한국지능정보시스템학회논문지 제12권 제4호 2006년 12월(pp. 39~50)

공 컨테이너의 임대 계획을 위한 수리계획모형 및 해법*

박선욱
부산대학교 공과대학 산업공학과
(berner@hanmail.net)

전수민
부산대학교 공과대학 산업공학과
(1006sumin@pusan.ac.kr)

김갑환
부산대학교 공과대학 산업공학과
(kapkim@pusan.ac.kr)

선사에서 화물을 수송하기 위해 필요한 공(빈) 컨테이너 수요를 만족시키기 위해서 컨테이너를 구매하고 임대하는 계획을 작성하는 방법에 대해서 다루었다. 수요의 변동을 고려하여 각 기간별로 구매 또는 임대하여야 할 컨테이너의 개수와 임대기간을 결정하는 방법을 제시하였다. 컨테이너 구매 및 임대 계획작성을 위한 확정적 수리계획 모형을 제안하였으며 이 모형의 해를 구하기 위한 발견적 기법을 제안하였다.

논문접수일 : 2006년 05월 게재확정일 : 2006년 12월 교신저자 : 전수민

1. 서론

국내선사의 컨테이너 보유량은 금액으로 약 13억 달러에 해당되며, 여기에 연간 약 7천만 달러의 비용을 컨테이너를 임대하는데 지출하고 있다. 선사가 직접 컨테이너를 필요한 만큼 보유하는 대신 임대를 하여 사용하는 이유는 컨테이너 수송에 대한 수요가 일정하지 않고 경기에 따라 변하며 일년 중에서도 계절에 따라 변하기 때문이다. 공 컨테이너를 유지하고 운송하기 위하여 소모되는 비용이 전체 수송비의 20% 정도 차지하고 있는 실정이므로 선사는 수송이 완료된 공 컨테이너의 효율적인 관리를 위하여 노력하고 있다. 그 중에서도 공 컨테이너의 자사 보유량을 결정하고 시점 별 임대하여야 할 컨테이너 수량을 결정하는 문제는 현장에서 중요한 의사결정 문제로 여겨지고 있다.

본 연구에서는 컨테이너의 수요를 예측하고, 공 컨테이너의 수요를 만족시키기 위한 공 컨테이너의 구매 및 임대 계획에 대한 수리계획 모형 및 발견적 기법을 제시하며 다양한 수치 실험을 통해 발견적 기법의 성능을 보이고자 한다. 이와 관련된 기존연구로 Crainic and Laporte [9]는 화물 수송의 계획과 운용에 대한 다양한 수리모형을 소개하였다. Dejax 와 Crainic [10]은 공 컨테이너를 포함하는 빈 장비를 수송하는 문제에 관한 다양한 수리모형에 대해서 소개하고 있다.

공 컨테이너 수송에 대한 많은 연구가 캐나다 몬트리올에 있는 수송연구 센터(CRT)의 연구원들에 의해 발표되었다(Abrache et al. [1], Crainic et al. [4], Crainic and Gendreau [5], Crainic et al. [6], Crainic et al. [7], Crainic and Delorme [8], Gendron and Crainic [12]). 주요 내용은 공 컨테이너의 수요를 만족시키기 위하여 어떻게 재배치 시킬 것인가 하는 문제가 주된 연구 내용이다.

* 본 연구는 한국과학재단 특정기초연구사업(과제번호 : R01-2003-000-10077-0)의 지원에 의한 것입니다.

Cheung과 Chen [3]은 공 컨테이너 재배치를 필요로 하는 동적인 공 컨테이너 할당문제와 화주의 수요를 만족시키는 임대 컨테이너의 수 결정 문제를 다루었다. 이를 위하여 확정적인 2단계 확률 네트워크 모델을 제안하였다. Du [11]는 재고 모델을 이용하여 공 컨테이너 문제에 접근하였다. Lai et al. [14]은 공 컨테이너의 대륙간 재배치에 대한 간단한 운영 규칙을 제안하였다. Hall [13]은 수송 네트워크에서 컨테이너 흐름의 불균형과 임의성을 예측하는 방법을 제안하였고, 불균형으로 인하여 발생하는 비용에 대해 논의하였다.

본 연구에서 대상으로 하고 있는 공 컨테이너 임대 및 구매 계획과 유사한 문제는 다음과 같은 예로 들 수 있다. 첫 번째 유사사례로서 일정한 기간 동안의 저장수요를 만족시키기 위하여 건설하여야 할 창고의 규모를 결정하고 변화하는 수요를 만족시키기 위하여 단기로 저장공간을 임대하는 임대계획을 작성하는 문제이다(Lowe et al. [15]). 두 번째 유사사례로서는 한 회사에서 변화하는 작업량을 처리할 수 있도록 고용하여야 할 전임 근무자의 수와 일정한 기간 동안만 고용하는 임시 근무자의 고용일정계획을 작성하는 문제이다. 그리고 시간에 따라 변화하는 작업량을 처리하기 위하여 구매하여야 할 기계 대수를 결정하고 이 기계들이 노후화되었을 때, 이를 교체하는 일정계획을 적성하는 문제도 본 연구의 내용과 유사하다고 할 수 있다(Ahuja et al. [2]). Lowe et al. [16], [17]는 이 문제들이 수송계획법을 응용한 알고리즘으로 최적해가 구해 질 수 있음을 보였다. 그러나, 본 연구의 대상문제인 수요의 변동을 고려한 공 컨테이너의 임대와 구매 계획 문제에 대해서는 지금까지 많은 연구가 없었다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 공 컨테이너 임대 및 구매계획을 위한 수리계획모형을 제시한다. 3장에서는 발견적 기법을 소개하고 수치 실험결과를 제시한다. 4장에서는 이 연구에 대한 결론에 대하여 기술한다.

