

## 論文

## 비틀림 하중을 받는 복합재료 튜브형 접합부의 비선형 해석

오제훈<sup>\*,+</sup>Nonlinear Analysis of Adhesive Tubular Joints with Composite Adherends  
subject to TorsionJe Hoon Oh<sup>\*,+</sup>

## ABSTRACT

Since composite materials have anisotropic properties that depend on their stacking angle and sequence, the analysis of joints with isotropic adherends is limited in describing the behavior of the adhesive joint with composite adherends. In this study, the nonlinear solution for adhesive joints with composite adherends was derived by incorporating the nonlinear behavior of the adhesive into the analysis. The behavior of the laminated composite tube was first analyzed, and the stress distributions of the composite tubular adhesive joint were calculated by including the nonlinear properties of the adhesive. The effect of the stacking sequence of composite adherends and bonding length on torque capacities of joints was examined, and results of the nonlinear analysis were also compared with those of the linear analysis.

## 초 록

섬유강화 복합재료는 적층각도와 적층순서에 따라 이방성을 가지기 때문에, 복합재료가 튜브형 접합부의 피접착체로 사용될 경우 지금까지 많이 수행된 등방성 피접착체를 가지는 접합부에 대한 해석을 통하여 복합재료 접합부의 거동을 예측하는 것은 한계가 있다. 본 연구에서는 접착제의 비선형 거동을 고려하여 복합재료 피접착체를 가지는 튜브형 접합부에 대한 비선형 해석을 수행하였다. 먼저 적층 복합재료 튜브에 대한 해석을 수행하였고, 이를 바탕으로 튜브형 접합부에 대한 비선형 방정식을 유도하였으며, 접착층의 응력 분포 및 접합부의 토크전달능력을 계산하였다. 복합재료 튜브의 적층순서와 접착길이와 접착층의 응력 분포 및 토크전달능력에 어떤 영향을 미치는지 살펴보았으며, 또한 비선형 해석과 선형해석의 차이점을 비교하고 분석하였다.

**Key Words** : 접착 조인트(Adhesive joints), 복합재료 피접착체(Composite adherends), 비선형 거동(Nonlinear behavior), 적층 복합재료 튜브(Laminated composite tube)

## 1. 서 론

일반적으로 복합재료 구조물에서 접합부는 가장 취약한 부분이고, 구조의 건전성은 복합재료 구조 자체보다는 접합부에 의해 결정되기 때문에, 접합부의 설계는 매우 중요한 의미를 지닌다. 접합부에 사용되는 에폭시 접착제는 고무성분을 첨가

하여 인성을 강화시키며, 이로 인하여 접착제는 일반적으로 비선형 거동을 나타낸다. 그러나, 접합부에 관한 대부분의 해석은 접착제의 선형 탄성거동을 가정하였으며, 접착제의 비선형 거동을 고려한 해석해를 얻는 것은 일반적으로 쉽지 않다.

튜브형 접합부의 경우 Adam[1]가 선형 해석해를 구한 이후, 지금까지 많은 연구가 진행되어 왔다. Alwar와 Nagaraja는

\*+ 한양대학교 기계정보경영공학부, 교신저자(E-mail: jehoon@hanyang.ac.kr)

접착제의 점탄성 거동을 고려하였으며[2], Lee 등은 접착제의 두께와 피접착체의 표면 거칠기가 비틀림 피로수명에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다[3]. Lee와 Lee는 토크전달능력을 좀 더 정확하게 예측하기 위하여 접합부의 정적 파괴모형을 제안하였으며[4], 또한 제안된 파괴모형을 기반으로 튜브형 접합부의 최적설계를 수행하였다[5]. Choi와 Lee는 튜브형 접합부에 발생하는 응력 및 토크전달능력에 대한 실험적 연구를 수행하였으며, 접착제의 비선형 물성을 고려한 3차원 유한요소해석을 수행하고 실험결과와 비교하였다[6]. 단일 겹치기 뿐만 아니라 이중 겹치기 튜브형 접합부의 해석에도 접착제의 선형거동을 가정하여 유도되었으며[7], 정확한 토크전달능력의 예측을 위하여 선형 해석해를 기반으로 하고 접착제의 비선형 거동을 고려한 해석적 방법도 개발되었다[8-9].

지금까지 튜브형 접합부에 관한 대부분의 연구는 피접착체가 강철과 같은 등방성재료인 경우에 대하여 집중적으로 수행되어왔다. 하지만, 섬유강화 복합재료는 적층각도와 적층순서에 따라 이방성의 성질을 가지기 때문에, 등방성 피접착체를 가지는 접합부에 대한 해석은 복합재료 피접착체를 가지는 접합부의 거동을 정확하게 설명할 수 없다. 현재까지 복합재료 피접착체를 가지는 접합부의 응력분포를 계산하려는 몇몇 시도가 있었지만[10-12], 이러한 해석에서는 접착제의 선형 거동을 가정하였고, 복합재료 피접착체가 튜브형상임에도 불구하고 적층 평판이론으로부터 구한 물성을 피접착체에 적용하였다.

