

# 선형방정식의 재구성을 통한 강체 다관절체 충돌반응 속도 개선

정대현<sup>†</sup>, 이중하<sup>\*\*</sup>, 김은주<sup>\*\*\*</sup>, 유관우<sup>\*\*\*\*</sup>

## 요 약

본 논문에서는 물리기반 모델링에서 강체로 이루어진 다관절체 충돌반응을 선형시간에 처리할 수 있는 기법을 제시한다. 다관절체의 위상과 선형방정식에서의 행렬의 특성을 이용하여, 충돌반응과정에서 핵심 요소인 선형방정식의 해를 구하는 과정을 선형시간에 처리한다. 또한, 새로운 조인트의 조건식들을 제시하여, 다양한 조인트들로 구성된 다관절체 대해서도 충돌 반응을 가능하게 한다.

## Faster Collision Response for Rigid Articulated Bodies by Reformulating Linear Equations

Dae-Hyun Jeong<sup>†</sup>, Joong-Ha Lee<sup>\*\*</sup>, Eun-Ju Kim<sup>\*\*\*</sup>, Kwan-Woo Ryu<sup>\*\*\*\*</sup>

## ABSTRACT

We present a linear-time algorithm for treating collision response of articulated rigid bodies in physically based modeling. By utilizing the topology of articulated rigid bodies and the property of linear equations, our method can solve in linear time the system of linear equations that is crucial for treating collision response. We also present several new joint condition equations for articulated rigid bodies composed of various joints.

**Key words:** Computer Graphics(컴퓨터 그래픽스), Physically-Based Modeling(물리기반 시뮬레이션), Rigid-Body Animation(강체 애니메이션)

## 1. 서 론

컴퓨터 그래픽스에서 사용되는 동작 제어 기술들 중의 하나인 물리 기반 모델링 기법은 일련의 물리 법칙으로 물체들의 상태를 구하는 방법이다. 움직임이 자연스럽고, 사용자의 입력에 따라 다양한 동작을 생성할 수 있다는 장점이 있다.

물리기반 모델링 기법 중에서 강체 시뮬레이션은

오랫동안 연구되어온 분야이며 컴퓨터게임, 가상현실, 설계등의 분야에 널리 쓰이고 있다. 시뮬레이션의 주요 요소로서 동작 제한조건, 다관절체에 대한 제어, 충돌탐지(collision detection), 충돌반응(collision response) 등이 있다. 이러한 요소들은 오랫동안 연구되어져 왔다[1, 2, 4, 5, 7-11]. 본 논문은 이 요소들 중에 충돌반응에 초점을 맞춘다.

물체들 사이의 상호접촉을 방지하기 위하여, 충돌

※ 교신저자(Corresponding Author) : 정대현, 주소 : 대구광역시 북구 산격동 1370번지(702-701), 전화 : 053)940-8698, FAX : 053)957-4846, E-mail : ktshadow@daum.net  
접수일 : 2005년 8월 4일, 완료일 : 2006년 2월 1일

<sup>†</sup> 경북대학교 대학원 컴퓨터공학과 박사과정

<sup>\*\*</sup> 정회원, 서라벌대학 멀티미디어과 교수

(E-mail : leejh@sorabol.ac.kr)

<sup>\*\*\*</sup> 동명정보대학교 공과대학 정보통신공학과 전임강사  
(E-mail : ejkim@tit.ac.kr)

<sup>\*\*\*\*</sup> 경북대학교 컴퓨터공학과 교수  
(E-mail : kwryu@knu.ac.kr)

탐지 후 충돌반응이 적용되어야 한다. 충돌반응에서 대표적인 방법 중 하나가 벌칙함수법(penalty method)이다. 이 방법은 충돌 순간에 충돌 물체들의 충돌 지점에 가상 스프링을 두어서 그 스프링의 탄성력으로 충돌에 의한 힘을 구현하는 방법이다. 구현하기 쉽다는 장점이 있어서 변형되는(deformable) 물체간의 충돌반응에 대해서 효과적인 방법이다[1]. 그러나 충돌에 의한 힘은 매우 짧은 시간에 급격하게 변하는 힘이므로 시간을 매우 잘게 나누어서 스프링에 의한 힘을 계산해야 하므로 정확한 충돌반응을 구현할 경우에는 충돌순간에 느려진다는 단점이 있다.

벌칙함수법의 단점을 개선하고자 나온 것이 해석적(analytical) 방법이다. 이 방법은 충돌시의 물리적인 조건들을 이용하여 충돌 후 변화된 물체들의 움직임을 구한다. 충돌직전과 직후사이의 시간을 짧은 시간간격으로 나눌 필요 없이 충돌반응을 구현할 수 있으므로 충돌순간의 느려짐이 없다. Hahn은 충돌전과 충돌후의 운동량의 변화량은 충돌 시 가해주는 충격력과 같다는 사실을 이용하여 단일물체 사이의 충돌반응에 해석적 방법을 처음으로 도입하였다[5].

충돌반응은 물체들의 속도를 급격하게 바꾸기 때문에, 제약조건 동역학 모델과 조화를 이루어야 한다. 그래서 충돌반응을 처리하는 동안 조인트들에서 제약조건을 고려해야 한다. 조인트 제약조건들을 유지하는 충돌반응방법은 2가지 모델이 있다. 하나는 Moore[9]의 모델이고, 다른 하나는 Mirtich[8]의 모델이다.

