

샌드위치 평판의 모드 감쇠 최대화를 위한 점탄성층 두께 결정법

A Method to Determine Optimum Viscoelastic Layer Thickness of Sandwich Plate for Maximum Modal Damping

남 대 호* · 신 윤 호* · 김 광 준†

Dae-Ho Nam, Yun-Ho Shin and Kwang-Joon Kim

(2006년 2월 28일 접수 ; 2006년 6월 15일 심사완료)

Key Words : Sandwich Plate(샌드위치 평판), Damping Layer(감쇠층), RKU Equation(RKU 방정식), Modal Loss Factor(모드 손실인자)

ABSTRACT

Thickness of damping layer in sandwich plate needs to be optimized in order to make modal loss factor of the sandwich plate maximum. Since previous studies were interested in noise reductions over high frequency range, the modal properties were derived based on simply supported boundaries. This conventional formula is approximately applicable to other boundary conditions over high frequency range only. The purpose of this study is to propose a method to determine optimum damping layer thickness of sandwich plate for maximum modal damping in low frequency range when the boundary condition is not a simple support. The conventional RKU equation based on simply supported boundary is modified to reflect other boundary conditions and the modified RKU equation is subsequently applied to determine the optimum damping layer thickness for arbitrary conditions. In order to reflect frequency-dependent characteristics of elastic modulus of the damping layer, an iteration method is proposed in determining the modal properties. Test results on sandwich plates for optimum damping layer thickness are compared with predictions by the proposed method and conventional method.

1. 서 론

샌드위치 구조는 탄성층 사이에 감쇠비가 큰 점탄성층이 삽입된 구조로서, 탄성층에 의해 계(system)의 강성을 유지하는 반면 점탄성층의 전단변형에 의한 에너지 흡수, 소산을 통해 감쇠 효과를 나타낸다. 샌드위치 평판의 감쇠 성능을 나타내는 모드 손실인자(modal loss factor)는 감쇠재 두께 증가에 따라 선형적으로 증가하지 않고, 최고점을 지나 감소하

게 된다. 따라서, 샌드위치 평판의 최적 감쇠층의 두께를 결정한다면 효과적인 진동 저감을 기대할 수 있다.

이 연구에서는 공동주택 바닥구조물의 중량 충격 소음과 같은 저주파 대역 진동 저감이 중요한 경우에 대하여 샌드위치 평판 이론을 적용하여 최적 감쇠층 두께를 결정하고자 한다. 기존의 샌드위치 평판 이론^(1,2)은 항공 우주산업에서의 기체 부분, 자동차 분야에서의 오일 팬 및 각종 커버, 가전제품에서의 음향 기기, 사무용 기기 등 경계 조건의 영향이 적은 고주파 대역의 소음 저감에 관심을 두어, 경계 조건의 영향을 고려하지 않았다. 그러나, 저주파 대역에서는 경계 조건의 영향을 고려할 필요가 있어 기존의 샌드위치 평판 이론을 저주파 대역에 적용하

† 책임저자; 정회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : kjkim@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3024, Fax : (042) 869-8220
* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

는 것은 부적절하다. 따라서, 이 연구에서는 기존의 샌드위치 평판 이론을 임의의 경계 조건에 대해 확대 적용하여 샌드위치 평판의 모드 손실인자를 제시 하고, 샌드위치 평판의 모드 손실인자가 최대가 되는 점탄성층의 두께를 결정 하고자 한다. 그리고, 해석 적으로 얻은 최적 점탄성층의 두께를 실험을 통해 비교하여 그 효용성을 살펴보고자 한다.

또한, 점탄성 재료 동탄성계수는 주파수 의존성을 갖지만 기존의 샌드위치 이론에서는 점탄성 재료 동탄성계수를 상수로 가정하고 해석하였다. 이 연구에서는 점탄성 재료 동탄성계수의 주파수 의존성 반영의 필요성을 살펴보고, 이를 반영하는 방법을 제안 하고자 한다.

2. 샌드위치 평판의 모드 감쇠 최대화를 위한 점탄성층 두께

샌드위치 평판에 대한 이론은 반세기에 걸쳐 연구 되어 많은 이론식이 유도되었다. 이 연구에서는 간단하면서도 널리 사용되는 RKU 방정식^(3,4)을 적용 하여 모드 손실인자가 최대가 되는 감쇠재 두께를 결정하고자 한다. 우선 RKU 방정식에 대해 기술하고 기존의 샌드위치 평판 이론에서 다루지 못하였던, 점탄성 재료 동탄성계수의 주파수 의존성 반영 필요성 및 반영 방법을 기술하고자 한다.

