 하는 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 와 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 는 각각 식 (3), (4)와 같이 구해진다.^(4,8)

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (3)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y} \quad (4)$$

여기서, \mathbf{R} 은 상관행렬을 나타내며, $\mathbf{r}^T(\mathbf{x}) = \{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \dots, R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_m)\}$ 로써 이미 알려진 표본점과 새로운 표본점 \mathbf{x} 와의 상관관계를 나타내며, \mathbf{F} 는 각각의 표본점에서 계산된 $f(\mathbf{x})$ 값을 가지는 행렬이다.

3. 신뢰도 계산을 위한 크리깅 메타모델

3.1 제안된 신뢰도 계산방법

신뢰도 계산을 위한 크리깅 메타모델을 구성하기 위해서는 적절한 표본구간과 표본점의 수를 선정하는 것이 중요하다. Kaymaz⁽⁷⁾는 중심합성계획법과 Bucher-Bourgund 방법을 이용하여 표본점을 산정하였다. 중심합성계획법(central composite design, CCD)의 경우, 확률변수의 수가 많아질 경우 표본점의 수가 급격히 늘어나는 단점이 있으며, Bucher-Bourgund 방법⁽⁹⁾은 중심점과 그 중심점으로부터 각각 $\pm k\sigma$ 만큼의 거리에 있는 축점만을 이용하므로, 정확한 근사에 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 확률변수의 수 및 신뢰도에 따라 표본점의 수와 범위를 구하는 방법을 제안하고자 한다.

Fig. 1은 크리깅 메타모델을 이용하여 신뢰도를 계산하기 위하여 제안된 프로그램의 순서도이다. 여기서, n_{dv} 는 확률변수의 수를 나타내며, P_{f_AFORM} 은 크리깅 메타모델에 AFORM을 적용하여 구한 손상확률을 의미한다. N_{MCS} 는 크리깅 메타모델에 MCS 방법을 적용할 때의 추출의 횟수를, P_f 는 이때의 손상확률을 뜻한다. Table 1은 제안된 프로그램에 사용된 주요 인자들을 정리한 것이다. Fig. 1의 순서도와 Table 1의 인자들을 설명하면 다음과 같다. 먼저 표본점의 추출은 라틴 초입방체(Latin hypercube)방법⁽¹⁰⁾을 이용하는데, 이 방법은 표본점의 추출에 임의성이 있으나, 확률변수의 수가 많을 때에도 적절한 구간을 나누어 표본점의 수를 조절할 수 있는 장점이 있다. 표본점의 구간은 높은 신뢰도 영역을 포함하도록 $\pm 5\sigma$ 로 초기설정을 하였다. 1차 크리깅 메타모델 구성을 위한 표본점의 수는 Bucher-Bourgund 방법에 의한 표본점의 수인 $2n_{dv}+1$ 보다 약 2배로 큰 값인 $4n_{dv}$ 를 선정하였다. 이것은 Bucher-Bourgund 방법에 의한 표본점의 수가 부족하여 충분한 근사가 되지 않는 것에 착안한 것이다.