본 연구에서는, 접착제의 비선형 거동을 고려하여 비틀림 하중을 받는 복합재료 튜브형 접합부에 관한 비선형 해석을 수행하였다. 이를 위하여 복합재료 적층튜브의 거동을 먼저 살펴 보았으며, 복합재료 피접착체를 가지는 튜브형 접합부의 응력 분포 및 토크 전달능력을 계산하였다. 복합재료 피접착체를 직교 이방성(specially orthotropic), 모노클리닉(monoclinic), 앵글 플라이(angle-ply)로 가정하여 피접착체의 적층순서가 접착층에 발생하는 응력분포에 어떤 영향을 미치는지 조사하였다. 또한, 접착길이와 접합부의 토크전달능력과의 관계를 예측하였으며, 비선형 해석의 결과를 선형 해석을 통하여 얻은 결과와 비교분석 하였다.

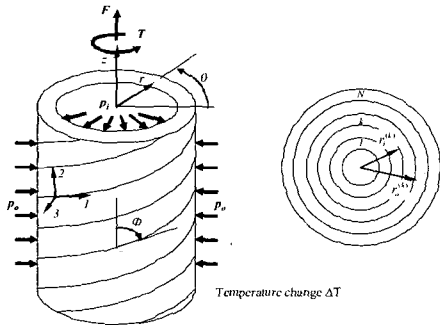


Fig. 1 Configuration of a laminated composite tube.

## 2. 적층 복합재료 튜브의 해석

Fig. 1은 비틀림 모멘트  $T$ , 축방향 하중  $F$ , 외부 압력  $P_o$ , 내부압력  $P_i$  및 온도변화  $\Delta T$ (경화온도와 상온과의 차이)를 받고 있으며  $N$ 개의 층을 가지는 복합재료 튜브를 보여준다. 축대칭 조건하에서 각 층의 평형 방정식을 원통형 좌표로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{1a}$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \tag{1b}$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \tag{1c}$$

섬유각도가  $\phi$ 인 직교 이방성 층의 구성방정식은 주축 (1, 2, 3)에 대한 강성행렬의 변환을 통하여 원통 좌표계 ( $r, \theta, z$ )로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_z - \varepsilon_z^T \\ \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^T \\ \varepsilon_r - \varepsilon_r^T \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{z\theta} - \gamma_{z\theta}^T \end{Bmatrix} \tag{2}$$

여기서  $\bar{C}_y$ 는 주축에 대한 강성행렬 요소  $C_y$ 와 섬유각도  $\phi$ 의 함수형태로 나타낼 수 있으며, 열 변형률도 주축방향의 열팽창계수와 섬유각도를 사용하여 표시할 수 있다.

원통 좌표계에서 변형률-변위 관계식은 반경방향 변위  $u$ , 원주방향 변위  $v$ , 축방향 변위  $w$ 로 나타낼 수 있으며, 튜브의 축방향 대칭성 때문에 모든 방향 변위는 각도  $\theta$ 에 대하여 독립적이다.

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \tag{3a}$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}, \gamma_{rz} = \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}, \gamma_{z\theta} = \frac{\partial v}{\partial z} \tag{3b}$$

각 층에서 식 (1)의 평형방정식을 식 (2)의 구성방정식 및 식 (3)의 변형률-변위 관계식과 결합하면, 축대칭 하중을 받고 있는 복합재료 적층 튜브의  $k$ 번째 ( $k=1, \dots, N$ ) 층에서의 변위를 계산할 수 있다[13].

$$u^{(k)}(r) = A_1^{(k)} r^{\lambda^{(k)}} + A_2^{(k)} r^{-\lambda^{(k)}} + \Gamma^{(k)} \varepsilon_z^{0(k)} r + \Omega^{(k)} \gamma^{0(k)} r^2 + \Psi^{(k)} r \Delta T \quad (4a)$$

$$v^{(k)}(r, z) = \gamma^{0(k)} r z \quad (4b)$$

$$w^{(k)}(z) = \varepsilon_z^{0(k)} z \quad (4c)$$

여기서  $\varepsilon_z^{0(k)}$ 와  $\gamma^{0(k)}$ 는 각각  $k$ 번째 층의 축방향 변형률과 단위길이당 비틀림 각도를 나타낸다.  $A_1^{(k)}$ ,  $A_2^{(k)}$ ,  $\varepsilon_z^{0(k)}$  및  $\gamma^{0(k)}$ 는 경계조건으로부터 결정되어지는 미지수이며,  $\lambda^{(k)}$ ,  $\Gamma^{(k)}$ ,  $\Omega^{(k)}$  및  $\Psi^{(k)}$ 는 식 (2)의 원통 좌표계로 변환된 강성행렬의 요소 및 열팽창계수의 함수이다.

각 층이 완전하게 접착되었다고 가정하면, 축방향 및 반경방향 변위를 포함한 모든 변위는 각 층별로 연속적이어야 하기 때문에, 축방향 변형률 및 단위길이당 비틀림 각도는 모든 층에서 상수이어야 한다.

$$\varepsilon_z^{0(k)} = \varepsilon_z^0 \quad (k=1, \dots, N) \quad (5a)$$

$$\gamma^{0(k)} = \gamma^0 \quad (k=1, \dots, N) \quad (5b)$$

따라서, 결정되어야 할 미지수는  $\varepsilon_z^0$ ,  $\gamma^0$ ,  $A_1^{(k)}$  및  $A_2^{(k)}$ 로 줄어들게 되며, 총 미지수의 개수는  $2N+2$ 가 되어 경계조건으로부터 유도된  $2N+2$ 개의 식을 동시에 풀어야 한다. 각 층의 경계면에서 반경방향 응력과 반경방향 변위는 연속이기 때문에, 다음과 같은 관계가 만족한다.

