

통계적 기법을 이용한 매입형 영구자석 전동기의 코깅토크 저감

論 文
55B-6-1

Cogging Torque Reduction of Interior Permanent Magnet Motor Using Statistical Method

金 重 教* · 李 柱*
(Jung-Gyo Kim · Ju Lee)

Abstract - Recently, various applications of permanent-magnet(PM) electric motor have been more increased. Compared with the other electric motors, PM electric motor has cogging torque which results from the interaction between PM of rotor and slot-teeth structure of stator. Audible noise and vibration is caused by this cogging torque. So, the reduction of cogging torque is main designing goal of PM electric motor. The purpose of this paper is to realize the decrease of cogging torque using new experimental design and response surface analysis which is one of the statistical methodologies.

Key Words : 영구자석 전동기, 코깅 토크, 실험계획법, 반응표면분석

1. 서 론

최근 제어 기술 및 스위칭 반도체의 발달로 인하여 영구자석형 전동기의 가정용 및 산업용 수요가 크게 증가하고 있다. 이러한 영구자석형 전동기는 회전자를 구성하는 영구자석의 형태와 특성이 모터의 특성을 좌우하는 중요한 요소가 된다. 특히 회전자 영구자석의 설계에 따라 몇가지의 형태로 나뉘어지는데 영구자석을 회전자 표면에 부착하는 경우와 회전자 내부에 삽입하는 경우에 따라 표면부착형 영구자석 전동기(SPM SM : Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motor)와 매입형 영구자석 전동기(IPM SM : Interior Buried Permanent Magnet Synchronous Motor)로 나눈다[1].

영구자석 전동기는 다른 여타의 전동기와 달리 회전자의 자석과 고정자 슬롯 구조간의 자기저항 차이에 의해 발생하는 코깅 토크를 가진다. 코깅 토크는 전동기의 진동이나 소음에 큰 영향을 미치므로 많은 연구자들이 이를 줄이기 위한 다양한 방법을 연구해 왔다. 이러한 코깅 토크의 크기에 영향을 미치는 설계 변수로는 슬롯의 개구폭, 영구자석의 자화 분포, 스큐 각도, 공극 길이, 자극 비, 극수, 슬롯 수등을 들 수 있다[2]. 많은 전동기의 응용 시스템 중에서도 저속-고토크를 발생시켜야 하는 경우 주로 전동기와 감속기어를 결합하는데 이 때 발생된 전동기의 코깅 토크는 감속기로 인해 수배 내지는 수십배로 증가하여 전체 시스템의 진동, 소음등에 악영향을 미치므로 이를 최소화 시키는 방향으로

전동기 설계가 이루어져야 한다.

영구자석 전동기의 코깅토크에 영향을 미치는 인자들이 위에 언급한 것처럼 다양하고 설계 변수의 상호작용이 존재하며 다양한 전동기의 특성을 만족시켜야 하는 설계문제에 있어서 실용적인 목적함수를 정의하는 것이 쉬운 일은 아니다. 따라서, 기존의 최적화 방법보다 최근 전기기기 성능에 대한 근사적 모형을 만드는 방법으로 주목받고 있는 통계적 기법의 하나인 반응표면방법론(RSM : Response Surface Methodology)을 적용하여 다양한 제약조건 및 인자들의 상호작용을 고려하여 실용적인 목적함수를 구하고자 한다. 반응표면방법론은 통계적 근사법으로 여러 개의 독립 변수 또는 설계 변수가 복합적인 작용을 하는 어떤 시스템의 응답의 근사적인 모형을 생성하는데 매우 유용한 방법이다[3][4].

본 논문에서는 코깅토크 저감방법이 적용되기 전 기존 모델의 코깅 토크값을 우선 제시하고, RSM을 적용하여 개선된 형상과 코깅토크 저감 정도를 실험치와 비교하여 RSM을 통한 개선 방법이 실제적으로도 유용하게 사용될 수 있음을 보이고자 한다. 특히 설계 변수와 코깅토크 피크값에 대한 관측값을 얻기 위해 유한요소해석을 적용하였다.

