

# 난류모형을 적용한 엔진 연료실의 유동해석

곽 승 현\*

\*한라대학교 컴퓨터응용실계학과 교수

## Flow Analysis in the Fuel Chamber of Engine by Applying Turbulent Models

Seung-Hyun Kwag\*

\*Department of Computer Applied Eng., Halla University, Wonju 220-712, Korea

**요 약** : 복잡한 연료실 내의 유동현상을 난류모형을 적용하여 해석하였다. 적용한 모형은  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , spalart-allmaras, reynolds stress이고, 연료실내의 격자는 혼합격자(hybrid grid) 이다. 속도벡터, 압력분포, 반복계산(iteration)에 의한 잔류치(residual), 동력학적 양정(dynamic head) 등을 모사하였다. 4개의 난류모형을 연료실 유동에 적용하였다. 3차원 수치실험에 앞서, 수치검증을 위하여 2차원 물체 주위의 점성유동을  $k-\epsilon$  난류모형을 적용하여 모사하였고 항력계수를 비교하였다.

**핵심용어** :  $k-\epsilon$  난류모형,  $k-\omega$ , Spalart-Allmaras, 레이놀즈 스트레스, Navier-Stokes 방정식

**Abstract** : The flow analysis was made by applying the turbulent models in the complicated fuel chamber of engine. The  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , Spalart-Allmaras and reynolds stress models are used in which the hybrid grid is applied for the simulation. The velocity vector, the pressure contour, the change of residual along the iteration number, and the dynamic head are simulated for the comparison of four example cases. Computational results are compared with others. For the code's validation, 2-D bodies were simulated in advance by predicting the drag coefficients.

**Key words** :  $k-\epsilon$  turbulence model,  $k-\omega$ , Spalart-Allmaras, reynolds stress, Navier-Stokes equation

### 1. 서 론

수송기계의 내연기관과 같은 공간이 좁고 복잡한 물체 내부의 3차원 유동은 우선 격자생성이 매우 어렵고, 만들어진 격자로 경계조건을 이용하여 유동해석을 수행하는 과정에서도 역류 및 박리 등에 의해 수치계산 과정에서 수렴하는 해를 얻기가 쉽지 않았다. 더구나 높은 레이놀드 수에서 난류모형을 적용하여 해를 구해서 비교하는 것은 실험에 의존하던 지금까지의 기본계획 및 개념설계에 새로운 전기를 주게 되었다.

수치계산에 있어서 Spalart-Allmaras(Spalart & Allmaras, 1992) 모형은 1개의 난류 수송방정식을 풀 때 여러 모델 중에서 가장 경제적으로 알려져 있다. 추가적인 수송방정식이 주어지면 표준화된  $k-\epsilon$  모형이 Spalart-Allmaras 모형보다 좀 더 많은 계산상의 노력이 필요한 것이 일반적이지만, 지배방정식의 추가항과 비선형성의 증가 때문에 RNG  $k-\epsilon$  모형에 있어서는  $k-\epsilon$  모형보다도 계산시간에 있어서 10-15%가 더 소요되고 있다.  $k-\epsilon$  모형과 마찬가지로  $k-\omega$  모형은 2차식(two-equation) 모형으로 거의 같은 계산상의 노력이 요구된다.  $k-\epsilon$ 을  $k-\omega$  모형과 비교하면 RSM(Reynolds stress model)은 보다 많은 기억용량과 계산시간이 요구되는데 이것은 RSM의 수송방정식에 기인한다. 그러나 효율적인 프로그램의 계산구조는 각 반복계산에 있어