Mirtich의 모델에서는 다관절체의 한 물체가 직접 충돌을 했을 경우, 충돌에 대한 효과를 좌표계 매개변수화(coordinates parameterization)를 사용하여 조인트로 연결된 다른 물체로 전달한다. 표류(drifting) 문제가 존재하지 않고, 무엇보다도 n개의 물체로 연결된 비환식(acyclic) 다관절체의 경우 O(n)시간에 구현할 수 있다[10]. 그러나 특별한 경우에는 좌표계 매개변수화가 불가능하다는 단점이 있다[2].

Moore의 모델은 조인트의 조건식 및 다른 물체들의 운동의 조건식을 하나의 선형방정식을 구성하여 물체의 움직임을 구해내는 방법이다. 직접 충돌하지 않는 물체에 대한 충돌에 의한 영향은 조인트 충격력이라는 개념을 도입함으로써 가능하게 하였다. 이 방법은 좌표계 매개변수화가 필요 없다는 장점이 있지만, O(n<sup>3</sup>)의 시간을 요한다.

본 논문에서는 Moore 모델 상에서 선형시간에 충돌반응을 처리하는 알고리즘을 제시한다. 우리는 다관절체의 특성을 이용하여 Moore의 O(n<sup>3</sup>)알고리즘을 개선한다. 알고리즘은 두 부분은 나뉜다. 첫 단계는 Moore의 모델에서 사용하는 수식을 배치를 해서, 선형방정식을 구성하는 행렬의 형태가 대각성분과 그 외에 소수의 성분으로 구성되도록 한다. 그 다음 단계에서 가우스 소거법을 수정하여 선형방정식을 선형시간에 풀 수 있도록 한다. 그래서 충돌 후의 속도들, 각속도들과 충격력들을 구할 수 있다.

그리고 기존에 제시된 조인트 이외에 다른 조인트에 대한 충돌반응조건식을 제시한다. 이러한 결과들을 이용하여 다양한 조인트들로 연결된 다관절체들의 충돌을 효과적으로 처리한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2절에서는 다관절체 충돌모델을 제시하고 기존에 제시되었던 Moore의 충돌반응모델에 대해 기술한다. 3절에서는 본 논문에서 제시하는 선형시간 충돌반응방법을 제시한다. 4절에서는 다양한 조인트에 대한 충돌반응조건식들을 제시하며, 5절에서 구현결과를 기술한다. 6절에서 결론과 향후연구로 맺는다.

## 2. 충돌반응모델

i가 1부터 n까지 다관절체를 이루는 하나의 물체를 O<sub>i</sub>라고 두고, 각 물체 i의 무게(mass), 모멘트(inertia tensor)는 각각 m<sub>i</sub>, I<sub>i</sub>로 표시한다. 충돌로 인하여 O<sub>i</sub>의 속도와 각속도는 변한다. 충돌전의 O<sub>i</sub>의 속도와 각속도를 v<sub>i</sub>, ω<sub>i</sub> 라고 하고, 충격력 기반의 충돌반응은 충돌 후 O<sub>i</sub>의 속도  $\bar{v}_i$ 와 각속도  $\bar{\omega}_i$ 를 구하는 것이 목적이다.

충격력 기반의 충돌반응은 운동량 보존 법칙에서부터 시작한다[6]. 충돌전과 충돌후의 운동량의 변화량은 충돌시간동안의 충격력의 합과 같고, 이것을 O<sub>i</sub>에 대한 충격력 식으로 표현하면 다음과 같다[9].

$$m_i(\bar{v}_i - v_i) = \sum_j P_{ij} \tag{1}$$

$$I_i(\bar{\omega}_i - \omega_i) = I_i \times P + \sum_j I_{ij} \times P_{ij} \tag{2}$$

여기서 그림 1에서 보는 바와 같이 P는 O<sub>i</sub>에 가해지는 충격력을, P<sub>ij</sub>는 O<sub>i</sub>에 연결된 O<sub>j</sub>로 인하여 O<sub>i</sub>가 받는 충격력을 나타낸다. O<sub>i</sub>와 O<sub>j</sub>가 서로 직접적으

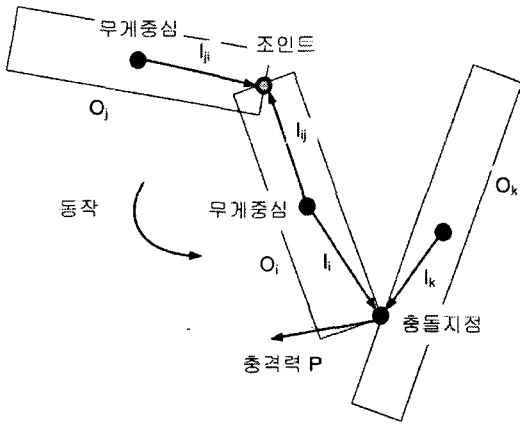


그림 1. 다관절체들의 충돌반응모델

로 연결되지 않은 경우에는  $P_{ij}$ 는 zero이다.  $O_i$ 의 무게중심으로부터 충돌지점까지의 거리를  $l_i$ 라고하며,  $O_i$ 와  $O_j$ 를 연결한 조인트까지의 거리를  $l_{ij}$ 라한다.