2.1 샌드위치 평판 이론식

RKU 방정식은 Fig. 1과 같이 샌드위치 보를 등가의 물성치를 갖는 단일 보로 간주하고, 단수지지 경계 조건에 대하여 샌드위치 보의 등가 굽힘강성을 결정하였다.

RKU 방정식에서는 Fig. 1의 구속층, 점탄성층, 기초층으로 이루어진 각층 간에 미끄러짐이 없음을 가정하였고, 탄성층으로 구성된 구속층과 기초층은 굽힘 진동에 의해 압축·인장변형이 발생하며, 두 층이 수직 방향에 대해 이루는 굽힘 각은 같다고 가정하였다. 또한, 점탄성층은 굽힘 진동에 의한 압축·인

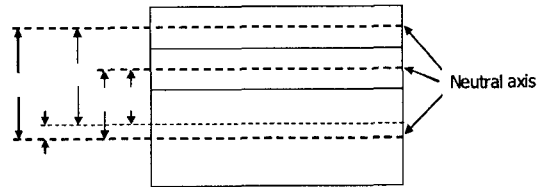


Fig. 1 Beam having equivalent material property of sandwich beam

장변형과 전단변형이 같이 일어난다고 가정하였다.

RKU 방정식에서 결정되는 등가 굽힘강성은 식 (1)과 같고 Fig. 2에 각 변수들을 나타내었다.

$$B^* = E_1 \frac{H_1^3}{12} + E_2^* \frac{H_2^3}{12} + E_3 \frac{H_3^3}{12} - E_2^* \frac{H_2^2}{12} \left(\frac{H_{31} - D}{1 + g} \right) + E_1 H_1 D^2 + E_2^* H_2 (H_{21} - D)^2 + E_3 H_3 (H_{31} - D)^2 + \left[\frac{E_2^* H_2 (H_{21} - D) + E_3 H_3 (H_{31} - D)}{2} \right] \left(\frac{H_{31} - D}{1 + g} \right) \quad (1)$$



B^* : Equivalent bending stiffness of sandwich beam/plate

E_1, E_3 : Young's modulus of elastic layer

E_2^* : Dynamic elastic modulus of viscoelastic layer

$$g = \frac{G_2^*}{E_3 H_3 H_2 p^2}$$

G_2^* : Dynamic shear modulus of viscoelastic layer

p : Eigenvalue of sandwich beam/plate

Fig. 2 Element of sandwich beam/plate

샌드위치 보의 모드 손실인자와 고유진동수(natural frequency)는 등가 굽힘강성을 이용하여 각각 식 (2), 식 (3)과 같이 결정된다. 여기서 $\eta_{eq}, \omega_n, p, \rho$ 와 H 는 각각 샌드위치 보의 모드 손실인자, 고유진동수, 특이해, 밀도와 두께를 나타낸다.

$$\eta_{eq} = \frac{\text{Im}(B^*)}{\text{Re}(B^*)} \quad (2)$$

$$\omega_n = p^2 \sqrt{\frac{\text{Re}(B^*)}{\rho H}} \quad (3)$$

p 는 등가 굽힘강성을 유도하는 과정에서, 샌드위치 보를 단일 보로 간주하고, 단일 보의 운동방정식에 단순지지 경계조건을 적용하여 얻어진 특성방정식의 해이다. 따라서, 단순지지 외의 경계조건에서 얻어진 단일 보의 특성방정식의 해⁽⁵⁾, p 를 샌드위치 보의 등가 굽힘강성에 적용하여 근사적으로 단순지지 외의 경계조건에 대하여 모드 손실인자와 고유진동수를 결정할 수 있다. 이 연구에서는 이러한 근사적 방법을 근사적 RKU 방정식(asymptotic RKU equation)이라고 명명하기로 한다. 그리고, 등가 굽힘강성 유도시, 단일 평판의 특성방정식의 해 p 를 적용하면 샌드위치 평판에 대한 모드 손실인자와 고유진동수를 계산할 수 있다.

