

링레이저 자이로 관성항법시스템의 편향 오차 해석

Flexure Error Analysis of RLG based INS

김 광 진, 박 찬 국*, 유 명 종
(Kwangjin Kim, Chan Gook Park, and Myeong Jong Yu)

Abstract : Any input acceleration that bends RLG dithering axis causes flexure error, which is a source of the noncommutative error that can not be compensated by simply using integrated gyro sensor output. This paper introduces noncommutative error equations that define attitude errors caused by flexure errors. In this paper, flexure error is classified as sensor level error if the sensing axis coincides with the dithering axis and as system level error if the two axes do not coincide. The relationship between gyro output and the rotation vector is introduced and is used to define the coordinate transformation matrix and angular motion. Equations are derived for both sensor level and system level flexure error analysis. These equations show that RLG based INS attitude error caused by flexure is directly proportional to time, amount of input acceleration and the dynamic frequency of the vehicle.

Keywords : RLG, SDINS, noncommutativity error, rotation vector, flexure error

I. 서론

스트랩다운 관성항법시스템(strapdown INS-SDINS)은 자이로와 가속도계로 이루어진 관성센서가 항체에 직접 부착되므로 안정화된 플랫폼을 사용하는 김벌형 관성항법장치(gimballed INS-GINS)와 비교하여 자이로가 넓은 범위의 회전 운동을 측정할 수 있어야 하며 빠른 속도로 각속도 정보를 출력할 수 있어야 한다. 기계식 자이로로는 만족하기 어려웠던 이러한 요구 성능은 1초 동안 수 백도의 회전을 측정하면서 수 kHz의 속도로 각속도를 제공하는 RLG(Ring Laser Gyro)와 전자회로 기술이 개발되면서 만족하게 되었다. 즉, RLG의 기술 발전은 GINS를 대체할 수 있는 SDINS의 개발을 가능하게 하였다[1].

RLG는 서로 반대 방향으로 진행하는 빛의 진동수가 회전에 의해서 분리되는 현상인 Sagnac 간섭계의 원리를 이용하고 있다[2]. RLG가 항법센서로 사용되기 위해서는 입력 각속도가 일정 범위 이내인 경우 출력이 영이 되는 Lock-In 현상을 제거해야 한다. 이러한 Lock-In을 보상하기 위한 방법으로 고정 바이어스 인가 기법, 몸체 진동 기법, 광학적 바이어스 방법 등이 사용되고 있으며[3], 현재 대부분의 RLG 개발 업체는 기계적인 진동 모터(mechanical dither motor)를 사용하는 몸체 진동 기법을 이용하고 있다[4]. 몸체 진동 기법을 사용하는 RLG는 자이로 출력이 정현파 성분의 진동성 운동(dithering motion)이 포함되어 있으므로 원추운동 오차가 시스템에 나타나게 된다. 또한 시스템 외부의 가속도 인가에 의하여 진동 운동축이 편향되어 발생하는 편향 오차(flexure error)도 시스템에 나타난다[5]. 이러한 이

유로 RLG를 사용하는 항법시스템의 성능을 보장하기 위해서는 원추운동 오차와 편향 오차 등에 대한 해석이 이루어져야 하며 현재까지 정현파 성분의 진동성 운동 보상 기법과[6], 원추운동 오차에 대한 보상 기법에 대해서는 많은 연구가 이루어졌다[7]. 그러나, 편향 오차에 대한 해석은 수식적인 접근보다 진동 운동축의 편향이 최소화되도록 진동 축을 강인하게 설계 및 제작하여 사용하고 있다[8].

본 논문에서는 항법시스템에 인가된 입력 가속도에 의해서 유발된 RLG의 편향 오차와 RLG에 존재하는 정현파 각속도 운동과의 관계식을 유도하고 자세 오차에 대한 해석을 수행한다. 이를 위하여 먼저 서로 다른 두 좌표계 사이의 회전벡터와 각속도 출력과의 관계식을 유도하고 편향 오차를 센서레벨과 시스템 레벨로 나누어서 정의한다. 이러한 관계식과 정의를 이용하여 항법시스템에 인가된 가속도가 선형인 경우와 정현파 성분인 경우에 대하여 해석적인 자세 오차식을 유도한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 회전벡터와 각속도 출력에 대한 관계식을 정의하고 3장에서는 센서 레벨의 편향 오차를 해석한다. 그리고 4장에서는 시스템 레벨의 편향 오차를 해석하고 5장에서 결론을 맺는다.