2. 공 컨테이너 임대 및 구매 계획에 대한 수리계획 모형

본 장에서는 각 기간별로 필요한 컨테이너 개수를 어떻게 공급할 것인지를 결정하는 공 컨테이너 임대 및 구매 계획에 대한 수리계획 모형을 제시하고자 한다.

2.1 공 컨테이너 임대 및 구매 계획 모형

본 절에서는 컨테이너의 미래수요를 만족시키는 구매와 임대 컨테이너에 대한 수리계획 모형을 제안하고자 한다. 모형 개발을 위한 가정은 다음과 같다.

1. 계획 시점에서 선사가 보유하고 있는 컨테이너의 양과 앞으로의 사용 가능기간은 미리 결정되어 있다.

2. 선사의 계획담당자는 각 기간의 컨테이너 수요를 미리 알고 있으며 그 수요는 확정적이다.

3. 컨테이너를 동일한 시점에 빌리면 임대기간이 길수록 임대비용은 비싸다.

공 컨테이너 임대 문제의 공식화를 위해 아래의 기호를 소개한다.

n : 계획 기간의 길이.

p : 구매한 컨테이너가 사용될 수 있는 기간의 수.

c_{ij} : i기간에서 j기간까지 컨테이너 당 임대하는 비용. 가정에 의해서 $j-i > k-i$ 일 때 $c_{ij} > c_{ik}$ 이다. $j = i+p$일 때, 이 비용은 구매 비용에서 중고 컨테이너의 처분 가치를 뺀 비용.

h_i : i기간 동안 보관, 보수 비용을 포함한 컨테이너 재고 유지 비용.

b_i : i기간에 컨테이너의 수요.

a_i : i기간 말에 임대 회사로 반환되거나 처분될 계획인 컨테이너의 개수.

d_i : i기간에 컨테이너의 순수요. i기간까지 가용한 컨테이너의 초기 개수를 초과하는 수요. $d_i = b_i - \sum_{k \ge i} a_k$

s_i : i기간에 컨테이너의 순 수요 변화. $s_1 = d_1$, $s_i = d_i - d_{i-1}$ for i = 2, ⋯, n, $s_{i+1} = -d_n$

e_{ij} : i기간 초부터 j기간 초까지 임대할 수 있는 컨테이너의 최대 개수. $j = i+p$일 때 이 수치는 i기간 초에 구매할 수 있는 컨테이너의 최대 수.

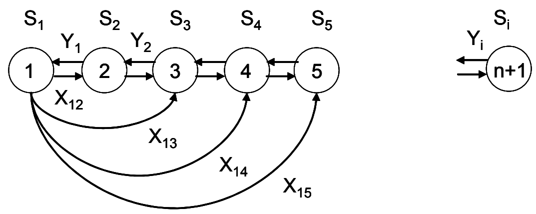
e_i : 사용되지 않은 컨테이너로 쌓일 수 있는 컨테이너의 최대 수. 컨테이너 야드의 저장 용량이 제한되어 있음.

X_{ij} : i기간의 초부터 j기간 초까지 임대기간을 가진 임대 컨테이너 수(의사결정 변수). $j = i+p$일 때 i기간에 구매된 컨테이너의 변수.

Y_i : i기간에 컨테이너 야드에 사용되지 않고 쌓여 있게 되는 컨테이너의 수(의사결정 변수).

문제의 모형화를 할 때, 독자들의 이해를 쉽게 하기 위해서는 i기간의 수요인 d_i를 이용하여 균형방정식을 표현하는 것이 좋으나 이 모형을 해법이 알려져 있는 최소비용흐름문제로 모형화하기 위하여 새로운 변수인 s_i를 도입하였다.

컨테이너 구매 및 임대 계획은 [그림 1]과 같이 네트워크로 나타낼 수 있다. 특정 노드(기간)에서 컨테이너의 순수요가 증가하면 적어도 그 증가량 만큼 새로운 컨테이너가 추가로 임대 또는 구매를 하거나 그 이전에 확보해 놓은 컨테이너로 충당해야 한다. 특정 노드(기간)에서 컨테이너의 순수요가 감소하면 그 감소된 양만큼 임대 컨테이너가 반환되어야 한다. 예를 들어 [그림 1]에서 노드 3은 3번째 기간을 의미하는데, 만약 $s_3 > 0$이라면 기간 3의 수요가 기간 2에 비해서 증가하였다는 뜻이고 이 추가수요를 만족시키는 방법은 기간 2 이전에 임대하거나 보유하고 있는 컨테이너에 여유가 있다면 그 컨테이너를 이용하거나($Y_2 > 0$), 아니면 추가로 구매하거나 임대하여($X_{34} > 0$, $X_{35} > 0$, ⋯, 또는 $X_{3n} > 0$) 수요증가에 대처하여야 할 것이다. 만약 $s_3 < 0$이라면 기간 3의 수요가 기간 2에 비해서 감소하였다는 뜻이다. 수요감소에 대처하는 방법은 잉여 컨테이너를 보관하였다가 기간 3이후에 반납하게 하든지($Y_4 > 0$, $Y_5 > 0$, ⋯, $Y_n > 0$), 아니면 임대 컨테이너를 반납하는 ($X_{13} > 0$, 또는 $X_{23} > 0$) 것이다.