2. 영구자석 전동기 모델

SPM형 전동기의 경우 고온에서의 자석 감자 및 회전수 증가에 따른 기계적인 부착 문제를 필연적으로 가지는데 반해 IPM형 전동기는 이러한 단점이 구조적으로 발생하지 않으며 약계자 제어의 잇점등으로 인하여 구동용 전동기로 최근 많은 적용이 이루어지고 있다. 본 논문의 코깅토크 저감화의 대상인 전동기는 소형 전동 스쿠터의 구동용으로 기 설계된 것으로 IPM형 구조를 가지고 있으며 주요 제원이 표 1과 같다. 또한 그림 1과 같이 RSM 적용을 위한 기본

* 교신저자, 正會員 : 漢陽大 電氣工學科 博士課程

E-mail : junggyo@sbc.or.kr

* 正會員 : 漢陽大工大 電子電氣工學部 副教授 · 工博

接受日字 : 2006年 2月 5日

最終完了 : 2006年 4月 27日

변수를 x_1, x_2, x_3 로 나타내었고 이는 각각 슬롯 개구폭, 공극, 브리지 각을 표시하고 있다. 변수의 설정은 경험적으로 영구자석 전동기의 코깅 토크에 가장 큰 영향을 준다고 판단되는 인자들로 선택되었고 이는 실제 타 연구자들의 연구 결과를 통해 그 영향 정도가 입증되었다[3][6].

표 1 영구자석 전동기의 주요 제원
Table 1 Specification of permanent magnet motor

항 목	사 양
영구자석 재질	희토류 (NdFeB : N35)
철심 재질	S18
극 수	4 극
슬롯 수	18 슬롯
상 수	3 상

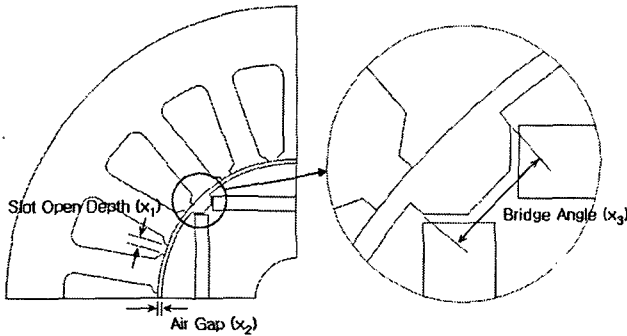


그림 1 영구자석 전동기 해석 모델 및 설계 변수
Fig. 1 Main design parameters and analysis model of permanent magnet motor

3. 코깅 토크의 해석 이론

영구자석 전동기의 특성을 해석하기 위한 해석모델의 특성 방정식은 맥스웰 방정식 및 그 보조방정식으로부터 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J}_0 + \vec{J}_m \quad (1)$$

이 때, μ 는 자성체 재질의 투자율을 나타내며, \vec{J}_0 는 입력 전류 밀도, \vec{J}_m 은 영구자석의 등가자화 전류 밀도를 각각 나타낸다. 또한 영구자석 전동기의 코깅 토크를 유한요소법으로 해석하기 위해 맥스웰 응력법을 이용하였다. 즉, 자계 내에서 자성체에 작용하는 전자기력 \vec{F} 는 식(3)과 같이 자성체 주위를 둘러싸는 표면에 대해 맥스웰 응력 텐서인 식(2)의 T 를 폐 적분함으로써 구할 수 있다[5].

$$T = \begin{pmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2}|B|^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - \frac{1}{2}|B|^2 & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - \frac{1}{2}|B|^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\vec{F} = \int_v \nabla \cdot T dv \quad (3)$$

$$= \oint_S T \cdot dS \quad (4)$$

그리고, 전동기에 작용하는 토크를 \vec{M} 이라고 할 때, 토크는 다음 식(5)와 같이 표현될 수 있다.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (5)$$

r 은 표면적분이 취해질 영역의 반경으로 전동기의 경우 회전자 반경이 된다.

4. RSM의 적용

반응 표면분석은 여러 개의 변수가 복합적인 작용을 함으로써 어떤 반응변수 y 에 영향을 주고 있을 때, 이러한 반응의 변화가 이루는 반응 표면에 대한 통계적인 분석방법을 말한다. 일반적으로 반응 표면분석을 통하여 얻고자 하는 것은 다음과 같은 것들이다.

- (1) 독립변수들과 종속변수간의 함수관계를 데이터로부터 추정하여 독립변수들의 값의 변화에 따라 반응량이 어떻게 달라지는가를 예측한다.
- (2) 독립변수들의 어떠한 값에서 반응량이 최적화될 것인가를 찾아낸다.
- (3) 가장 적은 수의 실험으로 가장 좋은 정도를 주는 실험계획법이 무엇인가를 고찰하고, 데이터 분석을 통하여 추정되는 적합한 반응표면의 통계적인 성질을 규명한다.