조인트 제약조건은 또다른 식을 제공한다.  $O_i$ 와  $O_j$ 가 점대점 조인트로 연결되었을 때, 연결지점에서 상대속도는 서로 같아야 한다. 이 사실을 식으로 표현하면 다음과 같다[9].

$$\bar{v}_i + \bar{\omega}_i \times l_{ij} = \bar{v}_j + \bar{\omega}_j \times l_{ij} \quad (3)$$

다음으로는 충돌 순간의 마찰을 고려한다. 그림 2와 같이  $O_j$ 의 평면에  $O_i$ 의 한점이 충돌을 할 때, 그

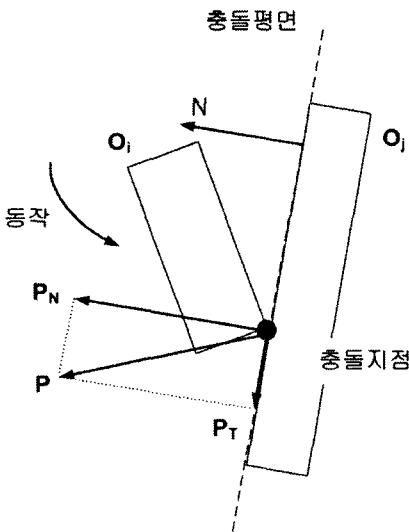


그림 2. 충돌평면

평면을 충돌평면이라고 정의한다. 충돌평면의 수직 벡터가 N이라고 주어질 때, 충격력 P는 두 개의 성분으로 나눌 수 있다. 즉, 수직성분인  $P_N$ 와 접선성분인  $P_T = P - P_N$ 이다. 충돌의 마찰 상태를 끈적 상태(sticking case)와 미끄럼 상태(sliding case)로 나눌 수 있다. 끈적 상태는 충돌지점에서 미끄러짐이 없다는 것으로서 마찰 계수가  $\mu$ 로 주어질 때  $|P_T| \leq \mu|P_N|$ 라는 조건을 만족한다. 반면에  $|P_T| > \mu|P_N|$ 일 때는 미끄럼 상태로서 충돌지점이 충돌평면을 따라서 미끄러진다.

끈적 상태와 미끄럼 상태는 각기 다른 충돌조건식이 필요하다[9]. 끈적 상태에서는 충돌평면에서 충돌점이 움직이지 않는 반면, 미끄럼 상태에서는 마찰력이 고려되어야 한다.

충돌후의 속도와 각속도, 충격력, 조인트 충격력을 벡터 x로 두면 하나의 선형시스템  $Ax = b$ 가 만들어진다. 그런 다음 선형방정식을 풀게 되면 충돌 후의 모든 값들을 찾을 수 있다.

### 3. 선형시간 충돌반응 알고리즘

이 절에서는 선형시간에 충돌반응을 가능하게 하는 방법을 제시한다. 설명의 편의를 위하여 우리는 다관절체가 점대점 조인트로 이루어져 있으며, 충돌의 마찰상태가 끈적 상태라고 가정한다. 우리가 제시하는 알고리즘은 이런 조건 외의 경우에도 문제없이 수행된다. 우리가 제시하는 알고리즘은 두 단계로 이뤄진다. 첫 번째 단계는 선형방정식이 다루기 쉬운 행렬로 이뤄지도록 식들을 배치하는 과정이다. 그 다음 단계는 충돌 후 속도, 각속도, 충격력을 얻기 위해 선형방정식을 선형시간에 푸는 과정이다.

#### 3.1 선형방정식의 구성

선형시간에 선형방정식을 풀기 위해서, 다음과 같이 식들을 배치해야 한다. 우리는 먼저 입력으로 주어진 다관절체로부터 트리를 구성한다. 그림 3은 다관절체로부터 이러한 과정을 수행하는 모습을 보여준다. 그림 3(a)와 같이 충돌하는 다관절체가 주어지면, 물체를 노드로, 조인트를 가는 에지로, 충돌은 굵은 에지로 치환하여 그림 3(b)와 같은 트리를 만든다. 트리에서 임의의 한 노드를 루트로 잡으면, 에지로

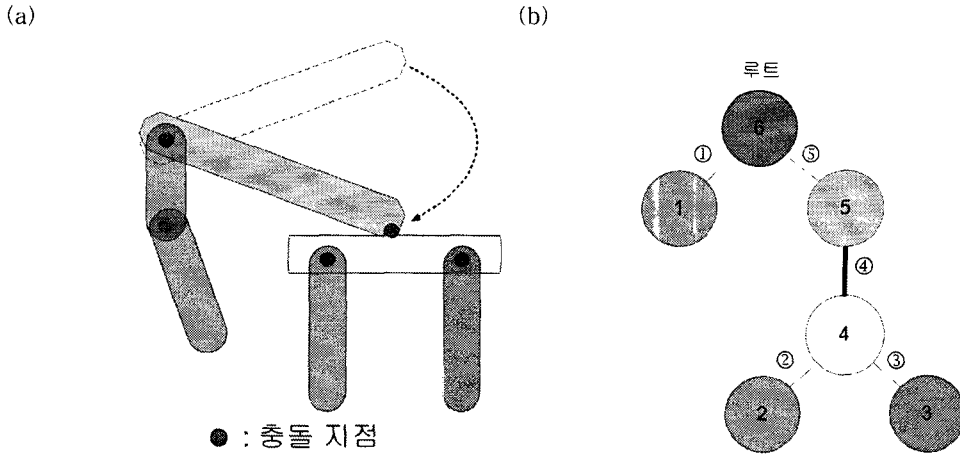


그림 3. (a) 충돌하는 다관절체들 (b) (a)에 대응하는 트리. 물체를 나타내는 노드는 사각형으로, 선은 조인트 충격력을, 굵은 선은 충격력을 나타낸다.

연결된 노드의 쌍들은 각각 부모/자식 관계를 가진다. 그리고 나서 다음과 같은 순서로 트리를 탐색하면서 모든 노드에 번호를 매긴다. 우리는 이 순서를 개척자 순서(frontier order)라고 부르기로 한다.