[그림 1] 컨테이너 구매 및 임대 네트워크

위의 네트워크 모델을 수식으로 나타내면 아래와 같다.

$$Min \ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i} c_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^{n} h_i Y_i \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{n+1} X_{1j} - Y_1 = s_1 \tag{2}$$

$$-\sum_{i=1}^{j-1} X_{ij} + \sum_{i=j+1}^{n+1} X_{ji} + Y_{j-1} - Y_j = s_j, \ j = 2, \ 3, \ldots, \ n \tag{3}$$

$$\sum_{i=1} X_{i(n+1)} + I_n = s_{n+1} \quad (4)$$

$$X_{ij} \le e_{ij} \quad for \ \ all \ \ i \ \ and \ \ j \quad (5)$$

$$Y_i \le e_i \quad for \ \ all \ \ i \quad (6)$$

$$X_{ij},\ Y_i \ge 0 \quad for \ \ all \ \ i \ \ and \ \ j \quad (7)$$

위의 수식은 공 컨테이너의 순 수요의 변화를 관찰하여 순수요가 초과된 노드는 공급 노드로 하고 부족한 노드는 수요노드로 하여 각 구간마다 주어진 비용구조하에서 각 공급 노드에서 모든 수요노드로 가는 최소비용흐름을 결정하기 위한 것이다. 제약식 (2)~(4)은 각각 기간 1에서 기간 n을 거쳐 노드 $n+1$까지의 흐름보존을 나타낸다. 제약식 (5)는 기간 i에서 기간 j까지 임대할 수 있는 최대 임대 가능량에 대한 제약을 나타낸다. 성수기에는 임대 회사로부터의 컨테이너를 공급할 수 있는 양이 부족하기 때문에 임대할 수 있는 최대 컨테이너 임대량에 제한을 두었다. 제약식 (6)은 기간 i에서 기간 j까지 컨테이너 재고 용량 제한을 나타낸다. 컨테이너 야드는 컨테이너를 적재할 수 있는 저장 공간이 제한적이기 때문에 최고재고량에 제한을 두었다. 최소비용네트워크흐름 문제에 상응하는 이 모형은 최소비용네트워크흐름 문제에 대하여 이미 알려져 있는 알고리즘으로 풀 수 있다.

2.2 공 컨테이너 수송계획 모형

제약식 (5)와 (6)은 아크의 용량에 제한이 있다는 것을 말하는데 이런 용량의 제한이 없는 경우가 있을 것이다. 즉 임대가 가능한 컨테이너 양과 컨테이너 재고량에 제한이 없는 경우에는 이 문제는 수송 문제로 변환될 수 있다. [그림 1]의 네트워크를 이용하여 최소비용 네트워크 흐름문제를 풀면, s_i값이 양인 각 노드(source node : 초과노드)에서 음인 각 노드(sink node : 부족노드) 로의 최소비용경로를 최단거리해법(the shortest path algorithm)을 이용하여 구할 수 있다. 초과 노드 s_i의 집합과 부족 노드 s_i의 집합을 각각 H와 G라고 하자. 노드 i로부터 노드 j까지 최소비용을 u_{ij}라고 하자. 결정변수 Z_{ij}는 네트워크 상에서 i노드에서 j노드까지의 흐름양을 나타낸다. 이때 초과노드에서 부족 노드로의 최소비용경로의 비용(u_{ij})을 이용하여 다음과 같이 수송 문제로 수식화 할 수 있다.

$$Min \quad \sum_{i \in H} \sum_{j \in G} u_{ij} Z_{ij} \quad (8)$$

subject to

<표 1> 수송 문제 예제의 컨테이너 수요

월	1	2	3	4	5	6	7
수 요	340	500	600	380	300	250	-
순수요의 변화(s_i)	340	160	100	220	80	50	250

$$\sum_{i \in H} Z_{ij} = -s_j \quad \text{for } j \in G \quad (9)$$

$$\sum_{j \in G} Z_{ij} = s_i \quad \text{for } i \in H \quad (10)$$

$$Z_{ij} \ge 0 \ \text{ for I} \in H \text{ and } j \in G \quad (11)$$

간단한 수송 문제 예제를 풀어보고자 한다.

<표 1>에서 컨테이너 순수요의 변화 (s_i)를 보면 1월~3월은 각각 초과 노드에 해당하며 4월~7월은 부족노드에 해당한다. <표 1>에 대한 기간별 최소비용경로를 최단거리해법 풀었다고 가정하고 컨테이너 개당 임대 비용을 <표 2>에 나타내었다.