계산시간을 상당히 줄여 RSM은  $k-\epsilon$  이나  $k-\omega$ 과 비교할 때 계산시간을 50-60% 까지 줄일 수 있었다. 더군다나 기억용량(memory)은 15-20% 정도만 필요하게 되었다. 매 계산에 소요되는 시간과는 별도로 난류모형의 선택은 수렴된 해를 얻는데 있어서 높은 효율성을 보여주었다. 예를 들면 표준화된  $k-\epsilon$  모형은 어떤 상황에서는 약간 과도한 확산(over-diffusive)을 하는 것으로 알려져 있기 때문에  $k-\epsilon$  모형은 난류점성이 높은 변형율(strain rate) 까지 감소되도록 하였다.(Hoerner, 1965; Launder & Spalding, 1972; Schlichting, 1979)

본 연구에서는 여러 가지 난류모형에 따른 압력과 속도의 차이를 확인하기 위하여 3차원 연료실 형상을 대상으로 수치해석을 수행하였다. 코드의 검증을 위해서, 3차원 수치실험에 앞서 2차원 물체(원, 평판, 마름모, 정사각형, 좌·우 반원) 주위의 점성유동을  $k-\epsilon$  난류모형을 적용하여 해석하였다. 속도, 압력, 반복계산에 의한 잔류치 등을 모사하였고 유체 역학적 연구를 위하여 서로 다른 6개의 물체에 수치실험 결과를 가지고 항력계수를 예측하였다. 본 수치실험에서 적용한 수송기계 연료실의 3차원 물체는 격자생성 과정이 매우 복잡하여 계산영역을 3구획으로 나누어 격자작업(meshing)을 한 후 내삽(interpolation)을 통하여 고르기(smoothing)를 수행했고, 해석은 4개의 난류모형을 적용하여 시뮬레이션 하였다.

\* 대표저자 : 곽승현(정회원), shkwag@hit.halla.ac.kr 033) 760-1233

## 2. 수치 시뮬레이션

### 2.1 기본 방정식과 수치조건

기본방정식은 Navier-Stokes 방정식이며 유한체적법(FVM) 수치기법으로 이산화하여 혼합격자를 만들어 계산을 수행하였다.

$k-\epsilon$  을 사용한 수송방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (2)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3)$$

$k-\omega$  을 사용한 수송방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (5)$$

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad \mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (6)$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty \cdot \left( \frac{\alpha_0^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right) \quad (7)$$

Spalart-Allmaras을 사용한 수송방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \tilde{\nu} u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{\omega\tilde{\nu}} \rho \left( \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (8)$$

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{\mu 1}, \quad f_{\mu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\mu 1}^3}, \quad \chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (9)$$

### 2.2 격자생성과 경계조건

격자생성은 브리언 운영(boolean operation)으로 실린더 2개와 벽돌 형상의 모양을 교차(intersect)와 공제(subtract) 과정을 통해서 만들었고 물체 윗부분의 모서리(edge)는 혼합체적(blend volume)을 이용하여 버너의 굴곡을 주었다. 모든 원천(source)에는 쿠퍼격자법(cooper meshing scheme)을 이용하여 평행을 유지했고 그 밖의 면에는 부도해 격자법(submap meshing scheme)을 사용하였다. 혼합(blend)을 해서 만든 면은 쓸기(sweep) 기능을 이용하여 경사면(tilted face)을 생성하였다. 내부의 격자는 그래픽 창 조정(graphics/windows

control)에서 정제모형(render model)을 사용하였다. 경계조건은 입구면, 출구면, 벽, 대칭면의 각각에 속도, 압력 및 구배조건을 부여하였고 공간내부에는 연속형체(continuum type) 조건을 주었다.

## 3. 수치해석 결과 및 토의

### 3.1 수치 시뮬레이션 및 검증

수치검증을 하기 위해 먼저 2차원 물체주위의 유동해석을 수행하였다. Fig. 1은 원과 우측반원 주위의 격자를 보여준다. 혼합격자(hybrid grid)로서 물체의 주위는 비 구조격자, 먼 곳에는 H-H 형태의 구조격자를 사용했다. 계산의 효율을 높이기 위하여 물체부근에는 직교를 유지하면서 격자를 밀집하였다. 우측 반원은 박리와 역류가 매우 심하였기에 견고성(robustness) 측면에서 의도적으로 이런 형상을 택하였다.

