

## 사출 성형 플라스틱 단불이 기어의 강도평가

정태형\*, 문창기<sup>+</sup>, 하영욱<sup>++</sup>

(논문접수일 2005. 9. 15, 심사완료일 2005. 11. 11)

### Strength Estimation of Injection Molded Plastic Stepped Spur Gear

Tae Hyong Chong\*, Chang Ki Moon<sup>+</sup>, Young Wook Ha<sup>++</sup>

#### Abstract

The strength estimation is carried out for injection molded plastic stepped gear. The stepped gear is considered as a plate model which is fixed by two edges and freed on the other sides. The stress of common normal gear is calculated by Lewis formula which can be derived quite simply from the equation for the stress at the root of a cantilever beam. Stress ratio(step factor) between the common normal gear and stepped gear is proposed for the ratio of the bending stress of normal gear and that of stepped gear. This study proposes the step factor added in Dupont equation which is used for strength estimation of injection molded plastic stepped gear.

**Key Words** : Gear(기어), Injection Molded Plastic Gear(사출 성형 플라스틱 기어), Stepped Gear(단불이 기어), Strength Estimation (강도 평가)

## 1. 서론

플라스틱 기어의 원재료인 엔지니어링 플라스틱은 금속 재료와 비교해서, 인장 강도와 굽힘 강도는 강의 약 1/8~1/10이며, 탄성계수는 강에 비하여 약 1/70이다. 사출성형 플라스틱 기어의 재료는 폴리아세탈과 폴리아미드가 많이 사용되고 있다. 이러한 사출성형 플라스틱 기어는 일반적으로 경량, 무윤활 사용, 대량 생산성, 저 비용, 진동 흡수성,

내식성, 내약품성이 우수한 장점이 있다<sup>(1-3)</sup>. 이러한 장점을 이용한 사출 성형 플라스틱 기어는 자동차 전동 모터, 카메라, 가정용 VTR, 복사기, 레이저 프린터, 전기 세탁기 등에 대폭 사용되고 있다. 또한 다른 기계요소와의 일체 성형 등의 이점도 뛰어나다. 이러한 이점 때문에 현재는 금속 기어의 단순한 대체품으로서가 아니라 플라스틱 기어의 우위성을 인정한 사용이 증가되고 있다<sup>(4)</sup>.

특히 플라스틱 단불이 기어는 복잡한 형상의 부품을 한

\* 한양대학교 기계공학과

+ 한양대학교 대학원 기계설계학과

++ 교신저자, 한양대학교 대학원 기계설계학과 (drhyw@hanmail.net)

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17

공정으로 생산이 가능하여 부품의 수를 감소시킴으로써 단가, 제품의 크기, 공정시간을 감소시키는 이점이 있기 때문에 꾸준히 사용이 증가되어 전체 플라스틱 기어에서 70%가량의 비중을 차지한다. 그러나 단분이 기어에 대한 신뢰할 만한 강도 평가에 관한 연구가 미흡하여, 산업현장에서는 경험적으로 안전계수를 사용하는 등 문제점이 있다.

따라서 본 연구는 단분이 플라스틱 기어의 강도 평가 방법을 확립하여 사출성형 플라스틱 단분이 기어에 대한 설계지침을 제안하고자 한다.

## 2. 사출 성형 플라스틱 단분이 기어의 강도평가

### 2.1 사출 성형 플라스틱 단분이 기어

플라스틱 가공에서 사출 성형의 장점은 복잡한 형상의 부품을 한 공정으로 생산할 수 있는 것으로, 기어 생산에서도 단분이 기어가 증가되고 있다. Fig. 1 (a)와 같은 단분이 기어(steped gear)는 Fig. 1 (b)의 일반 기어(normal gear)들과 비교하여 부품의 감소로 인한 제작 단가를 낮출 수 있으며, 조립이 용이하고 제작·조립 비용의 절감에도 크게 기여한다.