<표 2> 컨테이너 개당 임대 비용 u_{ij}과 임대량

(단위 : 만원)

시작 \ 끝	4월초	5월초	6월초	7월초
1월초	6.6(220)	9.2(80)	11.5(40)	13.9(0)
2월초	6(0)	8.6(0)	10.9(10)	13.3(150)
3월초	3.5(0)	6(0)	8.3(0)	10.7(100)

본 예제에서 초과노드 집합(H)와 모든 부족 노드 집합(G)에 대한 공 컨테이너 최소 임대 비용을 아래와 같은 수송문제로 풀 수 있음을 보였다.

$$Min \sum_{i \in H} \sum_{j \in G} u_{ij} z_{ij}$$

$$= Min(u_{14}z_{14} + u_{15}z_{15} + u_{16}z_{16} + u_{17}z_{17} + u_{24}z_{24} + u_{25}z_{25} + u_{26}z_{26} + u_{27}z_{27} + u_{34}z_{34} + u_{35}z_{35} + u_{36}z_{36} + u_{37}z_{37} = 5822$$

3. 공 컨테이너 발견적 임대 기법

3.1 발견적 임대 기법

앞장에서는 이 컨테이너 임대일정계획을 작성하기 위한 최적화 기법을 소개하였다. 그러나 상황에 따라서는 계획대상 시간 단위가 한 달이 아니라 일주일이나 하루 단위가 될 수도 있다. 그 경우 문제의 크기가 커질 수 있어 수송문제를 푸는 것이 부담이 될 수도 있다. 또한 컴퓨터를 이용하지 않더라도 사용할 수 있는 알고리즘은 실무에 사용하는데 가치가 있을 것으로 판단하여 본 장에서는 발견적 기법을 하나 소개하고자 한다.

공 컨테이너는 임대 시점, 기간, 장소에 따라서 임대 비용이 각각 다르다. 본 연구에는 공 컨테이너의 임대계획을 작성하기 위한 근시안적인 발견적 기법을 제안하고자 한다. 선사의 공 컨테이너 담당자의 입장에서 임대 비용과 재고 비용을 고려하여 각 임대 기간에 따라 한 단위 임대 기기의 비용을 비교함으로 효율적인 공 컨테이너를 임대하도록 하였다.

인덱스 i는 컨테이너를 임대하는 시점을 나타낸다. j는 각 월별 수요를 검색하여 임대 시점 i의 수요 보다 작은 수요를 가진 달을 나타낸다. $U(i, j)$를 한 단위 임대 비용이라고 하자.

- **단계 0** : $i = 0$
- **단계 1** : $i = i + 1$. 만약 $i > n-1$이면 임대절차를 끝내고, 그렇지 않으면 d_i의 수요 보다 작은 기간 k를 찾는다(s_k가 음인 기간 k를 찾는다). 즉, 공 컨테이너를 임대를 시작하고자 하는 i월에서부터 다음 달 수요를 검색하여 i월 수요보다 작은 값을 가진 월 수요(s_k가 음의 값인 월 수요)를 검색한다. 만일 i월의 수요가 0인 경우에는 다음 달의 수요를 검색하여 수요가 존재하는 달을 찾아 그 달을 시작 달로 설정한다. 즉 수요가 존재하는 달까지 $i = i + 1$을 수행한다. $j = k - 1$로 둔다. 그리고 단계 2로 간다.
- **단계 2** : $U(i, j)$를 계산한다. 여기서,

$$U(i, j) = \frac{(\ i \sim j\text{기간까지 총 임대비용}) + (\ i \sim j\text{기간까지 총 재고비용})}{\text{임대량} \times \text{임대 기간}}$$

즉, i월에서 j월까지 i월의 수요량만큼 총 임대 비용을 구하고, j월까지 사용하지 않고 재고로 남아 있는 공 컨테이너의 총재고 비용을 더하여 총 비용을 구한다. 총비용을 총 임대기간과 총 임대량을 곱한 값으로 나누어 공 컨테이너 한 대를 빌릴 때의 단위 임대 비용 $U(i, j)$를 구한다.

$j = j + 1$. 만일 $U(i, j) > U(i, j-1)$이면 단계 3로 가고, 그렇지 않으면 이 단계의 처음으로 간다.

- **단계 3** : $U(i,\ j)$를 비교, 최소 $U(i,\ j)$를 가진 j^*를 선택, s_i의 컨테이너를 기간 i에서 기간 j^*까지 임대하고, 단계 1로 간다.

이 발견적 기법에서는 한 단위 임대 비용 $U(i,\ j)$을 비교하여, 최소인 경우의 임대 기간을 채택한다. 즉, 한 단위당 임대비용이 계속 하락하는 경우에는 다음 월의 한 단위당 임대 비용을 계속 구하여 한 단위당 임대 비용이 상승하는 경우까지 구하고 탐색을 멈추고, 이제까지 구한 각각의 한 단위당 임대 비용, $U(i,\ j)$을 서로 비교하여 최소값을 가지는 j를 선택하여 기간 i에서 기간 j까지 임대하는 것으로 임대 기간을 정한다. 단계 3이 끝나면 단계 1로 돌아가서 $i+1$월을 시작 달로 설정하여 위의 과정을 반복한다. 아래에 예제를 하나 제시하였다.