$$\sigma_r^{(k)} \Big|_{r=r_k} = \sigma_r^{(k+1)} \Big|_{r=r_k}, \quad u^{(k)} \Big|_{r=r_k} = u^{(k+1)} \Big|_{r=r_k} \quad (6)$$

$$(k=1, \dots, N-1)$$

위 식을  $N-1$ 개의 경계면에 적용하면  $2(N-1)$ 개의 식을 얻을 수 있다. 또한, 나머지 4개의 식은 다음과 같은 조건으로부터 얻어진다.

$$F = \int_{r_0}^{r_{N1}} 2\pi \sigma_z r dr = 2\pi \sum_{k=1}^N \int_{r_{k1}}^{r_{k2}} \sigma_z^{(k)} r dr \quad (7a)$$

$$T = \int_{r_0}^{r_{N1}} 2\pi \tau_{z\theta} r^2 dr = 2\pi \sum_{k=1}^N \int_{r_{k1}}^{r_{k2}} \tau_{z\theta}^{(k)} r^2 dr \quad (7b)$$

$$\sigma_r^{(1)}(r_1^{(1)}) = -p_1, \quad \sigma_r^{(N)}(r_N^{(N)}) = -p_0 \quad (7c)$$

미지수  $\varepsilon_z^0$ ,  $\gamma^0$ ,  $A_1^{(k)}$  및  $A_2^{(k)}$ 를 구한 후, 원통 좌표계에서 각 층의 변위, 변형률 및 응력은 각각 식 (4), 식 (3) 및 식 (2)로부터 계산할 수 있다.

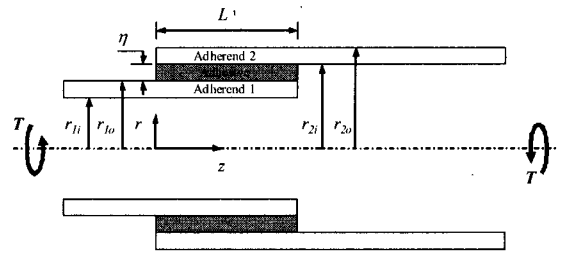


Fig. 2 Configuration of a tubular adhesive joint.

### 3. 복합재료 튜브형 접합부의 비선형 해석

Fig. 2는 피접착체가 복합재료 적층 튜브인 튜브형 접합부의 형상을 나타내며, 여기서 접착층은 피접착체에 비하여 상대적으로 얇고 낮은 강성을 가지고 있다고 가정된다. 튜브형 접합부에 토크  $T$ 가 적용되면 피접착체 1과 피접착체 2의 단면에는 각각 토크  $T_1$ 와  $T_2$ 가 발생하게 되고, 등방성 피접착체의 경우와는 달리 축방향 하중  $F_1$ ,  $F_2$  및 압력  $p_1$ ,  $p_2$ 가 각 피접착체에 발생한다. 각 하중에 대한 평형방정식은 다음과 같다.

$$T_1 + T_2 = T, \quad F_1 + F_2 = 0, \quad p_1 + p_2 = 0 \quad (8)$$

피접착체 1과 2의 축방향 ( $z$  방향) 토크 변화율, 하중 변화율 및 압력은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{dT_1}{dz} = -2\pi r_{10}^2 \tau_{r\theta}^a, \quad \frac{dT_2}{dz} = 2\pi r_{10}^2 \tau_{r\theta}^a \quad (9a)$$

$$\frac{dF_1}{dz} = -2\pi r_{10} r_{r2}^a, \quad \frac{dF_2}{dz} = 2\pi r_{10} r_{r2}^a \quad (9b)$$

$$p_1 = \sigma_r^a, \quad p_2 = -\sigma_r^a \quad (9c)$$

여기서  $r_{10}$ 는 피접착체 1의 바깥쪽 반경을 나타내고,  $\tau_{r\theta}^a$ ,  $\tau_{r\theta}^a$ 과  $\sigma_r^a$ 는 각각  $r=r_{10}$ 에서 접착제의 전단응력과 반경방향 응력을 나타낸다. 접착제는 접착층의 두께 방향에 대해서도 비선형 거동을 하기 때문에, 접착층에서 접착제와 피접착체에 대한 기하학적 적합성으로부터 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$\int_{r_{10}}^{r_{21}} \gamma_{r\theta}^{ar}(r) \Big|_{z+z} dr - \int_{r_{10}}^{r_{21}} \gamma_{r\theta}^{ar}(r) \Big|_z dr = (\gamma_{\theta z}^{2i} - \gamma_{\theta z}^{10}) dz \quad (10a)$$

$$\int_{r_{10}}^{r_{21}} \gamma_{r2}^{ar}(r) \Big|_{z+z} dr - \int_{r_{10}}^{r_{21}} \gamma_{r2}^{ar}(r) \Big|_z dr = (\varepsilon_z^{2i} - \varepsilon_z^{10}) dz \quad (10b)$$

여기서  $\gamma_{r\theta}^{\theta}$ ,  $\gamma_{\theta z}^{1\theta}$  과  $\gamma_{\theta z}^{2\theta}$  는 각각 접착제의  $r\theta$  방향 전단변형률,  $r=r_{1o}$  에서 피접착체 1의  $\theta z$  방향 전단변형률,  $r=r_{2i}$  에서 피접착체 2의  $\theta z$  방향 전단변형률을 나타낸다. 또한,  $\gamma_{rz}^{\theta}$  는 접착제의  $rz$  방향 전단변형률을 나타내고,  $\varepsilon_z^{1\theta}$  과  $\varepsilon_z^{2\theta}$  는 각각  $r=r_{1o}$  에서 피접착체 1의 축방향 변형률과  $r=r_{2i}$  에서 피접착체 2의 축방향 변형률을 나타낸다.