샌드위치 평판의 감쇠계 두께를 증가시키면서 계산한 모드 손실인자를 Fig. 3에 나타내었는데, Fig. 3에서 볼 수 있듯이, 모드 손실인자가 최대가 되는 감쇠계의 두께가 존재한다. 이것은 샌드위치 평판의 감쇠는 점탄성층의 전단변형에 의해 발생한다는 점을 상기해 볼 때, 감쇠층의 두께가 얇은 경우, 전단 변형 자체가 일어나기 어렵고, 두께가 두꺼운 경우, 전단 변형률이 작아지게 된다. 따라서 두 경우 모두 감쇠효과가 작아지게 되며 그 중간에 최대값이 존재한다.

샌드위치 평판의 각 모드 손실인자가 최대가 되는 점탄성층의 두께를 결정하면, 모드 별 가중치를 부여하여 샌드위치 평판의 최적 점탄성층의 두께를 결정할 수 있다. 즉, 샌드위치 평판의 여러 모드 중에서 중요 모드를 관심 모드로 선정하고, 각 관심 모드의 중요도를 파악하여 그 모드를 최대한 저감할 수 있는 두께를 결정하는 것이다. 이 연구에서는 식 (4)와 같이 샌드위치 평판의 주파수응답함수의 모드 별 RMS 값 기준으로 가중치를 부여하고자 한다.

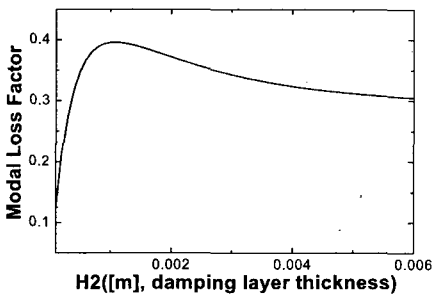


Fig. 3 Modal loss factor with regard to increase in damping layer thickness

$$H_2 = H_2^{1st} \times W_1 + H_2^{2nd} \times W_2 + H_2^{3rd} \times W_3 + H_2^{4th} \times W_4 \dots \quad (4)$$

여기서, $W_1, W_2, W_3, W_4, \dots$ 는 주파수응답함수의 RMS값을 기준으로 계산한 가중치로써, 총합이 1이 되며, $H_2^{1st}, H_2^{2nd}, H_2^{3rd}, H_2^{4th}, \dots$ 는 각 모드에서 결정된 점탄성층의 두께이고, H_2 는 샌드위치 평판 점탄성층의 최적 두께이다.

2.2 점탄성재료 동탄성계수의 주파수 의존성을 반영한 샌드위치 보/평판 이론식

점탄성 재료의 동탄성계수는 주파수 의존성을 갖지만, 기존의 샌드위치 보/평판 이론식은 이를 반영하지 못하여 차선책으로 관심 주파수 구간을 정하고 그 구간 내의 점탄성 재료 동탄성계수의 평균값을 사용하였다. 그러나, 주파수 의존성을 무시할 수 없는 Fig. 4와 같은 점탄성 재료의 경우, Fig. 5와 같이 모드 손실인자가 최대가 되는 점탄성층의 두께가 관심 주파수 구간 평균값을 기준으로 양 끝 값을 사용했을 때와 비교하면 최대 75% 차이를 보이고 있어 점탄성 재료의 주파수 의존성 반영이 필요함을 관찰할 수 있다.

샌드위치 보/평판 이론에 주파수 의존성을 반영하는 것은 고유진동수와 고유진동수 계산을 위해 사용된 점탄성 재료 동탄성계수의 주파수가 같아지는 것이다.

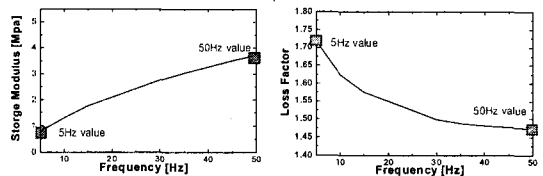


Fig. 4 Material property of viscoelastic material

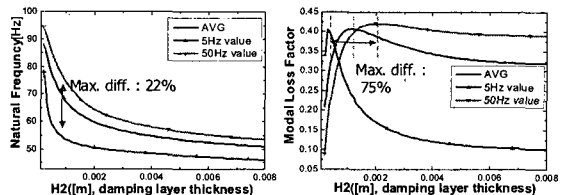


Fig. 5 Damping layer thickness which make modal loss factor maximum by using average value and both end value of frequency of interest