전산실험을 통하여 구해진 응답을 바탕으로 1차 크리깅 메타모델을 구성하게 되고, 이 모델에

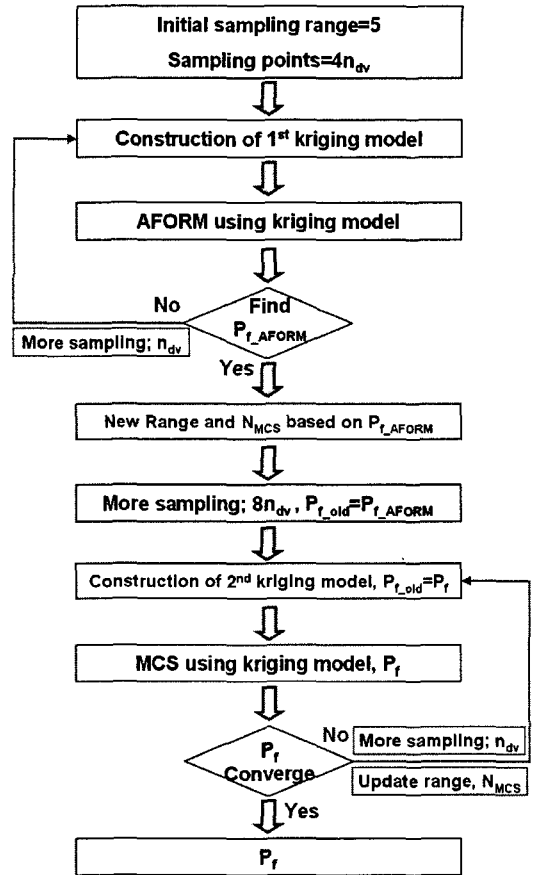


Fig. 1 Flow chart of the proposed method using kriging metamodel

Table 1 Parameters of the proposed method

Parameters	Value
Initial sampling range	$\pm 5\sigma$
No. of sampling points for 1 st kriging model	$4n_{dv}$
No. of additional sampling points for 1 st kriging model	n_{dv}
No. of sampling points for 2 nd kriging model	$8n_{dv}$
No. of additional sampling points for 2 nd kriging model	n_{dv}
Target error of MCS	10%, 5%, 1%
Relative convergence ratio of P_f	0.5, 0.1, 0.01

Table 2 Probability as variation of sampling range

Sampling range	Probability in the range	Probability out of the range
$\pm 1\sigma$	0.682689492	3.173×10^{-1}
$\pm 2\sigma$	0.954499736	4.550×10^{-2}
$\pm 3\sigma$	0.997300204	2.699×10^{-3}
$\pm 4\sigma$	0.999936658	6.334×10^{-5}
$\pm 5\sigma$	0.99999427	5.733×10^{-7}
$\pm 6\sigma$	0.999999998	1.973×10^{-9}

AFORM 방법을 적용하여 손상확률 $P_{f,AFORM}$ 을 구한다. $P_{f,AFORM}$ 이 구해지지 않을 경우, 추가적인 전산실험 n_{dv} 를 $P_{f,AFORM}$ 을 구할 때까지 반복적으로 수행하게 된다. 구해진 $P_{f,AFORM}$ 을 바탕으로 새로운 표본점의 구간영역을 계산하게 되는데, 이 과정은 다음과 같다. 표준정규분포를 가정하면, 표본점 구간영역 이내의 확률과 구간영역 바깥의 확률은 Table 2와 같다. 표본점의 구간이 넓을수록 더욱 정확한 확률을 계산할 수가 있으므로, 구해진 $P_{f,AFORM}$ 보다 더 정확한 확률을 갖는 표본점의 구간영역을 선택하면 된다.

표본점의 수는 1차 크리깅 메타모델을 구성하기 위한 표본점의 수인 $4n_{dv}$ 의 2배인 $8n_{dv}$ 를 선정하여 새로운 구간영역에서 많은 표본점을 추출하고자 하였다. 이렇게 구해진 표본점의 응답을 계산하여 1차 크리깅 메타모델을 갱신하여 2차 크리깅 메타모델을 구성하게 된다. 그리고 식 (5)와 같이 계산되는 MCS를 수행할 경우의 오차⁽¹¹⁾를 일정한도 이하로 유지하도록 N_{MCS} 를 $P_{f,AFORM}$ 을 바탕으로 계산한다.

$$E_{MCS} (\%) = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{N_{MCS} P_f}} \quad (5)$$

2차 크리깅 메타모델에 MCS를 N_{MCS} 만큼 수행하여 P_f 를 구하게 되고, P_f 가 이전에 구한 $P_{f,old}$ 와 비교하여 수렴할 때까지 추가적인 전산실험 n_{dv} 를 수행하여 최종적인 손상확률을 구하게 된다.