식 (10)의 적분형태를 간단하게 나타내기 위하여, 무차원 가중치  $w_{r\theta}$  과  $w_z$  를 도입할 수 있다.

$$\int_{r_{1o}}^{r_{2i}} \gamma_{r\theta}^{\theta}(r) dr = w_{r\theta} \gamma_{r\theta}^{\theta} \eta \quad (11a)$$

$$\int_{r_{1o}}^{r_{2i}} \gamma_{rz}^{\theta}(r) dr = w_z \gamma_{rz}^{\theta} \eta \quad (11b)$$

$$\int_{r_{1o}}^{r_{2i}} \gamma_{r\theta}^{\theta}(r) dz \approx (w_{r\theta} \gamma_{r\theta}^{\theta} + w_{r\theta} d\gamma_{r\theta}^{\theta} + \gamma_{r\theta}^{\theta} dw_{r\theta}) \cdot \eta \quad (11c)$$

$$\int_{r_{1o}}^{r_{2i}} \gamma_{rz}^{\theta}(r) dz \approx (w_z \gamma_{rz}^{\theta} + w_z d\gamma_{rz}^{\theta} + \gamma_{rz}^{\theta} dw_z) \cdot \eta \quad (11d)$$

여기서  $\gamma_{r\theta}^{\theta}$  과  $\gamma_{rz}^{\theta}$  는 각각  $r=r_{1o}$  에서 접착제의  $r\theta$  및  $\theta z$  방향 전단변형률을 나타내며,  $\eta$  는 접착층의 두께를 나타낸다. 또한, 원통 좌표계에서 변형률의 기하학적 적합성으로부터 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 \varepsilon_z^{\theta}}{dz^2} = 0 \quad (12)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하고, 식 (9)에 있는 앞 두식을  $z$ 에 대하여 미분하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\frac{d^2 T_2}{dz^2} = 2\pi r_{1o}^2 \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} \left( \frac{\gamma_{\theta z}^{2\theta} - \gamma_{\theta z}^{1\theta}}{w_{r\theta} \eta} - \frac{dw_{r\theta}}{dz} \frac{\gamma_{r\theta}^{\theta}}{w_{r\theta}} \right) \quad (13a)$$

$$\frac{d^2 F_2}{dz^2} = 2\pi r_{1o} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} \left( \frac{\varepsilon_z^{2\theta} - \varepsilon_z^{1\theta}}{w_z \eta} - \frac{dw_z}{dz} \frac{\gamma_{rz}^{\theta}}{w_z} \right) \quad (13b)$$

여기서  $f(\gamma^{\theta})$  는 접착제의 전단변형률의 함수로 나타낸 접착제의 전단응력을 나타낸다.

복합재료 튜브형 피접착체의 변형률은 토크 뿐만 아니라, 축방향 하중 및 압력으로부터도 발생될 수 있기 때문에, 총 변형률은 토크에 의한 변형률, 축방향 하중에 의한 변형률, 압력에 의한 변형률의 합으로 표현될 수 있다.

$$\gamma_{\theta z}^{2\theta} = (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_T \cdot T_2 + (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_F \cdot F_2 + (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_p \cdot P_2 \quad (14a)$$

$$\gamma_{\theta z}^{1\theta} = (\gamma_{\theta z}^{1\theta})_T \cdot T_1 + (\gamma_{\theta z}^{1\theta})_F \cdot F_1 + (\gamma_{\theta z}^{1\theta})_p \cdot P_1 \quad (14b)$$

$$\varepsilon_z^{2\theta} = (\varepsilon_z^{2\theta})_T \cdot T_2 + (\varepsilon_z^{2\theta})_F \cdot F_2 + (\varepsilon_z^{2\theta})_p \cdot P_2 \quad (14c)$$

$$\varepsilon_z^{1\theta} = (\varepsilon_z^{1\theta})_T \cdot T_1 + (\varepsilon_z^{1\theta})_F \cdot F_1 + (\varepsilon_z^{1\theta})_p \cdot P_1 \quad (14d)$$

여기서  $(\gamma_{\theta z})_T$ ,  $(\gamma_{\theta z})_F$ ,  $(\gamma_{\theta z})_p$  및  $(\varepsilon_z)_T$ ,  $(\varepsilon_z)_F$ ,  $(\varepsilon_z)_p$  는 각각  $r=r_{1o}$  및  $r=r_{2i}$  에서 단위 토크, 단위 축방향 하중, 단위 압력에 의하여 복합재료 피접착체에 발생하는 전단변형률과 축방향 변형률을 나타낸다.