II. 회전벡터와 각속도 출력

일반적으로 자이로 출력을 이용하여 계산된 자세는 오차를 포함하고 있으며 이러한 오차는 교환 오차와 비교환 오차로 나눌 수 있다. 교환 오차는 각속도로 표현되는 자이로 출력의 적분 과정에서 발생하는 오차로써 자세 계산 알고리즘을 효율적으로 구성하고 자세 계산 주기를 빠르게 함으로써 감소시킬 수 있다[5]. 그러나 비교환 오차는 자이로로 측정되지 않는 각 운동 성분으로 기존의 적분 과정으로는 보상이 불가능한 오차이며 자세 계산의 가장 큰 오차 요인으로 알려져 있다. 비교환 오차에 대한 수식적인 관계는 Bortz[9]에 의하여 해석 되어졌으며 그 과정을 설명하면 다음과 같다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2005. 6. 28., 채택확정 : 2006. 1. 18.

김광진, 박찬국 : 서울대학교 기계항공공학부

(p149213@snu.ac.kr/chanpark@snu.ac.kr)

유명종 : 국방과학연구소 기술연구본부(mjyu@add.re.kr)

※ 본 논문은 두산인프라코어(주)와 국방과학연구소의 부분적 지원에 의하여 연구되었음.

먼저 동체좌표계상의 임의의 벡터 r^B 와 기준좌표계 r^R 로 이루어진 그림 1과 같은 회전 좌표계를 정의하면, 두 좌표계는 초기 시간 $t = t_0$ 에서 다음 관계가 성립한다.

$$r_0^R = r_0^B \quad (1)$$

이때 동체좌표계가 초기 기준좌표계로부터 ϕ 의 크기로 회전을 하는 경우 이를 좌표변환행렬을 사용하여 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^R(t) = C_B^R r^B(t) \quad (2)$$

여기서, $r^B(t) = r_0^B$ 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$r^R(t) = C_B^R r_0^B \quad (3)$$

(3)의 r^R 와 r^B 를 그림 1에서 나타난 벡터 관계를 사용하여 정리하면 좌표변환행렬의 관계식을 유도할 수 있다. 그림 1에서 $r^R(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$r^R(t) = a + b \sin \phi + c \cos \phi \quad (4)$$

여기서 a, b, c는 벡터 관계식에서 아래와 같이 표현된다.

$$a = uu^T r_0^B, \quad b = [u \times] r_0^B, \quad c = r_0^B - uu^T r_0^B \quad (5)$$

(5)를 (4)에 대입한 후 r_0^B 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$r^R(t) = \{uu^T(1 - \cos \phi) + I \cos \phi + [u \times] \sin \phi\} r_0^B \quad (6)$$

(6)과 uu^T 의 관계로부터 (3)을 비교하여 정리하면 좌표변환행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$C_B^R = I + \frac{\sin \phi}{\phi} [\bar{\phi} \times] + \frac{1 - \cos \phi}{\phi^2} [\bar{\phi} \times]^2 \quad (7)$$

위 식을 좌표변환행렬의 미분식인 $\dot{C}_B^R = C_B^R [w \times]$ 에 대입하여 정리하면 회전벡터와 각속도 벡터와의 관계식은 다음과 같이 정의된다.

$$w = \dot{\bar{\phi}} - \frac{1 - \cos \phi}{\phi^2} \bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}} + \frac{1}{\phi^2} \left(1 - \frac{\sin \phi}{\phi}\right) \bar{\phi} \times (\bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}}) \quad (8)$$

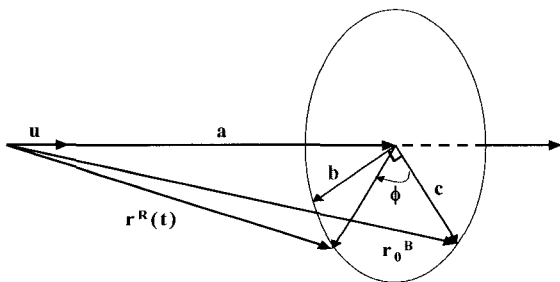


그림 1. 회전 좌표계.
Fig. 1. Rotation coordinate.

(7)과 (8)은 회전벡터와 좌표변환행렬, 각속도 벡터와의 관계를 나타내는 것으로 임의의 두 좌표계 사이의 운동을 나타내는 회전벡터가 정의되면 좌표변환행렬과 각속도 벡터를 유도할 수 있음을 알 수 있다.

III. 센서 레벨의 편향 오차

진동성 운동을 하는 RLG에 가속도 입력이 들어오는 경우 진동성 운동축은 입력된 가속도에 비례하여 편향되는 편향 오차가 발생하게 된다. 이것을 도시하면 그림 2와 같으며, 그림에서 v 는 진동성 운동 주파수이며 γ_X, γ_Y 는 X, Y축으로 인가된 가속도에 비례하는 축의 편향각을 나타낸다.