3.2 제안된 신뢰도 계산 프로그램의 구성

크리깅 메타모델을 구하는 프로그램은 DACE A MATLAB Kriging Toolbox⁽¹²⁾라고 불리는 크리깅 툴박스를 이용하였다. 표본점의 추출에는 라

틴 초입방체 방법을, 상관행렬의 구성을 위해서 가우스 상관함수를 이용하였다. 상관계수의 초기치, 하한치, 상한치는 Kaymaz⁽⁷⁾의 연구를 참조하여 각각 0.01, 0.001, 10을 지정하였다. 1, 2차 크리깅 메타모델의 구성과 재구성 과정에서 이미 구해진 표본점과 결과를 저장하여 계속적으로 갱신하면서 사용하였으며, 회귀모델은 상수항으로 지정하였다.

3.3 수렴평가 방법

제안된 프로그램의 수렴은 MCS를 수행할 때의 목표오차와 손상확률의 수렴 평가기준에 의해 결정된다. MCS의 목표오차를 줄일 경우, 식 (5)의 계산에 의해 N_{MCS} 가 커지게 되므로, MCS의 수행에 드는 수치비용이 증가하게 된다. 또한 손상확률의 수렴평가 기준이 엄격할수록 결과의 정밀도는 높아지지만, 역시 수치비용이 증가하는 단점이 있다. 따라서 MCS의 목표오차와 손상확률의 수렴 평가기준은 주어진 문제의 크기와 종류에 따라 적절히 선정하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 MCS의 목표오차와 손상확률의 수렴 평가기준을 각각 다르게 적용시키면서 신뢰도 계산 결과를 비교하였다. MCS의 목표오차는 10%, 5%, 1%로 변경시켰으며, 손상확률의 수렴기준은 식 (6)과 같이 상대수렴률(relative convergence ratio)을 0.5, 0.1, 0.01로 지정하였다.

$$P_{f,conv} = \left| \frac{P_f - P_{f,old}}{P_f} \right| \leq 0.5, 0.1, 0.01 \quad (6)$$

4. 수치예제와 검토

제안된 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산의 타당성을 검토하기 위하여 수치예제 4개를 테스트하였다. 수치예제는 수학함수와 실제구조문제를 선정하였다. 제안된 신뢰도 계산방법은 라틴 초입방체 방법으로 표본점을 산출하므로, 표본점의 선정에 임의성이 있다. 따라서 각각의 수치예제에 대해 독립적인 수치실험을 다수 수행하여 손상확률의 평균, 표준편차 그리고 평균함수 호출 횟수를 검토하여, 제안된 방법의 타당성과 정확성을 평가하였다. 수치실험은 MCS를 수행할 때의 목표오차 E_{MCS} 와 손상확률의 수렴기준 $P_{f,conv}$ 를 변경시켜가면서 수행하였다. 손상확률의

참고값은 원래의 한계상태식에 MCS를 충분한 횟수만큼 적용하여 구한 결과이다.

4.1 비선형 한계상태식 문제

식 (7)과 같은 비선형 한계상태식 문제⁽¹³⁾에 대해 제안된 방법을 적용하였다.

$$g = \exp(0.2x+6.2) - \exp(0.47y+5.0) \quad (7)$$

여기서, x,y는 평균이 0, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다. Table 3은 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 독립적인 수치실험을 30회 수행한 결과를 나타낸 것이다. 손상확률의 평균값에서 팔호안의 값은 손상확률의 참고값과의 오차이다. 손상확률의 표준편차에서 팔호안의 $P_{f,COV}$ 는 손상확률의 변동특성을 나타내는 변동계수로써, 손상확률의 표준편차를 손상확률의 평균으로 나눈 값이다. 계산결과, 손상확률의 평균은 참고값과 유사하며, 결과값의 표준편차가 적어 손상확률을 잘 근사하고 있음을 알 수 있다. 계산된 손상확률은 참고값과 1% 이내의 오차를 가진다. 또한 수렴평가 기준이 엄격해 질수록 평균함수호출 횟수는 약간 증가하지만, 손상확률의 평균은 더욱 참고값에 근접하며 손상확률의 변동계수는 5.46%에서 0.50%로 감소한다.