식 (12)-(14)를 통하여, 접착제의 비선형 거동이 포함된 2차 연립 상미분 방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d^2 T_2}{dz^2} = \{A_1(\gamma_{r\theta}^{\theta}) + A_2(\gamma_{rz}^{\theta})\} T_2 + \{B_1(\gamma_{r\theta}^{\theta}) + B_2(\gamma_{rz}^{\theta})\} F_2 + \{\Gamma_1(\gamma_{r\theta}^{\theta}) + \Gamma_2(\gamma_{rz}^{\theta})\} P_2 + \Delta_1(\gamma_{r\theta}^{\theta}) \quad (15a)$$

$$\frac{d^2 F_2}{dz^2} = \{A_3(\gamma_{r\theta}^{\theta}) + A_4(\gamma_{rz}^{\theta})\} T_2 + \{B_3(\gamma_{r\theta}^{\theta}) + B_4(\gamma_{rz}^{\theta})\} F_2 + \{\Gamma_3(\gamma_{r\theta}^{\theta}) + \Gamma_4(\gamma_{rz}^{\theta})\} P_2 + \Delta_2(\gamma_{rz}^{\theta}) \quad (15b)$$

$$P_2 = E_1(\varepsilon_z^{\theta})z + E_2(\varepsilon_z^{\theta}) \quad (15c)$$

여기서

$$A_1 = \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta} \eta} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_T, A_2 = \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta} \eta} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_T$$

$$A_3 = \frac{2\pi r_{1o}}{w_z \eta} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} (\varepsilon_z^{1\theta})_T, A_4 = \frac{2\pi r_{1o}}{w_z \eta} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} (\varepsilon_z^{2\theta})_T$$

$$B_1 = \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta} \eta} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} (\gamma_{\theta z}^{1\theta})_F, B_2 = \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta} \eta} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_F$$

$$B_3 = \frac{2\pi r_{1o}}{w_z \eta} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} (\varepsilon_z^{1\theta})_F, B_4 = \frac{2\pi r_{1o}}{w_z \eta} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} (\varepsilon_z^{2\theta})_F$$

$$\Gamma_1 = \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta} \eta} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} (\gamma_{\theta z}^{1\theta})_p, \Gamma_2 = \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta} \eta} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} (\gamma_{\theta z}^{2\theta})_p$$

$$\Gamma_3 = \frac{2\pi r_{1o}}{w_z \eta} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} (\varepsilon_z^{1\theta})_p, \Gamma_4 = \frac{2\pi r_{1o}}{w_z \eta} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} (\varepsilon_z^{2\theta})_p$$

$$\Delta_1 = - \left( A_1 T + \frac{2\pi r_{1o}^2}{w_{r\theta}} \frac{df(\gamma_{r\theta}^{\theta})}{d\gamma_{r\theta}^{\theta}} \frac{dw_{r\theta}}{dz} \frac{\gamma_{r\theta}^{\theta}}{w_{r\theta}} \right)$$

$$\Delta_2 = - \left( A_3 T + \frac{2\pi r_{1o}}{w_z} \frac{df(\gamma_{rz}^{\theta})}{d\gamma_{rz}^{\theta}} \frac{dw_z}{dz} \frac{\gamma_{rz}^{\theta}}{w_z} \right)$$

Table 1 Material properties of adhesive and adherends

	Adhesive		Adherend	
	Epoxy	Steel	Carbon/Epoxy	
$E_1$ (GPa)	1.30	200	128	
$E_2 = E_3$ (GPa)	1.30	200	10	
$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	0.46	76.9	4.49	
$G_{23}$ (GPa)	0.46	76.9	3.58	
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.41	0.30	0.28	
$\nu_{23}$	0.41	0.30	0.47	
$\tau_f^0$ (GPa)	30.0	-	-	
$\gamma_{limit}^0$	0.4	-	-	
$t_{ply}$ (mm)	-	-	0.15	

각 단위하중에 의한 복합재료 피접착체에서의 각 변형률은 2장에서 설명한 복합재료 튜브의 해석으로부터 구할 수 있다. 양쪽 끝단 경계조건은 다음과 같다.

$$T_2 = 0, F_2 = 0 \text{ and } \frac{dF_2}{dz} = 0 \text{ at } z = 0 \tag{16a}$$

$$T_2 = T, F_2 = 0 \text{ and } \frac{dF_2}{dz} = 0 \text{ at } z = L \tag{16b}$$

위의 경계치 문제를 풀기 위하여 4차 Runge-Kutta법과 사격법을 사용하였다. 식 (15)로부터 피접착체 2에 작용하는 토크, 축방향 하중 및 압력분포를 구한 후, 접착제의 반경방향응력 및 전단응력 분포는 식 (9)로부터 얻을 수 있다. 식 (15)에서  $F_2 = P_2 = 0$ 인 경우, 등방성 피접착체를 가지는 튜브형 접합부의 비선형 방정식이 되기 때문에, 본 연구에서 개발한 비선형 해석식은 복합재료 피접착체 뿐만 아니라 등방성 피접착체를 가지는 접합부에도 적용할 수 있으며, 등방성 피접착체에만 적용 가능한 기존 비선형 해석식[8-9]에 비하여 더 일반적인 방법이라 할 수 있다.

### 4. 결과 및 분석

접합부의 비선형 해석을 위하여 먼저 접착제의 비선형 거동을 파악해야 한다. 접착제의 비선형 거동은 다음과 같이 2매개변수 지수 근사식을 사용할 수 있다 [8-9].

$$\tau = f(\gamma) = \tau_f^0 (1 - e^{-G/\tau_f^0 \gamma}) \tag{17}$$

여기서  $\tau_f^0$ 와  $G$ 는 각각 접착제의 전단강도와 초기 전단 강성을 나타낸다. Table 1에 해석에 사용된 접착제, 강철 피접착체, 탄소섬유/에폭시 복합재 피접착체의 물성을 나타내었다.

