

대칭형 강 사장교의 폐합해석과 시공오차의 예측

Closing Analysis of Symmetric Steel Cable-stayed Bridges and Estimation of Construction Error

이민권* · 이해성**

Lee, Min Kwon · Lee, Hae Sung

Abstract

This paper presents the closing analysis of a symmetric steel cable-stayed bridge erected by a free cantilever method. Two independent structural systems are formed before the closing procedure of a bridge is performed, and thus the compatibility conditions for vertical displacement and rotational angle are not satisfied at the closing section without the application of proper sectional forces. Since, however, it is usually impossible to apply sectional forces at the closing section, the compatibility conditions should be satisfied by proper external forces that can be actually applicable to a bridge. Unstrained lengths of selected cables and the pull-up force of a derrick crane are adjusted to satisfy nonlinear compatibility conditions, which are solved iteratively by the Newton-Raphson method. Cable members are modeled by the elastic catenary cable elements, and towers and main girders are discretized by linear 3-D frame elements. The sensitivities of displacement with respect to the unstrained lengths of selected cables and the pull-up force of the derrick crane are evaluated by the direct differentiation of the equilibrium equation. A Monte-Carlo simulation approach is proposed to estimate expected construction errors for a given confidence level. The proposed method is applied to the second Jindo Grand Bridge to demonstrate its validity and effectiveness.

Keywords : Symmetric steel cable-stayed bridge, Closing analysis, Compatibility condition, Newton-Raphson method, Sensitivity of displacement, Equilibrium equation, Monte-Carlo simulation

요 약

이 논문에서는 캔틸레버 공법으로 시공되는 대칭형 강 사장교의 폐합해석법을 제안한다. 폐합시공 전에는 폐합단면 양쪽에서 두개의 독립적인 구조계가 성립되기 때문에 폐합단면에 적절한 단면력을 가해 주어야만 폐합단면에서 수직 처짐과 회전각에 대한 적합조건을 만족시킬 수 있다. 그러나 실제 시공에서는 폐합단면에 단면력을 재하하는 것이 거의 불가능하기 때문에 시공 중에 실제로 교량에 재하할 수 있는 외력에 의하여 적합조건을 만족시켜야 한다. 이 논문에서는 몇 개 케이블의 무응력 길이와 데릭 크레인의 인양력을 조정하여 적합조건을 만족시킬 수 있는 해석 방법을 제안한다. 적합조건식은 케이블의 무응력 길이와 크레인 인양력에 대하여 비선형이므로 Newton-Raphson 방법에 의하여 반복적으로 푼다. 케이블 부재는 탄성현수선 요소를 사용하여 모델링하였고, 주탑과 거더는 일반적인 3차원 뼈대요소를 사용하여 이산화하였다. 교량의 케이블 무응력 길이와 인양력에 대한 변위 민감도는 평형방정식을 직접 미분하여 계산하였다. 주어진 신뢰도 구간에서 시공 오차를 예측하기 위한 몬테-카를로 모사법을 제안하였다. 제안된 방법을 제 2 진도대교의 폐합시공에 적용하여 그 타당성과 효율성을 검증하였다.

핵심용어 : 대칭형 강 사장교, 폐합해석, 적합조건, Newton-Raphson 방법, 변위 민감도, 평형방정식, 몬테-카를로 모사

1. 서 론

케이블 지지 교량은 일반적으로 여타 형식의 교량에 비하여 세장한 구조물이고 복잡한 비선형 거동을 하기 때문에 각 시공 단계에 따른 정밀한 구조 해석이 설계와 시공 단계에서 필요하다. 케이블 지지 교량의 설계 단계에서는 일반적인 뼈대 구조물에서 필요하지 않는 초기평형상태 해석(Wang 등, 1993; 김제춘 등, 1999; Kim 등, 2001; 김제춘 등, 2002) 및 시공단계별 해석(김호경, 1993; 이명재, 1998;

김제춘 등, 2000) 그리고 폐합단계해석을 수행하여야 한다. 초기평형상태해석은 사하중 상태에서 케이블 지지 교량의 초기 형상을 결정하는 문제이며, 시공 단계별 해석은 시공 단계에 따라 구조계가 변하기 때문에 수행하는 해석이다. 폐합 단계 해석은 시공단계별 해석의 최종 단계로서 캔틸레버 공법으로 시공되는 케이블 지지 교량의 폐합시공시에 필요한 해석 과정이다. 폐합시공은 두개의 독립된 구조계를 연결하여 하나의 구조계를 구성하는 과정이기 때문에 정밀한 구조 해석에 기초하여 수행하여야 만이 불필요한 외력의 도입을

*제일엔지니어링 · 전 서울대학교 지구환경시스템공학부 대학원 학생(E-mail: mklee99@cheileng.com)

**교신저자 · 정희원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수(E-mail: chslee@plaza.snu.ac.kr)

방지할 수 있고, 폐합 후 설계 목표 형상을 정확히 만족시킬 수 있다. 케이블 지지 교량의 초기평형상태 해석과 시공 단계별 해석은 국내외의 여러 연구자에 의하여 비교적 많은 연구가 수행되었으나, 폐합해석에 대한 연구는 발표된 사례를 찾기가 어려울 정도이다. 이 논문에서는 대칭형 사장교의 폐합단계 해석법을 제안한다.

캔틸레버 공법으로 시공되는 사장교는 중앙부에서 거더가 폐합되기 전에는 주탑을 중심으로 두개의 독립적인 구조계가 구성되어 폐합단면에서 단면력이 존재하지 않기 때문에 양쪽 구조물의 폐합단면에서 처짐과 회전각에 대한 적합조건이 만족되지 않는다. 두개의 독립적인 구조계의 연결부에서 적합조건을 만족시키기 위하여는 적합조건을 만족시키고 있는 완성계에서 작용하고 있는 폐합단면의 단면력을 양측 구조물의 폐합단면에 재하하여야 한다. 그러나, 실제 시공단계에서 폐합단면에 휨 모멘트와 전단력과 같은 단면력을 외력으로서 재하하는 것은 불가능하기 때문에 시공 중에 재하할 수 있는 외력에 의하여 적합조건을 만족시켜야 한다. 사장교의 폐합시공을 위하여 양쪽 구조물의 처짐과 회전각을 일치시킬 수 있는 외력을 구하는 과정을 사장교의 폐합해석으로 정의한다.

실제 시공 중에 폐합단면에서의 양쪽 구조계의 처짐을 조정할 수 있는 외력으로는 최종 키 세그먼트를 인양하는 데릭 크레인의 인양력이 있다. 그러나 데릭 크레인의 인양력만을 조정하여서 폐합단면에서 양쪽 구조물의 회전각까지 일치시키는 것은 조건식이 부족하기 때문에 불가능하다. 폐합단면에서 처짐과 회전각에 대한 적합조건을 동시에 만족시키기 위하여는 양쪽 구조물의 변위장을 조정할 수 있는 추가의 외력이 필요하다. 이 연구에서는 폐합단면의 처짐에 가장 큰 영향을 미치는 중앙경간 외측 사장케이블의 장력을 추가의 외력으로 고려한다. 즉, 폐합단면에서 처짐과 회전각에 대한 적합조건을 정확히 만족시키는 데릭 크레인의 인양력과 중앙경간 사장 케이블의 무응력 길이를 폐합단계 해석에서 계산한다.

이 연구에서는 폐합단계 시공에서 필요한 데릭 크레인의 인양력과 중앙경간 사장 케이블의 장력을 계산하기 위하여 폐합단면의 양쪽 구조물의 처짐과 회전각이 같다는 적합조건을 사용한다. 양쪽 구조물의 폐합단면에서의 수직 처짐은 정확히 일치하여야 하며, 회전각에 대하여는 어느 정도의 시공오차를 허용한다. 케이블 지지 구조물은 케이블 부재가 비선형 거동을 하기 때문에 구조물 전체가 비선형 시스템을 이루게 되어 비선형 적합조건식이 유도된다. 비선형 적합조건식을 Newton-Raphson 방법에 의하여 반복적으로 풀며, 증분형 적합조건식을 유도하기 위하여 필요한 변위 민감도는 평형방정식을 직접 미분하여 계산한다(정광섭 등, 1997). 케이블 부재의 강성도 행렬은 탄성 현수선 케이블 요소를 사용하여 모델링하고 뼈대 부재는 선형 탄성 요소를 사용하여 모델링한다(안상섭, 1991).

사장교와 같은 장대 케이블 지지 구조물의 실제 시공에서는 설계시 고려하지 못하였던 현장 상황, 온도 변화, 시하중의 불확실성 및 각 부재의 제작오차 등으로 인하여 시공오차가 필연적으로 발생할 수 밖에 없다. 이 논문에서 제안한 폐합해석에 기초하여 정밀한 폐합시공을 수행하더라도 구조

계의 불확실성으로 인하여 실제 시공에서는 폐합오차가 발생할 수 있다. 따라서 폐합시공을 수행하기 전에 실제 폐합 단계에 발생할 수 있는 시공오차의 범위를 예측하여 오차를 보정할 수 있는 방법을 미리 준비하는 것이 정밀 시공을 위하여 필요할 것이다. 이 논문에서는 주어진 신뢰도 구간에서 실제 폐합시공에서 필요한 케이블 장력과 크레인의 인양력 범위를 계산하고 폐합오차를 예측하기 위하여 구조계의 불확실성을 구조 부재의 강성(rigidity)의 변동성으로 이상화하는 몬테-카를로 모사법(Mckay 등, 1979; Sundararajan, 1995; 양영순 등, 2002)을 적용한다.

이 논문에서 제안된 방법을 제 2 진도대교에 적용하여 타당성 및 효율성을 검증한다. 4개의 케이블 장력을 조정하는 폐합시공법과 8개의 케이블 장력을 조정하는 폐합시공법을 제시하고, 그 결과를 비교 검토한다. 4개의 케이블 장력을 조정하는 경우에 대하여 몬테-카를로 모사를 통하여 주어진 신뢰도 구간에 대응하는 케이블 조정 범위 및 데릭 크레인의 인양력 범위를 제시하고 실제 시공에서 발생할 수 있는 시공 오차를 예측한다.

2. 탄성현수선 요소를 이용한 사장교의 강성도 방정식

그림 1에는 자중과 양단에서 장력을 받고 있는 3차원 케이블 요소를 보이고 있다. 케이블 요소 e 의 외적 평형 조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_2^e = -\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w}^e L_0^e \quad (1)$$

여기서 \mathbf{F}_j^e 와 L_0^e 는 각각 절점 j 에서 작용하는 장력 벡터 그리고 케이블 요소의 무응력 길이이다. $\mathbf{w}^e = (0, 0, w^e)$ 이고, w^e 는 무응력 상태의 케이블 부재의 단위 길이 당 자중이다. 절점 1에 대한 절점 2의 상대적 위치는 탄성 현수선 케이블에 대한 해석적 해에 의하여 다음과 같이 표시된다(안상섭, 1991).

$$\begin{aligned} \phi_x^e &= x_2^e - x_1^e = -\frac{F_{1x}^e L_0^e}{EA} - \frac{F_{1x}^e}{w^e} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_{1z}^e + wL_0^e}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_{1z}^e}{H} \right) \right\} \\ \phi_y^e &= y_2^e - y_1^e = -\frac{F_{1y}^e L_0^e}{EA} - \frac{F_{1y}^e}{w^e} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_{1z}^e + wL_0^e}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_{1z}^e}{H} \right) \right\} \\ \phi_z^e &= z_2^e - z_1^e = -\frac{F_{1z}^e L_0^e}{EA} - \frac{w^e (L_0^e)^2}{2EA} - \\ &\quad \frac{1}{w^e} \left\{ \sqrt{H^2 + (F_{1z}^e + wL_0^e)^2} - \sqrt{H^2 + (F_{1z}^e)^2} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 x_j^e, y_j^e 그리고 z_j^e 는 각각 절점 j 의 평형상태에서 위

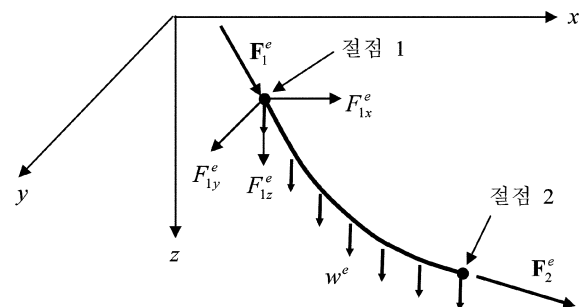


그림 1. 탄성 현수선 요소

치이고, F_{jx}^e, F_{jy}^e , 그리고 F_{jz}^e 는 각각 절점 j 에서 작용하는 x -, y - 그리고 z -방향의 재단력이며, $H = \sqrt{(F_{1x}^e)^2 + (F_{1y}^e)^2}$ 이다. 식 (2)는 케이블요소의 적합조건식이며, 행렬식 형태로 표시할 수 있다.

$$\mathbf{B}\mathbf{x}^e = \varphi(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{x}^e = (x_1^e, x_2^e)^T = (x_1^e, y_1^e, z_1^e, x_2^e, y_2^e, z_2^e)^T$ 이며 \mathbf{B} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

그림 1에 보인 케이블 요소 e 의 평형상태에서의 양단 절점 위치가 기지의 기준 위치 \mathbf{x}_0^e 에서 절점 1과 절점 2에서 발생한 변위 $\mathbf{u}_1^e, \mathbf{u}_2^e$ 에 의하여 결정되었다면 식 (3)은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e) = \varphi(\mathbf{F}_1^e, L_1^e) \quad (5)$$

뼈대구조물과 케이블 부재로 구성된 사장교의 전체 평형방정식은 다음과 같다.

$$\sum_e \mathbf{F}_F^e + \sum_e \mathbf{F}_c^e = \mathbf{P} \quad (6)$$

\sum_e 는 유한요소법에서의 조합연산자 (Assembly Operator)를 나타내며, $\mathbf{F}_F^e, \mathbf{F}_c^e$ 그리고 \mathbf{P} 는 각각 뼈대 부재의 재단력, 케이블 부재의 재단력 그리고 외부하중이다. 변위법에 기초한 일반적인 유한요소 해석법을 적용하기 위하여 케이블 요소 양단의 재단력을 절점 변위에 대하여 표시하여야 한다. 케이블 요소의 재단력을 변위에 대하여 표시하기 위하여는 식 (5)를 재단력에 대하여 풀어야 한다. 그러나 비선형 방정식인 식 (5)를 재단력에 대하여 해석적으로 풀 수 없기 때문에 증분형 관계식을 사용하여야 한다. 식 (1)과 식 (5)의 증분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}^e &= \Delta\varphi(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \\ \Delta\mathbf{F}_2^e &= -\Delta\mathbf{F}_1^e \end{aligned} \quad (7)$$

식 (2)를 Taylor 전개하여 1 차 항까지만 포함시키면 다음과 같다.

$$\Delta\varphi(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) = \begin{pmatrix} \Delta\phi_x^e \\ \Delta\phi_y^e \\ \Delta\phi_z^e \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_{1x}^e}\Delta F_{1x}^e + \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_{1y}^e}\Delta F_{1y}^e + \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_{1z}^e}\Delta F_{1z}^e \\ \frac{\partial\phi_y^e}{\partial F_{1x}^e}\Delta F_{1x}^e + \frac{\partial\phi_y^e}{\partial F_{1y}^e}\Delta F_{1y}^e + \frac{\partial\phi_y^e}{\partial F_{1z}^e}\Delta F_{1z}^e \\ \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_{1x}^e}\Delta F_{1x}^e + \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_{1y}^e}\Delta F_{1y}^e + \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_{1z}^e}\Delta F_{1z}^e \end{pmatrix} = \frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{F}_1^e} \Delta\mathbf{F}_1^e \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하여 케이블 부재의 재단력 증분에 대한 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{F}_1^e &= \left(\frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{F}_1^e}\right)^{-1} \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}^e = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{F}_1^e}\right)^{-1} (-\Delta\mathbf{u}_1^e + \Delta\mathbf{u}_2^e) = \mathbf{k}_c^e (-\Delta\mathbf{u}_1^e + \Delta\mathbf{u}_2^e) \\ \Delta\mathbf{F}_2^e &= -\Delta\mathbf{F}_1^e = \mathbf{k}_c^e (\Delta\mathbf{u}_1^e - \Delta\mathbf{u}_2^e) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 하나의 행렬식으로 표시하면 최종적인 증분형 케

이블 요소 강성도 행렬식을 구할 수 있다.

$$\Delta\mathbf{F}_c^e = \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{F}_1^e \\ \Delta\mathbf{F}_2^e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c & \mathbf{k}_c \\ \mathbf{k}_c & -\mathbf{k}_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{u}_1^e \\ \Delta\mathbf{u}_2^e \end{pmatrix} = \mathbf{K}_c^e \Delta\mathbf{u}^e \quad (10)$$

여기서 \mathbf{K}_c^e 는 케이블 부재의 접선 강성도 행렬이다.

평형방정식 (6)의 증분식은 뼈대 부재와 케이블 부재의 접선 강성도 행렬식에 대하여 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{k-1} + \sum_e^{nc} \Delta\mathbf{F}_c^e &= \sum_e^{nf} \Delta\mathbf{F}_F^e = \mathbf{F}_{k-1} + \sum_e^{nc} \mathbf{K}_c^e \Delta\mathbf{u}^e + \sum_e^{nf} \mathbf{K}_F^e \Delta\mathbf{u}^e \\ &= \mathbf{F}_{k-1} + \mathbf{K}_c \Delta\mathbf{u} + \mathbf{K}_F \Delta\mathbf{u} = \mathbf{P} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 k, nc, nf 는 각각 반복계산 회수, 케이블 요소의 개수 그리고 뼈대요소의 개수이며, $\mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{K}_F^e$ 그리고 $\Delta\mathbf{u}$ 는 각각 이전 반복계산 단계에서 계산된 구조물 저항력, 뼈대요소 접선 강성도 행렬 그리고 변위 증분이다. 식 (11)에서 \mathbf{K}_F 와 \mathbf{K}_c 는 각각 뼈대 구조물 및 케이블 구조물의 접선 강성도 행렬을 나타낸다. 케이블 요소의 강성도 행렬은 탄성 현수선의 해석적 해에서 유도되었기 때문에 두개의 집중 하중 사이에 하나의 케이블 요소만 사용하여도 충분히 정확한 해에 수렴한다. 뼈대 구조물의 접선 강성도 행렬에서는 축방향력에 의한 모멘트 증폭 효과 및 대변형 효과와 같은 비선형성을 고려하기 위한 항을 포함할 수 있으며, 뼈대 구조물의 비선형 효과를 고려하지 않는 경우에는 \mathbf{K}_F 는 뼈대 구조물의 일반적인 선형 강성도 행렬로 정의된다. 또한 3 차원 구조물을 무피가 없는 뼈대 요소로 이상화할 경우에 각 요소와 요소를 연결하기 위하여 필요한 강체 연결 요소의 영향 역시 뼈대구조물의 강성도 행렬에 포함할 수 있다. 이 논문에서는 폐합단계의 사장교 뼈대 구조물은 선형거동을 하는 것으로 가정하고 선형 강성도 행렬을 사용하여 뼈대 구조물을 모델링한다.

3. 사장교의 폐합해석

이 장에서는 폐합해석에서 필요한 비선형 적합조건식을 정의하고, Newton-Raphson 방법에 의하여 비선형 적합조건을 풀기 위한 증분식을 유도한다. 증분형 적합조건식의 유도에 필요한 변위의 민감도는 사장교의 평형방정식을 직접 미분하여 구한다. 교량의 시공시에는 불가피하게 시공오차가 발생하게 되며 또한 해석 시에 사용한 각 부재의 물성치도 실제값과 다르기 때문에 폐합해석에서 구한 장력과 인양력을 적용하더라도 실제 시공시에는 적합조건을 정확하게 만족시킬 수 없다. 이러한 불확실성을 고려하여 폐합단계 시공을 준비하기 위하여 몬테-카를로 모사에 의하여 실제 시공시에 발생할 수 있는 오차를 예측한다.

3.1 사장교의 폐합을 위한 적합조건식

그림 2에는 폐합시공 단계에서의 사장교의 구조 시스템을 보이고 있다. 폐합시공은 먼저 키 세그먼트(Key Segment)를 왼쪽 구조물에 가설하고 오른쪽 구조물에 설치된 데릭 크레인이 키 세그먼트를 인양하여 폐합단면에서의 수직 변위 및 교량의 중단 평면내 회전각(그림 2에서 y -축 방향 회전각, 이하 회전각으로 지칭)을 일치시켜 두 구조물을 폐합

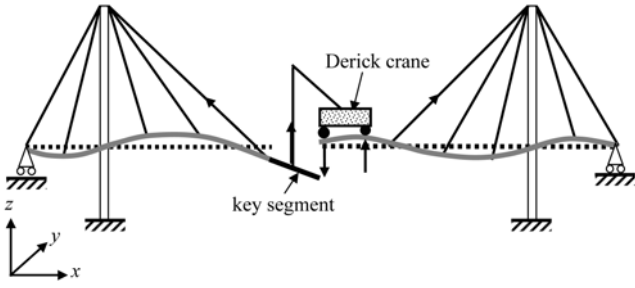


그림 2. 사장교의 폐합 시공

하는 것으로 가정한다. 데릭 크레인에 적절한 인양력을 가하면 양쪽 구조물의 폐합단면에서의 처짐을 일치시킬 수 있다. 그러나 인양력의 조정만으로는 회전각을 일치시킬 수 없기 때문에 추가로 사장 케이블의 장력을 조정하여 회전각을 일치시킬 수 있다. 사장 케이블의 장력은 케이블의 무응력 길이를 변화시켜 조정할 수 있기 때문에 폐합해석에서는 각 케이블의 무응력 길이를 미지수로 선택하였다. 각 케이블에 장력이 도입되어 있는 상태에서 케이블의 길이를 조정하면 그 조정량은 엄밀한 의미에서 무응력 상태의 조정량과 다르지만, 케이블 무응력 길이에 비하여 조정량이 아주 작기 때문에 케이블에 장력이 도입된 상태에서 케이블 길이를 조정하여도 공학적으로 충분히 정확한 결과를 구할 수 있다. 케이블 길이는 케이블 정착구에 설치되는 쇄기움판(shim plate) 혹은 조정 너트를 이용하여 변화시킬 수 있다.

양쪽 구조물이 폐합단면에서 만족시켜야 하는 적합조건은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\delta^L(\mathbf{L}_0^L, P_D) = \delta^R(\mathbf{L}_0^R, P_D) \quad (12)$$

$$\theta^L(\mathbf{L}_0^L, P_D) - \theta^R(\mathbf{L}_0^R, P_D) = \varepsilon$$

여기서 $\delta^L, \delta^R, \theta^L$ 그리고 θ^R 은 각각 폐합 직전의 왼쪽 구조물과 오른쪽 구조물의 처짐 및 회전각이며, $\mathbf{L}_0^L, \mathbf{L}_0^R$ 그리고 P_D 는 각각 왼쪽 구조물과 오른쪽 구조물에 설치된 사장 케이블의 무응력 길이와 크레인의 인양력이다. 식 (12)에서 ε 은 회전각의 허용 시공오차를 나타낸다. 케이블 지지 교량은 비선형 거동을 하기 때문에 Newton-Raphson 방법에 의한 반복계산에 의하여 식 (12)에서 정의된 적합조건을 만족시키는 인양력과 케이블의 초기 길이를 구할 수 있다. 식 (12)를 1차 항까지를 포함하는 Taylor 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$\delta_k^L + \frac{\partial \delta_k^L}{\partial \mathbf{L}_0^L} \Delta \mathbf{L}_0^L + \frac{\partial \delta_k^L}{\partial P_D} \Delta P_D = \delta_k^R + \frac{\partial \delta_k^R}{\partial \mathbf{L}_0^R} \Delta \mathbf{L}_0^R + \frac{\partial \delta_k^R}{\partial P_D} \Delta P_D$$

$$\theta_k^L + \frac{\partial \theta_k^L}{\partial \mathbf{L}_0^L} \Delta \mathbf{L}_0^L + \frac{\partial \theta_k^L}{\partial P_D} \Delta P_D - \left(\theta_k^R + \frac{\partial \theta_k^R}{\partial \mathbf{L}_0^R} \Delta \mathbf{L}_0^R + \frac{\partial \theta_k^R}{\partial P_D} \Delta P_D \right) = \varepsilon \quad (13)$$

여기서 아래 첨자 k 는 반복 계산 회수를 나타내고, $k=0$ 은 초기 상태를 의미한다. 폐합시공 직전 양쪽 구조계의 처짐 및 회전각을 의미하는 $\delta_0^L, \delta_0^R, \theta_0^L$ 및 θ_0^R 는 해석 모델에 의하여 계산할 수 있지만, 실제 시공시에는 실측값을 사용하는 것이 실제 상황을 보다 잘 반영할 수 있을 것이다.

식 (13)에는 조건식의 개수 보다 많은 수의 미지수가 포함되어 있기 때문에 식 (13)을 풀기 위하여는 추가의 조건

식이 필요하다. 이러한 추가의 조건으로 장력을 조정할 케이블을 미리 결정하여 미지수의 개수를 줄일 수 있다. 일반적으로 사장교에서는 폐합단면에 가장 가까이 설치된 케이블이 폐합단면의 처짐에 가장 민감한 영향을 미치기 때문에 중앙경간 가장 바깥쪽에 설치된 케이블을 길이를 조정하고, 대칭사장교에서는 왼쪽과 오른쪽 구조물의 케이블 조절량이 같다고 가정하여 미지수를 2개로 줄일 수 있다. 비대칭 사장교에서는 왼쪽과 오른쪽 구조물의 케이블 조절량이 다르게 될 것이므로, 한 쪽 구조물에서 케이블 조절량을 가정하여 식 (13)을 풀어 나머지 구조물에서 케이블 조절량을 구할 수 있다. 이러한 과정을 서로 다른 케이블 조절량에 대하여 몇 번 반복하여 최적의 케이블 조절량을 구할 수 있다. 식 (13)을 풀기 위한 추가의 조건은 문제에 따라 달라지게 되기 때문에 일반적으로 정의할 수 없지만, 문제에 따라 적절한 적합조건과 미지수를 선택할 수 있다. 폐합해석 결과 케이블의 조절량이 너무 크거나 혹은 데릭 크레인의 허용 인양력을 초과하는 인양력이 필요한 경우에는 폐합해석을 통하여 장력을 조정할 케이블 이외의 케이블 중에서 폐합단면의 처짐에 가장 민감한 영향을 미치는 케이블의 장력을 허용치 내에서 미리 조정하고 폐합해석을 반복적으로 수행하여 실제 시공 가능한 케이블 조절량과 인양력을 구할 수 있다.

3.2 변위 민감도의 계산

식 (13)에는 케이블의 초기 길이 및 데릭 크레인 인양력에 대한 민감도가 포함되어 있다. 변위의 민감도는 폐합 단계에서의 왼쪽과 오른쪽 구조계의 강성도 방정식을 직접 미분하여 구할 수 있다(정광섭, 1997). 이 절에서 제시되는 모든 수식은 폐합 전의 양쪽 구조계에서 독립적으로 구성되어야 한다. 폐합단계에서의 뼈대구조물은 선형 거동을 하는 것으로 가정하였기 때문에 한쪽 구조계의 평형방정식은 뼈대구조물의 선형 강성도 행렬을 이용하여 표시할 수 있다.

$$\mathbf{K}_F \mathbf{u} + \sum_e \mathbf{F}_c^e = \mathbf{P} \quad (14)$$

식 (14)를 k 번째 케이블의 무응력 길이에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial L_0^k} + \sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial L_0^k} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial L_0^k} = 0 \quad (15)$$

외부하중은 케이블의 무응력 길이에는 무관하기 때문에 하중에 대한 미분항은 영이다. 케이블 부재의 장력의 초기 길이에 대한 민감도를 구하기 위하여 식 (5)에 정의된 적합조건식을 이용한다. 식 (5)를 k 번째 케이블의 무응력 길이에 대하여 미분하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^k} = \frac{\partial \Phi^e}{\partial L_0^k} + \frac{\partial \Phi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial L_0^k} \quad (16)$$

식 (16)을 장력의 초기 길이에 대한 민감도에 대하여 표시하고, 케이블 부재의 외적 평형방정식인 식 (1)을 케이블의 무응력장 길이에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial L_0^k} = -\left(\frac{\partial \Phi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e}\right)^{-1} \frac{\partial \Phi^e}{\partial L_0^k} + \left(\frac{\partial \Phi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e}\right)^{-1} \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^k} = \mathbf{k}_g^e \bar{\delta}_{ek} + \mathbf{k}_c^e \left(\frac{\partial \mathbf{u}_2^e}{\partial L_0^k} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^e}{\partial L_0^k}\right) \quad (17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}_2^e}{\partial L_0^k} = \frac{\partial(-\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w}L_0^e)}{\partial L_0^k} = -(\mathbf{k}_g^e + \mathbf{w}) \bar{\delta}_{ek} - \mathbf{k}_c^e \left(\frac{\partial \mathbf{u}_2^e}{\partial L_0^k} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^e}{\partial L_0^k}\right) \quad (18)$$

위 식에서 $\bar{\delta}_{ek}$ 는 Kronecker delta이고, $\mathbf{k}_g^e = -\mathbf{k}_c^e \partial \Phi^e / \partial L_0^k$ 이다. 식 (17)과 (18)은 다음과 같은 단일 행렬식으로 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial L_0^k} = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c^e & \mathbf{k}_c^e \\ \mathbf{k}_c^e & -\mathbf{k}_c^e \end{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^k} + \begin{pmatrix} \mathbf{k}_g^e \\ -\mathbf{k}_g^e - \mathbf{w} \end{pmatrix} \bar{\delta}_{ek} = \mathbf{K}_c^e \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^k} + \mathbf{K}_g^e \quad (19)$$

식 (19)를 식 (15)에 대입하여 전체 구조물에 대한 민감도 식으로 조합하면 변위의 케이블의 무응력 길이에 대한 민감도 관계식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial L_0^k} + \sum_e \left(\mathbf{K}_c^e \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^k} + \mathbf{K}_g^e \right) = \mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial L_0^k} + \mathbf{K}_c \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial L_0^k} + \mathbf{K}_g = 0 \quad (20)$$

식 (20)을 풀어 변위의 k 번째 케이블의 무응력 길이에 대한 민감도를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial L_0^k} = -(\mathbf{K}_F + \mathbf{K}_c)^{-1} \mathbf{K}_g \quad (21)$$

폐합시공단계에서 뼈대 구조물의 비선형성을 고려하는 경우에는 식 (21)에서 뼈대 구조물의 선형 강성도 행렬 대신에 평형상태에서의 접선 강성도 행렬을 사용하여야 한다.

전술한 방법과 유사한 방법으로 데릭 크레인의 인양력에 대한 변위 민감도를 계산할 수 있다. 식 (14)를 데릭 크레인의 인양력에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P_D} + \sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial P_D} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial P_D} = \mathbf{I}_D \quad (22)$$

여기서 \mathbf{I}_D 는 키 세그먼트가 설치된 왼쪽 구조계에서는 크레인의 인양력이 작용하고 있는 자유도에 1이 위치하고 나머지 부분은 모두 0 인 벡터이고, 크레인이 설치된 오른쪽 구조계에서는 인양력에 대한 크레인 지점 반력의 비가 크레인의 지점에 해당하는 자유도 부분에 위치한 벡터이다. 식 (5)를 데릭 크레인의 인양력 P_D 에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial P_D} = \frac{\partial \Phi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial P_D} \quad (23)$$

식 (23)을 데릭 크레인의 인양력에 대한 케이블 재단력의 민감도에 대하여 정리하고, 식 (1)을 크레인의 인양력에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial P_D} = \left(\frac{\partial \Phi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e}\right)^{-1} \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial P_D} = \mathbf{k}_c^e \left(\frac{\partial \mathbf{u}_2^e}{\partial P_D} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^e}{\partial P_D}\right) \quad (24)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}_2^e}{\partial P_D} = \frac{\partial(-\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w}L_0^e)}{\partial P_D} = -\mathbf{k}_c^e \left(\frac{\partial \mathbf{u}_2^e}{\partial P_D} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^e}{\partial P_D}\right) \quad (25)$$

식 (24)와 (25)를 단일 행렬식으로 표시하고 식 (22)에 대

입하여 최종적인 변위의 크레인 인양력에 대한 민감도 관계식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P_D} + \sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial P_D} = \mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P_D} + \mathbf{K}_c \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P_D} = \mathbf{I}_D \quad (26)$$

식 (26)를 풀어 변위의 크레인 인양력에 대한 민감도를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P_D} = (\mathbf{K}_F + \mathbf{K}_c)^{-1} \mathbf{I}_D \quad (27)$$

식 (21)과 식 (27)의 변위 민감도를 폐합시공 직전의 양쪽 구조계에서 계산하여 식 (13)을 구성하여 풀면 데릭 크레인의 인양력과 케이블의 초기 무응력 길이의 조정량을 결정할 수 있다.

폐합시공 단계에서는 대상 교량이 탄성 상태에 있을 것이므로 하중의 재하 순서에 무관하게 최종상태가 결정된다. 따라서 실제 시공시에는 최외측 케이블을 시공할 때 설계 장력이 아닌 폐합해석에 의하여 계산된 장력을 도입하고, 계산된 데릭 크레인의 인양력에 의하여 키 세그먼트를 인양하여 적합조건이 만족되는 상태에서 폐합시공을 실시한 후 중앙경간 최외측 케이블의 장력을 원 설계값이 되도록 재 조정하는 순서로 폐합시공을 수행하는 것이 공기 및 비용 측면에서 바람직할 것으로 판단된다. 폐합시공후 데릭 크레인을 포함한 가설하중을 제거하면 설계 목표 형상이 정확히 구현된다.

3.3 몬테-카를로 모사

실제 교량 시공 시에는 불가피하게 시공오차가 발생하게 되고 또한 각 부재의 실제 물성치도 해석시에 사용한 물성치와 다를 것이므로 3.1절에서 제시한 폐합해석을 통하여 구한 인양력과 케이블의 장력을 정확히 도입하더라도 실제 시공에서는 폐합단면에서의 적합 조건을 정확히 만족시킬 수 없다. 따라서, 폐합시공을 수행하기 전에 실제 폐합 단계에 발생할 수 있는 시공오차의 범위를 예측하여 오차를 보정할 수 있는 방법을 미리 준비하는 것이 정밀 시공을 위하여 필요할 것이다.

다양한 요인에 의하여 발생하는 구조계의 불확실성에 의한 케이블 무응력 길이 조정량 및 데릭 크레인 인양력의 변동성을 예측하기 위하여 몬테-카를로 모사를 사용한다. 폐합해석은 주어진 사장교의 평형방정식에 기초하여 수행되기 때문에 폐합시공오차에 영향을 미치는 인자는 구조물 강성도와 하중일 것이다. 구조물 강성도의 불확실성은 시공상태 및 각 부재의 물성치, 부재의 연결성 그리고 지점 조건 등 수많은 요인에 의하여 발생한다. 이 모든 요소를 동시에 고려하는 것은 어렵기 때문에 이 연구에서는 구조계의 불확실성이 각 구조 부재의 강성(rigidity)의 불확실성에 기인한다고 가정한다. 즉, 구조 부재의 강성의 불확실성이 구조물 거동에 영향을 미치는 모든 요소의 불확실성을 대표하는 것으로 가정한다. 구조계의 불확실성을 고려하기 위한 몬테-카를로 모사에서는 각 부재의 강성에 주어진 오차의 크기 내에서 무작위 오차를 발생시켜 폐합해석을 수행하고 이 과정을 서로 다른 오차에 대하여 반복 수행하여 케이블의 무응력 길이와 인양력에 대한 평균과 표준편차를 구할 수 있다. 구조

부재에 발생할 수 있는 최대 오차의 크기는 교량의 형식과 현장의 상황에 따라 다를 것이므로, 설계자가 과거의 경험 및 적절한 공학적 판단에 의하여 결정하여야 할 것이다. 몬테-카를로 모사를 통하여 구한 케이블의 장력과 인양력의 분포를 정규분포로 가정할 수 있다면, 주어진 신뢰도 구간 내에서 폐합단면의 적합조건을 만족시키기 위한 케이블의 무응력 길이 조정량과 인양력의 범위를 예측할 수 있다.

전술한 몬테-카를로 모사에 의하여 케이블의 무응력 길이 및 인양력에 대한 변동성을 예측하였다더라도 실제 시공에서는 구조 모델의 오차를 알 수 없기 때문에 무작위 오차가 포함되지 않은 구조 모델에 대한 폐합해석의 결과를 그대로 시공에 적용할 수 밖에 없다. 따라서 실제 구조계와 폐합해석에서 사용한 구조 모델간의 차이로 인하여 실제 시공에서는 폐합단면에서 적합조건을 정확히 만족시킬 수 없으며 시공오차가 발생하게 된다. 불가피하게 발생할 수 밖에 없는 시공오차를 예측하기 위하여 전술한 몬테-카를로 모사와 독립적인 몬테-카를로 모사를 수행한다. 각 부재의 강성에 무작위 오차가 포함되지 않은 원래의 구조 모델을 이용한 폐합해석에서 계산된 케이블의 장력과 데릭 크레인의 인양력을 각 부재의 강성에 무작위 오차가 포함된 구조 모델에 적용하여 양쪽 구조계에 대한 구조해석을 수행하면 폐합단면에서 적합조건이 정확히 만족되지 못하고 오차가 발생하게 된다. 이 오차는 결국 구조계의 불확실성에 기인하는 시공 오차로 생각할 수 있으며, 각 부재의 강성에 서로 다른 무작위 오차가 포함된 구조 모델에 대하여 몬테-카를로 모사를 수행하여 적합조건 오차 즉 폐합 오차의 평균과 표준 편차를 예측할 수 있다. 폐합시공 오차를 정규 분포로 가정하면 주어진 신뢰도 구간에 대한 시공 오차의 범위를 예측할 수 있다.

4. 제2진도대교 폐합시공 단계 해석 예제

이 연구에서 제안한 폐합 단계 해석법을 제 2 진도대교의 폐합시공에 적용한다. 제 2진도대교는 전남 진도군 군내면과 해남군 문내면을 연결하는 연륙교로서 현재 사용중인 진도대교 옆에 건설되며, 지점을 기준으로 측정된 중앙경간과 측경간 길이가 각각 344 m와 70 m인 3 경간 연속 강 사장교이다. 외측 지점은 거더의 끝에서 약간 안쪽에 설치 되기 때문에 실제 측경간 길이는 73.787 m 이다. 제2 진도대교는 A형 주탑을 사용하며 주탑 높이는 교각으로부터 69 m 이고 설계하중으로 DB-24와 DL-24 하중을 사용하는 일등교이다. 그림 3과 그림 4에 진도대교의 형상과 거더와 주탑의 대

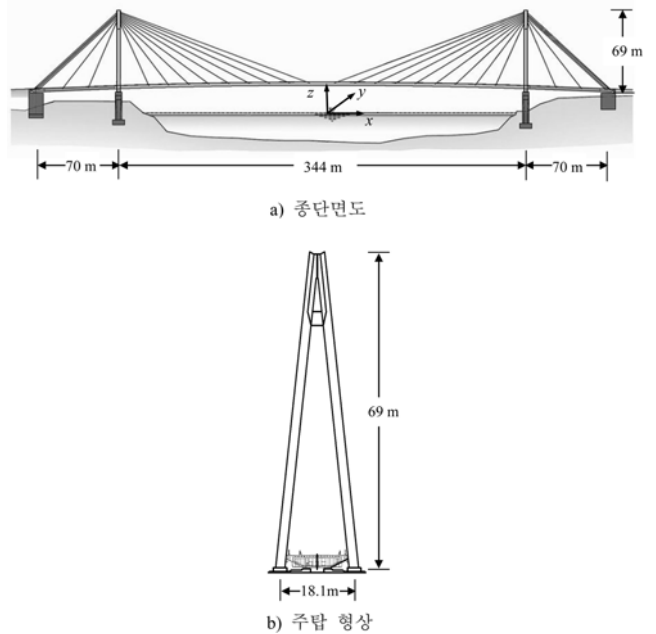


그림 3. 제 2 진도대교 종단면도 및 주탑 형상

표 단면을 보이고 있다. 각 주탑에 30 개의 사장 케이블이 대칭으로 설치되며, 각 주탑에 설치되는 케이블은 교축 방향에 대하여 대칭이다. 각 외측 지점부에 4개의 백 스테이 케이블이 설치되고, 외측 지점에 발생하는 반반력에 저항하기 위하여 외측 지점으로부터 10 m 구간의 거더 내부에 콘크리트를 충전하였다.

제 2 진도대교의 개략적인 재원은 표 1과 표 2에 주어져 있다. 표 2에서 사용한 케이블 번호는 측 경간 최외측에 설치된 케이블을 1번으로 하여 순차적으로 지정하였으며 중앙 경간 최외측 케이블이 15번 케이블이다. 강재의 탄성계수와 포아송 비는 각각 205.8 GPa과 0.3이며, 케이블 부재의 탄성계수는 196 GPa이다. 외측 지점을 기준으로 하여 교량 중앙에 9.12 m의 상향 캠버를 두었다. 폐합해석을 위하여 교각 위 부분의 주탑과 거더를 각각 128개와 274개의 3차원 뼈대 요소로 모델링하였으며 397 개의 강재 연결 요소를 사용하였다. 절점 당 6개의 자유도를 가지는 800개의 절점을 사용하였으며, 교량 모델의 총 자유도는 4800개이다. 교각에 설치된 중간 지점은 지진 격리 받침을 사용하였으며, 구조 모델에서는 탄성지점으로 모델링하였다($k_x=7.07 \text{ MN/m}$, $k_y=0$, $k_z=4096.4 \text{ MN/m}$). 교량 중앙부 아래의 수면을 구조 모델의 좌표 원점으로 사용하였으며, 거더 중앙부에서의 좌표는(0, 0, 27.412)이다.

그림 5에는 제2 진도대교의 폐합시공의 개념을 보이고 있

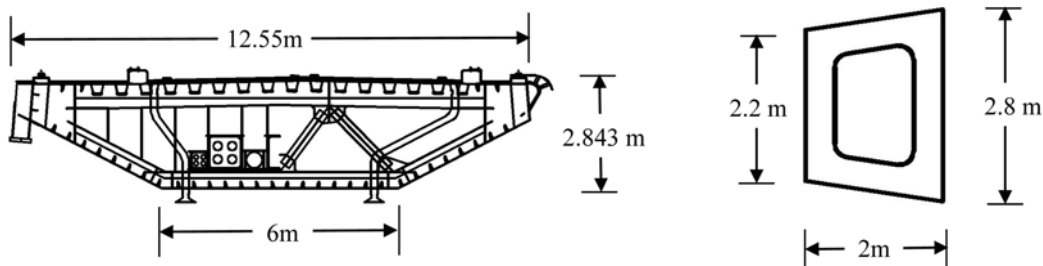


그림 4. 제 2 진도대교 대표 단면 형상

표 1. 제 2진도 대교 뼈대 부재 물성치

부재	구간	A (m ²)	w (KN/m)	I_y (m ²)	I_z (m ²)	J (m ²)
거더	-245.79 ~ -235.75	0.936	145.62	1.451	16.890	18.210
	-235.75 ~ -182.90	0.486	53.82	1.050	6.777	7.335
	-182.90 ~ -168.45	0.759	87.17	1.078	10.380	11.340
	-168.45 ~ -6.10	0.462	55.11	0.596	6.283	6.842
	-6.10 ~ 0.00	0.462	61.15	0.596	6.283	6.842
주탑	19.92 ~ 29.92	0.394	36.33	0.332	0.497	0.629
	29.92 ~ 46.92	0.348	31.43	0.220	0.333	0.524
	46.92 ~ 66.92	0.288	27.53	0.243	0.365	0.461
	66.92 ~ 76.42	0.334	30.81	0.287	0.419	0.537
	76.42 ~ 85.85	1.016	109.36	1.080	3.583	4.461
	85.85 ~ 88.92	0.607	65.36	0.507	0.680	1.033

표 2. 제 2진도 대교 케이블 물성치

경간	케이블 번호	A (m ²)	w (KN/m)	L_0 (m)
측경간	1	0.581×10^{-2}	0.47	101.445
	2	0.581×10^{-2}	0.47	100.635
	3	0.581×10^{-2}	0.47	98.724
	4	0.581×10^{-2}	0.47	97.045
	5	0.581×10^{-2}	0.47	78.546
	6	0.581×10^{-2}	0.47	64.962
중앙경간	7	0.281×10^{-2}	0.23	62.613
	8	0.281×10^{-2}	0.23	71.617
	9	0.281×10^{-2}	0.23	83.175
	10	0.420×10^{-2}	0.34	96.530
	11	0.420×10^{-2}	0.34	110.960
	12	0.420×10^{-2}	0.34	126.130
	13	0.420×10^{-2}	0.34	141.795
	14	0.535×10^{-2}	0.43	157.905
	15	0.535×10^{-2}	0.43	174.165

다. 폐합시공은 진도 측에 키 세그먼트를 접합한 후 해남 측에 설치된 데릭 크레인에 의하여 키 세그먼트를 인양하는 순서로 진행된다. 키 세그먼트의 길이와 자중은 각각 12.2

m 와 746.01 KN이다. 데릭 크레인의 축 간 거리는 17 m 이고 자중은 915.67 KN이며 앞 바퀴에 853.30 KN 그리고 뒷 바퀴에 111.37 KN이 재해된다. 폐합시공시 데릭 크레인은 해남측 폐합단면에서 1.1 m 안쪽에 위치하며, 진도측에 설치된 키 세그먼트의 중앙부를 인양한다. 폐합시공 단계에서는 1차 사하중만 작용하고 있으며 거더에 재하되는 가설 하중은 그림 6에 표시되어 있다. 폐합단면 양쪽으로 데릭 크레인 하중, 그리고 주탑 지점 주위에서는 점검차량과 케이블 불간장치 하중이 재해된다. 중앙경간의 외측에 설치된 4개의 케이블(15번) 그리고 8개의 케이블(14번, 15번) 장력을 조정하는 경우에 대하여 폐합해석을 수행하였으며, 대칭 사장교이므로 진도측과 해남측의 케이블 조정량은 같다고 가정하였다.

표 3에는 4개의 15번 케이블의 장력을 조정하는 경우 시공 허용 회전각 오차 $0, 2.5 \times 10^{-3}$ rad 그리고 5.0×10^{-3} rad에 대한 폐합해석 결과를 보이고 있다. 제안된 방법은 각각의 경우에 대하여 적합조건을 정확히 만족시키는 해를 계산하였으며 6회 이내의 반복 계산으로 빠르게 수렴하였다. 표 3에서 보이듯이 허용 각 오차가 커질수록 케이블의 길이 조정량이 감소하고 데릭 크레인의 인양력은 증가한다. 각각의 허용 회전각 오차에 대하여 폐합시공 후 거더의 변위 형상을 그림 7에 보이고 있다. 허용 회전각 오차가 0이 아닌

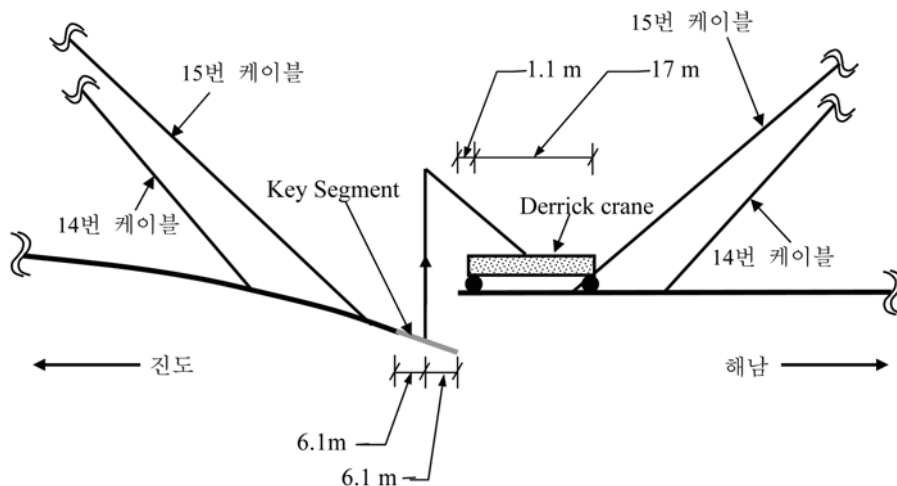


그림 5. 제2 진도 대교 폐합시공 개념도

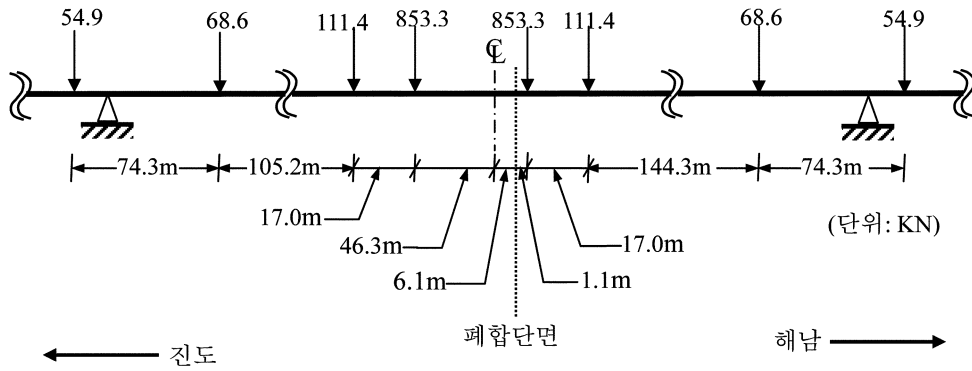


그림 6. 제 2진도 대교 폐합시공 단계에서의 가설하중

표 3. 중앙 경간 4개 케이블 조정에 의한 폐합 해석 결과

허용오차		폐합전	0 rad	2.5×10^{-3} (rad)	5.0×10^{-3} (rad)
크레인 인양력(KN)		-	129.49	142.22	154.91
15번 케이블장력 (KN)	진도측	2006.64	2239.67	2075.77	1911.43
	해남측	1870.58	2290.24	2144.94	1998.70
15번 케이블 조절 길이(cm)	진도측	-	-10.201	-5.375	-0.513
	해남측	-	-10.201	-5.375	-0.513
폐합단면 처짐 (cm)	진도측	-10.459	14.467	7.462	0.472
	해남측	7.992	14.467	7.462	0.472
폐합단면 회전각 ($\times 10^{-3}$ rad)	진도측	3.267	-0.709	0.412	1.533
	해남측	-2.084	-0.709	-2.088	-3.467

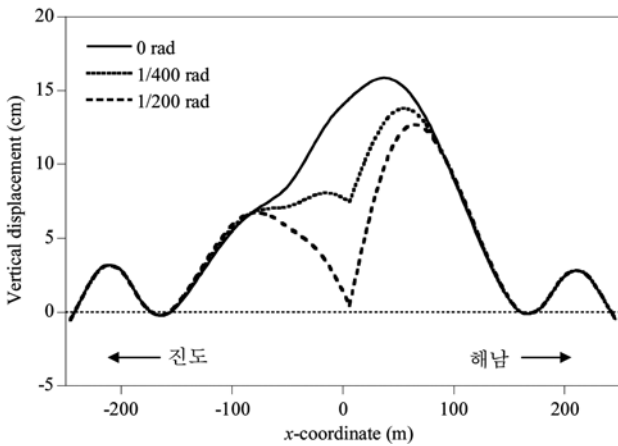


그림 7. 허용 회전각 오차에 따른 거더 변위

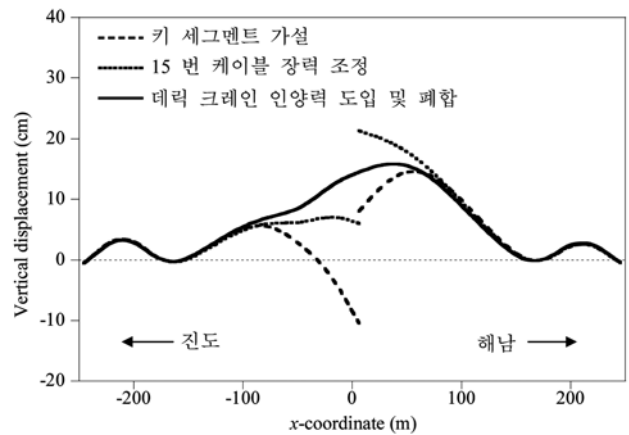


그림 8. 폐합 시공 단계별 거더 변위

경우에는 폐합단면에서 허용 회전각 오차 크기의 회전각 불연속성이 발생하고 있음을 알 수 있다. 그림 8에는 허용 회전각 오차가 없을 경우 각 시공 단계에서의 거더의 처짐 형상을 보이고 있다. 진도측에 키 세그먼트를 가설한 단계에서는 폐합단면에서 회전각의 불연속성이 크게 발생하고 있으나 15번 케이블의 장력을 조정하면 양쪽 구조물의 처짐이 위쪽으로 발생하면서 회전각 불연속성이 많이 감소되며, 이 상태에서 크레인의 인양력을 도입하면 진도측과 해남측의 구조체가 각각 위쪽과 아래쪽으로 움직이면서 폐합단면에서 적합조건을 정확히 만족시키게 된다. 폐합시공 후 15번 케이블의 자중을 원 설계 값으로 재 조정하고 가설 하중을 제거하는 단계에서의 거더 형상의 변화를 그림 9에 보이고 있다. 이 연구에서는 키 세그먼트를 진도측 구조체에서 가설한 후

15번 케이블의 장력을 조정하는 것으로 가정하였으나, 15번 케이블의 장력을 미리 조정하면 후 진도측 구조체에서 키 세그먼트를 가설하여도 최종 폐합 형상에는 차이가 발생하지 않는다. 이는 시공 상태에서는 구조체가 탄성 상태에 있기 때문에 하중의 재하 순서가 구조물의 최종상태에 영향을 미치지 않기 때문이다.

그림 9와 그림 10에서 작은 원으로 표시된 완성계 해석 결과는 15번 케이블에 대하여는 폐합해석에서 계산된 무응력 길이를, 나머지 케이블에서는 원래의 무응력 길이를 적용하고, 그림 6에서 보인 가설하중, 테럭 크레인의 인양력 및 교량의 자중이 재하된 상태에서 완성계 해석을 수행한 결과이다. 그래프 상에서 폐합해석과 완성계 해석에 의한 거더의 변위와 모멘트가 정확히 일치하고 있다. 실제 계산에서는 폐

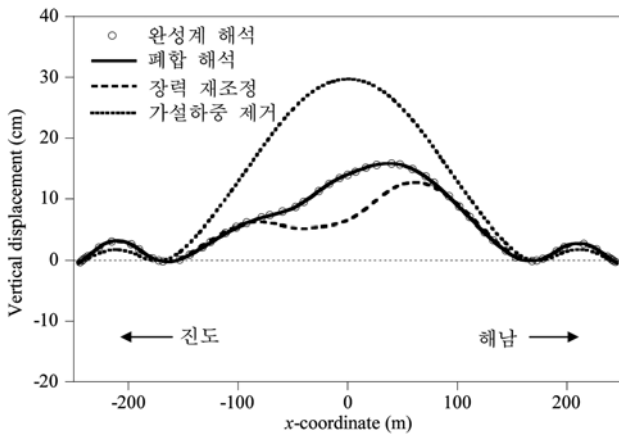


그림 9. 폐합시공 후 시공 단계에서의 거더 변위

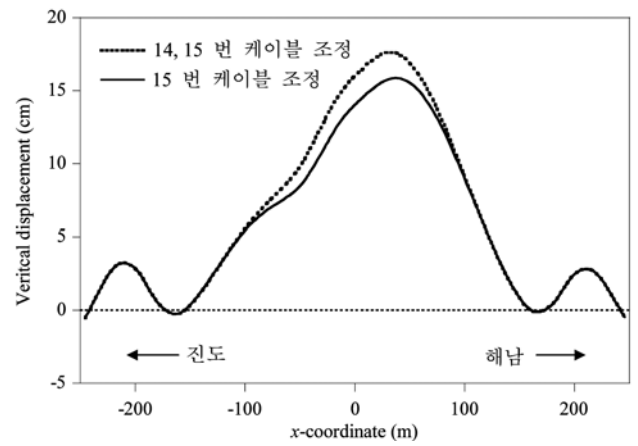


그림 11. 14, 15 번 케이블 조정에 의한 폐합단계 거더 변위 형상

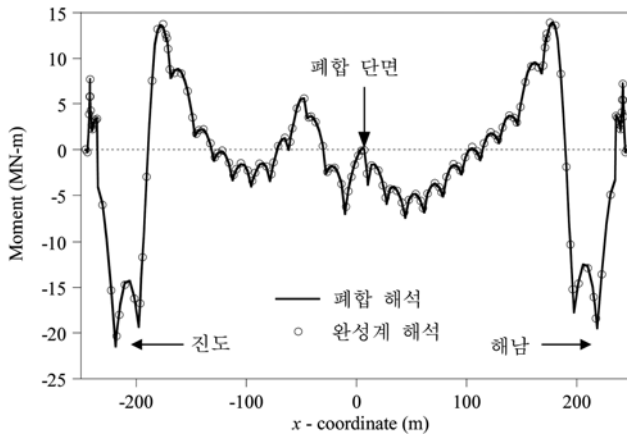


그림 10. 폐합 해석과 완성계 해석에 의한 거더 모멘트

합해석과 완성계 해석의 처짐과 회전각은 각각 유효자리 8 자리 그리고 6자리 까지 일치한다. 폐합해석에서는 폐합단면의 단면력이 없으나, 완성계 해석에서는 전단력과 모멘트가 각각 1.45N 그리고 0.11 MN-m 정도 발생하였다. 완성계 해석에서 폐합단면에 발생한 전단력은 무시할 정도로 작은 양이며, 모멘트 역시 거더에 발생한 최대 모멘트에 비하여 무시할 정도로 작은 양이다. 완성계 해석에서 발생한 폐합단면의 모멘트 실제로는 0이 되어야 하지만 계산 과정에 발생한 유효자리 손실에 의한 수치 오차인 것으로 추정된다. 이

결과는 적합 조건을 만족시키고 있는 완성계의 폐합단면에서 단면력이 0이 되는 조건을 이 논문에서 제안한 방법이 제시하고 있다는 것을 의미하는 것으로서 제안된 방법의 타당성을 입증하는 것이다. 완성계 해석에서는 폐합단면에서 교축 방향으로의 적합조건을 정확히 만족시키기 위하여 축방향 단면력이 존재하지만, 실제 폐합시공시에는 폐합단면에 축방향력을 제하 할 수 없으므로 폐합해석에서는 폐합단면의 교축 방향의 적합조건을 만족시킬 수 없다. 실제 시공시에는 폐합단면에서의 교축 방향의 적합 조건을 만족시키기 위하여 양쪽 중앙지점에 유압잭을 설치하여 전체 거더 시스템을 약간 중앙경간쪽으로 이동시킨 상태에서 폐합시공을 수행한다. 이를 위하여 필요한 거더 시스템의 이동량은 폐합해석에 의하여 양쪽 구조물의 폐합단면에 발생한 변위의 반대 방향으로서 산정할 수 있으며, 시공성 및 시공 오차를 고려하여 최종적인 이동량을 결정할 수 있다.

표 4 에는 8개의 케이블의 장력을 조정하는 경우에 대한 폐합해석 결과를 보이고 있다. 이 경우에는 중앙경간 최외측에서 두번째 케이블 즉 4개의 14번 케이블을 미리 설계값에서 5 cm 짧게 긴장한 상태에서 식 (13)에 의하여 15번 케이블의 장력과 데릭 크레인의 인양력을 계산하였다. 4개의 케이블을 조정하고 허용회전각 오차가 0 rad 인 경우에 대한

표 4. 중앙 경간 8개 케이블 조정에 의한 폐합 해석 결과

		허용오차	폐합전	0 rad	2.5×10^{-3} (rad)	5.0×10^{-3} (rad)
크레인 인양력(KN)			-	129.31	142.02	154.63
14번 케이블장력 (KN)	진도측		1904.46	1679.38	1767.72	1856.56
	해남측		1749.13	1657.88	1759.59	1862.12
15번 케이블장력 (KN)	진도측		1909.32	2077.19	1911.61	1746.08
	해남측		1774.78	2127.37	1980.04	1832.02
15 번 케이블 조절 길이 (cm)	진도측		-	-8.130	-3.251	1.670
	해남측		-	-8.130	-3.251	1.670
폐합단면 처짐 (cm)	진도측		-4.978	16.445	9.460	2.487
	해남측		12.790	16.445	9.460	2.487
폐합단면 회전각 ($\times 10^{-3}$ rad)	진도측		2.710	-0.710	0.411	1.532
	해남측		-1.528	-0.710	-2.089	-3.468

표 5. 구조계의 불확실성에 의한 폐합해석 결과의 변동성(허용 회전각 오차: 0)

조정량	평균	표준편차	95% 신뢰도 구간	99% 신뢰도 구간
케이블 무응력 길이 (cm)	-10.236	0.086	-10.405 ~ -10.067	-10.458 ~ -10.014
데릭 크레인 인양력(KN)	128.91	2.42	124.16 ~ 133.64	122.68 ~ 135.14

표 6. 구조계의 불확실성에 의한 예상 시공오차(허용 회전각 오차: 0 rad)

오차	평균	표준편차	95% 신뢰도 구간	99% 신뢰도 구간
처짐 (cm)	5.321×10^{-2}	0.279	-0.494 ~ 0.601	-0.667 ~ 0.774
회전각 ($\times 10^{-3}$ rad)	-1.758×10^{-2}	0.045	-0.070 ~ 0.105	-0.098 ~ 0.133

표 7. 구조계의 불확실성에 의한 폐합해석 결과의 변동성(허용 회전각 오차: 2.5×10^{-3} rad)

조정량	평균	표준편차	95% 신뢰도 구간	99% 신뢰도 구간
케이블 무응력 길이 (cm)	-5.419	0.111	-5.636 ~ -5.202	-5.705 ~ -5.134
데릭 크레인 인양력 (KN)	141.47	2.62	136.34 ~ 146.61	134.71 ~ 148.23

표 8. 구조계의 불확실성에 의한 예상 시공오차(허용 회전각 오차: 2.5×10^{-3} rad)

오차	평균	표준편차	95% 신뢰도 구간	99% 신뢰도 구간
처짐 (cm)	6.932×10^{-2}	0.297	-0.513 ~ 0.652	-0.698 ~ 0.837
회전각 ($\times 10^{-3}$ rad)	2.522	0.057	2.411 ~ 2.634	2.375 ~ 2.669

15번 케이블 조정량의 반 정도로 14번 케이블의 긴장량을 결정하였다. 허용 회전각 오차가 0 rad 일 경우 폐합시공 직후의 거더의 처짐 형상을 그림 11에 보이고 있다. 허용 회전각 오차에 따른 크레인의 인양력은 4개의 케이블을 조정하는 경우와 거의 변화가 없지만, 15번 케이블의 조정량은 전체 경우에 대하여 약 2.1 cm 정도 감소하였다. 표 4에서 제시한 해 부근에서 14 번 케이블 조정량에 따른 15번 케이블의 조정량이 선형적으로 변한다고 가정하면 14 번 케이블 조정량을 허용 회전각 오차가 2.5×10^{-3} rad 인 경우에는 3.8 cm, 0 rad 인 경우에는 7.2 cm 정도로 선택하면 8 개의 케이블 조정량이 모두 같게 된다. 허용 회전각 오차가 5.0×10^{-3} rad 일 경우에는 14번 케이블을 5 cm 긴장하면 15번 케이블을 오히려 1.6 cm 이완하여야 하므로, 이 경우에는 14번 케이블을 추가로 긴장할 필요 없이 15번 케이블의 조정만으로 충분할 것이다. 전술한 방법과 같은 다양한 폐합 해석을 수행하여 실제 시공 조건에 가장 적절한 폐합시공법을 구할 수 있을 것으로 판단된다.

제 2 진도대교의 해남 측과 진도 측의 구조계는 각각 서로 다른 물성치를 가지는 46개의 뼈대 부재, 4 종류의 케이블 부재 그리고 1개의 탄성 지점으로 구성되어 있다. 한 개의 뼈대 부재 내에서는 강성 변동성이 일정하다고 가정하였고, 같은 종류의 케이블은 동일한 공정에 의하여 제작되었을 것이므로 강성의 변동성이 같다고 가정하였다. 탄성지점에서 스프링 계수의 변동성은 각 방향에 대하여 독립적으로 고려하였다. 폐합시공에서 발생할 수 있는 시공 오차를 예측하기 위하여 각 부재의 탄성계수 초기치에 무작위 오차를 두 구조계에서 독립적으로 발생시켜 강성의 변동성을 고려하였으며, 30회의 몬테-카를로 모사를 수행하였다. 무작위 오차를 발생시키기 위하여 등분포 확률밀도 함수를 사용하였다. 표 5와 6에는 부재 강성에 최대 10%의 오차가 발생하고 허용 회전각 오차가 0일 경우에 대한 폐합해석의 결과와 예상 시공오차를 보이고 있다. 몬테-카를로 모사에서 계산된 평균

값은 표 3에서 주어진 오차가 없는 경우에 대한 폐합해석과 거의 일치하고 있다. 몬테-카를로 모사에 의한 폐합해석 결과를 정규 분포로 가정하면, 95%와 99%의 신뢰도 구간은 각각 평균으로부터 표준편차의 ± 1.96 배 그리고 ± 2.57 배 사이 구간에 해당한다. 95% 신뢰도 수준에서 케이블 조정량은 평균에서 약 ± 1.7 mm 정도 변화하며, 데릭 크레인의 인양력은 평균에서 ± 4.7 KN 정도 변화하고 있다. 이 정도의 변화량은 실제 시공 시에 충분히 조정 가능할 것으로 판단된다. 표 6에는 예상 폐합오차를 보이고 있다. 95% 신뢰도 구간에서 예상되는 최대 처짐 오차는 약 6.0 mm로서 거더의 높이(2.84 m)에 대하여 약 0.19% 정도가 되며, 회전각 오차는 최대 0.105×10^{-3} rad 정도로 추정되었다.

허용 회전각 오차가 2.5×10^{-3} rad 인 경우에 대한 몬테-카를로 모사 결과를 표 7과 8에 수록하였다. 95% 신뢰도 구간에서 예상되는 최대 회전각 오차는 약 2.634×10^{-3} rad 정도로서 허용 오차를 약 0.134×10^{-3} rad 정도 초과하고 있다. 처짐 오차는 실제 시공시에 크레인의 인양력을 조정하면 쉽게 보정할 수 있으나, 회전각은 주로 케이블의 장력에 영향을 받기 때문에 시공 시점에 바로 보정할 수는 없을 것이다. 따라서, 주어진 신뢰도 구간에서 시공오차를 허용 범위 내에서 만족시키기 위하여는 예측된 최대 시공오차와 허용오차 간의 차이 만큼을 허용오차에서 감소시켜 폐합해석을 수행하고 그 결과에 따라 시공을 실시하면 최대 폐합오차가 주어진 신뢰도 구간에서 허용오차 범위 내에 있게 된다. 즉, 허용오차를 2.366×10^{-3} rad 정도로 고려하여 폐합시공을 수행하면 95% 신뢰도 구간에서 최대 폐합오차가 주어진 허용오차인 2.5×10^{-3} rad 내에 있게 될 것이다.

5. 결 론

이 연구에서는 대형형 강 사장교의 폐합시공시 필요한 케이블 무응력 길이 조정량과 데릭 크레인의 인양력을 계산하

는 해석법을 제시하였다. 폐합단면에서 양쪽 구조물의 처짐과 회전각의 연속조건을 적합조건식으로서 사용하였다. 사장 케이블의 비선형성에 의하여 비선형 적합조건식이 유도되기 때문에 Newton-Raphson 방법에 기초한 반복계산법에 의하여 적합조건식의 해를 구하였다. Newton-Raphson 방법을 적용하기 위하여 필요한 변위의 민감도는 사장교의 평형방정식을 직접 미분하여 구하였다. 구조계의 불확실성에 의하여 발생하는 시공오차를 예측하기 위하여 몬테-카를로 모사법을 사용하였다. 구조계의 불확실성을 구조 부재의 강성의 변동성으로 모사하였다.

제안된 방법을 제 2 진도대교의 폐합해석에 적용하여 그 타당성을 검증하였다. 대칭 사장교의 특성을 이용하여 폐합 단면 양쪽 구조계에서 케이블의 무응력 길이 조정량이 같은 것으로 가정하였다. 제안된 방법은 빠르고 안정된 수렴성을 보였으며, 정확한 해를 도출하였다. 몬테-카를로 모사법을 이용하여 주어진 신뢰도 구간에서 필요한 케이블 조정량 및 데릭 크레인의 인양력 범위와 시공오차의 범위를 예측하였다. 이 논문에서는 대칭형 강 사장교인 제 2 진도대교에 대한 연구만을 수행하였으나, 비 대칭 사장교 및 다양한 사장교 형식에서도 제안된 방법을 적절히 수정하여 적용할 수 있을 것이다.

감사의 글

이 연구는 서울대학교 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심 기술연구개발사업 및 현대건설 주식회사 기술연구소의 지원에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

- 김제춘, 장승필(1999) “초기부재력을 이용한 사장교의 초기형상 및 캠버량 결정”, **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제19권 제 1-3 호. pp. 377-386.
- 김제춘, 장승필(2000) “시공단계를 고려한 사장교의 케이블 긴장력 결정”, **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제20권 제3-A호. pp. 385-393.
- 김제춘, 장승필(2002) “축방향 변형을 고려한 사장교의 초기평형상태 해석”, **한국강구조학회 논문집**, 한국강구조학회, 제14권 4호. Pp. 539-547.
- 김호경(1993) “시공상태를 고려한 현수교의 3차원 해석”, 공학박사학위논문, 서울대학교.
- 안상섭(1991) “탄성현수선 케이블요소를 이용한 3차원 케이블망의 정적 및 동적 비선형 해석”, 공학석사학위논문, 서울대학교.
- 양영순, 서용석, 이재욱(2002) **구조 신뢰성 공학**, 서울대학교 출판부.
- 이명재(1998) “초기평형상태를 이용한 현수교의 시공단계 해석 및 시공오차 관리”, 공학박사학위논문, 서울대학교.
- 정광섭, 박정일, 조의경, 김철환(1997) “케이블 장력 보정 시스템의 개발 및 적용” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제17권 제1-4호. pp.555-564
- Kim, K.S. and Lee, H.S. (2001) “Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges”, *Computers & Structures*, Vol. 79, Issue 29-30, pp. 2681-2692.
- Mckay, M.D., Beckman, R.J., and Conover, W.J. (1979) “A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code”, *Technometrics*, Vol. 21, pp. 239-245.
- Sundrarajan, C. (1995) *Probabilistic Structural Mechanics Handbook: Theory and Industrial Applications*, New York: Chapman & Hall.
- Wang, P.H., Tseng, T.C. and Yang, C.G. (1993) “Initial Shape of Cable-stayed Bridges”, *Computers & Structures*, Vol. 46. No.6, pp. 1095-1106.

(접수일:2005.3.11/심사일:2005.10.15/심사완료일:2005.10.28)