1. 모든 리프 노드에 대해 왼쪽부터 오른쪽으로 방문하면서 제거한다.
2. 나머지 노드에 대해서도 재귀적으로 1의 과정을 수행한다.

그리고 나서 모든 에지에게 인접한 두 노드 중 작은 번호로 번호를 부여한다. 그 결과 그림 3(b)와 같이 된다.

그런 다음 선형방정식을 구성함에 있어서 식들을 다음과 같은 규칙으로 배치한다. 1번 노드와 1번 에지에 대응하는 식들을 행렬 A의 첫 번째 3행에, 2번 노드와 2번 에지에 대응하는 식들을 행렬 A의 두 번째 3행에 배치시킨다. 이와 같은 순서로 나머지 식들도 배치를 한다. 번호 n을 가진 에지는 없으므로 A의 마지막 2행은 노드 n에 대응하는 식으로 채워지며 따라서 A에는  $3n-1$ 행이 있게 된다. 그림 4(a)는 이런 사실들을 구체적으로 보여준다. 만약 에지가 가는 에지라면 식 (3)을, 굵은 에지라면 충돌 조건식을 배치한다[9]. 그림 4(b)는 그림 3(b)의 트리에 대해서 선형방정식을 구성하였을 때 행렬 A의 내용을 보여준다.

다음으로  $i$ 는 1에서  $3n-1$ 까지  $R[i]$ 에 행렬 A의  $i$ 번째 식과 연관된 행들의 리스트를 저장한다.  $i=1$  혹은  $2(mod 3)$ 인 경우에는 A에서  $i$ 번째 식은 노드  $\lceil i/3 \rceil$

에 대응하는 식 (1) 혹은 (2)이다.  $R[i]$ 에는 노드  $\lceil i/3 \rceil$ 와 인접한 에지에 대응하는 식의 행번호와 노드  $\lceil i/3 \rceil$ 에 대응하는 두 개의 식들의 행번호가 저장된다.  $i=0(mod 3)$ 인 경우에는 A에서  $i$ 번째 식은 에지  $\lfloor i/3 \rfloor$ 에 대응하는 조인트 조건식인 식 (3) 혹은 충돌조건식이다.  $R[i]$ 에는 에지  $\lfloor i/3 \rfloor$ 에 인접하는 두 개의 노드에 대응하는 식 (1)과 (2)의 행 번호들과 에지  $\lfloor i/3 \rfloor$ 에 대응하는 식의 행번호가 저장된다. 표 1은 그림 4(b)의 행렬 A에 대한 리스트  $R[i]$ 를 보여준다.

다음 소정리는 이후에 제시되는 우리의 알고리즘의 선형시간수행에 중요한 사실이다.

**소정리 1 :**  $j \in R[i]$ 일 경우에만  $A_{ij}$ 는 nonzero이다. 또한  $j \in R[i]$ 일 경우에만  $A_{ji}$ 는 nonzero이다.

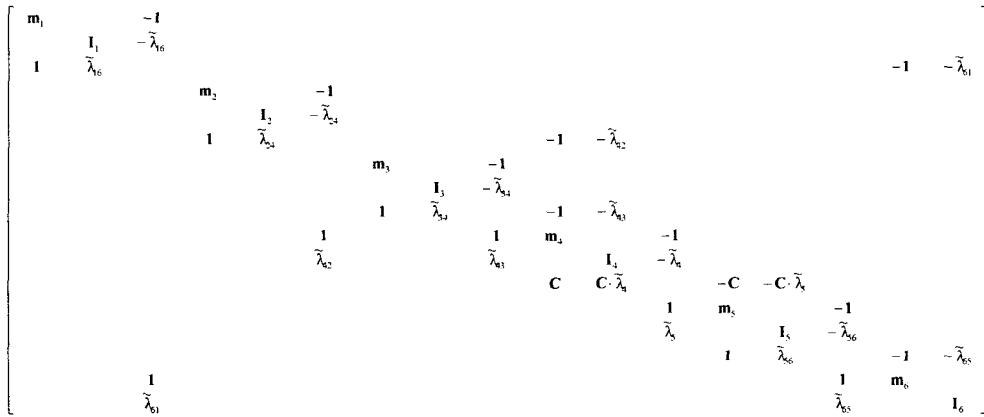
증명 :  $j \notin R[i]$ 일때,  $j$ 번째 식에 대응하는 노드나 에지는  $i$ 번째 식에 대응하는 노드나 에지와 인접하지 않는다. 그러므로  $j \notin R[i]$ 일 때  $i$ 번째 식과  $j$ 번째 식과는 아무런 관계가 없기 때문에  $A_{ij}, A_{ji}$ 는 zero이어야 한다.

### 3.2 우리의 선형시간 알고리즘

선형방정식을 풀기위하여, 일반적으로 가우스 소거 알고리즘이 사용되는데  $O(n^3)$ 의 시간을 요한다. 그러나 우리가 풀려고 하는 선형방정식의 행렬 A의 원소가 개수는  $O(n)$ 개이다. 따라서 가우스 소거 알고리즘을 조금 수정하여 선형방정식을  $O(n)$ 시간에 풀 수 있다. 전체 알고리즘은 다음과 같다.

(노드1에 대응하는 식(1))  
 (노드1에 대응하는 식(2))  
 (에지1에 대응하는 식(3) 또는 충돌조건식)  
 (노드2에 대응하는 식(1))  
 (노드2에 대응하는 식(2))  
 (에지2에 대응하는 식(3) 또는 충돌조건식)  
 ⋮  
 (노드 n에 대응하는 식(1))  
 (노드 n에 대응하는 식(2))

(a)



(b)

그림 4. (a) 선형방정식을 구성할 때의 식들의 배치순서. (b) 그림 3(b)의 트리의 순서에 따라 식들을 배치한 후의 행렬 A. 여기서 C는 [9]에서 충돌 조건식에서의 방향좌표행렬.