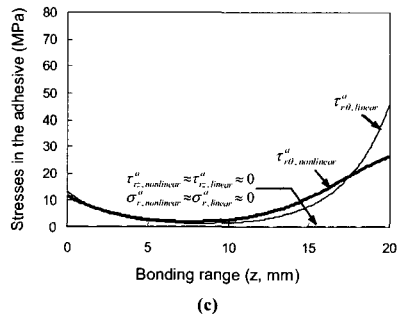
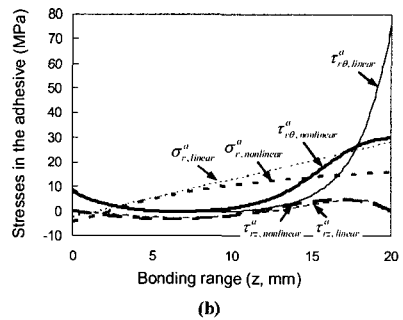
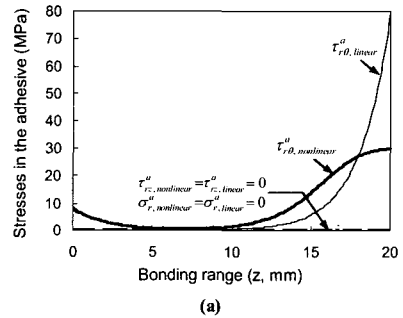


Fig. 3 Stress components in the adhesive (applied torque  $T = 235$  Nm): (a)  $[0]_{20}$ , (b)  $[15]_{20}$ , (c)  $[\pm 15]_{10}$ .

접착제의 비선형 거동이 접착층의 응력분포에 미치는 영향을 조사하기 위하여 피접착체에서는 파괴가 발생하지 않고, 접착제는 최대 전단변형을 파손이론을 따른다고 가정하였다. 또한, 본 해석에서는 강철-탄소섬유/에폭시 복합재료 접합부가 가정되었으며, 내부에 위치한 강철 피접착체의 안쪽 반경과 바깥쪽 반경은 각각 11.9 mm와 14.9 mm, 그리고 외부에 위치한 복합재료 피접착체의 반경은 각각 15.0 mm와 18.0 mm로 설정하였다. 접착층의 두께와 접착길이는 각각 0.1 mm와 20 mm로 고정하였다.

Fig. 3은 235 Nm의 외부 토크가 작용할 때 복합재료의 적층 각도가  $\phi = 0, 15$  (일방향)와  $\pm 15$  (앵글 플라이)인 경우에 대한 접착제의 반경방향응력  $\sigma_r^0$  및 전단응력  $\tau_{r\theta}^0$ 과  $\tau_{rz}^0$ 의 분포를

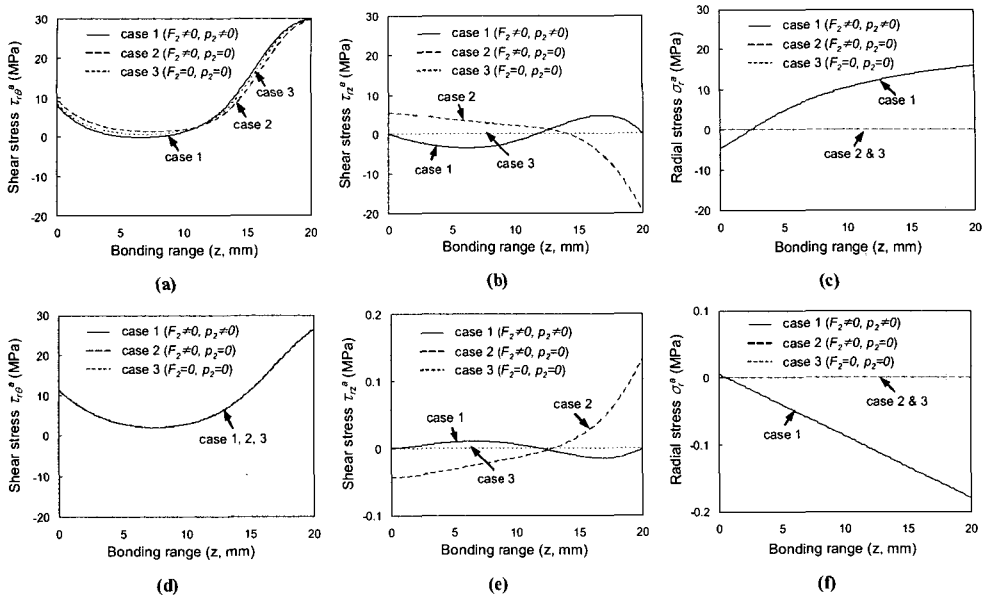


Fig. 4 Comparison of stress components in the adhesive between the three different cases of analysis (applied torque T = 235 Nm): (a)-(c) [15]<sub>20</sub>, (d)-(f) [±15]<sub>10</sub>.

나타낸다.  $\tau_{r\theta}^a$ 의 경우 적층각도에 관계없이 접착제의 끝단에서 큰 응력집중이 발생하였으며, 또한 접착제의 비선형 거동이 고려된 경우 응력집중이 많이 완화됨을 알 수 있었다. 응력의 크기가 증가할수록 선형해석과 비선형 해석의 차이는 증가하였다.