<표 3> 예제의 컨테이너 수요와 반환 예정량

월	1	2	3	4	5	6	-
수요	440	585	615	485	285	220	-
자체보유 및 임대량	140	135	115	105	85	70	-
반환예정량 (월말)	5	10	10	20	15	30	-
순수요(d_i)	300	450	500	380	200	150	-
순수요의 변화(s_i)	300	150	100	120	180	50	200

<표 4> 컨테이너 개당 임대 비용

(단위 : 만원)

시작 \ 끝	2월초	3월초	4월초	5월초	6월초	7월초
1월초	3	5.9	8.7	11.1	13.5	15.5
2월초	-	3.1	6.0	8.1	11.6	13.6
3월초	-	-	3.2	6.3	9.5	11.3
4월초	-	-	-	3.2	6.2	9.6
5월초	-	-	-	-	3.1	6.4
6월초	-	-	-	-	-	3.2

<표 3>은 컨테이너의 수요량을 나타내고 있다. 6개월 동안의 수요량, 자체 보유량과 반환예정 량을 보여주고 있다. 순 수요는 월별 수요에서 자체보유량을 제하고 컨테이너 개당 기간당 재고 유지비는 2.5만원이고 임대비용은 <표 4>와 같다고 하자.

발견적 임대 기법 절차 시작

- **단계 0** : $i=0$
- **단계 1** : $i=i+1$, 즉 $i=1$이다. s_k가 음인 k로 4가 검색된다. $j=k-1$이므로 $j=3$이 된다.
- **단계 2** : $U(1,3)$를 구한다. 즉 1월초부터 4월초까지의 한 단위 임대비용을 구한다.

  $U(1,\ 3)=\dfrac{300\times 8.7}{300\times 3}=2.9$

  $i=i+1$ 이므로,

  $U(1,\ 4)$를 구하면,

  $U(1,\ 4)=\dfrac{300\times 11.11}{300\times 4}=2.85$

  $U(i,\ j)<U(i,\ j-1)$이므로 $j=j+1$

  $U(1,\ 5)=\dfrac{(300\times 13.5)+(100\times 2.5)}{300\times 5}=2.866$

  $U(1,\ 5)$의 경우 5월초부터 6월초까지 컨테이너 100대에 대한 재고 비용이 발생한다.
- **단계 3** : $U(1,\ 4)$ 채택하고 1월초에서 5월초까지 컨테이너 300대를 임대하고 단계 1로 간다.

- **단계 1** : $i=i+1$, 즉 $i=2$ 이다. $k=4$로 검색되었다. 즉 j는 3이다.
- **단계 2** : $U(2,\ 3)$를 구하고, $j=j+1$를 수행하여 $U(2,\ 4)$를 구한 뒤 비교한다.

  $U(2,\ 3)=\dfrac{150\times 6.0}{150\times 2}=3.0$

  $j=j+1$로 하면,

  $U(2,\ 4)=\dfrac{(150\times 8.1)+(70\times 2.5)}{150\times 3}=3.088$

  2월 초부터 5월 초까지 150대를 임대하는 경우 컨

테이너 70대 초과 분에 대한 재고 비용이 발생한다.

$U(2, 4) > U(2, 3)$이므로 단계 3으로 넘어간다.

- **단계** 3 : $U(i, j)$를 비교하여 최소값은 $U(2, 3)$를 채택하고 단계 1로 간다.

- **단계** 1 : $i = 3$, $k = 6$으로 검색되었다.
- **단계** 2 : $U(3, 5)$ 를 구한다.

$$U(3,\ 5) = \frac{50 \times 9.5}{50 \times 3} = 3.166$$

$$U(3,\ 6) = \frac{50 \times 11.3}{50 \times 4} = 2.825$$

- **단계** 3 : $U(3, 6)$ 를 채택한다.

- **단계** 1 : $i = i+1$, $i = 4$이다. $k = 6$으로 $j = 5$이다.
- **단계** 2 : $U(4,\ 5) = \dfrac{30 \times 6.2}{30 \times 2} = 3.1$ $j = j + 1$ 로

한다.

$$U(4,\ 6) = \frac{30 \times 9.6}{30 \times 3} = 3.2$$

- **단계** 3 : $U(4, 5)$ 를 채택한다.

- **단계** 1 : $i = 5$, k가 6이므로 $j = 5$가 된다.
- **단계** 2 : $U(5, 5)$ 를 구한다.

$U(5,\ 5) = 3.1$ $j = j+1$ 이므로,

$$U(5,\ 6) = \frac{(120 \times 6.0) + (50 \times 2.5)}{120 \times 2} = 3.52$$

- **단계** 3 : $U(5, 5)$ 를 채택한다.

- **단계** 1 : $i = 6$이다. 왜냐하면 s_k가 음인 경우가 없으므로 j의 최대값을 설정한다.

$U(6, 6) = 3.2$

$i = 6$은 수요량이 0이므로 $i = i+1$

$i > n-1$이면 임대절차를 끝내기로 하였는데 $i = 7$ 이므로 임대절차를 종료한다.

알고리즘에 의하여 $U(i, j)$와 임대량을 <표 5>에 정리하였다.