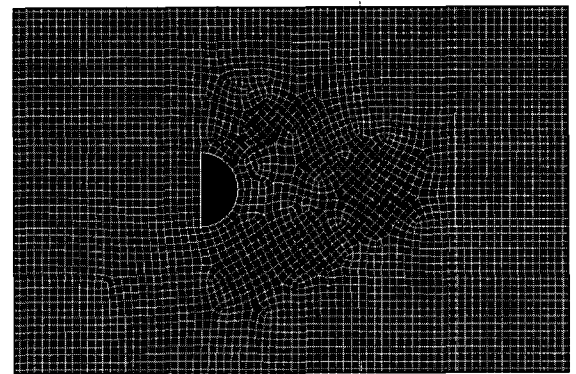
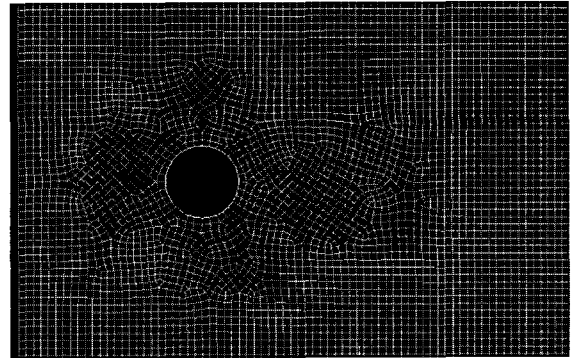


Fig. 1 Grid generation for the bodies, Circle and Half-circles

Fig. 2는 반복횟수에 따른 잔류값(residuals)을 보여주고 있다. 연속방정식,  $x$ -,  $y$ -,  $k$ -,  $\epsilon$ -의 잔류값이  $10^{-3}$ 에 접근하고 있으며 이것은 수치계산이 수렴하고 있음을 잘 보여준다.

Fig. 3은 평판, 마름모, 정사각형에 대한 속도 등고선을 보이고 있다. 평판의 경우는 대칭에 가까운 등고선을 보이고 있으나 마름모, 사각형은 볼텍스의 형상을 확연하게 보여주고 있다. 사각형의 경우는 물체후방의 후류영역에서 회전운동을 보이고 있으며 이것은 항력계수의 값이 다른 경우보다 높게 나타나는 근거가 된다.