복합재료 피접착체의 적층각도가  $[0]_{20}$ 인 경우,  $[0]_{20}$ 는 직교이방성의 성질을 가지기 때문에 반경방향응력  $\sigma_r^a$  및 전단응력  $\tau_{rz}^a$ 의 값은 존재하지 않았다. 하지만, 적층각도가  $[15]_{20}$ 인 경우는 재료 물성 대칭면이 하나만 존재하는 모노클리닉(monoclinic)이기 때문에 상대적으로 큰  $\sigma_r^a$ 과  $\tau_{rz}^a$ 가 발생하게 된다.  $\sigma_r^a$ 은 접착제의 비선형 거동으로 인하여 접착제의 끝단에서 감소하지만,  $\tau_{rz}^a$ 는 값이 작아 비선형 해석과 선형해석의 차이는 거의 없었다. Fig. 3(c)에서 보는 것과 같이 적층각도가  $[\pm 15]_{10}$ 인 경우 선형해석과 비선형 해석에서 모두  $\sigma_r^a$ 과  $\tau_{rz}^a$ 는  $\tau_{r\theta}^a$ 에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작은 값을 가짐을 알 수 있었다.

앞에서 보는 바와 같이 적층각도가 앵글 플라이인 경우 복합재료 피접착체에 작용하는 축방향 힘과 반경방향 압력은 무시할 수 있기 때문에, 모노클리닉 피접착체와 앵글 플라이 피접착체의 경우 접착체 응력 분포를 다음과 같이 세가지 경우

에 대하여 계산하고 비교하여 Fig. 4에 나타내었다. (1) 축방향 하중과 반경방향 압력을 모두 고려한 경우 ( $F_2 \neq 0, P_2 \neq 0$ ) (2) 축방향 하중만 고려한 경우 ( $F_2 \neq 0, P_2 = 0$ ) (3) 축방향 하중과 반경방향 압력 모두 고려하지 않은 경우 ( $F_2 = 0, P_2 = 0$ ). 모토클리닉 피접착체 ([15]<sub>20</sub>)의 경우 전단응력  $\tau_{r\theta}^a$ 를 제외한 나머지 응력은 각 경우별로 큰 차이를 나타냈으나, 앵글 플라이 피접착체 ([±15]<sub>20</sub>)의 경우 각 경우별 차이는 거의 없었다 (Fig. 4(e)-(f)의 응력범위 유의). 하지만, 피접착체로서 앵글 플라이 복합재료 뿐만 아니라 모노클리닉 복합재료도 사용될 수 있기 때문에, 좀 더 정확한 예측을 위하여 축방향 하중과 반경방향 응력을 모두 비선형 해석에 포함시켜야 한다.

Fig. 5는 접착제에 발생하는 최대 전단변형률에 따른 튜브형 접합부의 토크전달특성을 나타내고 있다. 토크전달특성은 최대 전단변형률에 대하여 비선형 특성을 나타내며, 대부분의 하중전달은 접착제의 비선형 거동에 의하여 설명됨을 알 수 있었다. 낮은 토크 영역에서는 선형해석과 비선형 해석의 차이가 거의 없었지만, 토크의 크기가 증가할수록 선형해석과 비선형 해석의 차이는 증가하였다. 따라서 정확한 토크전달능력을 예측하기 위하여 접착체의 비선형 거동이 토크전달능력에 미치는 영향은 반드시 고려되어야 한다.

Fig. 6은 복합재료의 적층각도가 ([±15]<sub>20</sub>)인 경우 작용 토크의 증가에 따른 강철-복합재료 튜브형 접합부의 접착체에 작용하는 응력분포를 보여준다. 작용 토크가 증가할수록 응력의 값도 증가하며, 응력이 커질수록 접착체의 비선형 거동에

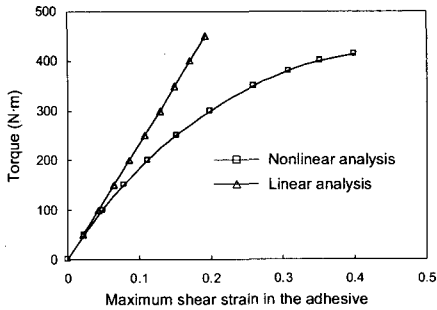


Fig. 5 Variation of torque capabilities with maximum shear strain in the adhesive (stacking sequence:  $[\pm 15]_{10}$ ).

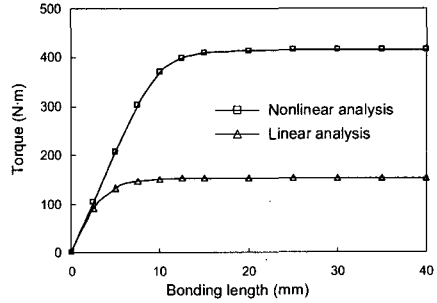


Fig. 7 Predicted torque capabilities with bonding length (stacking sequence:  $[\pm 15]_{10}$ ).

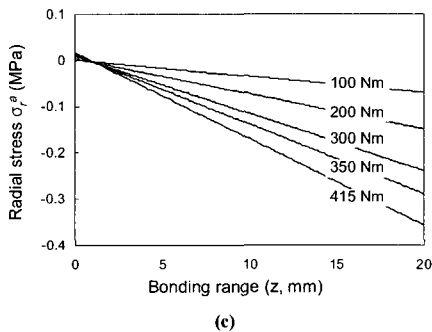
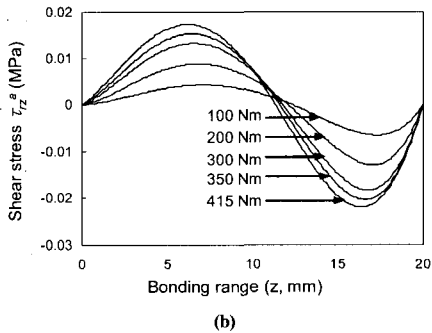
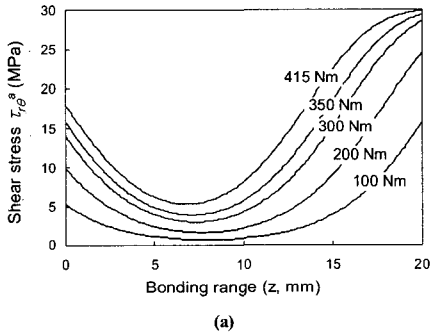


Fig. 6 Stress distributions in the adhesive for various torques (stacking sequence:  $[\pm 15]_{10}$ ): (a)  $\tau_{r\theta}^a$ , (b)  $\tau_{rz}^a$ , and (c)  $\sigma_r^a$ .