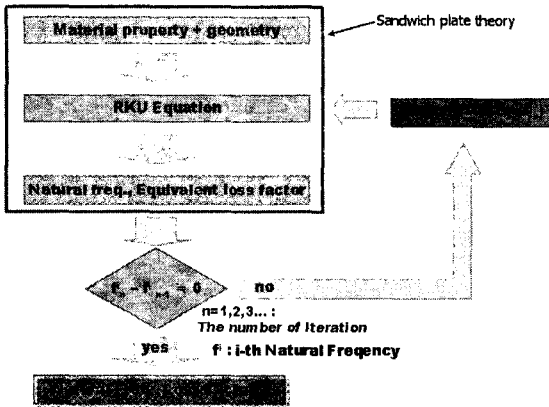


Fig. 6 Procedure to reflect frequency dependency of dynamic stiffness of viscoelastic material

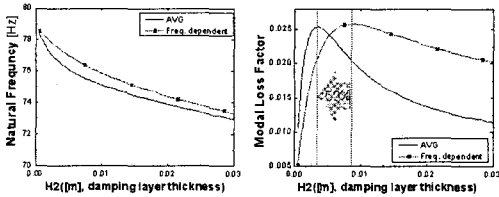


Fig. 7 Optimum damping layer thickness determined by reflecting frequency dependency and by average of dynamic stiffness of viscoelastic material

따라서, RKU 방정식에 주파수 의존성을 반영하기 위해 식 (5)와 같은 오차 함수(error function)를 선정하였다.

$$Err(\omega_n) = RKU(\omega_n) - \omega_n \quad (5)$$

오차함수의 근을 찾기 위해 Fig. 6과 같은 반복법(iteration)을 수행하였고 그 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 점탄성 재료 동탄성계수의 주파수 의존성 반영 여부에 따라 모드 손실인자가 최대가 되는 감쇠재 두께가 59%의 차이를 보이고 있어 그 효율성을 살펴볼 수 있었다.

3. 샌드위치 평판의 물성치 추출 실험

이 연구에서는 샌드위치 평판의 탄성층으로 Fig. 8과 같은 강철(steel) 재질의 평판을 사용하며, 고유진동수를 측정하여 탄성계수 196.95GPa를 추출하였다.

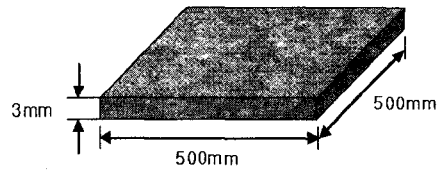


Fig. 8 Geometry of elastic layer

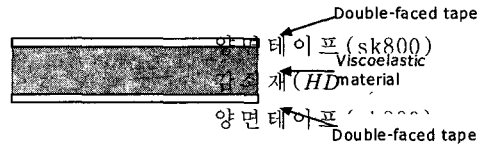


Fig. 9 Geometry of viscoelastic layer

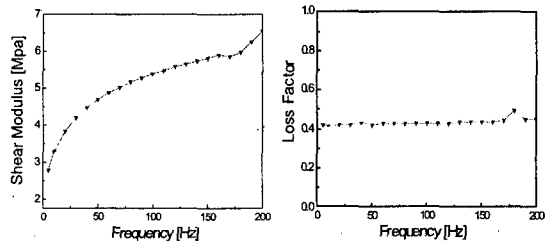


Fig. 10 Material property of damping layer

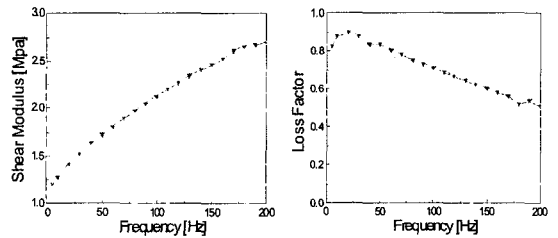


Fig. 11 Material property of adhesive tape

점탄성층에 적용할 감쇠재는 아론 기업의 HD48으로 전단 실험을 통해 전단계수를 추출하였다. 점탄성 재료는 일반적으로 온도, 주파수, 등에 의해 그 물성치가 변한다고 알려져 있어⁽⁶⁾, 점탄성 재료 시험기(DMA-2980)를 사용하여 샌드위치 평판의 모드 시험 시와 같은 온도(15℃)를 유지하면서 주파수에 따른 복소 전단계수를 측정하였다. 샌드위치 평판 제작시 감쇠재를 양면테이프로 접착할 것이므로 양면테이프의 영향을 고려하기 위해 양면테이프의 전단계수도 측정하였다. 따라서, 샌드위치 평판의 점탄성층은 Fig. 9와 같고, Fig. 10, Fig. 11에 감쇠재와 양면테이프의 전단계수를 나타내었다