### 2.2 사출 성형 플라스틱 기어의 강도 평가

일반 플라스틱 기어의 강도 평가 방법은 크게 세 개의 식이 제안되고 있다. Polyplastic사의 식으로 표준 시험조건에서의 최대 허용 굽힘 응력을 토대로 실험 보정을 한 Polyplastic 식이며<sup>(5)</sup>, DuPont사에서는 Lewis식에 근간을 두고 실험 보정을 통한 DuPont식이며<sup>(6)</sup>, Hachmann의 식은 그의 연구를 통해 폴리amide 기어에 대하여 강도 평가를 수행할 수 있는 Hachmann식이다<sup>(7)</sup>. 그러나 단분이 기어의 강도 평가에 관한 연구는 미비한 실정이다.

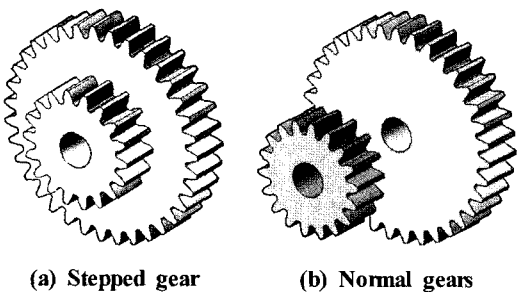


Fig. 1 Injection molded plastic gears

### 2.3 수식 모델에 의한 강도평가

단분이 기어(steped gear)를 두 단계 고정된 플레이트 모델로 고려하여 계산한 굽힘 응력과 일반 기어(normal gear)를 외팔보 모델을 이용하여 얻은 굽힘 응력을 조사하여 상관관계를 밝히고, FEA를 이용하여 단분이 기어와 일반 기어의 이뿌리 필렛 부근의 최대 인장 응력의 크기를 조사하여 검토한다.

#### 2.3.1 일반 기어의 외팔보 모델에 의한 강도 평가

Fig. 2에서 하나의 기어의 이(tooth)를 Fig. 3과 같이 외팔보로 가정한다. Fig. 3의 외팔보 끝단에서 단위 폭 당 하중( $q_0$ )이 작용하면, 하중이 작용하는 면에서는 인장응력이 반대 면에서는 압축응력이 발생한다. 기어의 이가 파손될 때 그것들은 보통 인장응력이 작용하는 부근에서의 균열에 의한 파손이 발생된다. Lewis는 Fig. 4에서와 같이 기어의 이 내부에 균일 강도의 포물선을 그려서 이뿌리 필렛과 포물선이 접하는 점이 응력이 집중되는 위치(위험단면)로 하였다.

외팔보 뿌리부에서의 굽힘 응력( $\sigma_b$ )은 Lewis에 의해 식 (1)과 같이 유도되었으며, 여기서  $q_0$ 는 Fig. 3에서 도시된 것과 같이 단위 폭 당 하중이며,  $a$ 는 Fig. 4에서 도시된 것과 같이 위험단면으로부터 하중의 작용점까지의 높이이고  $t$ 는 위험단면이다.

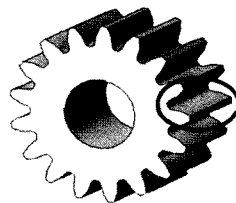


Fig. 2 Normal gear

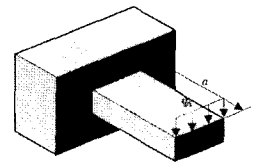


Fig. 3 Cantilever beam

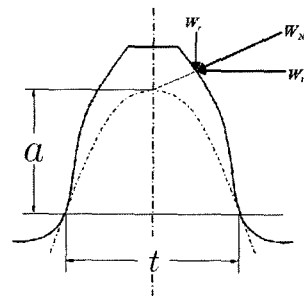


Fig. 4 Inscribed parabola for critical section

$$\sigma_b = \frac{6aq_0}{t^2} \quad (1)$$

### 2.3.2 단불이 기어의 플레이트 모델에 의한 강도 평가

단불이 기어는 Fig. 5와 같이 작은 기어와 큰 기어가 붙어 있으며 큰 기어의 이에 대해서는 일반 기어의 강도 평가식을 이용한 해석이 가능하지만 작은 기어의 이에 대해서는 단불이 부근이 고정됨으로써 일반 기어의 강도 평가식을 적용하는데 문제가 있다. Fig. 5에서 선택된 하나의 이를 Fig. 6처럼 플레이트로 모델링하였다<sup>(8)</sup>.  $y, z$ 평면과  $x, z$ 평면으로 고정된 플레이트에 하중이  $z$ 방향으로 작용하기 때문에