의하여 응력이 완화되었다. 파손토크에서도 반경방향응력  $\sigma_r^a$  과 전단응력  $\tau_{rz}^a$  는 전단응력  $\tau_{r\theta}^a$  에 비하여 무시할 만큼 작은 값을 가짐을 알 수 있었다.

접착길이에 따른 접합부의 토크전달능력을 예측하여 Fig. 7에 나타내었다. 접착길이가 증가함에 따라 토크전달능력은 증가하다가 접착길이가 20 mm 이상이 되면 더 이상 증가하지 않고 포화되었으며, 선형해석은 비선형 해석에 비해 낮은 토크전달능력을 예측하였다.

### 5. 결론

복합재료 피접착체를 가지는 비틀림 하중하의 튜브형 접합부에 대한 비선형 해를 복합재료 튜브에 대한 해석과 튜브형 접합부에 대한 해석을 통하여 유도하였으며, 접착제의 비선형 거동을 고려하여 접착층의 응력분포와 토크전달능력을 살펴보았다.

해석결과를 통하여 선형해석에서 발생하는 접착부 양쪽 끝단의 응력집중은 접착제의 비선형 거동으로 인하여 많이 완화되며, 선형해석은 접합부의 토크전달능력을 실제보다 낮게 예측함을 알 수 있었다. 모노클리닉 피접착체의 경우 반경방향 응력과 rz 방향 전단응력이 상대적으로 크게 발생하였으나, 직교 이방성이나 앵글 플라이 피접착체의 경우에 이 응력들은 무시할 수 있었으며, 또한 접착길이가 증가함에 따라 토크전달능력은 포화되었다.

본 연구에서 제안한 방법을 사용하면 튜브형 접합부의 접착층 응력분포와 토크전달능력이 매우 빠른 시간에 계산될 수 있기 때문에, 복합재료를 피접착체로 하는 튜브형 접합부의 설계에 실시간 형태로 적용될 수 있을 것이다.

### 참고문헌

1) Adams, R.D., and Peppiatt, N.A., "Stress Analysis of Adhesive Bonded Tubular Lap Joints," *J. Adhesion*, Vol. 9,

- 1977, pp. 1-18.
- 2) Alwar, R.S., and Nagaraja, Y.R., "Viscoelastic Analysis of an Adhesive Tubular Joint," *J. Adhesion*, Vol. 8, 1976, pp. 79-92.
  - 3) Lee, D.G., Kim, K.S., and Lim, Y.T., "An Experimental Study of Fatigue Strength for Adhesively Bonded Tubular Single Lap Joints," *J. Adhesion*, Vol. 35, 1991, pp. 39-53.
  - 4) Lee, S.J., and Lee, D.G., "Development of a Failure Model for the Adhesively Bonded Tubular Single Lap Joint," *J. Adhesion*, Vol. 40, 1992, pp. 1-14.
  - 5) Lee, S.J., and Lee, D.G., "Optimal Design of the Adhesively Bonded Tubular Single Lap Joint," *J. Adhesion*, Vol. 50, 1995, pp. 165-180.
  - 6) Choi, J.H., and Lee, D.G., "The Torque Transmission Capabilities of the Adhesively Bonded Tubular single Lap Joint and the Double Lap Joint," *J. Adhesion*, Vol. 44, 1994, pp. 197-212.
  - 7) Lee, S.J., and Lee, D.G., "A Closed-form Solution for the Torque Transmission Capability of the Adhesively Bonded Tubular Double Lap Joint," *J. Adhesion*, Vol. 44, 1994, pp. 271-284.
  - 8) Lee, S.J., and Lee, D.G., "An Iterative Solution for the Torque Transmission Capability of Adhesively Bonded Tubular Single Lap Joints with Nonlinear Shear Properties," *J. Adhesion*, Vol. 53, 1995, pp. 217-227.
  - 9) Lee, D.G., and Oh, J.H., "Nonlinear Analysis of the Torque Transmission Capability of Adhesively Bonded Tubular Lap Joints," *J. Adhesion*, Vol. 71, 1999, pp. 81-106.
  - 10) Thomsen, O.T., and Kildegaard, A., "Analysis of Adhesive Bonded Generally Orthotropic Circular Shells," *Proceedings of the Fourth European Conference of Composite Materials*, Stuttgart, Germany, 1990, pp. 723-729.
  - 11) Chon, C.T., "Analysis of Tubular Lap Joint in Torsion," *J. Composite Materials*, Vol. 16, 1982, pp. 268-284.
  - 12) El-hady, F.A., and Kandil, N., "Optimization of Tubular Double Lap Joint Configuration," *Polymer Composites*, Vol. 23, 2002, pp. 934-941.
  - 13) Herakovich, C.T., *Mechanics of Fibrous Composites*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.