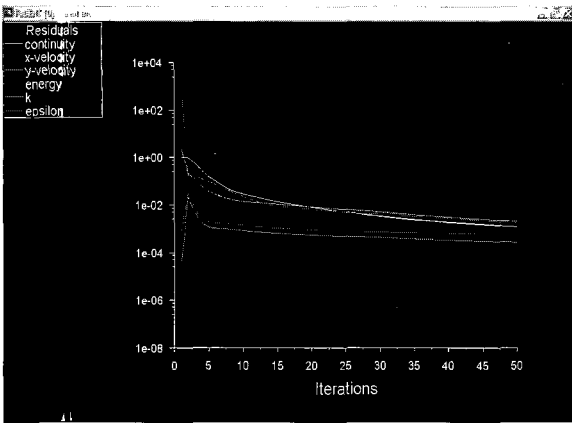


Fig. 2 Residuals along the iteration number for the square

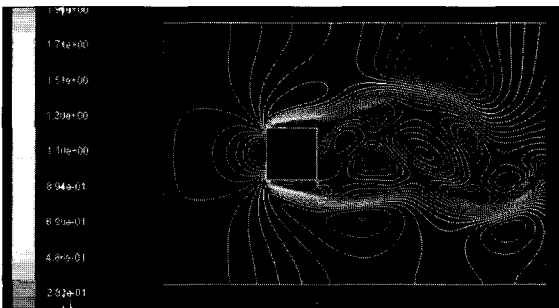
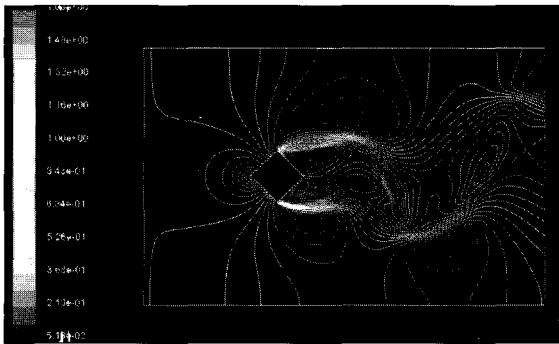
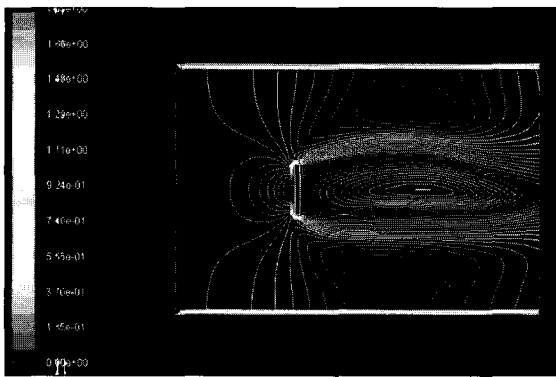


Fig. 3 Velocity contours around Flat Plate, Rotated Square and Square

Fig. 4는 마름모와 우측반원에 대한 속도 벡터를 보이고 있다. 정성적으로 예측된 결과를 얻을 수 있었다.

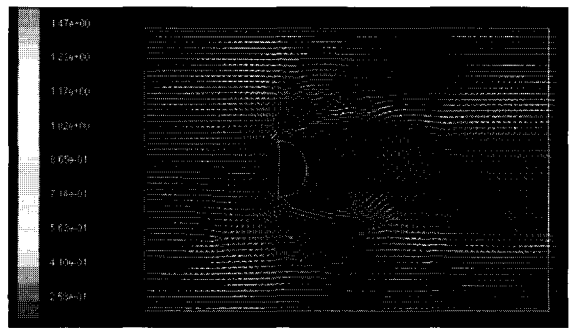
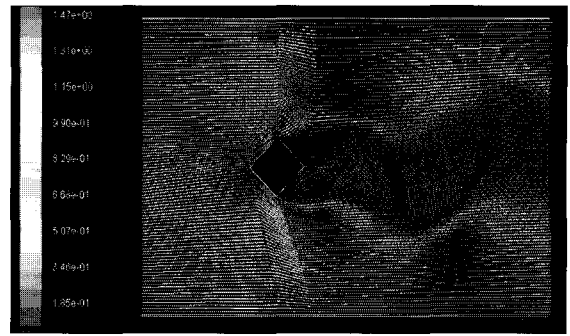


Fig. 4 Velocity vectors around Rotated-Square and Half-circle

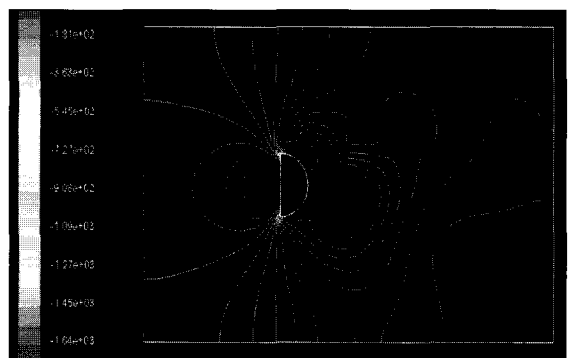


Fig. 5 Dynamic pressure contours around Left and Right Half-circle

Fig. 5는 좌측반원, 우측반원의 압력 등고선을 보여 주고 있다. 유체역학적 특성대로 물체의 전방에는 양의 압력, 후방에는 음의 압력을 보여주고 있다. 이것은 항력의 생성을 가져오고 결국 저항이 만들어 진다. 계산에 의해 얻어진 항력계수는

마름모 1.59, 평판 1.95, 좌측반원 1.18, 우측반원 1.68, 정사각형이 2.07 이다. 항력계수는 전방의 면적, 속도제곱, 밀도에 0.5를 곱한 값으로 무차원 하였다. 이 결과는 문헌(white, 1986)와 유사한 결과를 보이고 있다.