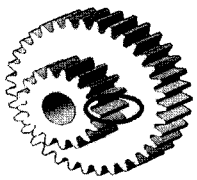


Fig. 5 Stepped gear

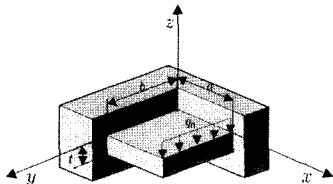


Fig. 6 Plate model

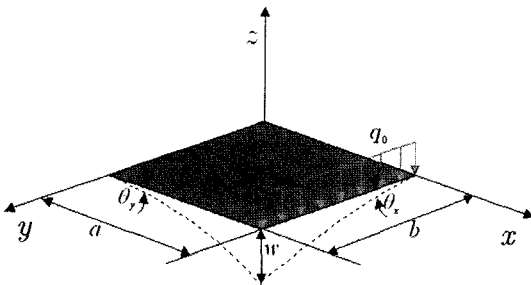


Fig. 7 Simplified plate model

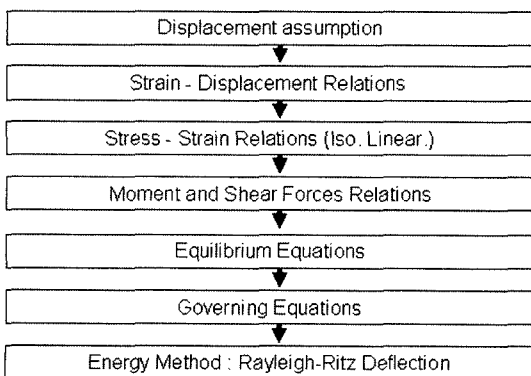


Fig. 8 Analysis process by the plate theory

3차원 관점으로 해석을 수행하여야 하는 어려움이 있다. 그러나 단불이 기어의 이를 단불이 부분과 기어 이뿌리 부분에 고정된 Fig. 7과 같이 플레이트로 가정함으로써 해석을 용이하게 하였으며, 또한 위험 단면은 포물선 접선법에 근거한 이뿌리 부분으로 설정함으로써 해석의 단순화를 시도하였다.

Fig. 8은 플레이트 이론에 의한 해석과정을 나타낸다. 처짐의 가정으로 시작하여 변형률과 변위의 관계, 응력과 변형률의 관계, 모멘트와 전단응력의 관계로부터 평행방정식과 지배방정식을 수립할 수 있으며, 에너지법에 의하여 최초 가정했던 처짐을 알아낼 수 있다. 처짐을 알면, 지지단 즉,  $y$ 축에 발생하는 모멘트와 뿌리 부근에서의 굽힘 응력을 구한다.

### 2.3.3 수식 모델에 의한 강도 평가결과 비교

모듈 1, 총 이높이 2.25mm의 표준 기어의 이(tooth)를 해석하였다. Fig. 9는 일반 기어와 단불이 기어의 최대 인장응력을 비교한 것으로, 일반 기어의 경우 외팔보 모델로 해석을 수행한 결과를 점선으로 표시하였으며 단불이 기어를 플레이트 모델을 이용하여 해석한 결과를 실선으로 표시하였다.

외팔보 모델의 이뿌리 부근의 굽힘 응력 해석 결과 43.33 MPa의 크기를 나타냈으며, 플레이트 모델의 이뿌리 부근의 굽힘 응력 해석 결과 치폭 3mm에서 9mm까지의 범위에서