4. 샌드위치 평판의 모드 시험 및 이론과의 비교

4.1 샌드위치 평판의 제작 및 모드 시험

이 연구에서 제시한 방법의 효용성을 살펴보기 위해 샌드위치 평판을 제작하여 이론치와 실험치를 비교하고자 한다. 3장에서 물성치 추출 시 사용했던 탄성층과 점탄성층으로 샌드위치 평판을 제작하였다. 점탄성층 양면테이프의 두께는 0.1 mm로 일정하게 유지하고 감쇠재의 두께는 0, 0.45, 0.8, 1.2, 1.5 mm 인 5개의 샌드위치 평판을 제작하였다.

이 연구에서 제시하는 방법은 여러 가지 경계 조건에 적용 가능하지만, 실험적으로 경계 조건 구현이 비교적 간단한 자유단에 대하여 실험을 수행하고자 한다. 자유단 경계 조건을 구현하기 위하여 Fig. 12와 같이 모서리에 0.5 mm 드릴 구멍을 만들고 낚시줄로 매달았다. Fig. 12와 같이 충격 망치로 가진하여 모드 시험을 수행한 결과를 Fig. 13에 나타내었다. 주파수응답함수의 평균 횟수는 10회를 사용하였으며, 점탄성층의 온도 영향을 고려하기 위해 15°C의 일정 온도를 유지하였다.

4.2 모드 시험과 근사적 RKU 방정식의 비교

이 연구에서 제시하는 방법의 효용성을 살펴보기

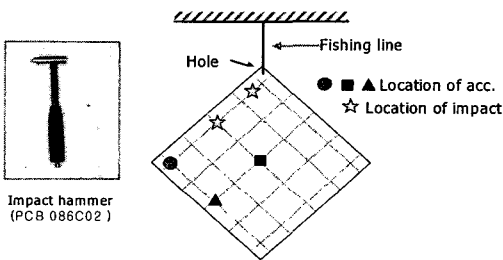


Fig. 12 Scheme of modal test

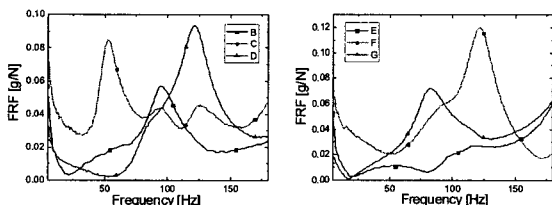


Fig. 13 Frequency response function of sandwich plate

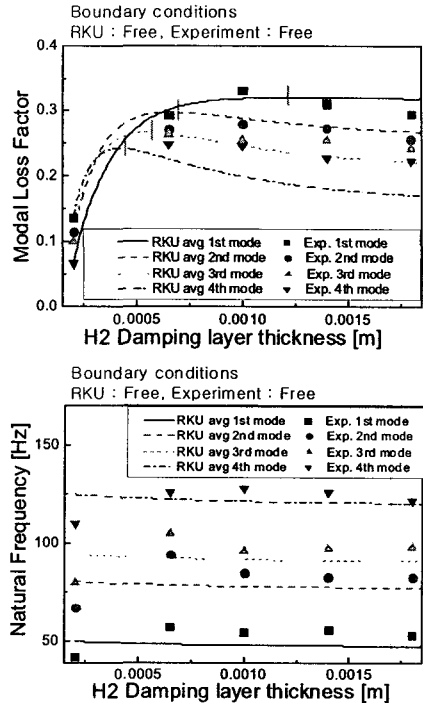


Fig. 14 Comparison of modal properties determined by experiment and asymptotic RKU equation