### 3.2 연료실 내부 유동의 수치 시뮬레이션

Fig. 6은 연료실 내부의 격자를 보여준다. 격자는 비구조로 혼합형을 사용하였다. 계산영역내의 격자수는  $5 \times 10^5$  이다. 격자생성이 매우 복잡해서 쿠퍼 및 부도해 격자법을 사용하였다. Fig. 7은 반복계산에 따른 잔류값을 보여주고 있다. 연속(continuity), x-, y-, k-, epsilon의 잔류값이  $10^{-2}$ 에 수렴하고 있음을 보여준다.

Fig. 8은 속도분포, Fig. 9은 압력분포를 보이고 있다. 속도 및 압력분포의 수렴 해를 얻기 위해 격자형상, 크기, 최소간격을 여러 차례 수정하면서 시행착오를 했다.

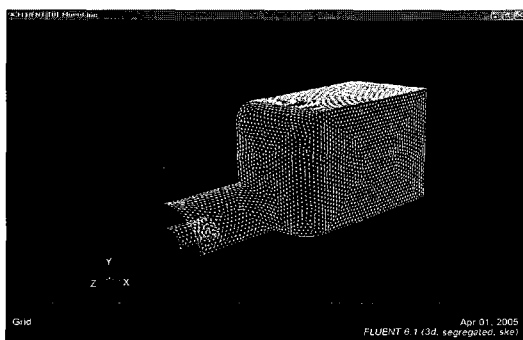


Fig. 6 Grid generation in the 3D chamber

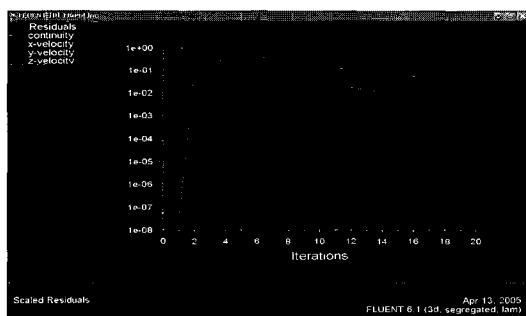


Fig. 7 Change of residuals along the iteration number turbulence model  $k-\epsilon$