그림에서 알 수 있듯이 자이로에 인가되는 각속도 성분은 진동성에 의한 정현파 운동만 존재하고 항체의 운동에 의한 영향은 존재하지 않으므로 센서 레벨의 편향(sensor level flexure)으로 정의한다. 그림 2에서 RLG의 회전 운동축과 회전 운동을 측정하는 감지축이 함께 편향되어 있으므로 이때 발생하는 좌표계의 변화를 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

그림 3에서 나타난 좌표계는 다음과 같이 정의된다.

- I 관성공간 좌표계
- B^C 진동성 운동에 의하여 유발된 ISA의 원추운 동으로 인하여 변형된 좌표계
- B^F 입력 가속도에 의하여 편향된 진동성 운동 좌 표계

위의 정의에서 B^F는 RLG가 측정하는 감지축을 의미한다. 그림 3과 같은 관계가 존재하는 경우에 출력되는 자이로의 각속도는 다음과 같다.

$$w_{IF} = w_{CF} + C_C^F w_{IC} \quad (9)$$

(9)에서 먼저 진동성 축에 발생한 편향 오차에 의한 각속도 벡터 w_{CF} 를 구한다. 이를 위하여 Z축 에 발생한 정현파와 진동성 운동 성분과 X, Y축 편향에 의하여 유발된 회전 벡터를 그림 2로부터 다음과 같이 정의한다.

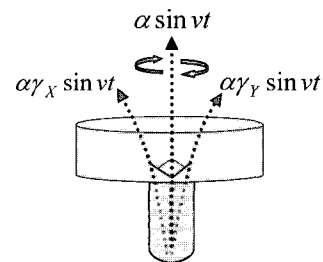


그림 2. 가속도 입력에 의한 진동 운동축 변화.
Fig. 2. Bending of the dither axis under an acceleration.

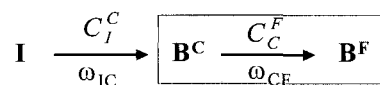


그림 3. 편향에 의한 좌표계 변환.
Fig. 3. Varying of frames caused by flexure.

$$\bar{\phi} = \begin{pmatrix} \alpha \gamma_X \sin vt \\ \alpha \gamma_Y \sin vt \\ \alpha \sin vt \end{pmatrix} \quad (10)$$

위 식을 (8)에 대입하여 편향 오차가 발생한 경우의 각 속도 벡터식을 구할 수 있으며 이때 회전벡터와 벡터 미분의 곱을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}} &= \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \sin vt & \alpha \gamma_Y \sin vt \\ \alpha \sin vt & 0 & -\alpha \gamma_X \sin vt \\ -\alpha \gamma_Y \sin vt & \alpha \gamma_X \sin vt & 0 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \alpha v \gamma_X \cos vt \\ \alpha v \gamma_Y \cos vt \\ \alpha v \cos vt \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

위의 결과와 (10)의 결과를 (8)에 적용하여 구해보면 각 속도 벡터는 다음과 같다.

$$w_{CF} = \begin{bmatrix} \alpha v \gamma_X \cos vt \\ \alpha v \gamma_Y \cos vt \\ \alpha v \cos vt \end{bmatrix} \quad (11)$$

(11)은 외부에서 각 운동이 인가되지 않고 진동성 운동이 ISA에 영향을 주지 않을 경우에는 $w_{IC} = 0$ 이 되어 진동성 운동과 편향 오차 성분만이 자이로 출력에 나타남을 알 수 있다. 이것은 편향에 의한 편향각 γ 가 매우 작은 경우에는 시스템의 성능에 큰 영향을 미치지 않음을 의미한다.

다음으로 편향 오차에 의하여 변형된 좌표축 사이의 관계를 나타내는 C_C^F 를 (7)을 이용하여 계산한다. (7)의 회전 벡터의 곱과 그 체계를 계산하면 다음과 같다.

$$[\bar{\phi} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \sin vt & \alpha \gamma_Y \sin vt \\ \alpha \sin vt & 0 & -\alpha \gamma_X \sin vt \\ -\alpha \gamma_Y \sin vt & \alpha \gamma_X \sin vt & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[\bar{\phi} \times]^2 = \begin{bmatrix} -\alpha^2(1+\gamma_Y^2)\sin^2 vt & \alpha^2\gamma_X\gamma_Y\sin^2 vt \\ \alpha^2\gamma_X\gamma_Y\sin^2 vt & -\alpha^2(1+\gamma_X^2)\sin^2 vt \\ \alpha^2\gamma_X\sin^2 vt & \alpha^2\gamma_Y\sin^2 vt \\ \alpha^2\gamma_X\sin^2 vt & \alpha^2\gamma_Y\sin^2 vt \\ -\alpha^2(\gamma_X^2+\gamma_Y^2)\sin^2 vt \end{bmatrix}$$