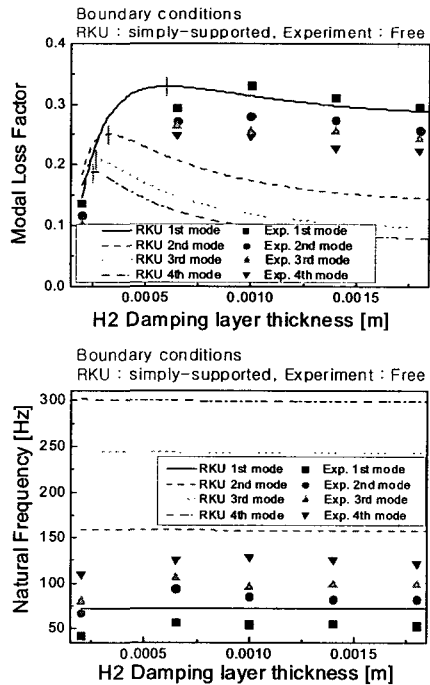


Fig. 15 Comparison of modal properties determined by experiment and conventional sandwich plate theories

위해 이 연구에서 제시한 방법과 실험, 기존의 방법과 실험으로 계산한 모드 손실인자, 고유진동수를 각각 Fig. 14, Fig. 15에 나타내었다. 최적 점탄성층의 두께를 실험적으로 살펴보는 가장 좋은 방법은 이론적으로 결정한 최적 두께를 적용한 샌드위치 평판을 제작하여 모드 손실인자를 이론치와 비교하는 것인데, 임의로 감쇠재의 두께를 제작할 수 없어 차선택으로 비교적 다양한 두께로 제작되고 있는 감쇠재 HD48을 사용하여 샌드위치 평판을 제작하였다. 따라서, 실험적으로 모드 손실인자가 최대가 되는 감쇠재의 두께를 정확하게 비교할 수는 없고, 모드 손실인자가 최대가 되는 구간을 관찰할 수 있었다. 즉, Fig. 14, Fig. 15에서 살펴볼 수 있듯이, 실험적으로 측정된 최적 점탄성층 두께(H_2)는 첫 번째, 두 번째 모드의 경우 0.65 ~ 1.4 mm 사이이며, 세 번째, 네 번째 모드의 경우 0.2 ~ 0.65 mm 사이에 존재한다. 근사적 RKU 방정식으로 자유단에 대하여 계산한 모드 손실인자는 Fig. 14와 같이 동일한 구간에 최적 점탄성층의 두께가 존재함을 알 수 있는 반면, 경계 조건의 영향을 고려하지 않은 기존의 방법의 경우, 첫 번째 ~ 네 번째 모드가 0.2 ~ 0.65 mm 사이에 존재하며, 근사적 RKU 방정식과도 각 모드에 대하여 이론치가 각각 50.8 %, 50.7 %, 50.9 %, 38.1 %의 차이를 보이고 있다. 이러한 차이는 고유진동수를 보면 더 크게 나타난다. 고유진동수의 경우, 근사적 RKU 방정식은 실험치와 평균 10 %의 오차를 보이고 있지만, 기존의 이론은 평균 100 %의 차이를 보이고 있다. 고유진동수와 모드 손실인자를 비교하여 본 결과, 저주파 영역에서의 경계 조건의 영향을 적용하는 것이 필요함을 알 수 있고, 이 연구에서 제시한 방법은 근사적 방법이지만 기존의 방법에 비하여 샌드위치 평판의 최적 점탄성층 두께 결정에 효과적임을 살펴 볼 수 있었다.

점탄성 재료 동탄성계수의 주파수 의존성을 반영한 결과를 실험치와 비교하여 Fig. 16에 나타내었다. 이론적으로는 근사적 RKU 방정식에 주파수 의존성 반영 여부에 따라 각 모드의 최적 두께는 최대 25 %의 차이를 보이지만, 두 경우 모두 실험치에서 제시하는 최적 두께 구간 내에 이론치가 존재하여 실험적으로 주파수 의존성 반영 여부에 따른 개선점을 확인할 수 없었다. 고유진동수는 주파수 의존성 반영에 따라 1 % 정도 개선됨을 확인할 수 있었다. 비

록, 실험의 한계로 최적 점탄성층 두께 결정에 주파수 의존성 반영 여부에 따른 차이를 살펴보진 못하였지만, 관심 주파수 구간 내에서 저장 탄성계수, 손실인자가 주파수 의존성이 큰 경우에는 이 연구에서