4.2 균열에 의한 손상문제

Fig. 2는 균열의 길이가 2a인 시편이 막응력 S를 받고 있는 문제이다. 손상역학에 의하면 균열의 양단에서 응력확대계수 $K_I=S\sqrt{\pi a}$ 가 재료의 임계 응력확대계수 K_{IC} 보다 크면 균열이 진전되어 시편이 손상되는 것으로 알려져 있다.⁽¹⁴⁾ 주어진 문제의 한계상태식은 식 (8)과 같다.

$$g = K_{IC} - S\sqrt{\pi a} \quad (8)$$

여기서, a, K_{IC} , S는 각각 평균이 0.6, 170, 100, 변동계수(coefficient of variance, COV)가 0.25, 0.07, 0.52인 정규분포를 따른다. 변동계수는 표준편차를 평균으로 나눈 값으로써, 확률변수의 변동특성을 나타낸다. Table 4는 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 독립적인 수치실험을 30회 수행한 결과를 나타낸 것이다. 계산결과, 손상확률의 평균은 참고값과 0.5% 이하의 매우 적은 오차를 가지는 것을 알 수 있다. 그리고 수렴평가 기준이

Table 3 Reliability results of problem 1

Criteria of convergence	Mean of P_f (Error %)	Std. dev. of P_f ($P_{f,COV}$ %)	Mean of fun. call
$E_{MCS}=10\%$ $P_{f,conv}=0.5$	9.468×10^{-3} (0.67)	5.166×10^{-4} (5.46)	25
$E_{MCS}=5\%$ $P_{f,conv}=0.1$	9.381×10^{-3} (0.26)	2.162×10^{-4} (2.30)	26
$E_{MCS}=1\%$ $P_{f,conv}=0.01$	9.396×10^{-3} (0.10)	4.074×10^{-5} (0.50)	27
Reference	$P_{f,ref} = 9.405 \times 10^{-3}$ ($N_{MCS} = 1 \times 10^8$)		

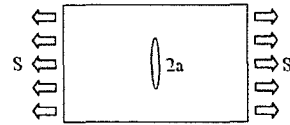


Fig. 2 Fracture problem

Table 4 Reliability results of fracture problem

Criteria of convergence	Mean of P_f (Error %)	Std. dev. of P_f ($P_{f,COV}$ %)	Mean of fun. call
$E_{MCS}=10\%$ $P_{f,conv}=0.5$	3.164×10^{-1} (0.51)	9.302×10^{-3} (2.94)	36
$E_{MCS}=5\%$ $P_{f,conv}=0.1$	3.153×10^{-1} (0.16)	5.001×10^{-3} (1.59)	37
$E_{MCS}=1\%$ $P_{f,conv}=0.01$	3.152×10^{-1} (0.13)	1.471×10^{-3} (0.47)	39
Reference	$P_{f,ref} = 3.148 \times 10^{-1}$ ($N_{MCS} = 1 \times 10^6$)		

엄격해질수록 평균함수호출 횟수는 약간 증가하며 손상확률의 변동계수는 2.94%에서 0.47%로 감소한다.

4.3 3요소 트러스 문제

Fig. 3은 3개의 부재로 구성된 트러스 구조물이다.⁽¹⁵⁾ 한계상태식은 식 (9)와 같이 4번 절점에서의 수직변위가 허용처짐량 v_{max} 보다 적어야한다.

$$g = v_{max} - v_4 \quad (9)$$

Table 5는 확률변수들의 평균과 변동계수를 나타낸 것이며, 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다. Table 6은 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 독립적인 수치실험을 30회 수행한 결과이다. 구해진 손상확률의 평균은 참고값과 2.2% 이