그리고 회전벡터의 크기는 다음과 같다.

$$\phi = \alpha \sin vt \sqrt{1 + \gamma_X^2 + \gamma_Y^2} \quad (13)$$

(12)와 (13)을 (7)에 대입한 후 α 의 2차 항 이상을 무시하고 정리하면 다음의 근사를 구할 수 있다.

$$C_C^F \approx I + \alpha \sin vt \begin{bmatrix} 0 & -1 & \gamma_Y \\ 1 & 0 & -\gamma_X \\ -\gamma_Y & \gamma_X & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

또한 관성좌표계와 ISA 좌표계 사이의 관계를 나타내는 w_{IC} 는 원추운동의 정의에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_{IC} = \begin{bmatrix} v \epsilon \cos (vt + \tau_0) \\ -v \epsilon \sin (vt + \tau_0) \\ \frac{v\epsilon^2}{2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, ϵ 는 진동성 운동에 의하여 유발된 원추운동의 크기(amplitude).

(14)와 (15)를 이용하여 자이로에서 측정되는 I, B^C 좌표계 사이의 회전운동을 나타내는 각속도 벡터는 다음과 같이 계산될 수 있으며

$$C_C^F w_{IC} = \left(I + \alpha \sin vt \begin{bmatrix} 0 & -1 & \gamma_Y \\ 1 & 0 & -\gamma_X \\ -\gamma_Y & \gamma_X & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} v \epsilon \cos (vt + \tau_0) \\ -v \epsilon \sin (vt + \tau_0) \\ \frac{v\epsilon^2}{2} \end{bmatrix}$$

위 식을 원추운동에 의한 성분과 편향에 대한 성분으로 분리하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_C^F w_{IC} &= \begin{bmatrix} v \epsilon \cos (vt + \tau_0) \\ -v \epsilon \sin (vt + \tau_0) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha v \epsilon^2}{2} \sin vt \begin{bmatrix} \gamma_Y \\ -\gamma_X \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \frac{\alpha v \epsilon}{2} \begin{bmatrix} -\cos (2vt + \tau_0) \\ \sin (2vt + \tau_0) \\ -\gamma_Y \sin (2vt + \tau_0) + \gamma_X \cos (2vt + \tau_0) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v\epsilon^2}{2} \end{bmatrix} + \frac{\alpha v \epsilon}{2} \begin{bmatrix} \cos \tau_0 \\ -\sin \tau_0 \\ \gamma_Y \sin \tau_0 - \gamma_X \cos \tau_0 \end{bmatrix} \quad (16) \end{aligned}$$

위 식과 (11)을 (9)에 대입한 후 적분하면 RLG의 출력인 각 증분값을 구할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta \theta_C &= \delta \theta_C^{Constant} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v\epsilon^2}{2} t_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha v \epsilon}{2} \cos \tau_0 t_n \\ -\frac{\alpha v \epsilon}{2} \sin \tau_0 t_n \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\alpha v \epsilon}{2} (\gamma_Y \sin \tau_0 - \gamma_X \cos \tau_0) t_n \end{bmatrix} \quad (17) \end{aligned}$$

여기서, $\delta \theta_C^{Constant}$ 는 항상 일정한 범위내에 있는 상수항을 의미한다.

자이로의 증분값을 나타내는 (17)에서 우변의 두 번째와 세 번째 항은 진동성 운동에 의하여 유발된 ISA의 원추운동 오차를 나타내며 마지막 항이 편향에 의하여 유발된 부유 오차를 의미한다. (17)의 편향 오차 항은 기존의 문헌에 나타낸 오차 과 동일한 결과임을 알 수 있다.

(17)에서 유도된 편향 오차는 RLG가 진동성 운동을 하는 경우에는, 외부에서 회전 운동이 인가되지 않아도 가속도 입력만으로 항상 나타나는 부유오차 성분임을 알 수 있다. 이때의 영향을 살펴보기 위하여 진동성 운동 크기를

5[arcmin], 진동성 운동 주파수를 400[Hz], 위상차는 0[deg], 원추운동의 크기를 2[arcsec], 편향각은 5[arcsec/g], 최대 입력 가속도를 2[g]라 가정하고 오차에 대입하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\alpha v \gamma_X t_m}{2} = 0.00406 \text{ [deg/hr]}$$

위 결과로부터 항체가 회전 운동을 하지 않고 진동성 운동만 존재하는 경우 가속도 입력에 의한 편향 오차는 시스템의 전체 성능에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 그러나 인가된 가속도의 크기가 커지거나 진동성 운동의 크기가 커지는 경우에는 오차가 증가함으로 RLG 제작 과정에서 이에 대한 고려가 이루어져야 한다.

