

< 논문 >

온도 분포가 원심 불안정성에 미치는 영향에 대한 전산해석적 연구

황종연* · 양경수† · Innocent Mutabazi** · 이승수*** · 윤동혁****
(2006년 2월 7일 접수, 2006년 4월 7일 심사완료)

Numerical Study of the Thermal Effects on the Centrifugal Instability

Jong-Yeon Hwang, Kyung-Soo Yang, Innocent Mutabazi, Sungsu Lee and Dong-Hyeog Yoon

Key Words : Centrifugal Instability(원심 불안정성), Taylor Vortex(테일러 와류), Spiral Vortex(나선 와류), Centrifugal Potential(원심 포텐셜), Gravitational Force(중력)

Abstract

Numerical simulations are carried out to investigate the thermal effects of the gravitational potential on the centrifugal instability of a Taylor-Couette flow, and to further study the detailed flow fields and flow bifurcations to spiral vortices. The effects of centrifugal potential on the centrifugal instability are also investigated in the current study. Spiral vortices have various types of mode depending on Grashof number and Reynolds number. The correlation of Richardson number with the spiral angle of the spiral vortices shows that the structure of the spiral vortices strongly depends on the Richardson number. The heat transfer rate of the inner cylinder increases with increasing Grashof number. It is also confirmed that the torque required to rotate the inner cylinder increases as Grashof number increases.

기호설명

C_b : 무차원 원심 가속도비
 C_M : 토크계수
 d : 실린더 사이의 간격 ($= r_o - r_i$)
 g : 중력가속도
 Gr : Grashof 수 ($= g\beta(T_i - T_o)d^3 / \nu^2$)
 H : 실린더의 횡방향 길이비
 K_{eqi} : 안쪽 실린더의 유효 열전달 계수
 n : Normalize 된 파장 ($= 2\pi r_i (\tan \theta^*) / \lambda$)
 p : 압력
 Pr : Prandtl 수 ($= \nu / \alpha$)

Re : Reynolds 수 ($= r_i \Omega d / \nu$)
 Ri : Richardson 수 ($= Gr / Re^2$)
 r, θ, z : 3 차원 원통좌표계
 r_i : 안쪽 실린더의 반경
 r_o : 바깥쪽 실린더의 반경
 T : 실제 온도에서 기준 온도를 뺀 온도
 T^* : 기준 온도
 T_i : 안쪽 실린더의 표면에서의 온도
 T_M : 안쪽 실린더를 회전시키는데 필요한 토크
 T_o : 바깥쪽 실린더의 표면에서의 온도
 ΔT : 안쪽 실린더와 바깥 실린더의 온도차
 u, v, w : 3 차원 원통좌표계 속도성분
 α : 열 확산계수
 β : 열 팽창계수
 η : 바깥 실린더의 반경에 대한 안쪽 실린더의 반경의 비 ($= r_i / r_o$)
 λ : 테일러 와류 한쌍의 축방향 파장

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과
 E-mail : ksyang@inha.ac.kr
 TEL : (032)860-7322 FAX : (032)868-1716

* 회원, 인하대학교 기계기술공동연구소

** Le Havre University, France

*** 회원, 충북대학교 구조시스템공학과

**** 회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

- μ : 점성계수
- ν : 동점성 계수
- ρ : 밀도
- Ω : 안쪽 실린더의 각속도
- θ^* : 나선와류의 나선각

1. 서론

동심환형관에서의 유동은 산업현장에서 흔히 볼 수 있는 유동으로서 열교환기, 전자기기의 냉각시스템, 원자로 시스템 등에서 쉽게 발견된다. 특히 바깥 실린더가 정지해 있고 안쪽 실린더가 회전하는 경우 실린더의 곡률에 의하여 Taylor 와류가 생성되며, 그 중요성 때문에 오래 전부터 이에 대한 활발한 연구가 수행되어 왔다. 이를 Taylor-Couette 유동이라고 부른다. 최근 PIV 를 이용한 실험적 연구⁽¹⁾ 및 전산해석적 연구⁽²⁾를 토대로 Taylor-Couette 유동의 시간적, 공간적인 거동 및 구조, 그리고 유동 불안정성에 의한 다양한 와류로의 천이에 대한 유동 메커니즘이 비교적 자세히 규명되었다. Taylor-Couette 유동은 코리올리힘, 중력, 반경방향 온도구배, 안쪽 실린더와 바깥 실린더의 회전속도비 등 여러가지 부가적인 효과들에 의해서 축대칭 와류, 파동와류, 나선와류, 모듈된 와류 등 변종된 여러 종류의 와류의 형태를 보인다.⁽³⁾

특히 반경방향의 온도구배가 형성될 경우 반경방향 원심 포텐셜과 중력에 의한 부력의 영향으로 나선와류가 생성된다고 알려져 있다.⁽⁴⁾ 특히 Taylor-Couette 유동과 관련된 실험을 수행할 경우 실린더의 등은 조건을 구현하기는 용이하지 않기 때문에 반경방향의 온도구배가 유동 안정성에 미치는 영향을 정확히 이해하는 것은 실용적인 측면에서도 매우 중요하다. 따라서 이에 대하여 선형안정성이론에 근거한 연구^(5,6) 뿐만 아니라 실험^(7,8) 및 전산해석적 연구^(9,10)도 수행되어지고 있다. 선형안정성이론을 이용한 해석을 수행한 Chen 등⁽⁵⁾의 연구를 살펴보면 안쪽 실린더의 온도가 바깥 실린더의 온도보다 높은 반경방향의 온도 구배가 형성될 경우 반경방향 원심 포텐셜에 의하여 유동장이 안정해지며 그 반대의 경우 유동장이 불안정해 짐을 보였다. 또한 실린더의 온도차가 증가할수록 임계