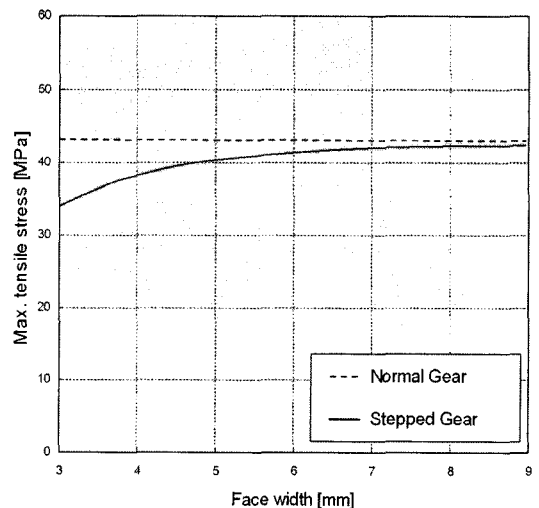


Fig. 9 Comparison of root stresses between cantilever model of normal gear tooth and plate model of stepped gear tooth

34.82~43.01MPa의 크기를 나타냈다. 단불이 기어의 치폭이 증가할수록 일반 기어의 굽힘 응력과 가까워짐을 알 수 있다. 결국 단불이 기어의 치폭이 증가할수록 단불이의 영향이 줄어든다는 결론을 얻을 수 있다.

### 2.3.4 단불이 기어의 강도 평가식 제안

Fig. 10은 모듈 0.3에서 2까지 총 8개 모듈의 표준 기어를 각각 외팔보 모델의 해석식과 플레이트 모델의 해석식으로 응력을 구한 것으로, 일반 기어 이뿌리 부근의 굽힘 응력과 단불이 기어 굽힘 응력의 비를 세로축에 나타내고 치폭(face width)과 모듈(module)의 비  $k$ (face width factor  $k$ )를 가로축에 나타낸 것으로, 그 결과는 단일 곡선으로 표현되며 치폭 계수가 증가할수록 응력비는 1에 가까워지고 이는 곧 일반 기어와의 거의 같아간다는 의미를 갖는다. 세로축의 응력비를 단불이 계수  $K_S$ (식 (2))로 표현하여 DuPont식에  $K_S$ 를 추가하여 단불이 기어의 응력값을 얻기 위한 개선된 DuPont식(식 (3))을 제안한다.

단불이 계수  $K_S$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$K_S = -\frac{1}{0.31k^2 + 0.551k} + 0.997 \quad (2)$$

여기서,  $k = b/m$  (치폭/모듈)이다.

따라서, 단불이 기어 이의 이뿌리 굽힘 응력  $\sigma_b$ 는 DuPont식에 기초하여 식 (3)과 같이 구할 수 있다.

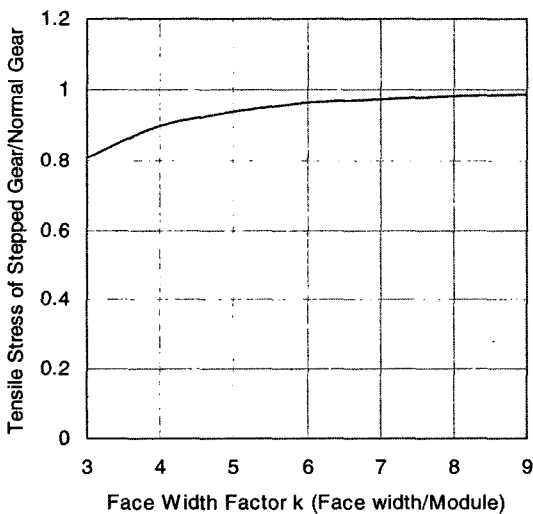


Fig. 10 Step factor  $K_S$

$$\sigma_b = \frac{W}{mbY} \frac{K_{LD}K_{VD}K_S}{K_{TD}} \quad (3)$$

여기서  $W$ 는 치면 법선하중,  $m$ 은 모듈,  $b$ 는 치폭,  $Y$ 는 치형계수,  $K_{LD}$ 는 윤활계수,  $K_{VD}$ 는 속도의존 동하중계수,  $K_{TD}$ 는 온도계수이다<sup>(6)</sup>.

### 3. 사출 성형 플라스틱 기어의 유한요소 해석

Fig. 11과 같이 유한요소법에 의한 기어의 이뿌리 응력의 해석은 사면체 요소를 사용하였으며 압력각이 20°인 표준기어를 대상으로 수행하였다. 모듈 0.3~2의 총 8종류의 모델을 치폭 3-9mm까지 1mm단위로 변화시키며 일반 기어와 단불이 기어의 굽힘 응력을 해석하여 비교 하였다. 요소의 크기는 총 이높이의 2% 이내로 제한하였다.