표 1. 행렬 A의 i번째 식과 관련있는 식들의 리스트를 모아놓은 R[i].

i	R[i]
1	1, 2, 3
2	1, 2, 3
3	1, 2, 3, 16, 17
4	4, 5, 6
5	4, 5, 6
6	4, 5, 6, 10, 11
7	7, 8, 9
8	7, 8, 9
9	7, 8, 9, 10, 11
10	6, 9, 10, 11, 12
11	6, 9, 10, 11, 12
12	10, 11, 12, 13, 14
13	12, 13, 14, 15
14	12, 13, 14, 15
15	13, 14, 15, 16, 17
16	15, 16, 17
17	15, 16, 17

**입력** : 충돌지점의 상태와 n개의 물체와 m개의 조인트로 이루어져 있는 다관절체들.

**출력** : 충돌 후 물체들의 운동상태(속도와 각속도), 충격력, 조인트 충격력

**begin**

단계 1 : 입력으로 받아들인 다관절체들로부터 트리를 구성한다. 트리의 임의의 노드를 루트로 지정한다. 개척자 순서로 모든 노드와 에지에 번호를 매긴다. 그림 4(a)같이 식들을 배치하고, 모든 행렬 A에서 i번째 식과 관련이 있는 식들의 리스트를 저장한 R[i]를 구한다.

단계 2 :

for i = 1 to 3n-2

for j ∈ R[i] & j > i (1)

t = (A<sub>ii</sub>)<sup>-1</sup> A<sub>ji</sub> ;

$$\text{for } k \in R[i] \ \& \ k \geq I \quad (2)$$

$$A_{jk} = A_{jk} - tA_{ik} ;$$

단계 3 :

$$x_n = b_n (A_{nn})^{-1} ;$$

$$\text{for } i = 3n-2 \text{ to } 1$$

$$x_n = b_i ;$$

$$\text{for } j \in R[i] \ \& \ j > I \quad (3)$$

$$x_i = (x_i - A_{ij}x_j) ;$$

$$x_i = x_i(A_{ii})^{-1} ;$$

end

다음의 정리에 의해 우리의 알고리즘이  $O(n)$ 시간이 걸리는 것을 보여준다.

정리 1 우리의 알고리즘은  $O(n)$  시간이 걸린다.

증명 : 단계 1은 트리 탐색, 식들의 배치,  $R[i]$ 를 구성하는 과정이므로  $O(n)$ 시간이 걸린다.소정리 1에 의해서  $A_{ij}$ 와  $A_{ji}$ 는  $j \in R[i]$ 일 경우에만 nonzero이다. 트리에서 하나의 에지는 인접하고 인덱스 번호가 더 높은 노드는 한개만 가진다. 노드 역시 인접하고 인덱스 번호가 더 작은 에지를 한개만 가진다. 그래서  $i$ 보다 큰  $j$ 중  $j \in R[i]$ 인 것은 많아야 2개이다. 그래서 (1)의 반복 횟수는 많아야 2번이다. 마찬가지로 (2)의

반복 횟수는 많아야 3이다. 따라서 단계 2는  $O(n)$ 시간에 수행할 수 있다.

관찰결과로 단계 2수행 후에 여전히  $A_{ij}$ 와  $A_{ji}$ 는  $j \in R[i]$ 일 경우에만 nonzero이다. 따라서 단계 3 역시  $O(n)$ 시간에 수행할 수 있다. 그러므로 알고리즘을 수행하는 데 걸리는 총소요시간은  $O(n)$ 시간이다.

우리는 다관절체가 점대점 조인트로 이루어져 있으며, 충돌의 마찰상태가 끈적상태라고 가정하였다. 만약 충돌의 마찰상태가 미끄럼상태이거나 조인트가 점대점 조인트가 아닌 경우에는 행렬  $A$ 의 대각요소가 zero이거나 역행렬이 존재하지 않을 수 있다. 그러나 우리가 제시한 알고리즘에서 단계 2를 수행할 동안 이러한 대각요소는 기본 행 연산들로 인하여 역이 존재하는 원소로 바뀌게 된다. 따라서 이러한 경우에도 아무런 문제없이 우리가 제시하는 알고리즘을 수행할 수 있다.