레이놀즈수 (Re)가 높아졌다가 다시 점차적으로 감소함을 정량적으로 보였으며 온도차가 더욱 커질수록 나선와류가 생성될 수 있음을 제시하였다. 하지만 그들은 축대칭 교란 형태의 모우드로 가정하였기 때문에 실험과 정량적으로 매우 큰 괴리를 보였다. 최근 Bahloul 등⁽⁶⁾은 다양한 경우의 Prandtl 수(Pr)와 Grashof 수(Gr)에 대하여 수력학적 임계 모우드와 열적 임계 모우드를 동시에 고려한 결과 이 두 가지 임계 모우드가 같은 Pr 과 같은 임계 Gr 에서 발견될 수 있다고 보고하였다. 그러나 그들의 연구는 유동 파라미터에 따른 모우드의 선택에 대해서는 유용한 정보를 제공하지만, 선행해석이라는 한계 때문에 실제 실험에서 관찰되는 시간에 따라 진동하는 임계 모우드는 밝힐 수 없는 등, 실제 실험에서 나타나는 현상들을 설명하기에는 상당히 부족하다. Kun and Ball⁽⁹⁾은 3차원 전산해석적 연구를 수행하였으나 사용된 격자수가 약 2만에 불과하고 축방향의 계산영역을 매우 짧게 설정하여 계산을 수행하였기 때문에 3차원적인 와류의 구조를 정확히 파악하기는 불가능하였다. Kedia et al.⁽¹⁰⁾은 약 3만개의 격자를 사용하여 spectral method를 이용한 계산을 수행하였다. 하지만 축방향에 주기조건을 적용하여 축방향 계산영역의 크기를 와류 한 쌍의 파장의 길이로 설정하였다. 따라서 만일 축방향으로 여러 형태의 와류의 모우드가 존재한다면 이를 관찰하기 불가능하므로 연구의 범위가 매우 제한되며 축방향의 바닥면과 윗면에 발생하는 2차원 와류의 영향은 무시되었다.

본 연구에서는 반경방향 온도구배가 존재하는 Taylor-Couette 유동에 대하여 약 50만개의 격자수를 사용한 3차원 전산해석을 수행하였다. 축방향으로 형성되는 와류쌍의 파장에 제한을 두지 않도록 축방향으로 비교적 큰 계산영역을 설정하였다. 이는 반경방향 온도구배에 의하여 발생하는 큰 나선각을 갖는 나선와류와 축방향으로 형성될 수 있는 저주파수의 모우드가 생성될 수 있는 가능성을 배제하지 않기 위함이다 우선적으로 다른 연구결과들과의 정성적인 비교가 수행되었으며 다양한 반경방향 온도구배가 유동 불안정성에 미치는 효과에 대해서 고찰하였다. 또한 다양한 Re 와 Gr 에 대해서 생성되는 여러 형태의 와류특성과 각 와류의 천이 과정을

살펴보았다. 반경방향 원심 포텐셜과 부력의 영향에 대해서도 체계적으로 살펴보고 유동장과 온도장의 상관적인 특성을 파악하였다.

2. 수식전개 및 수치해석법

본 연구의 지배방정식은 Boussinesq 근사가 도입된 비압축성 유동으로서 연속방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식은 원통 좌표계에서 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} + \beta T \frac{v^2}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[(\nabla^2 - \frac{1}{r^2})u - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left[(\nabla^2 - \frac{1}{r^2})v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w + g\beta T \end{aligned} \tag{4}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \tag{5}$$

여기서 r, θ, z 는 각각 반경, 회전, 축방향의 좌표계를 나타내고 u, v, w 는 각 방향에 해당되는 속도 성분이다. β 는 열팽창계수, ν 는 동점성 계수, p 는 압력이고 g 는 중력가속도이다. 그리고 ∇^2 는 laplacian 연산자를 의미하고 T 는 온도로서 실제의 온도로부터 다음과 같이 정의되는 기준온도(T^*)를 빼준 것이다.⁽⁵⁾

$$T^* = \frac{(1-\eta^2)(1-3\eta^2) - 4\eta^4 \ln \eta}{4[(1-\eta^2)^2 + (1-\eta^4) \ln \eta]} - \frac{1}{\ln \eta} \tag{6}$$

여기서 η 는 반경비를 의미한다. 각 지배방정식들은 일반좌표계에서 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하여 차분되었고 공간에서의 차분은 운동량 방정식에 대하여 중앙 차분법을, 에너지 방정식에 대하여 점성항은 중앙 차분법을, 대류항은 QUICK scheme 을 사용하였다.

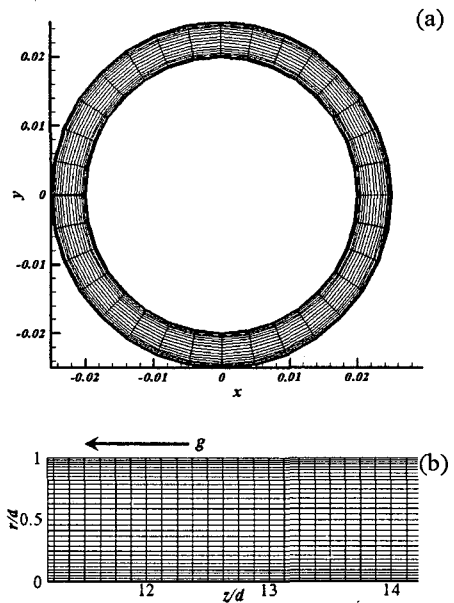


Fig. 1 Computational domain and grid system ; (a) Cylinder cross-section, (b) Meridional section

시간에서의 적분은 혼합 기법으로서, 비선형항들 및 교차 확산항들(cross diffusion terms)은 3차 정확도의 Runge-Kutta 기법으로 명시적으로 적분하였고 다른 항들은 Crank-Nicolson 기법으로 묵시적으로 수행되었다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리 하기 위하여 Fractional Step 기법⁽¹¹⁾이 사용되었다. 온도 방정식에 대한 시간 차분 역시 대류항은 3차 정확도의 Runge-Kutta 방법으로, 확산항은 Crank-Nicolson 방법으로 적분되었다.