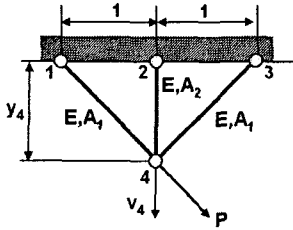


Fig. 3 A 3-bar truss

Table 5 Statistical parameters of 3-bar truss

Variables	Mean	COV
E	1×10^7	0.03
A ₁	1.0	0.02
A ₂	1.0	0.02
Y ₄	1.0	0.05
P	2×10^4	0.1
v _{max}	1×10^{-3}	0.05

Table 6 Reliability results of 3-bar truss

Criteria of convergence	Mean of P _f (Error %)	Std. dev. of P _f (P _{f,COV} %)	Mean of fun. call
E _{MCS} =10% P _{f,conv} =0.5	5.287×10^{-2} (2.24)	2.087×10^{-3} (3.95)	72
E _{MCS} =5% P _{f,conv} =0.1	5.255×10^{-2} (1.62)	1.212×10^{-3} (2.31)	75
E _{MCS} =1% P _{f,conv} =0.01	5.233×10^{-2} (1.20)	2.862×10^{-4} (0.55)	78
Reference	P _{f,ref} = 5.171×10^{-2} (N _{MCS} = 1×10^5)		

하의 오차를 가진다. 그리고 수렴평가 기준이 엄격해질수록, 평균함수호출 횟수는 약간 증가하지만, 손상확률의 평균과 참고값의 오차가 줄어들며, 손상확률의 변동계수는 3.95%에서 0.55%로 감소한다.

4.4 자동차 부품의 피로수명

Fig. 4는 자동차에 사용되는 부품인 로우어 컨트롤 암(lower control arm)을 나타낸 것이다.⁽¹⁶⁾ 로우어 컨트롤 암은 타이어 휠의 움직임을 제어하는 역할을 하며, 볼 조인트, 고무 부시 등으로 바퀴와 차체 또는 차축을 이어주는 구조물이다. 위, 아래 한 쌍의 컨트롤 암이 있는데 그 중 아

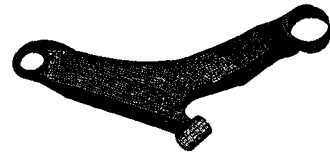


Fig. 4 Lower control arm

Table 7 Statistical parameters of lower control arm

Variables	Mean	COV	Correlation
σ _f	917 MPa	0.05	ρ _{σ_f,b} = -0.95
b	-0.095	0.05	
ε _f	0.26	0.05	ρ _{ε_f,c} = -0.95
c	-0.47	0.05	

Table 8 Reliability results of lower control arm

Criteria of convergence	Mean of P _f (Error %)	Std. dev. of P _f (P _{f,COV} %)	Mean of fun. call
E _{MCS} =10% P _{f,conv} =0.5	1.421×10^{-1} (2.47)	1.024×10^{-2} (7.21)	51
E _{MCS} =5% P _{f,conv} =0.1	1.424×10^{-1} (2.26)	5.140×10^{-3} (3.61)	52
E _{MCS} =1% P _{f,conv} =0.01	1.427×10^{-1} (2.06)	2.824×10^{-3} (1.98)	60
Reference	P _{f,ref} = 1.457×10^{-1} (N _{MCS} = 5×10^4)		

래에 있는 것을 로우어 컨트롤 암이라고 한다. 로우어 컨트롤 암은 지면과 현가장치로부터의 불규칙한 하중을 지속적으로 받고 있는 부품으로써, 차량의 운행기간동안 손상 없이 모든 성능을 만족해야 하므로, 피로수명에 대한 신뢰도 계산이 필요한 부품이다. 로우어 컨트롤 암에 적용되는 하중을 구하는 과정은 다음과 같다. 먼저 실차에 센서를 부착하여 성능시험장을 주행하여 바퀴에 가해지는 하중을 얻고 이를 분석하고 다듬게 된다. 이렇게 분석되고 가공되어진 하중을 동역학 시뮬레이터에 입력하여 특정한 부품에 작용되는 하중을 계산해 낼 수 있다. 로우어 컨트롤 암에 적용되는 하중은 한국자동차부품연구원이 성능시험장에서 측정한 값을 이용하였다. 변형률-수명 접근법을 이용한 피로수명 식은 식 (10)과 같다.⁽¹⁷⁾