#### 4. 다양한 조인트로 구성된 다관절체에 대한 충돌반응

##### 4.1. 각 조인트 충격력(angular joint impulse)

두 물체 사이에 상대자유도는 6이므로 어떤 조인

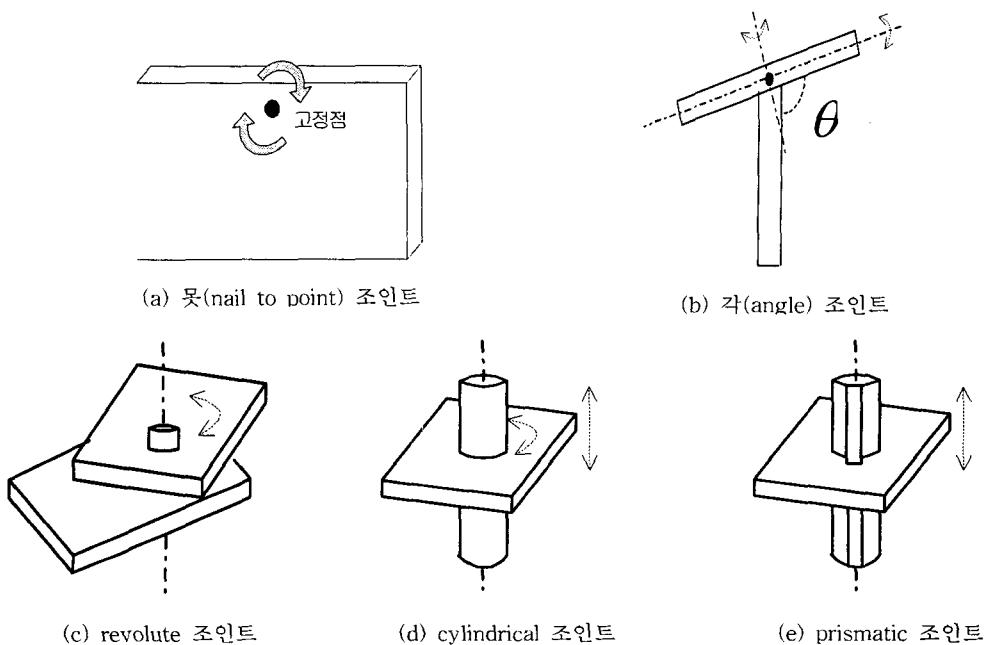


그림 5. 본 논문에서 제시되는 조인트 조건식에 해당하는 조인트들(3).

트들은 자유도를 4이상 제한하는 것도 있다. 충돌 때 이런 조인트를 유지시키기 위해 하나의 조인트는 두 부분으로 구분하며, 각각 선자유도와 각자유도를 제한시킨다. 그리고 각 부분에 대한 조인트 충격력을 구해야 하므로 2개의 조인트 충격력을 구한다. 2개의 조인트 충격력중 하나는 각 운동을 제어하는 조인트 충격력이다. 다른 하나는 이 조인트 충격력에 의해 생기는 토크력이다. 각 운동량보존에 관한 식을 간단하게 만들기 위하여. 회전운동을 제한하는 각 조인트 충격력  $T_{ij}$ 를 도입한다. 각 조인트 충격력은 충돌시 간동안 조인트를 유지시키기 위해 조인트에서 발생하는 토크의 합과 같다. 그러면 운동량 보존에 관한 식(1)과 (2)는 다음과 같이 바뀐다.

$$m_i(\bar{v}_i - v_i) = \sum_{j=1}^n P_{ij} + \sum_{j=1}^n l_{ij}^{-1} T_{ij} \quad (4)$$

$$I_i(\bar{\omega}_i - \omega_i) = \sum_{j=1}^n l_{ij} \times P_{ij} + \sum_{j=1}^n T_{ij} \quad (5)$$

#### 4.2 조인트에 의한 조건들

다관절체의 충돌 처리에 있어서는 충돌 후에도 각 조인트에서의 특성이 유지되어야 하는 제약이 따른다. 본 논문에서는 각 조인트의 특성을 조건식으로 표현하여, 충돌 후에도 이 조건을 만족시키도록 선형 방정식의 해를 구하고자 한다. 실세계에서 사용할 수 있는 조인트들은 그림 5에서와 같은 것들이 있다[3]. 그리고 조인트들을 설명하기 위해서는 회전의 중심축을 기준으로 직교 좌표계를 설정하는 것이 편리하다. 조인트의 중심축 방향 벡터를  $d_k$ 라 하고, 이에 직교하는 두 방향 벡터를  $d_i, d_j$ 라 표시한다.

못 조인트는 물체의 특정한 점을 고정시킬 때 사용된다. 따라서 물체에서 못 박힌 지점의 선속도는 0다. 반면, 회전에 대해서는 자유로운 회전을 허용하기 때문에, 못 조인트는 회전에 대한 자유도 3을 가진다. 이를 조건식으로 표현하면 다음과 같다. 마찬가지로 3차원 벡터에 관한 식이므로 식이 3개가 나온다.

$$\bar{v}_i + \bar{\omega}_i \times l_{ii} = 0 \quad (6)$$

여기서,  $l_{ii}$ 는 물체  $i$ 의 중심에서 못 조인트지점까지의 거리 벡터이다.

아래에 나오는 조인트들은 선형 움직임을 제어하는 조인트와 회전 움직임을 제어하는 조인트, 즉 2개의 조인트로 이루어진다. 그리고 이 두 개의 조인트

를 제어하는 충격력은 각각 선충격력  $P_{ij}$ 와 각충격력  $T_{ij}$ 이다. 움직임을 제어하는 방향으로는 충격력이 가해지지만, 움직임이 자유로운 방향으로는 충격력이 가해지지 않는다.

revolute 조인트는 점대점 조인트에서와 같이 두 물체가 한 점에서 연결되고, 그 지점에서 물체끼리 축방향으로의 회전만이 가능하다. 그래서 다음과 같은 조건식을 가진다.

$$\begin{aligned} \bar{v}_i + \bar{\omega}_i \times l_{ij} &= \bar{v}_j + \bar{\omega}_j \times l_{ji} \\ (\bar{\omega}_j - \bar{\omega}_i) \cdot d_i &= 0 \\ (\bar{\omega}_j - \bar{\omega}_i) \cdot d_j &= 0 \\ T_{ij} \cdot d_k &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

각 조인트는 두 물체를 한 점에서 연결하고, 그 지점에서 두 물체 사이의 각을 일정하게 유지시킨다. 상대적으로  $d_k$ 방향으로는 회전운동이 없으며,  $d_i, d_j$ 방향의 회전운동은 자유롭다.