3. 연구방법

본 연구에서는 $Re=50\sim 135$, $n=0.8, 0.9$, $Gr=-2000\sim 2000$ 의 경우에 대해서 계산을 수행하였다 Fig. 1은 전체 계산 영역과 사용된 격자계를 보여 준다. Fig. 1(a)는 횡방향 단면을 보여주고 Fig. 1(b)는 회전방향 실린더 사이 에서의 단면을 보여준다. 횡방향의 계산영역이 반경방향의 격자간격보다 상대적으로 매우 크므로 Fig. 1(b)는 반경방향으로 계산영역을 신장시켜서 나타낸 것이다. 사용된 격자계는 body-fitted O-격자계이며 물리량들의 구배가 심한 벽면에서는 더 많은 격자점을 분포시키는 비균일 격자가 사용되었다. 격자점의 개수는 엄밀한 격자 세분화 연구와 본 연구의 저자들의 선행

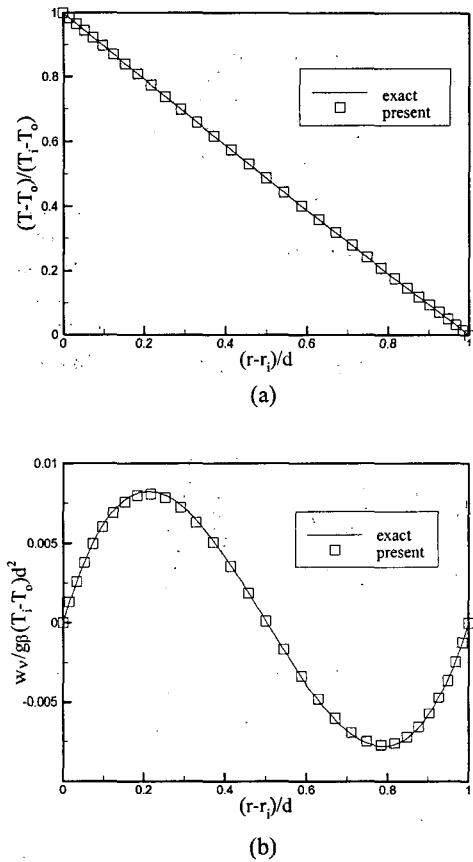


Fig. 2 Basic temperature and velocity profiles; (a) Temperature profile, (b) Axial velocity profile

연구^(2,12)를 참조하여 물리량들의 정량적인 값들이 격자 개수에 의존하지 않도록 회전방향, 반경방향, 횡방향으로 각각 $64 \times 32 \times 256$ 격자가 사용되었다.

실린더 표면 및 바닥면과 윗면에는 점착 조건이 사용되었다. 실린더 사이의 간격 d 에 대한 횡방향 계산영역의 비(H)는 32로서 비교적 길게 결정하였다. 온도 경계조건으로 실린더의 안쪽면과 바깥쪽면에 일정한 온도를 가해주었고 횡방향으로의 바닥면과 윗면에는 단열조건을 적용하였다.

4. 결과 및 토론

실린더의 회전속도가 임계 레이놀즈 수에 해당되는 속도보다 매우 작을 때는 Taylor 와류가 발생하지 않는다. 하지만 안쪽 실린더와 바깥쪽 실린더의 온도차에 의하여 유동장에 반경방향으로의 온도구배가 형성되고 부력에 의하여 축방향으로

속도장이 형성된다. 이 기본유동은 식 (4)와 식 (5)에 의하여 다음과 같이 해석적으로 쉽게 구해 질 수 있다.⁽¹³⁾

$$T(r) = \ln[(1 - \eta)(r/d)] / \ln \eta \tag{7}$$

$$\frac{w(r)v}{g\beta(T_i - T_o)d^2} = \frac{1}{16(1 - \eta)^2} \left[\frac{(1 - \eta^2)(1 - 3\eta^2) - 4\eta^4 \ln \eta}{(1 - \eta^2)^2 + (1 - \eta^4) \ln \eta} \times \right. \tag{8}$$

$$\left. \left((1 - \eta)^2 (r/d)^2 - 1 + (1 - \eta^2) \frac{\ln((1 - \eta)(r/d))}{\ln \eta} \right) - 4((r/d)^2 (1 - \eta)^2 - \eta^2) \frac{\ln((1 - \eta)(r/d))}{\ln \eta} \right]$$

안쪽 실린더의 온도가 바깥쪽 실린더의 온도보다 높은 경우에 해당되는 ($Gr > 0$) 전형적인 기본유동을 해석적인 결과와 본 연구에서 계산된 결과를 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. 두 결과가 잘 일치하고 있으며 축방향 속도는 안쪽 실린더 근처에서는 윗방향으로, 바깥 실린더 근처에서는 아랫방향으로 정상적으로 분포되고 있다.[Fig. 2 (b)] $Gr < 0$ 인 경우에는 그 반대의 경향을 보이게 된다.