반응표면 분석법을 유한요소해석을 통한 코깅토크 최적화 과정에 적용할 경우 변수들과 반응량 간의 나타나는 반응표면이 곡면으로 표현될 것이 예상되고 3차 이상의 곡면으로 근사할 경우 정확히 찾아내기가 매우 어렵고 현실에서 적용하기가 복잡하여 실용적이지 못하기 때문에 근사함수를 2차 회귀 모형으로 사용하였다[6].

4-1. 실험 설계

반응표면의 추정이 2차 회귀모형으로 이루어질 경우 사용할 수 있는 실험계획법으로는 다음과 같은 방법이 있다 [6][7].

- 3^k 요인배치법
- 3수준계의 일부실시법
- 중심합성 계획법 (central composite design)
- 회전 계획법 (rotatable design)
- Box-Benkan 계획법

본 연구에서는 이 중 3가지 변수를 적용하는 경우 가장 적은 실험횟수로 2차 회귀모형을 근사할 수 있고 기존 실험 계획에 덧붙여 적용이 가능한 중심합성 계획법을 적용하였다. 표 2는 행렬의 각 코드 값에 맞는 설계 변수들의 실제 변동 범위를 나타낸 것이다. 변수의 변동 범위는 기 설계된 전동기의 치수에서 추가적인 가공이나 출력 특성에 미치는 영향을 최소로 하도록 설정되었다. 이러한 범위의 설정은 각 실험 변수들이 실험자가 흥미를 가지고 있는 설계 영역 내에서 설계될 수 있음을 의미한다[7].

표 2 설계 변동 범위와 코드 값
Table 2 Code number and variable range of Design of Experiment (DOE)

설계 변수	x ₁	x ₂	x ₃
-1.633	1.3 mm	0.9 mm	1.8°
-1	2.0 mm	1.0 mm	5°
0	3.0 mm	1.2 mm	10°
1	4.0 mm	1.4 mm	15°
1.633	4.6 mm	1.5 mm	18°

4-2. DOE를 통한 회귀 계수의 추정

실험 행렬의 각 경우에 나타나는 결과값인 코깅토크의 피크치를 행렬로 만들어 2차 회귀모형을 근사하면 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (6)$$

β 는 회귀 계수를 나타내고 ϵ 은 오차항을 나타낸다. 회귀 계수는 행렬로 표현하여 최소제곱법을 적용하면 다음의 식(7)과 같이 구할 수 있다.

$$\beta = (X'Y)^{-1}X'Y \quad (7)$$

β 는 회귀계수로 이루어진 행렬이고, Y 는 실험 결과로 구한 반응량의 행렬, X 는 X 의 전치행렬로 설계 변수로 구성되며 식(8)과 같다. 유한 요소 해석을 통하여 얻어진 코깅토크의 피크치를 식(7)의 각 실험에 대하여 반응량 Y 라고 하면 다음의 표 3과 식 (9)의 형태로 설계 변수와 코깅토크의 관계가 얻어진다.

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1.633 & 0 & 0 \\ 1.633 & 0 & 0 \\ 0 & -1.633 & 0 \\ 0 & 1.633 & 0 \\ 0 & 0 & -1.633 \\ 0 & 0 & 1.633 \end{pmatrix} \quad (8)$$

표 3 반응량(코깅토크)에 대한 회귀 계수
Table 3 Regression factor from response analysis

β_0	0.1788	β_{22}	0.0419
β_1	0.0898	β_{33}	0.0888
β_2	-0.0583	β_{12}	-0.0125
β_3	0.1399	β_{13}	0.0752
β_{11}	0.027	β_{23}	-0.0302

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{33} x_3^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 \quad (9)$$

4-3. 최적값의 결정

회귀 계수로 이루어진 2차 회귀 방정식을 통하여 정상점 주위의 반응 표면의 성질을 분석하는 것을 정준분석(canonical analysis)라고 한다. 정준 분석을 통하여 정상점이 반응량 \hat{y} 가 최대가 되는지, 최소가 되는지, 혹은 안부점인지를 알 수 있다[6][7].