$$\begin{aligned} \bar{v}_i + \bar{\omega}_i \times l_{ij} &= \bar{v}_j + \bar{\omega}_j \times l_{ji} \\ T_{ij} \cdot d_i &= 0 \\ T_{ij} \cdot d_j &= 0 \\ (\bar{\omega}_j - \bar{\omega}_i) \cdot d_k &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

cylindrical 조인트로 연결된 경우에는 두 물체는 조인트에서 조인트의 축방향의 선형 운동과 조인트의 축을 중심으로 하는 회전운동이 자유롭다.

$$\begin{aligned} [(\bar{v}_a + \bar{\omega}_a \times l_a) - (\bar{v}_b + \bar{\omega}_b \times l_b)] \cdot d_i &= 0 \\ [(\bar{v}_a + \bar{\omega}_a \times l_a) - (\bar{v}_b + \bar{\omega}_b \times l_b)] \cdot d_j &= 0 \\ P_{ij} \cdot d_k &= 0 \\ (\bar{\omega}_j - \bar{\omega}_i) \cdot d_i &= 0 \\ (\bar{\omega}_j - \bar{\omega}_i) \cdot d_j &= 0 \\ T_{ij} \cdot d_k &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

prismatic 조인트는 두 물체가 상대적으로 조인트의 축방향의 선형 운동만 허용한다.

$$\begin{aligned} [(\bar{v}_a + \bar{\omega}_a \times l_a) - (\bar{v}_b + \bar{\omega}_b \times l_b)] \cdot d_i &= 0 \\ [(\bar{v}_a + \bar{\omega}_a \times l_a) - (\bar{v}_b + \bar{\omega}_b \times l_b)] \cdot d_j &= 0 \\ P_{ij} \cdot d_k &= 0 \\ (\bar{\omega}_j - \bar{\omega}_i) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

### 5. 구현결과

본 논문에서 제안된 방법을 사용하여 다관절체의 물체의 개수에 따른 여러 애니메이션을 생성해 보았다. 그림 6은 기존의 충돌반응방법과 우리의 선형시

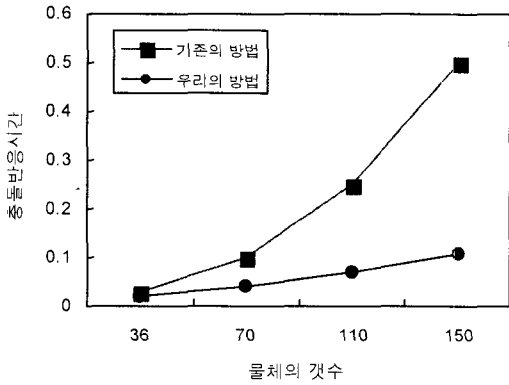


그림 6. 시뮬레이션 성능비교

간 알고리즘을 가지고 팬티엄 2.0MHz를 탑재한 PC에서 실행하였을 때의 성능을 나타낸다. 그리고 그림 7은 44개의 물체로 구성된 다관절체들끼리의 충돌반응을 보여주고, 그림 8은 많은 물체들이 관절로 연결된 인형이 바닥과 충돌반응을 보이는 시뮬레이션 과정이다. 이러한 경우의 충돌반응에 우리의 알고리즘을 적용하면 그림 6에서 제시된 바와 같이 충돌반응 속도를 개선할 수 있었다.

### 6. 결론

본 논문에서는 다관절체에 대한 선형시간 충돌반응 알고리즘을 제시하였다. 다관절체의 위상과 선형방정식의 특성을 이용하여, 우리가 제시한 방법에 의해, 충돌후의 속도, 각속도, 충격력을 찾기 위한 선형방정식을 선형시간에 풀 수 있었다. 그리고 다양한 조인트로 구성된 다관절체의 충돌반응에 필요한 조인트 조건식을 제시하였다.