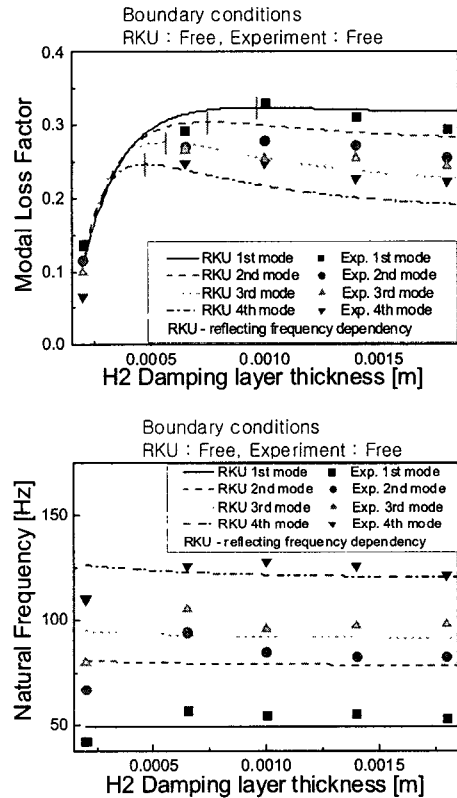


Fig.16 Comparison of modal properties determined by experiment and reflecting frequency dependency characteristic of dynamic stiffness in asymptotic RKU equation

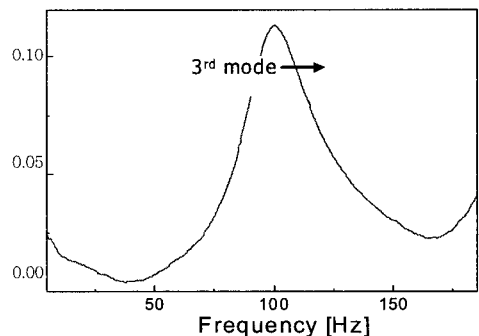


Fig. 17 Frequency response function of sandwich plate excited and measured at mass center

제시한 반복법을 통해 주파수 의존성을 반영한다면 기존 방법에 비하여 효과적인 진동 저감을 기대할 수 있을 것으로 사료된다.

근사적 RKU 방정식으로 결정한 각 모드 별 점탄성층의 최적 두께에 모드 별 가중치를 부여하여 샌드위치 평판의 최적 점탄성층의 두께를 결정할 수 있다. 이 연구에서는 공동주택 바닥구조의 진동 저감에 적용할 수 있는 모드 별 가중치를 적용하였다. 즉, 공동주택의 거실의 경우 가장 쉽게 일어나는 가진 위치는 거실의 중앙이므로 샌드위치 평판의 가운데에서 가진하고 가운데에서 측정한 Fig. 17의 주파수 응답함수를 이용하여 가중치를 부여하였다. 즉, 샌드위치 평판의 3차 모드만이 가진 되고 있으므로, 샌드위치 평판의 두께는 3차 모드에서 결정된 0.56 mm가 된다.

5. 결 론

이 연구에서는 기존의 RKU 방정식을 여러가지 경계조건에 근사적으로 적용하여 샌드위치 평판의 모드 손실인자, 고유진동수를 결정하였다. 그 결과, 기존 이론으로 다루기 적합하지 않은 저주파 대역에 적용할 수 있었다. 샌드위치 평판을 제작하여 실험치와 이 논문에서 제시한 방법, 기존의 방법을 비교하여 이 논문에서 제시한 방법의 효용성을 살펴 볼 수 있었다. 그리고, 점탄성 재료 동탄성계수의 주파수 의존성을 반영하는 방법을 제안하였다.

참 고 문 헌

- (1) DiTaranto, R. A., McGraw, J. R. Jr., 1969, "Vibratory Bending of Damped Laminated Plates", *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 91, pp. 1081~1090.
- (2) Mead, D. J. and Markus, S., 1972, "Damping Properties of Elastically Supported Sandwich Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 24, No. 3, pp. 275~295.
- (3) Ross, D., Ungar, E. E. and Kerwin, E. M., Jr., 1959, "Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Laminae", *Structural Damping*, Section 3, Ruzicka, J. E., ed., ASME.
- (4) Nam, D. H., Shin, Y. H., Kim, K. J. and Kim, M. B., 2005, "A Study on Determination of Damping Layer Thickness to Reduce Heavy Impact Noise in Apartment Building Floors", *Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference*, pp. 936~941.
- (5) Blevins, R. D., 1979, "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape", Van Nostrand Reinhold Company.
- (6) Nashif, A. D., Jones, D. I. G. and Henderson, J. P., 1985, "Vibration Damping", John Wiley and Sons.