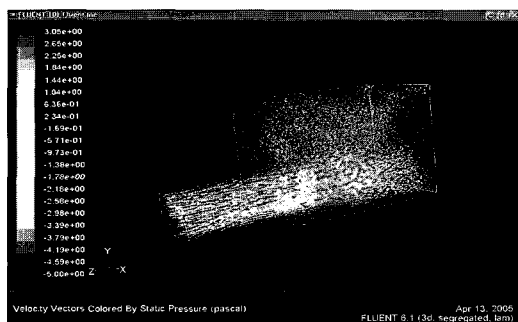


Fig. 8 Velocity in the fuel chamber



Fig. 9 Pressure in the fuel chamber

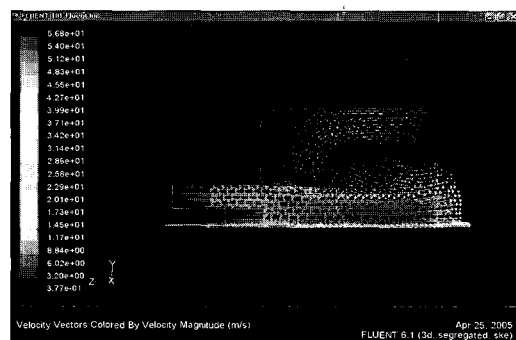


Fig. 10 Velocity in 3D chamber,  $k-\epsilon$

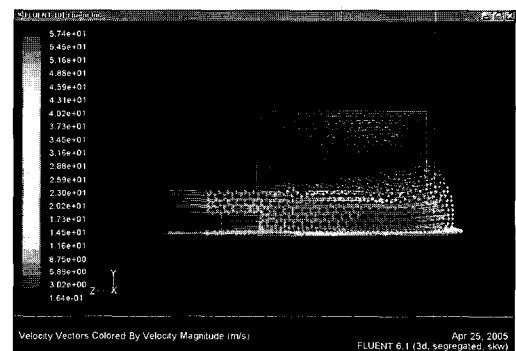


Fig. 11 Velocity in 3D chamber,  $k-\omega$

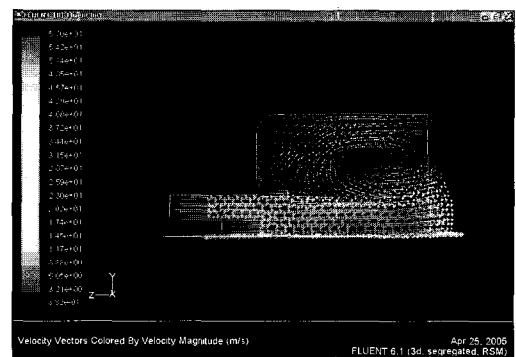


Fig. 12 Velocity in 3D chamber, Reynolds

Fig. 10~Fig. 13은  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , Reynolds stress, Spalart 모형을 사용한 속도벡터를 차례로 보여준다. 시뮬레이션에서는  $C_{1\epsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\epsilon} = 1.92$ ,  $C_{\mu} = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.3$ 을 사용하였다

$k-\omega$ 에서  $k$ 는 난류운동에너지,  $\omega$ 는 소산율(dissipation rate)이다. 난류모형에 따라 약간의 차이가 있는 것을 발견할 수 있다.