V. 시스템 레벨의 편향 오차

앞장에서 유도한 센서 레벨의 편향 오차 해석이 자이로가 감지하는 각속도 입력으로 진동에 의한 정현파만 존재하는 경우에 대한 것이라면, 시스템 레벨의 편향 영향 분석은 자이로에 입력되는 운동이 항체의 회전 운동에 의하여 유발된 경우에 대하여 해석하는 것이다. 즉, 항체의 실제 회전 운동에 의하여 RLG의 운동축이 결정되고 편향에 의하여 감지축이 편향되는 경우를 시스템 레벨의 편향이라 정의하며 이때 RLG의 운동축과 감지축이 일치하지 않으므로 그림 4과 같이 도시할 수 있다.

아래 그림에서 ISA의 X, Y, Z축은 항체의 운동에 의하여 인가되는 각속도 벡터의 축으로 동체좌표계와 일치하는 축이다. 이때 X축 또는 Y축으로 가속도가 인가되는 경우 Z축 RLG의 감지축은 입력된 가속도에 의하여 편향이 되므로 항체의 실제 운동과 다른 값을 감지하게 된다. 이러한 경우 좌표계 사이의 관계를 정의하면 그림 5와 같다.

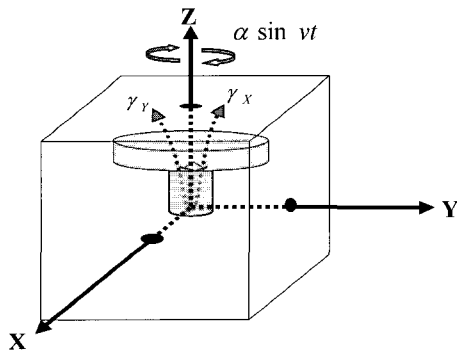


그림 4. 항체의 회전 운동축과 RLG 감지축.
Fig. 4. The input axis of the vehicle motion and the sensing axis of RLG.

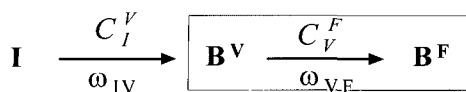


그림 5. 감지축 변화에 따른 좌표계 사이의 관계.
Fig. 5. Varying of frames caused by the flexure.

그림 5에서 각 좌표계는 다음과 같이 정의된다.

- B^V 항체의 동체좌표계와 일치하는 좌표계로 변형 이전의 RLG 감지축
 - B^F 편향에 의하여 변형된 감지축 좌표계
- 이때 측정되는 자이로의 가속도는 다음과 같다.

$$w_{IF} = w_{VF} + C_V^F w_{IV} \tag{18}$$

그림 4와 5에서 항체의 운동을 측정하는 RLG의 감지축이 변형되는 경우, 인가된 가속도에 의하여 변형된 감지축 좌표계의 단위벡터를 표시하면 그림 6과 같다. 그림에서 γ_{ij} 는 i축 가속도 입력에 의한 j축의 편향각을 의미하며 (a)는 X축 방향으로 가속도가 인가될 경우의 감지축 좌표계의 변화를 나타내며, (b)와 (c)는 Y축과 Z축 방향으로 가속도가 인가되는 경우에 대한 좌표계 변화를 표시한 것이다.

본 논문에서는 가속도 입력에 대한 감지축의 변화는 해석상의 용이함을 위하여 인가된 가속도 벡터의 방향과 수직된 축의 변형에 대해서만 표시하였다. 이것은 가속도 벡터와 수직된 축이 가장 크게 변형되기 때문이다. 그림 6을 이용하여 입력 가속도에 따른 좌표계 단위벡터의 관계를 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I' \\ J' \\ K' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin \gamma_{XY} & \cos \gamma_{XY} & 0 \\ \sin \gamma_{XZ} & 0 & \cos \gamma_{XZ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} I'' \\ J'' \\ K'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{YX} & \sin \gamma_{YX} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin \gamma_{YZ} & \cos \gamma_{YZ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I' \\ J' \\ K' \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} I''' \\ J''' \\ K''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{ZX} & 0 & \sin \gamma_{ZX} \\ 0 & \cos \gamma_{ZY} & \sin \gamma_{ZY} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'' \\ J'' \\ K'' \end{bmatrix} \tag{21}$$