선형 안정성 해석을 수행한 Chen and Kuo⁽⁵⁾의 연구에 의하면 $Gr > 0$ 인 경우 원심 포텐셜에 의하여 유동장이 안정화 된다고 알려져 있다. 이는 식 (2)의 왼쪽 마지막 항에서 확인할 수 있다. 우선적으로 원심 포텐셜만의 영향을 자세히 살펴보기 위하여 부력에 해당하는 식 (4)의 마지막 항을 0으로 강제적으로 설정하여 계산을 수행하였다. Chen and Kuo의 유동형상과 같이 $Re=135$, $n=0.9$, $Pr=7$ 로 설정하였다. $Re=135$ 는 테일러 와류가 발생하는 임계 레이놀즈 수보다 높은 경우에 해당 된다. Fig. 3은 다음과 같이 정의되는 무차원수인 원심 가속도비 (C_b)가 2와 20인 경우에 대하여 속도장을 $z-r$ 평면에서 보여준다.

$$C_b = \beta(T_i - T_o)d^2\Omega/v \tag{9}$$

$C_b=2$ 인 경우 전형적인 테일러 와류가 발견되지만 $C_b=20$ 인 경우 테일러 와류가 사라지며 매우 미약한 속도장이 존재하게 된다. 이는 원심포텐셜이 유동장을 안정화 시켰음을 의미한다. 하지만

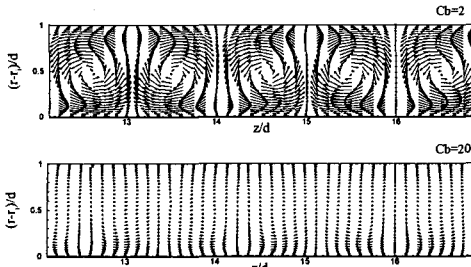


Fig. 3 Instantaneous velocity vectors in a radial-axial plane for two different C_b , $\eta=0.9$, $Re=135$, $Gr=0$

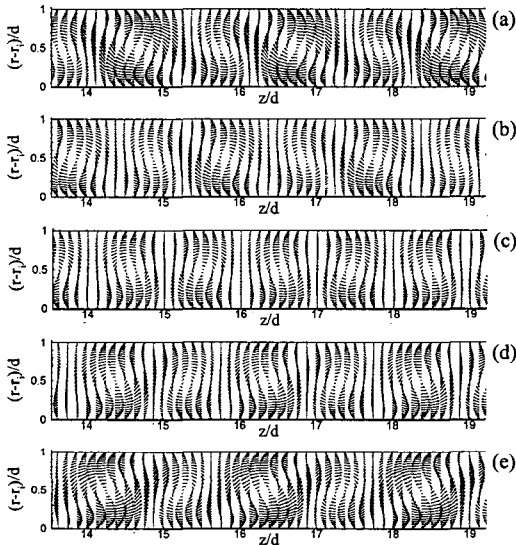


Fig. 4 Instantaneous velocity vectors in a radial-axial plane for various Gr , $\eta=0.9$, $Re=135$, $C_b=0$; (a) $Gr=-200$, (b) $Gr=-100$, (c) $Gr=0$, (d) $Gr=100$, (e) $Gr=200$

본 형상에 대해서 $C_b=20$ 인 경우는 안쪽 실린더와 바깥 실린더의 온도차가 매우 커야 하므로 이는 실험실에서 구현하기 난해하며 자연현상이나 다른 응용적인 측면에서도 좀처럼 발견되기 어려운 경우이다.

중력에 의하여 부력의 효과가 가해지면 실린더의 온도차가 증가함에 따라 나선와류가 생성된다고 알려져 있다.⁽⁴⁾ Fig. 4는 부력의 효과만을 파악하기 위하여 편의상 $C_b=0$ 로 강제적으로 설정하여 계산을 수행한 결과이다.

Fig. 4는 여러 경우의 Gr 에 대해서 속도장을 $z-r$ 평면에서 보여준다. $Gr=0$ 인 경우 전형적인 축대칭 테일러 와류가 발견된다. [Fig. 4 (c)] Gr 이 음인 경우 바닥면 쪽으로 기울어진 테일러 와류가 보이며 이는 나선와류가 생성됨을 의미한다. [Fig.

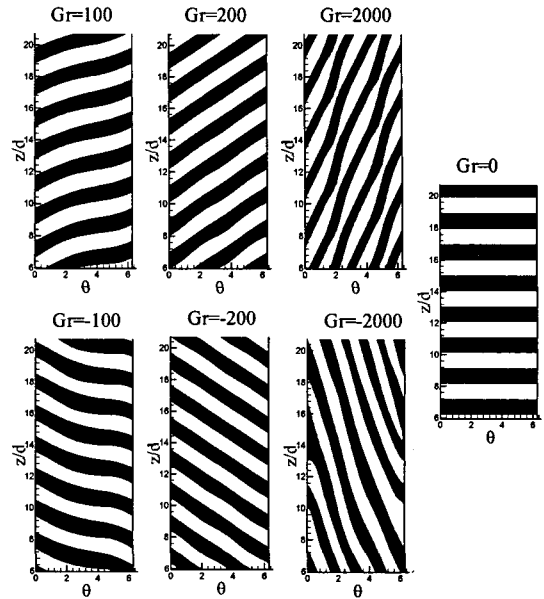


Fig. 5 Instantaneous contours of spanwise velocity component on the center surface of the annulus for various Gr , $\eta=0.9$, $Re=135$, $C_b=0$

4(a), (b)] 반대로 Gr 이 양인 경우 윗면 쪽으로 기울어진 나선와류가 발견되며 Gr 의 절대값이 커질수록 그 기울기도 커진다. 이 나선와류는 Gr 이 음일경우 윗면의 방향으로, Gr 이 양일 경우 바닥면의 방향으로 일정한 속도로 이동되고 있음이 확인되었다.