폴리아세탈 재료의 물성치는 탄성계수 3300N/mm<sup>2</sup>, 포아송비 0.34로 하였다. 하중은 한쌍 이물림의 최고위치(HPSTC)에 9.8N/mm(1kgf/mm)을 가했으며, 경계조건은 구멍의 원통면을  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 방향의 고정으로 하였다.

Fig. 12에서 이뿌리원에서 시작하여 필렛 모서리를 따른 거리 0.6mm를 17등분하여 최대 인장 응력을 조사하였다.

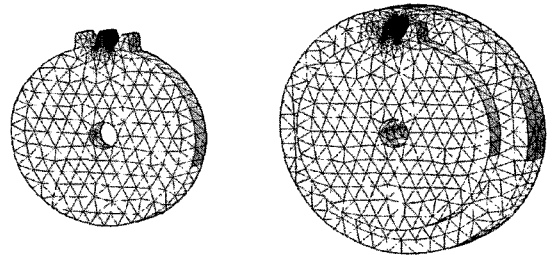


Fig. 11 Elements of gear tooth for FEM analysis

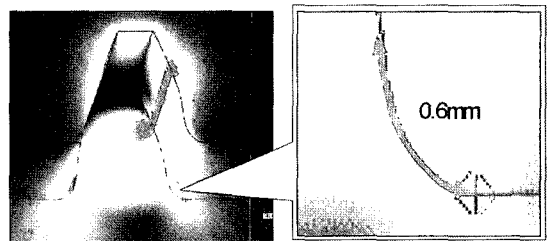


Fig. 12 Maximum tensile stress around root fillet

### 3.1 치폭 변화에 따른 일반 기어의 강도 평가

Table 1과 같은 제원의 표준 기어를 대상으로 치폭을 3mm~9mm까지 변화시켜 유한요소 해석을 수행하였다. 실제 기어의 경우 인장축으로 부터의 균열에 의해 파손되므로 인장축의 응력의 크기에 주목하였다.

이뿌리 부근의 인장 응력을 해석한 결과는 Table 2와 같으며, 치폭이 3mm일때 46.01MPa이었으며, 치폭이 9mm일때 45.21MPa의 크기를 나타내었다.

### 3.2 치폭 변화에 따른 단불이 기어의 강도 평가

단불이 기어에 대한 응력 해석은 같은 제원의 단불이 표준 기어를 대상으로 치폭을 3mm~9mm까지 변화시켜 해석을 하였으며, 인장축의 응력치에 주목하였다. 이뿌리 부근의 인장 응력의 해석결과 치폭이 3mm일때 36.71MPa이었으며, 치폭의 증가와 함께 응력의 크기도 증가하여 치폭이 9mm일때 44.54MPa의 크기를 나타내었다.

## 4. 검토 및 고찰

### 4.1 유한 요소 해석모델에 의한 강도 평가결과 비교

Fig. 13은 유한 요소 해석의 결과를 나타낸 것이며, 수식 모델에 의해서 단불이 기어와 일반 기어의 이뿌리 부근 굽힘

응력의 비로 표현했던 방법과 마찬가지로 단불이 기어의 이뿌리 부근의 인장응력과 일반 기어의 이뿌리 부근의 인장응력의 비( $K_s$ )로 Fig. 14와 같이 표현하였다.

Fig. 15에서는 모듈 0.3~2까지 8종류의 기어를 치폭 3mm에서 9mm까지 1mm단위로 변화시키며 일반기어와 단불이 기어의 인장 응력을 비교하였다.

앞에서의 방법과 마찬가지로 유한 요소 해석에 대한 결과를 일반 기어 이뿌리 부근의 인장 응력과 단불이 기어의 인장 응력의 비를 세로축으로, 모듈과 치폭의 비(치폭계수  $k$ )를 가로축으로 나타내어 Fig. 16으로 표현하였다.