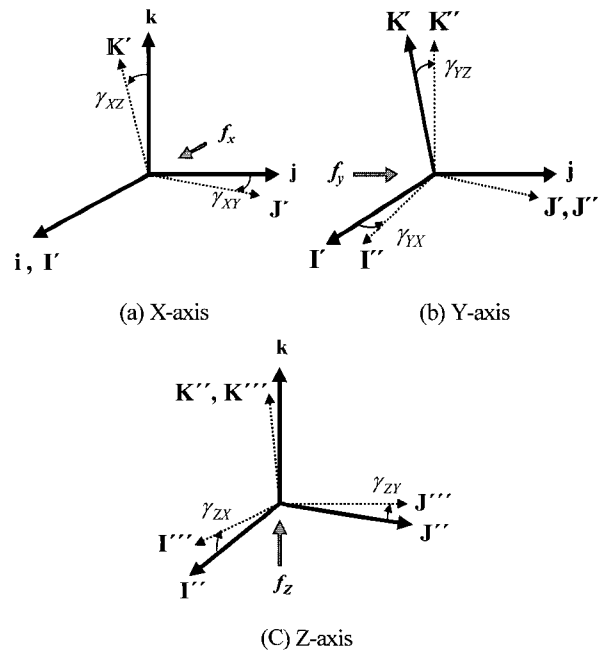


그림 6. 가속도 입력에 따른 좌표계 변화.
Fig. 6. Frame variations by the acceleration.

위 식들에서 편향 오차에 의한 편향각 성분은 매우 작은 값이므로 미소각 정리를 이용하여 근사화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I''' \\ J''' \\ K''' \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{YX} & \gamma_{ZX} \\ \gamma_{XY} & 1 & \gamma_{ZY} \\ \gamma_{XZ} & \gamma_{YZ} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (22)$$

(22)는 편향 오차에 의한 편향각의 고차항을 무시하고 1차 성분에 대하여 정리한 것으로, 이 식으로부터 그림 5의 편향에 의한 좌표계 변형을 나타내는 좌표변환행렬 C_V^F 는 다음과 같다.

$$C_V^F \approx I + \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{YX} & \gamma_{ZX} \\ \gamma_{XY} & 0 & \gamma_{ZY} \\ \gamma_{XZ} & \gamma_{YZ} & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

다음으로 관성 좌표계와 항체의 동체 좌표계 사이의 각속도 벡터 w_{IV} 를 계산하여야 한다. 운항 중 항체는 다양한 운동을 하게 되므로 w_{IV} 는 다양하게 정의될 수 있으나, 항체의 자세에 가장 큰 부유오차를 유발하는 원추운동에 대한 해석을 수행하기 위하여 다음과 같이 정의한다[10].

$$w_{IV} = \begin{bmatrix} v \epsilon_X \cos vt \\ -v \epsilon_Y \sin vt \\ \frac{v \epsilon_X \epsilon_Y}{2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

위 식은 (15)의 진동성 운동에 의하여 유발된 원추운동과는 다른 항체의 실제 운동에 의하여 유발된 성분이다. 항체에 (24)로 정의된 원추운동이 인가되고 동시에 임의의 가속도로 인하여 RLG의 감지축에 편향이 발생하는 경우 RLG로 입력되는 각속도 성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_{IF} = w_{VF} + C_V^F w_{IV} = \begin{bmatrix} v \epsilon_X \cos vt \\ -v \epsilon_Y \sin vt \\ \frac{v \epsilon_X \epsilon_Y}{2} \end{bmatrix} + \frac{v \epsilon_X \epsilon_Y}{2} \begin{bmatrix} \gamma_{ZX} \\ \gamma_{ZY} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma_{YX} v \epsilon_Y \sin vt \\ \gamma_{XY} v \epsilon_X \cos vt \\ \gamma_{XZ} v \epsilon_X \cos vt - \gamma_{YZ} v \epsilon_Y \sin vt \end{bmatrix} \quad (25)$$

(25)에서 첫 번째 항은 원추운동의 각속도 벡터와 동일한 결과이며, 두 번째 항은 원추운동에 의한 부유오차가 Z축 가속도 입력으로 유발된 X, Y 감지축 편향에 의하여 두 축으로 투영된 각속도 성분이다. 또한 (25)의 세 번째 항은 원추운동 각속도 벡터의 정현파 성분이 세 축으로 투영된 성분을 나타낸다.

(25)의 결과를 해석하기 위해서는 편향 오차에 의한 편향각 γ_{ij} 를 결정하여야 한다. 인가된 가속도는 일반적으로 다음의 두 가지 경우로 정의될 수 있다.

1. 입력 가속도가 일정할 때

먼저 입력 가속도가 일정한 경우는 한 방향으로 가속도가 지속적으로 인가되는 경우를 의미하며 (25)의 두 번째 항이 시간이 증가함에 따라 부유오차를 유발하게 된다. 이

때 시스템의 성능을 분석하기 위하여 Z축으로 인가되는 가속도 f_Z 를 20[g]로 가정하고 Z축 가속도 인가에 의한 X, Y축의 편향 오차 β_{ZX}, β_{ZY} 를 2[arcsec/g], 원추운동의 위상차 ϵ_X, ϵ_Y 를 0.1[deg]로 가정하면 편향 오차에 의한 자이로 출력은 다음과 같다.

$$\pi f_{\epsilon_X \epsilon_Y \gamma_{ZX}} = 0.00766 \text{ [deg/hr]}$$

위 결과는 RLG의 성능을 저하시킬 수 있는 값으로 이를 감소시키기 위해서는 입력가속도에 의한 편향각을 2[arcsec/g] 보다 더 작은 값으로 설계하여야 한다.

2. 입력 가속도가 정현파 성분일 때

정현파 입력 가속도는 항체가 진동 상황에서 빈번하게 발생하는 것으로 다음의 수 과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} f_X &= g_X \sin(vt + \tau_X) \\ f_Y &= g_Y \sin(vt + \tau_Y) \\ f_Z &= g_Z \sin(vt + \tau_Z) \end{aligned} \quad (26)$$

(26)과 같은 정현파 성분의 가속도가 인가될 경우 (25)의 두 번째 항은 항상 일정한 범위내에 존재하게 되나 세 번째 항은 시간에 따라 오차가 누적되게 된다. (25)의 세 번째 항을 편향에 의한 정현파 각속도 벡터로 다음과 같이 정의한다.

$$w_{IF}^{FS} = \begin{bmatrix} -\gamma_{YX} v \epsilon_Y \sin vt \\ \gamma_{XY} v \epsilon_X \cos vt \\ \gamma_{XZ} v \epsilon_X \cos vt - \gamma_{YZ} v \epsilon_Y \sin vt \end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서, w_{IF}^{FS} 는 정현파 가속도 입력시 발생된 편향에 의한 w_{IF} 의 부유오차 성분이다.

(27)에 (26)의 가속도 성분을 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$w_{IF}^{FS} = \delta w_{IF}^{FS-Constant} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \beta_{YX} g_Y v \epsilon_Y \cos \tau_Y \\ \frac{1}{2} \beta_{XY} g_X v \epsilon_X \sin \tau_X \\ \frac{1}{2} \beta_{XZ} g_X v \epsilon_X \sin \tau_X - \frac{1}{2} \beta_{YZ} g_Y v \epsilon_Y \cos \tau_Y \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서, $\delta w_{IF}^{FS-Constant}$ 는 시간에 관계없이 항상 일정한 범위에 존재하는 자이로 출력이다.

(28)의 결과로부터 시스템에 X, Y축으로의 원추운동과 정현파 가속도 운동이 함께 존재하는 경우 X, Y축 방향의 가속도 성분이 시스템 오차에 영향을 미침을 알 수 있다. 이것은 각속도 운동이 존재하지 않는 Z축의 정현파 가속도 입력은 시스템에 영향을 미치지 않음을 의미한다.

(28)을 이용하여 정현파 가속도 입력에 의하여 유발된 비교환 오차항의 영향을 분석할 수 있으며 이를 위하여 가속도 운동의 위상차 $\tau_X = 2/\pi, \tau_Y = \pi$ 로 가정하면 $\sin \tau_X = 1, \cos \tau_Y = 1$ 이 된다. 이 가정으로부터 (28)의 부유 오차항은 다음과 같이 정의된다.

$$\delta w_{IF}^{Drift} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \beta_{YX} g_Y v \epsilon_Y \\ \frac{1}{2} \beta_{XY} g_X v \epsilon_X \\ \frac{1}{2} (\beta_{XZ} g_X v \epsilon_X + \beta_{YZ} g_Y v \epsilon_Y) \end{bmatrix} \quad (29)$$

(29)에 대한 영향을 분석하기 위하여 항법시스템의 Z축으로 20[Hz], 5[g]에 해당하는 정현파의 중력가속도가 입력되며 X, Y, Z 각 축으로 다음의 크기로 이에 대한 영향이 나타난다.

$$\begin{aligned} \epsilon_X &= 0.1 [deg], \quad \epsilon_Y = 0.1 [deg], \quad \epsilon_Z = 0.1 [deg], \\ g_X &= 0.5 [g], \quad g_Y = 0.5 [g], \quad g_Z = 5 [g], \\ \beta_{XY} &= \beta_{XZ} = \beta_{YX} = \beta_{YZ} = 2 [arcsec/g] \end{aligned}$$

위 값들을 이용하여 계산을 수행하면 X축으로 0.11[deg/hr], Y축으로 0.11[deg/hr], Z축으로 0.22 [deg/hr]의 부유 오차가 발생됨을 알 수 있다. 이러한 해석 결과는 한 축으로 입력되는 정현파 가속도 성분과 원추운동의 영향 해석 결과로 실제 상황에서는 세 축 모두에 대하여 오차가 발생하게 된다. 따라서 이러한 오차를 감소시키기 위해서는 편향 각을 감소시키거나 원추운동의 영향을 최소화 시킬수 있는 시스템 설계 기술이 필요하다.

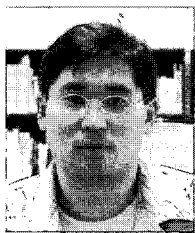
VI. 결론

본 논문에서는 RLG의 진동 운동축이 외부 가속도 입력에 의하여 편향되는 편향 오차에 대한 비교환 오차를 유도하고 해석을 수행하였다. 이를 위하여 외부의 각속도 입력이 존재하지 않는 경우의 센서 레벨 편향 오차와 외부 각속도 운동과 가속도 운동이 함께 존재하는 시스템 레벨의 편향 오차에 대한 기하학적인 관계를 정의하고 자이로에서 측정되는 각속도 벡터를 유도하였다. 유도된 을 사용하여 오차를 해석한 결과 센서 레벨의 오차는 전체 성능에 큰 영향을 미치지 않으나 시스템 레벨의 오차는 항법 시스템의 성능을 저하시키는 원인이 된다. 특히 정현파 성분의

가속도 입력에 의하여 유발된 시스템 레벨의 편향 오차는 가장 큰 비교환 오차원인을 알 수 있었다. 본 논문의 연구 결과는 RLG 시스템의 설계 과정에서 편향 크기를 결정하는 경우와 전체 시스템의 성능 평가시 유발된 오차를 해석하는데 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] D. Richardson, "Navigation by light," *Armada International*, no. 1, 2000.
- [2] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems : A Modern Synthesis*, Academic Press. Inc., 1993.
- [3] A. Lawrence, *Modern Inertial Technology*, Springer-Verlag, 1992.
- [4] A. D. King, "Inertial navigation-forty years of evolution," *GEC Review*, vol. 13, no. 3, 1998.
- [5] P. Gallon and H. Miller, "Three axis RLG inertial sensor assembly," *Symposium Gyro Technology*, Stuttgart, Germany, 1995.
- [6] L. W. Richardson, "Ring laser gyro application for high accuracy pointing and tracking in space," *Symposium Gyro Technology*, Stuttgart, Germany, 1993.
- [7] D. J. Flynn, *A Discussion of Coning Errors Exhibited by Inertial Navigation Systems*, Royal Aircraft Establishment, AD-A147846, 1984.
- [8] J. G. Mark, R. E. Ebner, and K. Brown, "Design of RLG inertial systems for high vibration," *PLANS '82 Symposium*, 1982.
- [9] J. E. Bortz, "A new mathematical formulation for strapdown inertial navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, vol. AES-7, no. 1, 1971.
- [10] 박찬국, 김광진, 이장규, "최적 스트랩다운 원추 보상 알고리즘," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제2권, 제3호, 1996.



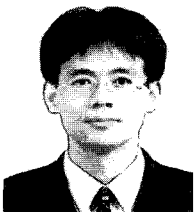
김 광 진

1995년 광운대학교 제어계측공학과 졸업. 1997년 동 대학원 석사. 1997년~2004년 국방과학연구소 연구원. 2004년~현재 서울대 기계항공공학부 박사 과정. 관심분야는 관성항법시스템, INS/GPS 결합시스템, 비선형 필터링 등.



박 찬 국

1985년 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 석사. 1993년 동 대학원 박사. 1993년 제어계측 신기술 연구소 박사후 연구원. 1994년~2003년 광운대학교 정보제어공학과 부교수. 2003년~현재 서울대학교 기계항공공학부 교수. 1998년 미국UCLA 방문 연구원. 관심분야는 필터링 이론, 관성항법시스템, INS/GPS 결합시스템, MEMS 응용시스템 개발, 영상항법시스템, 유비쿼터스 기반 측위기법 등.



유 명 종

1987년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1990년 동 대학원 석사. 2002년 서울대 전기컴퓨터공학부 졸업(공학박사). 1990년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 관성항법시스템, 오차 모델링, INS/GPS 결합시스템, 위성 자세결정 시스템, 강인 필터링, 적응 필터링 등.

세계정 시스템, 강인 필터링, 적응 필터링 등.