이러한 나선와류들의 공간적인 특성을 명확히 파악하기 위하여 Fig. 5에서와 같이 반경방향으로 중앙인 위치에서 $\theta-z$ 곡면에서의 순간적인 횡방향 속도 성분의 양의 값 (검정색)과 음의 값 (흰색)을 나타내었다. 이러한 방법으로 $\theta-z$ 곡면에서 유동장을 관찰하면 테일러 와류쌍의 나선구조가 명확히 가시화 될 수 있다는 장점이 있다. $Gr=0$ 인 경우 전형적인 테일러 와류쌍을 보이고 있으며 Gr 이 양인 경우 양의 나선기울기가 Gr 이 음인 경우 음의 나선기울기가 뚜렷이 관찰된다. Gr 의 절대값이 커질수록 이 기울기의 크기도 커진다는 사실이 확인되며 $Gr=2000$ 일 경우 나선와류의 형태가 다소 불규칙하다. 이 나선와류의 기울기를 정량화 시키기 위하여 다음과 같이 normalize된 파장 (n)을 정의하였다.

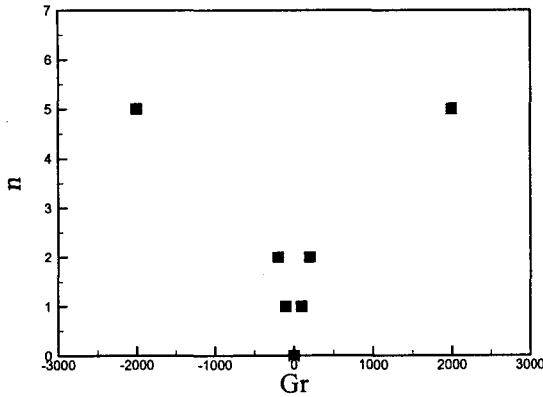


Fig. 6 Normalized wave length of the spiral vortices for various Gr , $\eta=0.9$, $Re=135$, $C_b=0$

$$n = 2\pi r_i (\tan \theta^*) / \lambda \quad (10)$$

여기서 λ 는 테일러 와류 한쌍의 축방향으로의 파장에 해당되고 나선각 θ^* 는 안쪽 실린더의 원주에 대한 한 회전동안 나선와류의 위상이 상승된 (또는 하강된) 높이(h)의 비로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tan \theta^* = \frac{h}{2\pi r_i} \quad (11)$$

Fig. 6은 여러 경우의 Gr 에 대해서 n 을 보여준다. 선형 안정성 이론에 의하면 n 은 Gr 에 대해서 대칭적이며 Gr 이 증가할수록 n 도 역시 증가한다고 알려져 있다.⁽⁵⁾ 본 연구에서는 $Gr=100, -100$ 인 경우 $n=1$, $Gr=200, -200$ 인 경우 $n=2$, $Gr=2000, -2000$ 인 경우 $n=5$ 로 선형 안정성 이론의 결과가 타당하게 성립됨이 확인되었다.

이어서 Taylor-Couette 유동 연구의 대표적 반경 비인 $\eta=0.8$ 에서 C_b 와 Gr 의 영향을 모두 고려하여 계산을 수행하였다. 이 경우 테일러 와류로 천이되는 임계 레이놀즈수는 약 95에 해당된다. 본 연구에서는 아임계 레이놀즈 수인 $Re=50$ 과 90에 대하여 안쪽 실린더와 바깥 실린더의 온도차 (ΔT)가 $0^\circ C, 0.6^\circ C, 1.8^\circ C, 3.8^\circ C$ 에 대하여 계산을 수행하였다. 이 형상에 대한 온도차는 $Gr=0, 250, 740, 1570$ 에, $C_b=0, 0.003, 0.009, 0.019$ 에 각각 해당된다. 따라서 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 C_b 의 영향은 매우 미미하다.

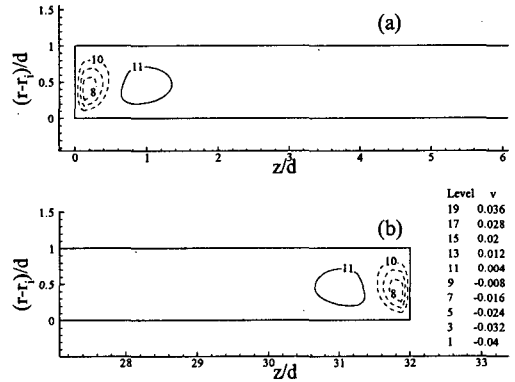


Fig. 7 Radial velocity contours in an axial-radial plane for $Re=50$, $\eta=0.8$, $Gr=0$; (a) near bottom, (b) near top

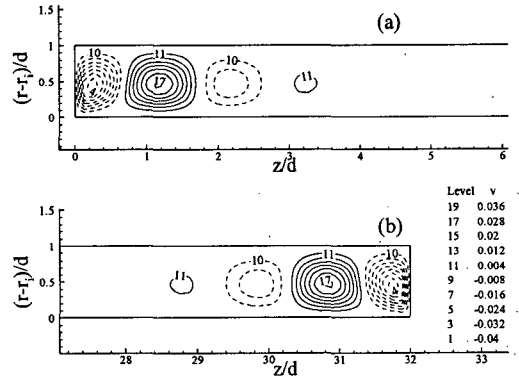


Fig. 8 Radial velocity contours in an axial-radial plane for $Re=90$, $\eta=0.8$, $Gr=0$; (a) near bottom, (b) near top

Fig. 7은 $Re=50$, $Gr=0$ 인 경우 바닥면과 윗면 근처에서 반경방향 속도성분의 등고선을 보여준다. 이 근처에서 보이는 와류는 Ekman 펌핑에 의한 효과로서 본 연구에서처럼 양 끝이 닫힌 형태의 유동에서 발견되며 그 형태가 Kuo and Ball⁽⁶⁾에서 보고된 것과 매우 흡사하다. 등온상태일 경우 Re 가 증가함에 따라 이 와류의 개수가 유동장의 내부로 점차적으로 증가하여 종국에는 테일러 와류로 천이된다고 알려져 있다. 본 연구에서도 이러한 경향이 뚜렷이 확인되었다.(Fig. 8) Fig. 9는 $Re=50$, $Gr=250$ 인 경우 바닥면과 윗면 근처에서의 유선을 보여준다. 안쪽 실린더와 바깥쪽 실린더의 온도차로 인한 자연대류에 의하여 Ekman 펌핑 효과는 바닥에서만 잔재 하며 윗면에서는 사라지게 된다. 또한 윗면 근처를 살펴보면 미약한 2차와류가 발견된다.