Table 1 Specification of normal gear

Type	Module	Pressure angle	Number of teeth	Pitch diameter
Gear	1	20°	29	29mm

Table 2 Max. tensile stress at the root of gear in module 1

Face width [mm]	The Maximum Tensile Stress of Stepped Gear [MPa]	The Maximum Tensile Stress of Normal Gear [MPa]
3	36.71	46.01
4	40.40	45.98
5	42.72	45.81
6	43.81	45.52
7	44.13	45.41
8	44.38	45.19
9	44.54	45.11

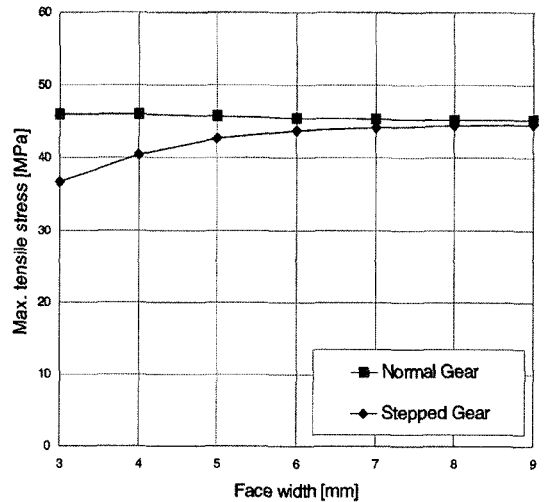


Fig. 13 FE analyses of normal and stepped gears

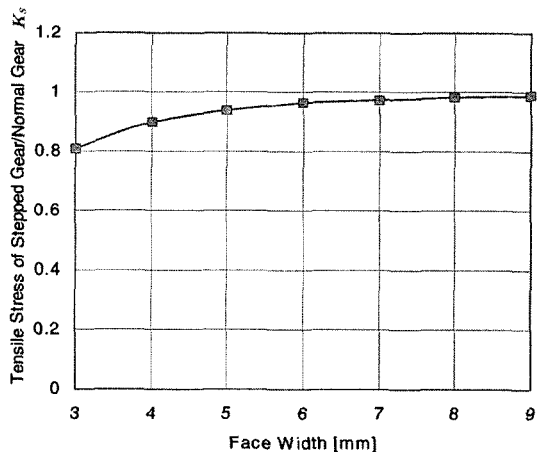


Fig. 14 Stress ratio and face width in module 1

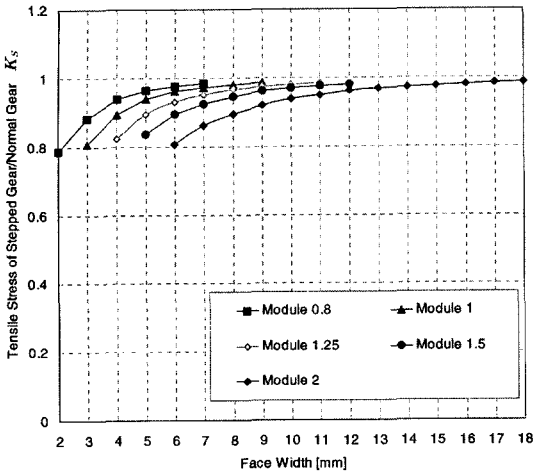


Fig. 15 Stress ratio in various modules

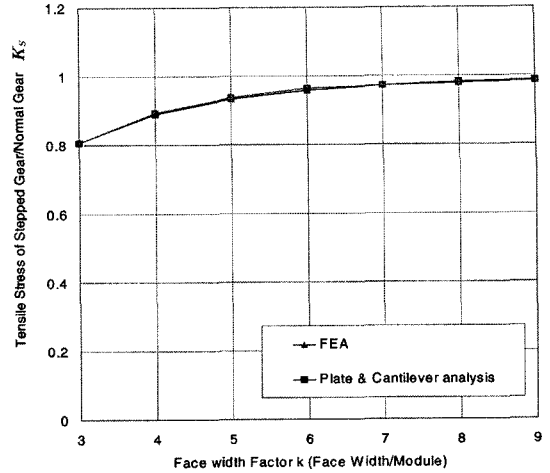


Fig. 17 Comparison of stresses between FEA and Plate & Cantilever analysis model

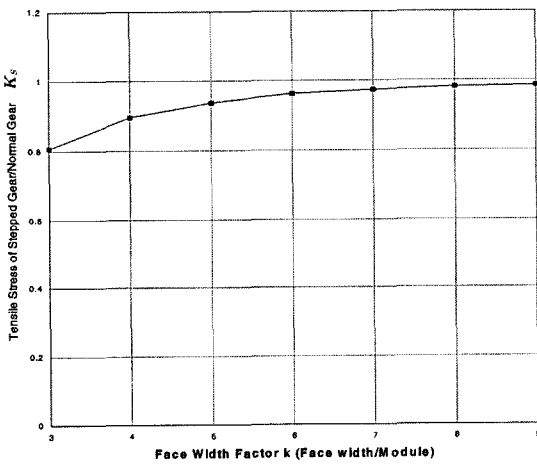


Fig. 16 Stress ratio and face width factor

#### 4.2 수식 모델과 유한요소 해석 모델에 의한 강도 평가 결과 비교

수식 모델에서 일반 기어와 단불이 기어 하나의 이를 외팔보와 플레이트 모델로 해석한 결과를 단불이 계수(step factor  $K_s$ )와 치폭계수의 함수  $k$ 의 그래프로 표현하였다(Fig. 10 참조). 이와 마찬가지로 일반 기어와 단불이 기어의 이뿌리 부근의 굽힘 응력을 유한요소법으로 해석하여 두 모델의 응력비를 치폭 계수의 함수  $k$ 의 그래프로 표현하였다(Fig. 16 참조). 수식모델에 의한 해석과 유한요소법으로 해석한 모델을 Fig. 17에서 비교하였다. 두 결과가 거의 유사함을 알 수 있다.

이 결과로부터 플레이트 이론에 의한 굽힘 응력과 외팔보에 의한 굽힘 응력의 비의 계산을 통해 제시된 계수  $K_s$ 가 같음을 알 수 있다.