<표 5> $U(i,\ j)$ 값과 임대계획

끝 / 시작	3월말	4월말	5월말	6월말
1월초	2.9	2.85 (300)	2.866	
2월초	3.0 (150)	3.088		
3월초				2.825 (50)
4월초			3.1 (30)	
5월초			3.1 (120)	
6월초				3.2 (70)

$U(i,\ j)$ (임대량)

3.2 수치 실험

수치 실험을 위하여 각 수요가 많을 경우에는 단위기간당 임대 비용이 비싸고, 수요가 적을 때에는 수요가 많은 경우 보다는 단위기간당 임대비용이 저렴한 가격 구조를 취하도록 하였다. 본 절에서는 다양한 수요 갖는 경우에 대하여 발견적 임대 기법을 적용하였고, 최적해 에서의 목적함수의 값과 본 논문의 발견적 기법을 이용한 목적함수 값을 비교하였다. 월간 수요가 사인 곡선, 코사인 곡선, U 곡선, 상승 곡선, 하향 곡선에 따라 변하는 경우 각각에 대해서 수치 실험을 수행하였다.

3.2.1 사인 곡선 수요

해운 시장의 환경은 계속 변화하고 있으며, 컨테이너의 성수기 및 비수기가 존재하고 있다. 본 절에서는 컨테이너의 수요가 주기적 혹은 계절적인 특성을 가지며 그 형태가 사인 곡선의 형태를 따르는 경우에 대하여 수치 실험을 수행하였다.

실험 조건은 <표 6>과 같이 1~12월까지 사인 곡선 수요를 각 문제에 대하여 진폭을 10단위씩 변경하여 실험하였다.

<표 6> 사인곡선 수요에 대한 실험 비교

문 제	발견적 기법	최적해	오차(%)
1	10,123	9,553	6.0
2	10,241	9,596	6.7
3	10,325	9,639	7.1
4	10,185	9,683	5.2
5	10,305	9,726	6.0
6	10,336	9,769	5.8
7	10,405	9,800	6.2
8	10,427	9,853	5.8
9	10,591	9,896	7.0
10	10,552	9,943	6.1
평 균	10,349	9,746	6.10

3.2.2 코사인 곡선 수요

코사인 곡선 수요는 성수기인 1기간에서부터 수요가 하락하여, 비수기인 7기간을 거쳐, 다시 성수기인 12기간 까지 수요가 증가하는 형태를 보이고 있다. 실험 조건은 <표 7>과 같이 1~12월까지 코사인곡선 수요를 각 문제에 대하여 진폭을 10단위씩 변경하여 실험하였다.

<표 7>에서 볼 수 있듯이 발견적 기법을 적용한 목적함수 값의 평균은 $10,250, 표준 편차는 189이었다. 최적해의 목적함수 값의 평균은 $9483이었다. 평균 오류 값은 약 8.1% 를 나타내었다.

3.2.3 U 곡선 수요

수요가 U자 형태의 곡선을 이루는 경우에 대하여 수치 실험을 수행하였다. 이 문제는 컨테이너 수요가 1기간에서 390대였지만, 계속 수요가 줄어들어 7기간까지 90대로 줄어들었다가 다시 수요를 회복하여 12기간에는 320대의 수요로 증가하는 형태의 수요 구조를 보이고 있다. 실험 조건은 <표 8>과 같이 1~12월까지 U곡선 수요를 각 문제에 대하여 진폭을 10단위씩 변경하여 실험하였다.

1월부터 임대를 시작하는 경우 1~2월까지의 한 단위 비용이 $ 3.458로 가장 작으므로 이 기간 동안 390대의 컨테이너를 임대한다. 이때 2기간에서 70대의 컨테이너 재고가 발생하지만, 한 단위 비용 측면에서 재고를 보유하는 것이 비용 효율적이었다.

<표 8>에서 볼 수 있듯이 발견적 기법을 적용한 목적함수 값의 평균은 $8,770, 표준편차는 973

<표 7> 코사인곡선 형태의 수용에 대한 실험

문 제	발견적 기법	최적해	오차(%)
1	9,923	9,038	9.70
2	9,981	9,137	9.20
3	10,092	9,236	9.20
4	10,186	9,335	9.10
5	10,260	9,434	8.70
6	10,334	9,533	8.40
7	10,416	9,628	8.20
8	10,377	9,731	6.60
9	10,415	9,828	6.00
10	10,517	9,925	6.00
평 균	10,250	9,483	8.10

<표 8> U곡선 형태의 수요에 대한 실험

문 제	발견적 기법	최적해	오차(%)
1	6,992	6,882	1.5
2	7,766	7,256	7.0
3	8,111	7,579	3.9
4	8,407	7,852	7.0
5	8,604	8,124	5.9
6	8,935	8,253	8.2
7	9,119	8,679	5.0
8	9,345	9,007	3.7
9	10,024	9,340	7.3
10	10,398	9,784	6.2
평 균	8,770	8,276	5.50

이었다. 동일한 문제에 대해서 최적 해의 목적 값의 평균은 $8,276, 표준편차는 882이었다. 평균 오류 값은 약 5.5% 를 나타내었다.