본 연구에서 구해진 회귀 방정식의 행렬 형태에 대하여 정준분석을 수행한 결과 표 4와 같이 고유치가 모두 양의 값을 가지므로 흥미영역 내에서 최소의 값을 가진다고 볼 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 흥미영역 내에 변수 x_2 로 표시되는 공극 길이를 1.2mm로 고정하였을 경우 코깅토크를 최소화하는 슬롯 오픈 폭과 브리지 각을 구하기 위해 반응표면을 분석하면 그림 2와 같이 나타난다.

표 4 정준분석 결과 계산된 고유치($\lambda_1 \sim \lambda_3$)
Table 4 Calculated eigen value resulted in canonical analysis

λ_1	λ_2	λ_3
0.0381	0.0092	0.1105

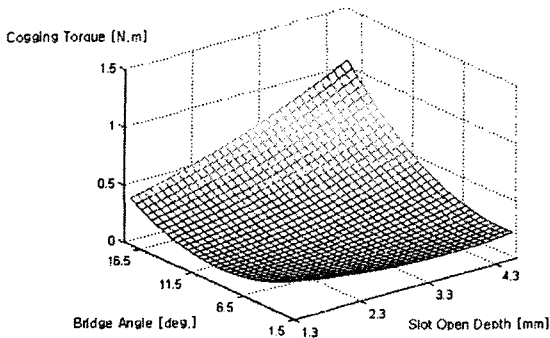


그림 2. 코깅 토크값에 대한 반응 표면 (공극=1.2mm)
 Fig. 2 Response surface for cogging torque (air gap is 1.2mm)

그림 2의 반응 표면에서 공극의 길이가 1.2mm를 초과할 경우 초기 설계된 전동기의 출력 특성이 바뀌게 되므로 이로 인한 기타 변수들의 설계 변동을 최소화하기 위해 기 설계된 전동기의 설계값과 같이 공극의 길이를 1.2mm로 고정하면 2차 회귀 방정식이 구해지고, 반응량과 각 설계 변수인 x_1 (Slot open depth), x_3 (Bridge angle)의 관계가 그림 3과 같은 등고선 형태로 표시될 수 있다.

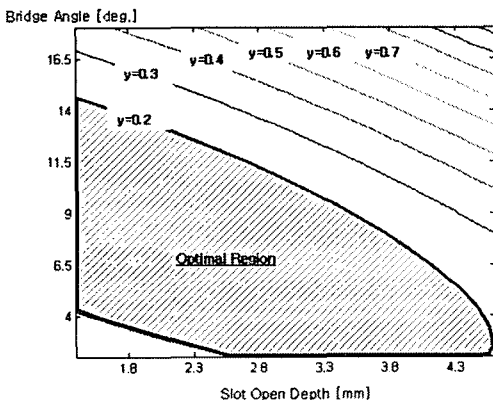


그림 3. 코깅 토크값의 등고선표 (공극=1.2mm)
 Fig. 3 Contour map of cogging torque (air gap is 1.2mm)

코깅토크가 0.2N.m이하인 최적 설계 영역이 나타나며 이 영역 내에서 다른 설계 변수인 x_1 (Slot open depth)과 x_3 (Bridge Angle)의 값을 결정할 수 있다. 본 연구의 경우, 최적 영역 내의 설계 값들 중 영역 중심 부근의 값으로 x_1 과 x_3 를 결정하였으며 표 5와 같이 개선된 설계 변수를 정리하였다.

표 5 개선 설계 결과

Table 5 Advanced design parameters

설계 변수	결 과
x_1 (Slot open depth)	2.4mm
x_2 (Air gap)	1.2mm
x_3 (Bridge angle)	10.0°

최적화 과정이 적용되기 전의 코깅토크 값과 RSM을 이용한 후의 결과값을 비교한 그래프가 그림 4와 같다. 그래프에 따르면 기 제작된 모델의 경우 약 0.36N.m의 코깅토크 값을 가지나 RSM을 통해 제약조건인 0.2N.m이하인 0.16N.m로 감소시킬 수 있었으며 실제 토크 게이지를 이용한 실험치와 비교하여도 약 8% 정도의 오차를 보이고 있다.