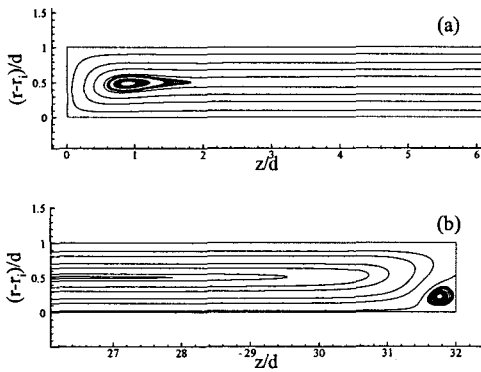


Fig. 9 Streamlines in an axial-radial plane for $Gr=250$, $Re=50$, $\eta=0.8$; (a) near bottom, (b) near top

Fig. 10은 $Re=50$ 일 때 여러 경우의 Gr 에 대하여 주어진 $z-r$ 평면에서의 순간 속도장을 보여 준다. $Gr=250$ 인 경우 테일러 와류로의 천이가 발생하지 않고 실린더의 온도차에 의한 자연대류(이 경우 기본 유동에 해당)만 발견된다. $Gr=740$ 인 경우 나선와류가 발생되기 시작하며 ($n=4$) 온도차를 더욱 증가 시키면 ($Gr=1570$) 나선각이 매우 큰 나선와류가 생성된다. 이때는 $n=5$ 로 관찰되었다. Fig. 11은 온도장을 보여준다. $Gr=250$ 인 경우 반경방향으로만 형성되던 온도구배가 $Gr=740$ 인 경우 나선와류에 의하여 wavy 형태로 변화를 보이며 $Gr=1570$ 인 경우 축방향으로 심하게 기울어진 온도분포를 볼 수 있다. 이러한 사실들은 Richardson 수 (Ri)로 설명된다. Kuo and Ball⁽⁹⁾에 의하면 Ri 가 클 경우 나선와류의 나선각이 증가한다고 알려져 있다. $Gr=1570$, $Re=50$ 일 때의 $Ri=0.63$ 정도로 본 연구에서 계산한 모든 경우의 유동중 가장 크다. 따라서 가장 큰 $n(=5)$ 이 나타났다.

Fig. 12는 $Re=90$ 일 때 여러 경우의 Gr 에 대하여 주어진 $z-r$ 평면에서의 순간 속도장을 보여준다. $Gr=250$ 인 경우 $n=1$ 형태의, $Gr=740$ 인 경우 $n=2$ 형태의 나선와류가 발견되며 $Gr=1570$ 인 경우 $n=3$ 형태의 나선와류가 발견된다. 또한 Gr 이 증가함에 따라 나선와류의 강도도 점차적으로 증가하게 된다. Fig. 13에 나타낸 온도장은 Gr 이 증가함에 따라 완만한 wavy 형태의 구조에서 점차적으로 굴곡이 심한 wavy 형태의 구조를 보이게 된다.

Fig. 14는 반경방향으로 중앙인 위치에서 $\theta-z$ 곡면에서의 순간적인 횡방향 속도값의 양의 값

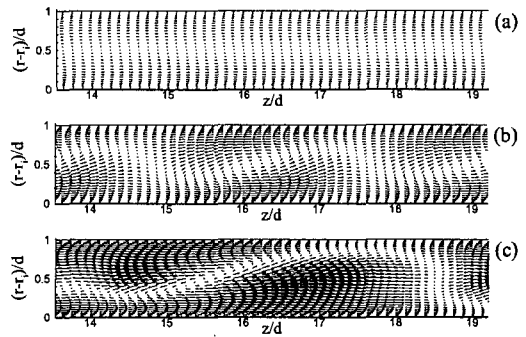


Fig. 10 Instantaneous velocity vectors in an axial-radial plane for $Re=50$, $\eta=0.8$; (a) $Gr=250$, (b) $Gr=740$, (c) $Gr=1570$

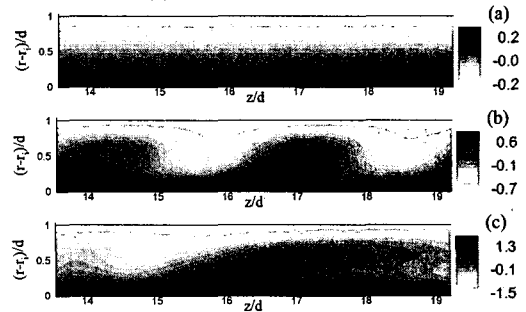


Fig. 11 Instantaneous temperature contours in an axial-radial plane for $Re=50$, $\eta=0.8$; (a) $Gr=250$, (b) $Gr=740$, (c) $Gr=1570$

(검정색)과 음의 값 (흰색)을 보여준다. 그림에서 보듯이 나선와류의 형태가 뚜렷이 관찰된다. 특히 $Gr=1570$ 인 경우 다른 경우와는 달리 다소 불규칙한 형태의 나선와류가 형성됨이 관찰되었다.[Fig. 14 (c)]

나선와류가 존재하는 경우에 대하여 Ri 와 n 의 상관관계를 Fig. 15에 나타내었다. Ri 가 증가할수록 n 역시 일관성있게 증가하는 사실이 확인된다. 따라서 나선와류의 구조 (n)는 Ri 수에 대하여 지배적으로 의존하고 있음을 확인할 수 있다.