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \epsilon_f' (2N_f)^c \quad (10)$$

여기서, $2N_f$ 는 전체 사이클에 해당하는 피로수명을, $\Delta\epsilon$ 은 변형률의 변화량, E 는 재료의 영률이다. σ_f' , b , ϵ_f' , c 는 각각 피로강도계수, 피로강도승수, 피로연성계수, 피로연성승수를 나타내는 피로재료 상수들이다. 본 연구에서는 피로수명 상수인 σ_f' , b , ϵ_f' , c 를 임의성이 있는 확률변수로 가정하였다. Table 7은 확률변수들의 평균, 변동계수, 그리고 상관관계를 나타낸 것으로서, 모두 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다.⁽¹⁶⁾ 로우어 킷트를 압에 대한 한계상태식은 식 (11)과 같이 부품의 최소수명이 20,000 사이클보다 크도록 설정하였다.

$$g = \text{Minimum fatigue life} - 20,000 \quad (11)$$

Table 8은 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 독립적인 수치실험을 30회 수행한 결과를 나타낸 것이다. 계산결과, 손상확률의 평균은 참고값과 2.5% 이하의 오차를 가지는 것을 알 수 있다. 또한 수렴평가 기준이 엄격해 질수록 평균함수호출 횟수는 약간 증가하지만, 손상확률의 평균은 더욱 참고값에 근접하며 손상확률의 변동계수는 7.21%에서 1.98%로 감소한다.

5. 결론

복잡한 시스템의 신뢰도를 MCS, AFORM, SORM과 같은 기존의 방법으로 계산할 경우, 계산비용이 크고, 문제에 따라서는 신뢰도를 계산하기 어려운 경우가 많다. 본 연구에서는 신뢰도 계산을 위해 크리깅 메타모델을 이용한 방법을 제안하였으며, 수치예제에 적용시켜 그 타당성을 검토하였다. 제안된 방법은 크게 2단계로 구성된다. 첫 단계는 적절한 범위와 횟수의 표본점으로 구해진 크리깅 메타모델에 AFORM을 적용하여 1차적인 신뢰도를 구하는 과정이다. AFORM으로 구해진 신뢰도를 바탕으로 다시 적절한 표본점의 범위를 선정하여 크리깅 메타모델을 갱신한다. 구해진 크리깅 메타모델에 MCS 방법을 적용하여 신뢰도를 구한다음 구해진 결과가 수렴이 되면 최종적인 신뢰도가 계산된다. 제안된 신뢰도 계

산방법의 타당성을 검토하기 위하여 수학예제와 실제 구조문제로 구성된 수치예제에 적용시켰다. 수치실험은 수렴평가기준을 바꾸어가면서 수행하였다. 계산결과 MCS의 목표오차를 10%, 손상확률의 상대수렴률을 0.5로 지정할 경우, 손상확률의 평균은 예제에 따라 0.67%에서 2.47% 사이의 오차를 가지며, 손상확률의 변동계수는 2.94%에서 7.21% 사이의 값을 가짐을 확인하였다. MCS의 목표오차를 1%, 손상확률의 상대수렴률을 0.01로 지정할 경우, 손상확률의 평균은 0.10%에서 2.06% 사이의 오차를 가지며, 손상확률의 변동계수는 0.47%에서 1.98% 사이의 값을 가지는 것으로 나타나 신뢰도 계산결과가 크게 개선됨을 확인하였다. 특히 수렴평가기준이 엄격해 질수록 손상확률의 평균보다 손상확률의 변동계수가 크게 개선되는데, 이것은 손상확률의 평균의 경우, 손상확률의 변동이 크더라도 평균은 크게 차이나지 않을 수도 있기 때문이다. 이와 같이 제안된 신뢰도 계산방법을 수치예제에 적용한 결과 제안된 방법의 타당성을 확인할 수 있었다.