3.2.4 상승 곡선 수요

해운 시장 환경에서 계절적인 비교 수요와 함께 전체적인 수요가 늘어나는 추세인 경우가 존재할 것이다. 본 절에서는 사인 곡선의 형태를 이루며 상승 곡선을 갖는 수요에 대하여 실험하였다. 실험 조건은 <표 9>와 같이 1~12월까지 사인곡선 수요를 각 문제에 대하여 진폭을 10단위씩 변경하여 실험하였다.

<표 9>에서 볼 수 있듯이 발견적 기법을 적용한 목적함수 값의 평균은 $11,850, 표준 편차는 234이었다. 최적 해의 목적 값의 평균은 $11,592, 표준편차는 124이었다. 평균 오류 값은 약 2.1%를 나타내었다.

<표 9> 상승곡선 수요의 실험비교

문 제	발견적 기법	최적해	오차(%)
1	11,540	11,460	0.6
2	11,601	11,452	1.0
3	11,488	11,462	0.2
4	11,699	11,502	1.7
5	11,970	11,547	3.6
6	11,945	11,597	3.0
7	12,040	11,642	3.4
8	11,958	11,698	2.2
9	12,086	11,754	2.8
10	12,177	11,813	3.0
평 균	11,850	11,593	2.10

3.2.5 하향 곡선 수요

해운 시장 환경에서 계절적인 수요와 함께 전체적인 수요가 점점 줄어드는 추세가 존재할 것이다. 본 절에서는 사인 곡선의 형태를 이루며 하향곡선을 갖는 수요에 대하여 진폭을 10단위씩 증가시키면서 수치 실험을 수행하였다. 실험 조건은 <표 10>과 같이 1~12월까지 사인곡선 수요를 각 문제에 대하여 진폭을 10단위씩 변경하여 실험하였다.

<표 10>에서 볼 수 있듯이 발견적 기법을 적용한 목적함수 값의 평균은 $14,083이었다. 최적 해의 목적함수 값의 평균은 $13,79이었다. 평균 오류 값은 약 2.1%를 나타내었다.

위 실험을 분석해 보면 발견적 임대 기법은 상승곡선 수요와 하향 곡선 수요를 나타낼 때 최적해와의 오차가 2.1%로 나왔다. 이것은 사인곡선 수요 평균오차 6.1%와 코사인곡선 수요 평균 오차가 8.1%에 비하여 최적해 에 훨씬 근접한 값을 나타낸다. 즉 발견적 임대 기법은 고정적인 형태를 지닌 사인곡선, 코사인 곡선 계절적 수요보다 상승 또는 하락세를 보이는 경우의 수요형태에서 최적해 에 근접한 해를 보여주고 있다.

<표 10> 하향 곡선 수요의 실험 비교

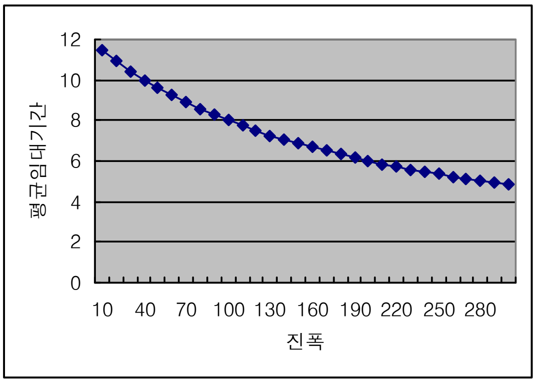
문 제	발견적 기법	최적해	오차(%)
1	14,095	13,607	3.5
2	13,942	13,648	2.1
3	13,929	13,689	1.7
4	13,988	13,730	1.8
5	14,095	13,771	2.4
6	14,205	13,812	2.8
7	14,214	13,851	2.6
8	14,029	13,892	0.9
9	14,144	13,933	1.5
10	14,197	13,976	1.6
평균	14,084	13,791	2.10

3.2.6 평균 임대 기간 변화

사인 곡선의 형태와 비용을 가진 경우에 대하

여, 계절적인 수요가 있는 경우에 있어서 수요 폭의 수치를 10에서 280까지 증가하였을 때 평균 임대 기간이 어떻게 변화하는지에 대한 실험을 수행하였다.

[그림 2]에서 수요 진폭의 크기가 10일 때, 즉 계절적인 수요가 낮은 경우, 평균 임대기간이 12개월이었다. 그러나 수요 진폭의 크기가 220일 때, 즉 계절적 수요가 높은 경우 평균 임대기간이 6개월로 12개월에 비해 평균 임대 기간이 절반 이하 떨어지는 것을 알 수 있다. 계절적인 수요가 높은 경우에 평균 임대 기간을 길게 설정하면 불필요한 임대 및 재고 비용이 과다 발생하므로 평균 임대 기간을 줄여서 임대하는 것이 비용 효율적인 면에서 유리함을 나타내고 있다. 또한 수요 진폭이 300 이하에서는 평균 임대기간이 4개월 이상임을 보이고 있다.



[그림 2] 수요진폭 변화에 따른 평균 임대기간의 변화

실험에서 발견적 기법을 이용하여 계절적인 수요의 진폭이 변화할 때 임대 및 재고 비용을 고려한 임대 기법을 평균 임대 기간을 고려하여 최소 비용의 임대 정책을 자사 컨테이너 보유하는 것보다 임대 컨테이너를 사용하여 필요한 기간에 공 컨테이너를 임대 받아 사용하는 것이 비용 측면에서 효율적이다.