안쪽 실린더에서의 열전달률을 살펴보고자 다음과 같이 유효 열전달계수 (K_{eqi})를 정의하였다.⁽¹⁰⁾

$$K_{eqi} = -r_i \ln(1/\eta) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_i} / \Delta T \quad (12)$$

이는 기본 유동을 근간으로 하여 정의된 것으로 다음과 같이 표현되는 Nusselt 수(Nu)와 매우 흡사한 개념이다.

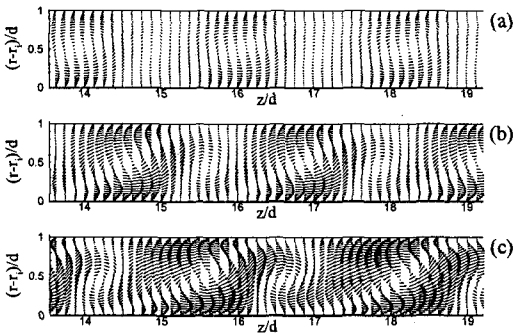


Fig. 12 Instantaneous velocity vectors in an axial-radial plane for $Re=90$, $\eta=0.8$; (a) $Gr=250$, (b) $Gr=740$, (c) $Gr=1570$

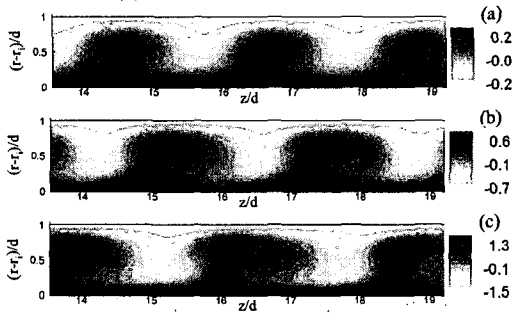


Fig. 13 Instantaneous temperature contours in an axial-radial plane for $Re=90$, $\eta=0.8$; (a) $Gr=250$, (b) $Gr=740$, (c) $Gr=1570$

$$Nu = - \left. \frac{2d}{k} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i} / \Delta T \quad (13)$$

여기서 k 는 열전도 계수이다.

Fig. 16은 여러 경우의 Re , Gr 에 대한 K_{eqi} 를 보여준다. Re 와 Gr 이 증가할수록 유효 열전달계수도 일관성있게 증가되고 있음이 확인된다.

Fig. 17은 여러 경우의 Re , Gr 에 대하여 다음과 같이 정의되는 토크 계수(C_M)을 보여준다.

$$C_M = T_M / [0.5\pi\rho(\Omega r_i)^2 r_i^2 H] \quad (14)$$

여기서 T_M 는 안쪽 실린더를 회전시키는데 필요한 토크이다. 그림에서 점선은 각 Re 에서 기본유동에 해당하는 토크이다. 나선와류가 생성 될 때 두 경우의 Re 에서 모두 기본유동에서의 토크보다 큰 토크가 형성되며 이는 Gr 과 비례한다. 따라서 온도차가 커질수록 안쪽 실린더를 회전시키는데 필요한 토크는 증가함을 알 수 있다.

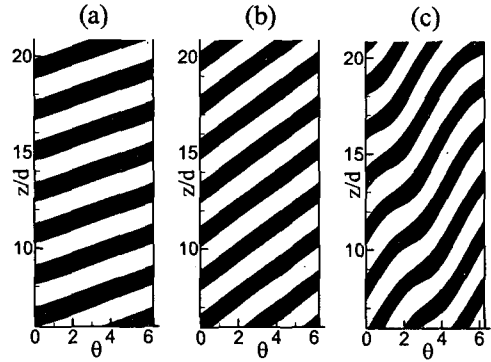


Fig. 14 Instantaneous contours of spanwise velocity component on the center surface of the annulus for $Re=90$, $\eta=0.8$; (a) $Gr=250$, (b) $Gr=740$, (c) $Gr=1570$

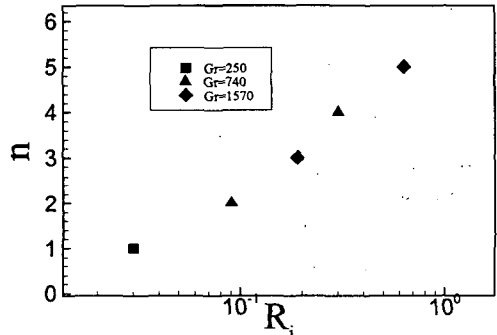


Fig. 15 Correlation of Richardson number with wave length of the spiral vortices, $\eta=0.8$

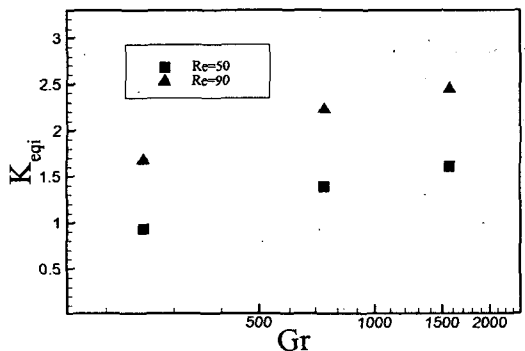


Fig. 16 Effective thermal conductivity for various Gr , $\eta=0.8$

Fig. 18은 $\eta=0.8$ 인 경우 Re , Gr 의 변화에 따른 안정성 개략도이다. Circular_Couette유동(CCF)이 반경 방향으로 온도구배가 커짐에 따라 자연대류(NC)를 거쳐 나선와류(SF)로 천이됨을 관찰할 수 있다.