### 5. 결론

사출성형 플라스틱 단불이 기어의 강도평가를 수행하였다. 단불이 기어(steped gear)를 두 단이 고정된 플레이트 모델로 고려하여 계산된 굽힘 응력과 일반 기어(normal gear)를 외팔보 모델을 이용하여 계산된 굽힘 응력의 비를 단불이 계수  $K_s$ (step factor)로 표현 하였으며, 또한 치폭계수  $k$ (face width factor)의 함수로 나타내었다. 기존의 플라스틱 기어 강도 평가식인 DuPont식에 단불이 계수  $K_s$ 를 추가함으로써 단불이 기어 해석을 위한 개선된 DuPont식을 제안하였다.

기존 DuPont식에  $K_s$ 를 추가함으로써 기존 식의 활용도를 높이고 사출성형 플라스틱 단불이 기어 설계에 대한 안정적 가이드를 제시하였으며, 제품의 소형화 추세에 부응해 사용이 증가되는 단불이 기어에 대한 신뢰할 만한 설계지침으로 활용도가 높을 것으로 기대된다.

### 참고 문헌

- (1) Pye, R. G. W., 1989, *Injection Mold Design*, 4th ed. John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 3-254.

- (2) Dudley, D. W., 1984, *Handbook of Practical Gear Design*, McGraw-Hill Book Company, pp. 3.128~3.135.
- (3) Clifford E M., Dekker, 1980, *Plastics gearing : selection and application*, pp. 129~184.
- (4) Chong, T. H., Moon, C. K. and Ha, Y. W., 2004, "Strength Estimation of Injection Molded Plastic Stepped Spur Gear," *Proceedings of 2004 Autumn Conference*, KSMTE, pp. 92~97.
- (5) Polyplastic co., 1988, *Plastic Gear*, pp. 71.
- (6) Engineering Polymers, 2000, *General Principles for DuPont Engineering Polymers*.
- (7) Hachmann H., 1966, *Konstruktion*, pp. 11~14.
- (8) Rees D. W. A, *The mechanics of solids and structures*, McGraw-Hill.