4. 결론 및 향후 과제

본 연구에서는 컨테이너의 수요를 만족시키는 컨테이너 구매와 임대 계획을 문제를 다루었다. 선사에서 영업을 위해 필요로 하는 컨테이너의 수요 예측을 수행하였다. 공 컨테이너 임대 문제에 대하여 최소 비용 흐름 문제에 대한 네트워크 표현을 제안하였고, 아크와 관련된 용량 제약이 없다면 최소 비용 흐름 문제를 수송 문제로 전환할 수 있다는 것을 보였다. 이 문제에 대해서 간단한 발견적 임대 기법을 제시하였고, 다양한 수요 곡선을 갖는 경우에 대하여 실험을 수행 및 분석을 하였다.

확률적인 수요의 경우에 대한 공 컨테이너 임대 문제가 추후 연구 과제가 될 것이다. 다양한 경우에 있어서 수학적인 분석뿐만 아니라 실제적인 경우의 수치 실험에 의하여 유용한 결정 규칙을 발견할 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] Abrache, J., Crainic, T. G., Gendreau, M. A New Decomposition Algorithm for the Deterministic Dynamic Allocation of Empty Containers, http://www.crt.umontreal.ca/~theo/articles.html. 2001.

[2] Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., and Orlin, J. B. *Network flows*, Prentice hall, (1993), 304-305.

[3] Cheung, R. K., Chen, C. Y. A Two Stage Stochastic Network Model and Solution

Methods for the Dynamic Empty Container Allocation Problem, *Transportation Science*, Vol.32, No.2 (1998), 142-162.

[4] Crainic, T. G., Dejax, P., and Delorme, L. Models for Multimode Multicommodity Location Problems with Interdepot Balancing Requirements, *Annals of Operations Research*, 18(1989), 279-302.

[5] Crainic, T. G. and Gendreau, M. *Modelling the Container Fleet management Problem using a Stochastic Dynamic Approach*, CRT-685, Centre de recherche sur les transports. 1990.

[6] Crainic, T. G., Gendreau, M., Soriano, P., Toulouse M. A Tabu Search Procedure for Multicommidity Location/Allocation with Balancing Requirements, *Annals of Operations research*, 41(1993a), 359-383.

[7] Crainic, T. G., Gendreau, M., and Dejax, P. Dynamic and Stochastic Models for the Allocation of Empty Containers, *Operations Research,* Vol.41, No.1(1993b), 105-125.

[8] Crainic, T. G. and Delorme, L. Dual-Ascent Procedures for Multicommodity Location Allocation Problems with Balancing Requirement, *Transportation Science,* 27 (1993c), 90-101.

[9] Crainic, T. G. and Laporte, G. Planning Models for Freight Transportation, *European Journal of Operational Research* 97, (1997), 409-438.

[10] Dejax, P. J. and Crainic, T. G. A Review of Empty Flows and Fleet Management Models on Freight Transportation, *Transportation Science,* 21(1987), 227-247.

[11] Du, Y. and Hall, R. (1997), Fleet Sizing and Empty Equipment Redistribution for Center-Terminal Transportation Networks, *Management Science*, Vol.43, No.2, 145-157.

[12] Gedron, B. and Crainic, T. G., A Parallel Branch and Bound Algorithm for Multi-commodity Location with Balancing Requirements, *Computers & Operations Research*, Vol.24, No.9(1997), 829-847.

[13] Hall, R. W. Stochastic Freight Flow Patterns: Implications for Fleet Optimization, *Transportation Research A,*33, (1999), 449-465.

[14] Lai, K. K., Lam, K. K. and Chan, D. Shipping Container Logistics and Allocation, *Journal of the Operational Research Society*, 46(1995), 687-697.

[15] Lowe, J. W., Francis, R. L., and Reinhardt, E. W. A Greedy Network Algorithm for a Warehouse Leasing Problem, *AIIE Transactions*, Vol.11, No.3(1979), 170-182.

[16] Veinott, A. F. and Wagner, H. M. Optimal Capacity Scheduling-I, *Operations Research*, 10(1962), 518-532.

[17] Veinott, A. F. and Wagner, H. M. Optimal Capacity Scheduling-I, *Operations Research*, 10(1962), 533-546.

Abstract

Mathematical Models for Leasing Purchasing Empty Containers

Sun Wook Park* · Su Min Jeon* · Kap Hwan Kim*

This study addresses how to plan purchasing and leasing of containers to satisfy the demand on containers. The problem can be further decomposed into the long-term planning and the short-term scheduling. The long-term plan specifies the composition of owned containers, long-term leasing containers, and short-term containers. The short-term plan considers the seasonality of demand and determines the time of leasing and the amount of the short-term and the long-term leasing containers. The length of the planning horizon is 10-20 years for the long-term planning, while it is one year for the short-term planning. The time unit is one year for the long-term planning, while it is one month for the short-term planning. This study discusses how to estimate the demand of containers and proposes deterministic models for scheduling purchasing and leasing of containers.

Key words : Mathemetical Models, Empty Container

* Department of Industrial Engineering, Pusan National University