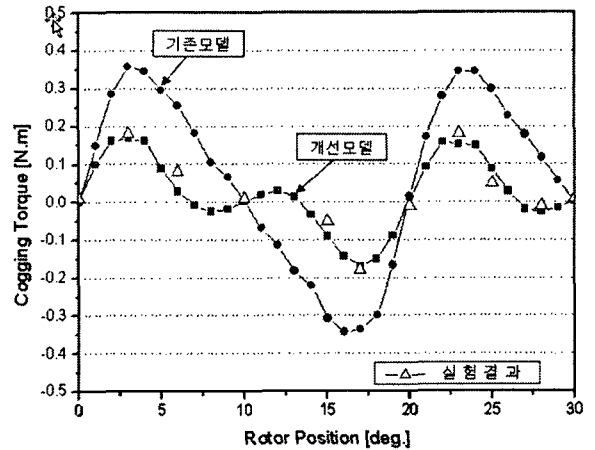


그림 4. 코깅토크 최소화 설계 결과 비교
 Fig. 4 Comparison Results of cogging torque minimization

그림 5는 코깅 토크 및 전동기 성능을 평가하기 위한 시험 장비를 나타낸다.

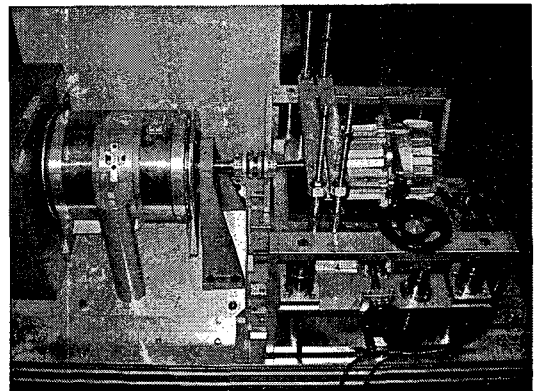


그림 5. 코깅토크 측정용 시험 장치
 Fig. 5 Experimental system for the cogging torque

5. 결 론

본 논문에서는 최근 전기기기의 최적화 방법의 하나로 다양한 연구가 이루어지고 있는 RSM과 유한요소해석을 통하여 영구자석 전동기의 코깅토크 저감화 방법이 충분한 실효성이 있음을 제시하였다. RSM을 이용한 방법은 설계 변수와 응답에 대한 관측 자료로부터 해석적인 근사모형을 비교적 쉽게 얻을 수 있다. 또한 기구적인 문제 및 코스트등의 제약 조건이 다양할 경우에도 최적화 과정을 단계적으로 접근할 수 있어 유용한 설계 방법의 하나로 적용될 수 있다고 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] T. J. E. Miller and J. R. Hendershot Jr., Design of Brushless Permanent-Magnet motors, New York : Oxford University Press Inc., 1994.
- [2] B. Ackermann, R. Sottek, New Technique for Reducing Cogging Torque in a Class of Brushless DC motors, IEE Proc., Vol. 139, No. 4, 1992
- [3] 김영균, 이근호, 홍정표, 반응표면방법론을 이용한 BLDC 전동기의 코깅토크 저감에 관한 연구, KIEE Trans. Vol. 51B, No. 2, pp. 51-60, Feb. 2002.
- [4] F. Gillion, P. Bochet, Screening and response surface method applied to the numerical optimization of electromagnetic devices, IEEE Trans. Magn., vol. 36, pp. 1163-1167, 2000.
- [5] S. J. Salon, Finite Element Analysis of Electrical Machines, Kluwer Academic Publisher, 1995.
- [6] R. H. Myers, Response Surface Methodology, John Wiley & Sons, 1995.
- [7] 박성현, 현대실험계획법, 민영사, 2001.

저 자 소 개



김 중 교(金重敎)

1959년 4월 21일생. 1982년 영남대학교 전기공학과 졸업. 1986년 한양대학교 대학원 졸업(석사). 1995~현재 중소기업진흥공단 모터응용 기술팀장. 2006년 현재 한양대학교 대학원 전기공학과 박사과정.

Tel : 031-496-1030

Fax : 031-496-1037

E-mail : junggyo@sbc.or.kr



이 주(李柱)

1963년 8월 30일 생. 1986년 한양대 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1988~1993년 국방과학연구소 연구원. 1997년 일본 큐슈대학교 SYSTEM 정보과학연구과 졸업(공학박). 1997년 한국철도기술연구원 선임연구원. 1997년~현재 한양대 공대 전자전기공학부 부교수.

Tel : (02) 2220-0342,

E-mail : julee@hanyang.ac.kr