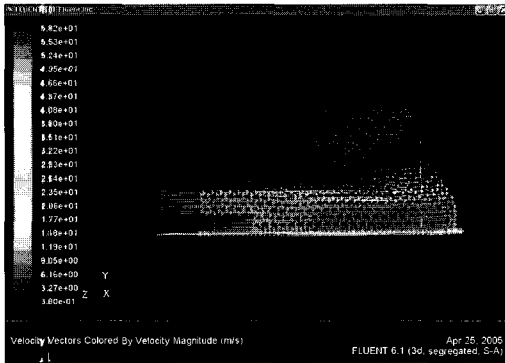


Fig. 13 Velocity in 3D chamber, Spalart

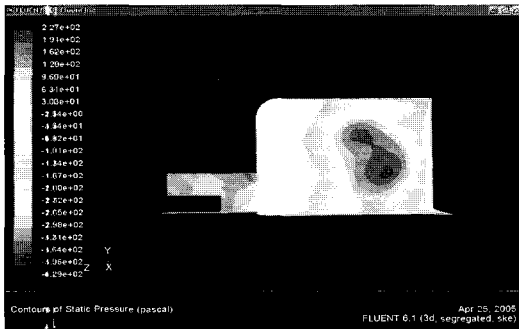


Fig. 14 Pressure in 3D chamber,  $k-\epsilon$

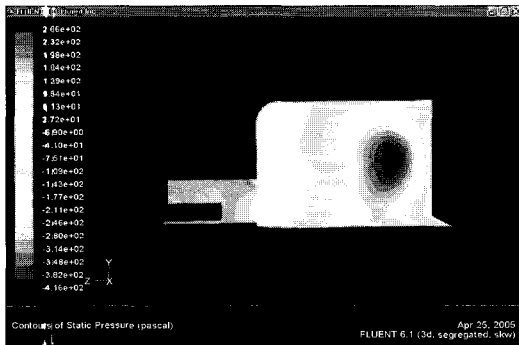


Fig. 15 Pressure in 3D chamber,  $k-\omega$

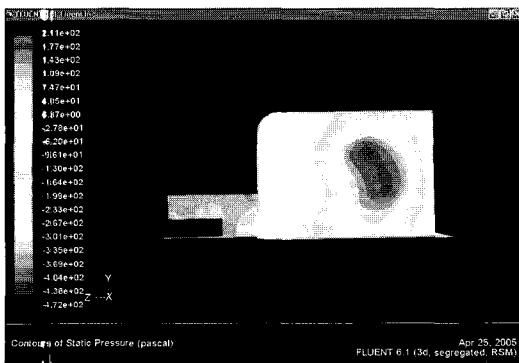


Fig. 16 Pressure in 3D chamber, Reynolds

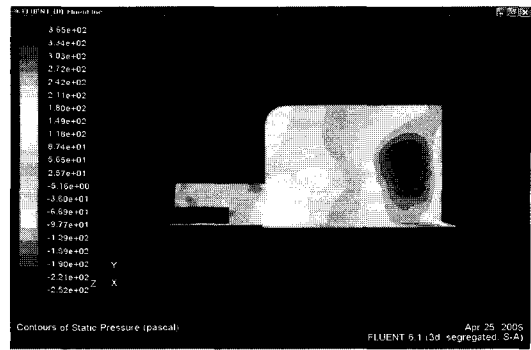


Fig. 17 Pressure in 3D chamber, Spalart

Fig. 14~Fig. 17는 Spalart-Allmaras,  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , Reynolds stress 모형에 대한 압력분포를 보여 주고 있다. 압력분포 역시 등고선을 보면 4개의 난류모형이 국소적으로 차이를 볼 수 있었다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 물체 (원, 평판, 마름모, 정사각형, 좌·우반원) 주위의 점성유동을  $k-\epsilon$  난류모형을 적용하여 해석하였다. 적용한 격자는 혼합격자 (hybrid grid)이다. 속도벡터, 압력분포, 반복계산에 의한 잔류치 등을 모사하였다. 유체역학적 연구를 위하여 서로 다른 6개의 물체에 대한 수치실험을 수행했으며 아울러 항력계수를 계산하였다. 상기의 2차원 검증을 토대로 3차원 연료 내부의 점성유동을 해석하였고, 난류모형은  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , Spalart-Allmaras, Reynolds stress이다. 본 수치 계산에서 얻은 결론은 박리와 역류가 매우 심한 원, 정사각형, 우측반원과 같은 2차원 물체를 해석하여 수렴하는 과정을 보여 주었다. 또한 문헌(White, 1986)에서의 항력 값과 비교가 가능하였다. 3차원 계산으로는 격자생성이 매우 복잡한 내부 유동에도 불구하고 쿠퍼 격자법, 부도해 격자법을 사용할 수 있었고 쓸기(sweep)를 이용하여 경사면(tilted face)을 생성하였다. 해석과정은 수치 발산의 어려움을 극복하고 시행착오를 거쳐  $k-\epsilon$  등 4개의 난류모형을 가지고 수렴된 해를 얻을 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Abbott I. H. and Doenhoff A. E. (1959), "Theory of Wing Sections", Dover, New York, Anderson
- [2] Ferziger J. H., Milovan Peric (1997), "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer
- [3] Hoerner S. F. (1965), "Fluid Dynamics Drag" published by the author, Midland Park, New Jersey
- [4] Launder, B. E. Spalding, D. B. (1972), "Lectures in Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London, England

- [5] Schlichting H. (1979), "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, New York
- [6] Spalart, P. Allmaras S. (1992), "A One Equation turbulence Model for Aerodynamics Flows", Technical Report AIAA-92-0439, American Institute of Aeronautics
- [7] Tannehill, D. A. and Pletcher R. H. (1984), "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere, New York
- [8] Wilcox, D. C.(1998), "Turbulence Modelling for CFD", DCW Industries Inc., La Canada, California
- [9] White, F. M. (1986), "Fluid Mechanics", 2nd edition, McGraw-Hill Book Company

---

원고접수일 : 2006년 4월 25일

원고채택일 : 2006년 6월 27일