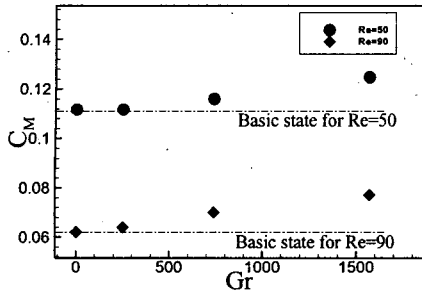


Fig. 17 Torque coefficient for various Gr , $\eta=0.8$

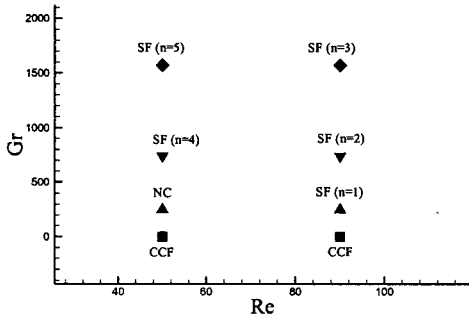


Fig. 18 Stability diagram, $\eta=0.8$; CCF (Circular-Couette Flow), NC (Natural Convection), SF (Spiral Flow)

5. 결론

본 연구에서는 반경방향 온도구배가 존재하는 Taylor-Couette 유동에 대한 전산해석을 수행하였다. 원심 포텐셜은 유동장을 안정화 시키지만 실제 유동에서 그 영향은 매우 작다는 사실이 확인되었다. 중력은 나선와류로 천이되는 중요한 인자이며 Grashof 수 (Gr)가 증가함에 따라 나선와류의 나선각이 증가하였다. 또한 Reynolds 수(Re)는 나선와류의 나선각을 감소시키는 사실 또한 확인되었다. 이는 무차원수 Gr 과 Re 의 그룹으로 정의되는 Richardson 수 (Ri)의 상관관계에 의하여 결정되며 Ri 가 증가함에 따라 나선각이 증가하였다.

본 연구에서 수행한 Re , Gr 을 기준으로 한 안정성 개략도(Fig. 18)에서 알 수 있듯이 $Re=50$ 인 경우 Gr 이 증가함에 따라 Circular-Couette 유동 (CCF)에서 자연대류(NC)를 거쳐 $n=5$ 형태의 나선와류 (SF)로 천이되었다. $Re=90$ 인 경우 CCF 에서 SF로 천이되었으며 Gr 이 증가함에 따라 $n=1, 2, 3$ 으로 점차적으로 증가함을 보였다. 또한 안쪽 실린더에서의 열전달율 및 안쪽 실린더를 회전시키는데 필요한 토크는 Gr 과 비례하여 증가하는 경향을 보였다.

후 기

이 논문은 2004 년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음. (KRF-2004-042-D00026)

참고문헌

- (1) Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., 1998, "Spatio-temporal Character of Non-wavy and Wavy Taylor-Couette Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 364, pp. 59~80.
- (2) Hwang, J. Y. and Yang, K. S., 2004, "Numerical Study of Taylor-Couette Flow with an Axial Flow," *Computers and Fluids*, Vol. 33, pp. 97~118.
- (3) Boubnov, B. M., Gledzer, E. B. and Hopfinger, E. J., 1995, "Stratified Circular Couette Flow: Instability and Flow Regimes," *J. Fluid Mech.*, Vol. 292, pp. 333~358.
- (4) Synder, H. A. and Karlsson, S.K.F., 1964, "Experiments on the Stability of Couette Motion with a Radial Thermal Gradient," *Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 10, pp. 1696~1706.
- (5) Chen, J. C. and Kuo, J. Y., 1990, "The Linear Stability of Steady Circular Couette Flow with a Small Radial Temperature Gradient," *Physics of Fluids*, Vol. 2, No. 9, pp. 1585~1591.
- (6) Bahloul, A., Mutabazi, I. and Ambari, A., 2000, "Codimension 2 Points in the Flow Inside a Cylindrical Annulus with a Radial Temperature Gradient," *The European Physical J., Applied Physics*, Vol. 9, pp. 253~264.
- (7) Bot, P. and Mutabazi, I., 2000, "Dynamics of Spatio-Temporal Defects in the Taylor-Dean System," *The European Physical J. B*, Vol. 13, pp. 141~155.
- (8) Goharzadeh, A. and Mutabazi, I., 2001, "Experimental Characterization of Intermittency Regimes in the Couette-Taylor System," *The European Physical J. B*, Vol. 19, pp. 157~162.
- (9) Kuo, D. C. and Ball, K. S., 1997, "Taylor-Couette Flow with Buoyancy: Onset of Spiral Flow," *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 10, pp. 2872~2884.
- (10) Kedia, R., Hunt, M. L. and Colonius, T., 1998, "Numerical Simulations of Heat Transfer in Taylor-Couette Flow," *J. Heat Transfer*, Vol. 120, pp. 65~71.
- (11) Rosenfeld, M., Kwak, D. and Vinokur, M., 1991, "A Fractional Step Solution Method for the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations in Generalized Coordinate Systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 94, pp. 102~137.
- (12) Hwang, J. Y. and Yang, K. S., 2003, "On the Structures of Taylor Vortices," *Trans. of the KSME B*, Vol. 27, No. 8, pp. 1081~1088.
- (13) Choi, I. G. and Korpela, S. A., 1980, "Stability of the Conduction Regime of Natural Convection in a Tall Vertical Annulus," *J. Fluid Mech.*, Vol. 99, pp. 725~738.