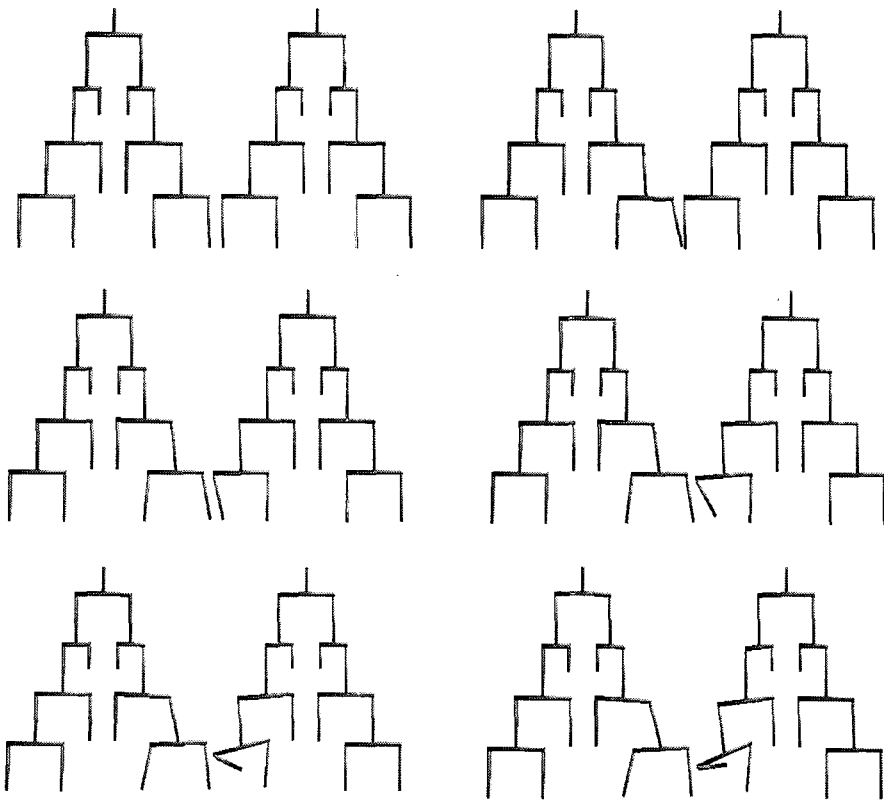


그림 7. 충돌반응 시뮬레이션



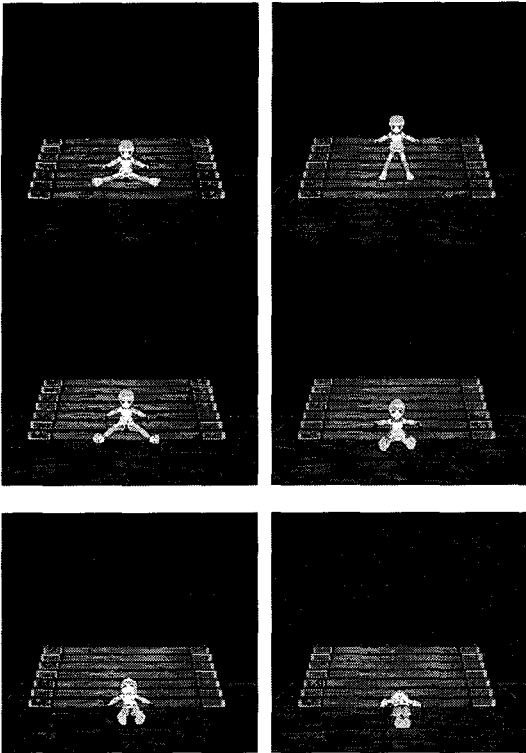


그림 8. 충돌반응 구현 예 : 다관절체인 인형을 위에서 떨어뜨렸을 때 바닥과의 충돌반응

물체가 강체가 아닐 경우, 힘이 가해지면 물체가 변형이 되기 때문에 제약조건을 유지하는 것이 쉽지 않다. 그래서 강체가 아닌 다관절체에 대한 충돌반응을 위한 방법을 고안하는 것이 향후연구과제로 적합하다고 생각된다.

### 참 고 문 헌

[ 1 ] D. Baraff, "Analytical Methods for Dynamic Simulation of Non-penetrating Rigid Bodies," *SIGGRAPH '89*, pp.223-232, July 1989.

[ 2 ] D. Baraff, "Linear-Time Dynamics using Lagrange Multipliers," *SIGGRAPH '96*, pp. 137-146, 1996.

[ 3 ] J. Crag, *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley, 1989.

[ 4 ] E. Guendelman, R. Bridson, and R. Fedkiw, "Nonconvex rigid bodies with stacking," *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 22. No. 3. Proc. ACM SIGGRAPH 2003, pp. 871-878, 2003.

[ 5 ] J. Hahn, "Realistic Animation of Rigid Bodies," *SIGGRAPH '88*, pp. 1-5, 1988.

[ 6 ] D. Hallyday, *Fundamentals of Physics*, Wiley, 1997.

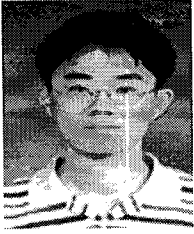
[ 7 ] M. Kaufman, T. Edmunds, and K. Pai, "Fast Frictional Dynamics for Rigid Bodies," *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2005)*, 24(3), August 2005.

[ 8 ] B. Mirtich and J. Canny, "Impulse-based Simulation of Rigid Bodies," *Proc. of 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics*, pp. 181-188, 1995.

[ 9 ] M. Moore and J. Wilhelms, "Collision Detection and Response for Computer Animation," *Computer Graphics*, Vol. 22, pp. 289-298, 1988.

[ 10 ] S. Redon, N. Galoppo, and M. Lin, "Adaptive Dynamics of Articulated Bodies," *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2005)*, 24(3), August 2005.

[ 11 ] H. Schmidl, J. Milenkovic, "A Fast Impulsive Contact Suite for Rigid Body Simulation," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphic'2004*, pp. 189-197, 2004.



리즘

정 대 현

1998년 경북대학교 공과대학 컴퓨터공학과 졸업 (학사)  
 2000년 경북대학교 대학원 컴퓨터공학과 (공학석사)  
 2000년~현재 경북대학교 대학원 컴퓨터공학과 박사과정  
 관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 알고



김 은 주

1984년 경북대학교 전자공학과 (전산공학, 공학사)  
 1986년 경북대학교 전자공학과 (전산공학, 공학석사)  
 2003년 경북대학교 컴퓨터공학과(공학박사)  
 2000년~현재 동명정보대학교 공과대학 정보통신공학과 전임강사  
 관심분야: 멀티패러다임 프로그래밍, 병렬 알고리즘, 병렬 제어추상화



멀티미디어과 교수 재직중

관심분야: 알고리즘 개발 및 분석, 컴퓨터그래픽 및 멀티미디어

이 중 하

1986년 경북대학교 전자공학과 (공학사)  
 1989년 경북대학교 전자공학과 (공학석사)  
 1998년 경북대학교 컴퓨터공학과(공학박사)  
 1991년~현재 현재 서라벌대학



유 관 우

1980년 경북대학교 전자공학과 졸업 (학사)  
 1982년 한국과학기술원 전산학과 (공학석사)  
 1990년 메릴랜드대학교 전산공학 (공학박사)  
 1982년~현재 경북대학교 컴퓨터공학과 교수  
 관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 계산기하학, 계산 이론