최종적인 신뢰도의 정확성은 크리깅 메타모델을 구성하기 위한 표본점의 수, MCS를 수행할 때의 목표오차, 그리고 손상확률의 수렴 평가기준에 의해 결정된다. 이러한 인자들은 신뢰도를 계산하고자 하는 대상 시스템의 크기와 특성, 전체적인 수치비용 등을 고려하여 결정하여야 하며, 이에 대한 추가적인 연구가 필요한 것으로 판단된다. 또한 높은 신뢰도를 갖는 문제와 최적 설계과정에서의 적용가능성에 대해서도 보다 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다.

후 기

이 연구는 한국자동차부품연구원의 연구 과제인 ‘신뢰성 확률해석 기법의 효율성 및 적용성 향상을 위한 연구’의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Hasofer, A. M. and Lind, N. C., 1974, "Exact and Invariant Second Moment Code Format," *J. of Eng. Mech., ASCE*, Vol. 100, pp. 111-121.
- (2) Schueller, G. I., Bucher, C. G., Bourgund, U. and Ouympasert, W., 1987, "On Efficient

- Computational Schemes to Calculate Structural Failure Probabilities," *Stochastic Structural Mechanics, U.S.-Austria Joint Seminar*, pp. 338~410.
- (3) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchel, T. J., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.
- (4) Lee, T. H., Lee, C. J. and Lee, K. K., 2003, "Shape Optimization of a CRT based on Response Surface and Kriging Metamodels," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 3, pp. 381~386.
- (5) Park, C. K., Lee, K. K., Lee, T. H. and Bae, D. S., 2003, "Optimization of a Train Suspension Using Kriging Model," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 6, pp. 864~870.
- (6) Sakata, S., Ashida, F. and Zako, M., 2003, "Structural Optimization Using Kriging Approximation," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, Vol. 192, pp. 923~939.
- (7) Kaymaz, I., 2005, "Application of Kriging Method to Structural Reliability Problems," *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 133~151.
- (8) Ryu, J. S., Kim, M. S., Cha, K. J., Lee, T. H. and Choi, D. H., 2002, "Kriging Interpolation Method for Geostatics and DACE Model," *KSME International Journal*, Vol. 16, pp. 619~632.
- (9) Bucher, C. G. and Bourgund, U., 1987, "Efficient Use of Response Surface Methods," *Institute of Engineering Mechanics Report No. 9~87*, University of Innsbruck.
- (10) Giunta, A. A., Wojtkiewicz Jr, S. F. and Eldred, M. S., 2003, "Overview of Modern Design of Experiments Methods for Computational Simulations," *AIAA-0649*, pp. 1~17.
- (11) Shooman, M. L., 1968, *Probabilistic Reliability : An Engineering Approach*, McGraw-Hill.
- (12) Lophaven S. N., Nielsen, H. B. and Søndergaard, J., 2002, *DACE, Matlab Kriging Toolbox*.
- (13) Kim, S. H. and Na, S. W., 1997, "Response Surface Method Using Vector Projected Sampling Points," *Structural Safety*, Vol. 19, No. 1, pp. 3~19.
- (14) Ang, H-S A. and Tang, H. W., 1984, *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Vol. I and Vol. II, John Wiley & Sons.
- (15) Liu, Y. W. and Moses, F., 1994, "A Sequential Response Surface Method and Its Application in the Reliability Analysis of Aircraft Structural Systems," *Structural Safety*, Vol. 16, pp. 39~46.
- (16) Lee, S. G., 2006, *Reliability-based Optimization of a Lower Control Arm Considering the Variations in Fatigue Material Properties*, Master's Thesis of KAIST.
- (17) Bannantine, J. A., Comer, J. J. and Handrock, J. L., 1990, *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall.