

# 깔때기 경사충격파를 고려한 환형 분사 초음속 이젝터 이론해석

김세훈\* · 권세진\*

## Theoretical Analysis of Annular Injection Supersonic Ejector with a Simple Funnel Shock Wave Model

Sehoon Kim\* · Sejin Kwon\*

### ABSTRACT

In an annular injection supersonic ejector, the supersonic primary flow is injected along the side wall, therefore a funnel-shaped shock wave is generated by the contraction angle of the mixing chamber. In the present study, we developed a simple funnel shock wave model using 2-D wedge and conical shock wave relations. In result, the secondary flow pressure can be predicted more accurately than using a simple 2-D wedge shock wave model. Through the same analysis, the compression ratio and the adiabatic efficiency according to the entrainment ratio were calculated.

### 초 록

환형 분사 초음속 이젝터에서는 초음속의 주유동이 벽면을 타고 분사되므로 주유동 노즐 출구(혼합 챔버 입구)에서 혼합챔버의 수축각에 의한 깔때기(Funnel) 모양의 경사충격파가 발생한다. 본 연구에서는 이차원(Wedge) 경사충격파와 원뿔(Cone) 경사충격파를 이용하여 간단한 깔때기 경사충격파 모델링(Modeling)을 수행하였다. 이러한 모델링을 이용하여 기존의 이차원 경사충격파를 이용한 이론해석 보다 부유동 압력을 보다 정확히 예측할 수 있었다. 같은 해석 방법을 이용하여 유량비에 대한 초음속 이젝터의 압축비와 단열 효율을 얻을 수 있었다.

Key Words: Annular Injection Supersonic Ejector(환형 분사 초음속 이젝터), Funnel Shock Wave(깔때기 경사충격파), Aerodynamic Choking(공기역학적 초킹)

### 1. 서 론

환형 분사 초음속 이젝터(Ejector)는 Fig. 1과 같이 초음속의 주유동을 환형 노즐을 통하여 분사하는 이젝터이다. 이러한 환형 분사 초음속 이젝터는 화학레이저의 압력회복장치나 이젝터-디퓨저 타입(Ejector-Diffuser Type)의 고고도 시험

† 2005년 12월 6일 접수 ~ 2006년 3월 14일 심사완료

\* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과  
연락처, E-mail: trumpet@kaist.ac.kr

설비 등과 같이 부유동의 온도가 매우 높은 경우 이젝터 내부 열적 안정성을 확보하기 위하여 필수적이다[1-3].

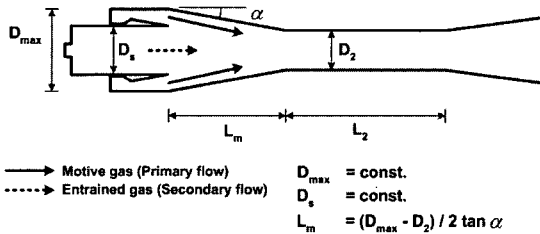


Fig. 1 Schematic of an Annular Injection Supersonic Ejector Equipped with a Second-throat

환형 분사 초음속 이젝터는 혼합챔버 수축각에 의하여 혼합챔버 입구(주유동 노즐 출구)에서 발생하는 경사충격파에 의한 압력 손실을 최소화 하기위하여 최대한 작은 값의 수축각을 선택하게 되므로 혼합챔버의 길이가 상대적으로 길다. 일반적으로 초음속 이젝터가 작동하면 높은 주유동 전압력 조건에서, 채널(Channel) 내부에서 부유동이 공기역학적으로 초킹(Choking)되는데[4], 이러한 초킹이 환형 분사 초음속 이젝터의 경우 혼합챔버 내부에서 발생하게 된다[5, 6]. 김등은 부유동이 혼합챔버 내부에서 주유동에 의하여 공기역학적으로 초킹되고, 부유동 압력은 이러한 초킹조건에 의하여 결정된다는 가정으로 환형 분사 초음속 이젝터의 부유동 압력을 예측하였다[5, 6].

하지만 김등은 간단한 계산을 위하여 혼합챔버 수축각에 의하여 발생하는 깔때기 모양의 경사충격파를 이차원 경사충격파로 가정하였고, 이것으로 인하여 실험값에 비해 10% 정도의 낮은 압력을 예측하였다[5, 6]. 일반적으로 일정한 경사각에 대하여 깔때기 모양의 경사충격파가 이차원 경사충격파보다 큰 충격파 각을 가지기 때문이다.

본 연구에서는 김등이 수행한 이론해석 모델에 깔때기 경사충격파의 효과를 고려하여 환형 분사초음속 이젝터의 부유동 압력을 예측하였다.

또한 같은 해석 모델을 이용하여 초음속 이젝터의 중요한 성능 척도인 압축비와 단열 효율(Adiabatic Efficiency)을 계산하였다.

## 2. 깔때기 경사충격파 모델

경사충격파의 종류에는 이차원 경사충격파와 삼차원 경사충격파로 나눌 수 있고, 삼차원 경사충격파에는 원뿔 모양의 경사충격파와 깔때기 모양의 경사충격파가 있다. 일반적으로 이차원 경사충격파와 원뿔 경사충격파의 경우 많은 열유체 분야에서 응용되고, 계산이 비교적 간단하여 많은 기체역학 교과서에 다루고 있다[7, 8]. 하지만 깔때기 경사충격파의 경우 계산이 매우 복잡하여 별도의 모델이 필요하다.

임의의 경사각에 대하여 깔때기 경사충격파의 각도는 Fig. 2와 같이 원뿔 경사충격파와 이차원 경사충격파의 각도보다 클 것이라는 것을 쉽게 예상할 수 있다. 그 이유는 원뿔과 깔때기가 기하학적으로 반대의 형상이기 때문이다. 본 연구에서는 임의의 경사각이 작은 경우 이차원 경사충격파의 각도가 원뿔 경사충격파의 각도와 깔때기 경사충격파의 각도의 평균이라는 가정을 통하여 깔때기 경사충격파의 각도를 예측하였다.

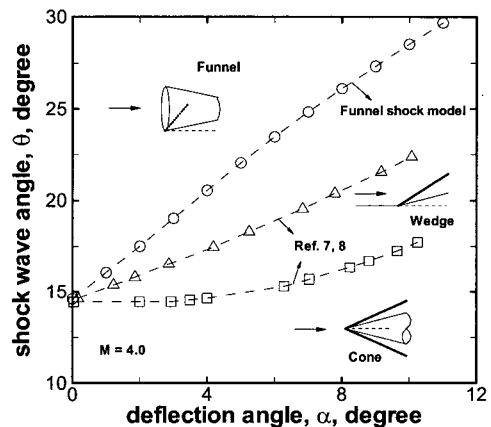


Fig. 2 Funnel Shock Wave Model

Table 1. Three Types of the Funnel Shock Wave Angle Models

Mach number	cone wedge		funnel, (°)		
	(°)	(°)	arithmetic	geometric	harmonic
3.8	15.34	18.10	20.86	21.35	22.07
4.0	14.63	17.34	20.04	20.55	21.28
4.2	13.07	15.71	18.36	18.89	19.70

경사각이 4°인 경우, 산술, 기하, 그리고 조화 평균을 이용하여 갈때기 경사충격파의 충격파의 각을 계산하면, 마하수가 3.8, 4.0, 그리고 4.5인 경우 Table 1과 같다[7, 8]. 본 연구에서 세 가지 모델을 평가한 결과 기하평균이 가장 실험값을 잘 예측한다는 것을 확인하였다. 따라서 이후의 계산에서는 모두 기하평균을 이용한 모델을 사용하였다.

### 3. 이젝터 이론해석

#### 3.1 해석 방법 및 가정

서론에서 언급한 바와 같이 본 연구의 이론해석에서 가장 중요한 가정은 혼합챔버 내부에서 부유동이 주유동에 의해 공기역학적으로 초킹되고 부유동 압력은 이러한 초킹에 의해 결정된다는 것이다. 따라서 Fig. 3과 같이 혼합챔버 입구('i')에서 초킹면('f')까지는 주유동과 부유동이 혼합하지 않으므로 비혼합 모델을 이용하여 계산

을 수행하였고, 초킹면('f')과 이차목 입구('2') 사이에서는 혼합 모델을 사용하여 계산을 수행하였다. 혼합 모델에서는 이차목 입구에서 주유동과 부유동이 완전 혼합된다고 가정하였고, 혼합된 단일 유동이 이차목 출구에서 수직 충격파를 통과하고 아음속 디퓨저를 통하여 일부 압력이 더 회복된 후 대기로 방출된다고 가정하였다.

이론해석에서 작동 유체는 일차원 완전기체이며 이젝터 내부에서 응축되지 않는다고 가정하였다. 이젝터 내부 벽에 의한 마찰은 무시하였고, 단열과정으로 외부와의 열교환은 없다고 가정하였다. 부유동은 등엔트로피 과정으로 가속하여 초킹되므로 초킹면의 마하수( $M_f$ )는 음속이다. 혼합챔버 입구에서 발생하는 갈때기 경사충격파는 초킹면의 주유동에만 영향을 미친다고 가정하였다.

#### 3.2 수식화

Figure 3에서와 같이  $A_{Pi}$ ,  $A_{Si}$  그리고  $a$ 는 이젝터의 형상변수이고,  $P_{0Pi}$ ,  $P_{Pi}$ ,  $T_{0Pi}$  그리고  $M_{Pi}$ 는 주유동의 입구조건으로 주어진다. 또한 주유동과 부유동의 유량인  $m_p$ 와  $m_s$ 도 주어진다.

- i ~ f (비혼합 모델)

Figure 3의 초킹면에서 프라임('')이 붙은 주유동 변수들은 충격파를 고려하기 전의 상태이고, 프라임이 없는 변수들은 충격파의 영향을 고려한 후의 변수들이다. i ~ f 영역에서 주유동과 부유동이 등엔트로피 과정으로 가속할 때 운동

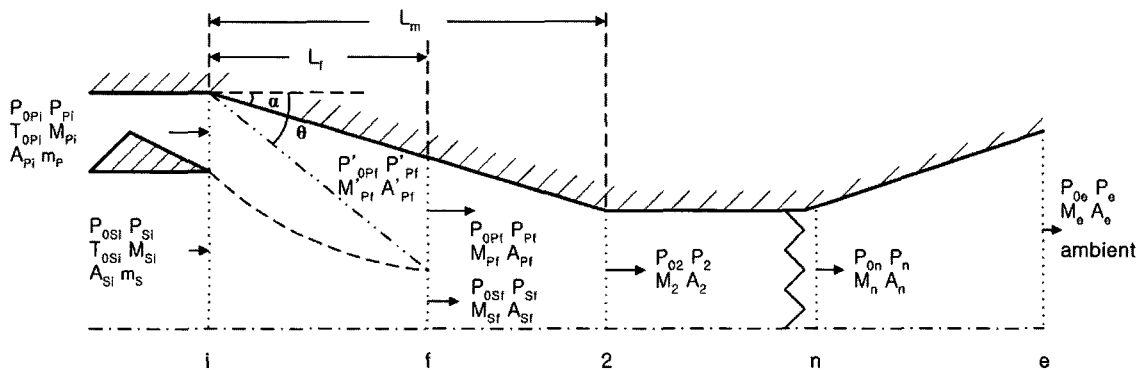


Fig. 3 Schematic and Nomenclature for the Theoretical Analysis

량 보존식과 두 유동의 연속 방정식은 다음의 Eq. 1-3과 같다.

$$P_{Pi}A_{Pi} + P_{Si}A_{Si} - P'_{Pf}A'_{Pf} - P_{Sf}A_{Sf} = -v_{Pi}(\rho_{Pi}v_{Pi}A_{Pi}) - v_{Si}(\rho_{Si}v_{Si}A_{Si}) + v'_{Pf}(\rho'_{Pf}v'_{Pf}A'_{Pf}) + v_{Sf}(\rho_{Sf}v_{Sf}A_{Sf}) \quad (1)$$

$$m_P = \rho_{Pi}A_{Pi}v_{Pi} = \rho'_{Pf}A'_{Pf}v'_{Pf} \quad (2)$$

$$m_S = \rho_{Si}A_{Si}v_{Si} = \rho_{Sf}A_{Sf}v_{Sf} \quad (3)$$

여기서,  $v$ 는 일차원 속도이고  $\rho$ 는 밀도이다.

위의 세 식에 이상기체방정식, 음속 및 마하수의 정의를 이용하여 초킹면의 주유동 압력( $P'_{Pf}$ )을 소거하고 마하수( $M'_{Pf}$ )로 정리하면 아래와 같이 초킹면의 주유동 마하수에 대한 관계식을 얻을 수 있다.

$$F_3(M'_{Pf}) = \frac{1}{F_2(M_{Pi})} \cdot \left\{ \frac{P_{Si}}{P_{Pi}} \cdot \frac{A_{Si}}{A_{Pi}} [F_1(M_{Si}) - F_2(M_{Si}) \cdot F_3(M_{Sf})] + F_1(M_{Pi}) \right\} \quad (4)$$

여기서,  $F_1(M)$ ,  $F_2(M)$  그리고  $F_3(M)$ 은 식을 간단히 하기 위하여 도입한 기체역학 식이며 아래와 같이 정의된다[9].

$$F_3(M) \equiv \frac{F_1(M)}{F_2(M)} = \frac{1 + \gamma M^2}{M \left\{ \gamma \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (5)$$

Equation 4는 주어진 주유동과 부유동의 입구 조건에서, 초킹조건( $M_{Sf} = 1$ )과 부유동 압력의 추정으로 계산될 수 있다.  $F_3(M'_{Pf})$ 이 계산되면 Eq. 5를 이용하여  $(M'_{Pf})^2$ 에 대한 이차방정식으로  $M'_{Pf}$ 를 구할 수 있다. 단, 주유동은 초음속이므로  $M'_{Pf} > 1$  인 값을 선택한다.  $M'_{Pf}$ 이 계산되면 등엔트로피 관계식을 이용하여 주유동과 부유동의 압력을 구할 수 있다. 앞에서 구한 값때기 경사충격파 모델을 이용하여 초킹면의 주유동 마하수( $M_{Pf}$ )와 압력( $P_{Pf}$ )을 다시 계산한다. 이

러한 계산을 반복적으로 수행하여 초킹면의 주유동 압력( $P_{Pf}$ )과 부유동 압력( $P_{Sf}$ )이 같게 하는 부유동 입구 압력( $P_{Si}$ )을 취한다.

이와 같이 부유동 입구 압력( $P_{Si}$ )은  $i \sim f$  영역의 비혼합 계산을 이용하여 이미 정해진다.

-  $f \sim 2$  (혼합 모델)

두 유동은  $f \sim 2$  영역에서 혼합되고 이차목 입구('2')에서는 완전 혼합 된다. 완전 혼합된 단일 유동의 마하수는 아래의 Eq. 6과 같이 계산된다[10, 11].

$$M_2 = \left\{ \frac{1}{(\gamma - 1)(\beta - 1)} \right\}^{1/2} \quad (6)$$

여기서 무차원화 식인  $\beta$ 는 다음의 Eq. 7과 같다.

$$\beta = \left( 1 + \frac{m_S}{m_P} \right) \cdot \left( 1 + \frac{m_S}{m_P} \frac{h_{0S}}{h_{0P}} \right) \cdot \left\{ \frac{M_{Pf}^2}{M_{Pf}^2 + \frac{2}{\gamma - 1}} \right\}^{1/2} + \frac{m_S}{m_P} \sqrt{\frac{h_{0S}}{h_{0P}}} \quad (7)$$

$$\left[ \frac{M_{Sf}^2}{M_{Sf}^2 + \frac{2}{\gamma - 1}} \right]^{1/2} \}^{-2}$$

이차목 입구에서의 압력은 운동량 보존식을 이용하여 Eq. 8과 같이 구할 수 있다.

$$P_2 = \frac{P_{Pf}A_{Pf}F_1(M_{Pf}) + P_{Sf}A_{Sf}F_1(M_{Sf})}{A_2F_1(M_2)} \quad (8)$$

-  $2 \sim n \sim e$

혼합된 단일 유동은 이차목 출구에서 수직 충격파를 통과하므로 충격파 후류의 마하수( $M_n$ )와 압력( $P_n$ )은 수직 충격파 관계식을 이용하여 구할 수 있다. 그리고 확산부인  $n \sim e$ 의 구간에서 100%의 효율을 갖는 아음속 디퓨저를 통하여 압력이 더욱 회복된다고 가정하여 이젝터 출구에

서의 압력( $P_e$ )를 계산하였다.

#### 4. 이론해석 결과

Figure 4는 세 가지 주유동 노즐 출구 마하수 조건(3.8, 4.0 그리고 4.2)에서의 이젝터 성능곡선이다. 갈때기 경사충격파를 고려하였을 경우, 이차원 경사충격파를 이용한 김동의 이론해석 결과 보다 부유동 압력을 정확하게 예측하는 것을 볼 수 있다[5, 6].

Figure 5는 주유동 노즐 출구 마하수가 4.2인 경우의 부유동 주유동의 유량비 비에 대한 부유동 압력 곡선이다. 모든 실험조건에서 부유동 압력을 잘 예측하는 것을 볼 수 있다.

Figure 6은 유량비에 대한 압축비의 결과이다. 압축비는 이젝터 출구의 압력과 부유동 전압의 비로서 이젝터의 성능을 나타내는 또 하나의 중요한 변수이다. 일반적으로 압축비는 유량비에 반비례하는데, 그림에서도 같은 경향성을 확인할 수 있다. 하지만 갈때기 경사충격파를 고려하였을 경우 이차원 경사충격파를 이용한 해석결과 보다 매우 낮은 압축비를 나타내었다. 이러한 이유는 부유동 압력이 증가한 반면 이젝터 출구 압력이 감소하였기 때문이다. 부유동 압력은 보다 강한 경사충격파 모델에 따른 압력 증가가

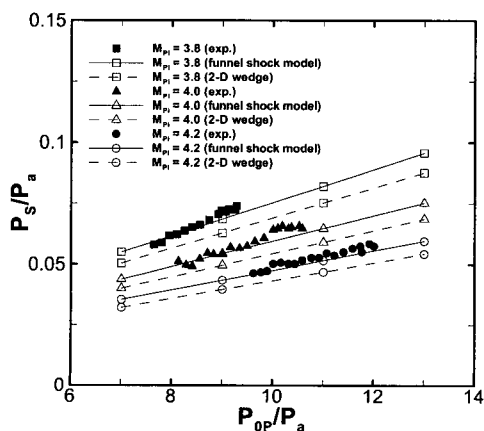


Fig. 4 Analysis Results

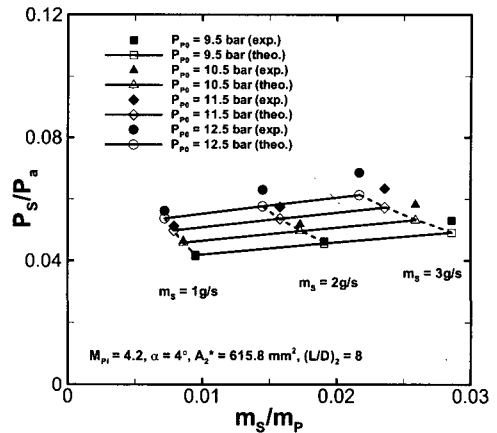


Fig. 5 Secondary Flow Pressure According to Entrainment Ratio

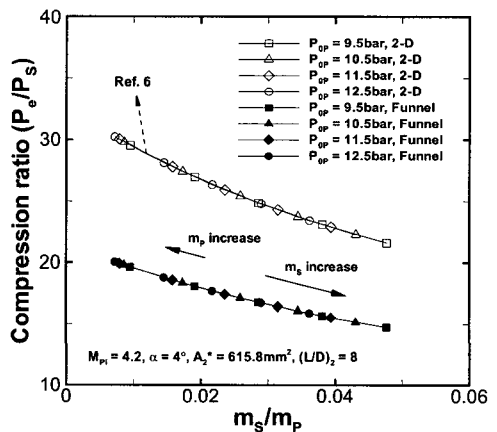


Fig. 6 Compression Ratio According to Entrainment Ratio

원인이고, 이젝터 출구 압력의 증가는 갈때기 경사충격파 모델에서의 주유동의 압력 손실이 보다 크기 때문이다.

이젝터의 성능을 나타내는 또 하나의 변수로 Hedges와 Hill이 정의한 단열 효율이 있다[12]. 이것은 이상적인 압축기-터빈 장치와 실제 장치의 비교를 위한 효율로서 Eq. 9와 같이 나타내어진다. 본 연구에서의 이젝터 단열 효율 계산 결과는 Fig. 7과 같다. Eq. 9에서와 같이 단열 효

율은 유량비에 선형적으로 비례하고 이러한 경향성은 Fig. 7에서도 나타난다. 깔때기 경사충격파를 고려한 경우 이차원 경사충격파 모델보다 낮은 효율을 나타내었는데, 이것 역시 Eq. 9에서와 같이 효율은 부유동 압력에 반비례하기 때문이다. Fig. 6의 압축비에 비하여 작은 감소를 보인 이유는 Eq. 9에서와 같이 단열 효율이 압력에 의한 효과보다 유량에 의한 효과에 더욱 강한 의존도를 가지기 때문이다. 본 연구에서의 이젝터의 경우 Hedges와 Hill의 이젝터 보다 낮은 0.1 이하의 값을 나타내었는데 이것은 본 연구에서 사용한 초음속 이젝터가 고진공을 얻기 위하여 설계되었기 때문이다[12].

$$\eta_{ad} = \frac{m_s T_{0s}}{m_p T_{0p}} \left[ \frac{\left\{ \left( \frac{P_e}{P_{0s}} \right)^{\frac{\gamma_s-1}{\gamma_s}} - 1 \right\}}{\left( 1 - \frac{P_e}{P_{0p}} \right)^{\frac{\gamma_p-1}{\gamma_p}}} \right] \quad (9)$$

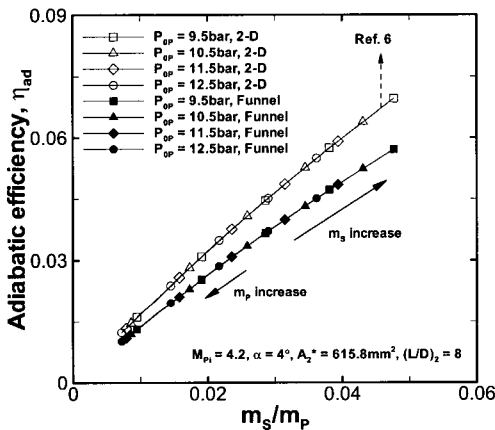


Fig. 7 Adiabatic Efficiency According to the Entrainment Ratio

### 5. 결 론

이차목을 갖는 환형 분사 초음속 이젝터의 경우 혼합챔버 수축각에 의해 혼합챔버 입구에서

발생하는 경사충격파는 필연적이다. 하지만 축대칭 이젝터에서 경사충격파의 형상은 깔때기 형상이 되므로 기체역학적으로 이를 정확히 모사하기는 매우 복잡하고 어렵다. 본 연구에서는 이차원 경사충격파와 원뿔 경사충격파의 관계식을 이용하여 임의의 작은 경사각에 대한 간단한 깔때기 경사충격파 모델을 개발하였고, 이를 이용하여 기존의 이차원 경사충격파를 이용한 일차원 해석 보다 부유동 압력을 정확하게 예측할 수 있었다. 더욱이 본 연구에서 사용한 경사각이 작을수록 경사충격파의 각도는 선형적으로 증가한다는 가정은 혼합챔버의 수축각이 작아야하는 환형 분사 이젝터에 유용하게 사용될 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. Boreisho, A. S., Khailov, V. M., Malkov, V., M., and Savin, A. V., "Pressure recovery system for high power gas flow chemical laser," XIII International symposium on gas flow & Chemical lasers - High power laser conference, edited by SPIE, Florence, Italy, 2000, pp.401-405
2. Malkov, V. M., Boreisho, A. S., Savin, A. V., Kiselev, I. A., and Orlov, A. E., "Choice of working parameters of pressure recovery systems for high-power gas flow chemical lasers," XIII International symposium on gas flow & Chemical lasers - High power laser conference, edited by SPIE, Florence, Italy, 2000, pp.419-422
3. Kim, S., Jin, J., Kwon, H., and Kwon, S., "Development of a rational design procedure of pressure recovery system for HPCL," XV International symposium on gas flow & Chemical lasers - High power laser conference, edited by SPIE, Prague, Czech Republic, 2004, pp.149-154
4. Fabri, J., and Siestruncck, R., "Supersonic air

- ejectors," *Advances in Applied Mechanics* (eds Von Meiss and Von Karman), Academic Press, New York, USA, 1958, V., pp.1-34
5. 김세훈, 권세진, "패브리 초킹을 이용한 환형 분사 초음속 이젝터의 부유동 압력 예측," *한국추진공학회지*, 제9권 제1호, 2005, pp.61-66
  6. 김세훈, 진정근, 권세진, "이차목을 갖는 환형 분사 초음속 이젝터 이론 해석," *대한기계학회 논문집 B*, 제29권, 제10호, 2005, pp.1285-1290
  7. Hodge, B. K., and Koenig, K., *Compressible Fluid Dynamics*, Prentice Hall International Editions, 1995
  8. Anderson, J., *Modern compressible flow*, 3rd edition, McGraw Hill, 2003
  9. Mikkelsen, C. D., Sandberg, M. R., and Addy, A. L., "Theoretical and experimental analysis of the constant-area, supersonic-supersonic ejector," U. S. Army Research Office, Grant number DAHC 04-75-G-0046, and Dep. of Mechanical & Industrial Eng., Uni. of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois 61801
  10. 최보규, "이젝터의 유동특성에 관한 연구," *공학박사 학위논문*, 부산대학교 일반대학원 기계설계공학과, 2001년 2월
  11. Emanuel, G., "Optimum performance for a single-stage gaseous ejector," *AIAA J.*, Vol. 14, No. 9, 1976, pp.1292-1296
  12. Hedges, K. R., and Hill, P. G., "Compressible flow ejectors. Part II: Flow measurements and analysis," *J. of Fluids Eng., Trans. ASME*, Vo. 96, 1974, pp.282-288