〈 논문 〉

사출성형 디스크의 진동특성 향상을 위한 공정조건 제어

신 효 철† · 남 지 근*

(2005 년 7 월 8 일 접수, 2006 년 4 월 23 일 심사완료)

Control of Processing Conditions for Improvement of Vibration Characteristics of Injection Molded Disk

Hyo-Chol Sin and Ji-Geun Nam

Key Words : Critical Speed(임계속도), Injection Molding(사출성형), Residual Stress(잔류 응력), Response Surface Method (반응표면분석)

Abstract

Increased application of optical disks requires more improved dynamic stability of rotating disks. In this study, a new concept of controlling the processing conditions of injection molded disks was developed to improve vibration characteristics. The critical speed, which shows stiffness and dynamic stability of disk, is affected by the residual stress distribution; this varies as functions of distance from the gate and processing condition. The critical speed of disk was calculated with the initial stress taken into consideration, which was determined from injection molding simulation. Choosing melt temperature, mold temperature, filling speed and packing pressure as design parameters, critical speed is maximized with the method of response surface. It is shown that the stability of injection molded disk has been improved for the new condition obtained as a result of the study proposed.

1. 서 론

최근 CD-ROM, CD-RW, DVD-ROM 등의 광디스크 드라이브들이 대용량 정보저장 장치로서 많이 사용됨에 따라 고속화, 고밀도화의 추세를 보이고 있다. 이러한 추세에 대응하여 고속에서도 데이터를 안정적으로 기록, 재생하기 위하여 고속으로 회전하는 디스크의 동적 안정성의 확보가 중요시되고 있다. 디스크의 동적 특성은 디스크 내부에 존재하는 잔류응력에 의하여 영향을 받는 것으로 알려져 있다.[1,2] 이 잔류응력(residual stress)들은 사출성형공정 중 수지의 충전과정에서 발생하는 분자배열에 의해 나타나거나, 수지가 불균등한 냉각과정을 거칠 때 수지의 점탄성(viscoelastic), 광점탄성(photo-viscoelastic) 특성에 의해서 나타나게 된다. 따라서, 이러한 잔류응력의 제어를 통하여 디스크의 진동 특성을 향상시키기 위한 연구가 필요하다.

Lamb와 Southwell의 연구[3] 이래로 각 가속도(angular acceleration)를 가지는 회전 원판에 대한 진동특성과 동적 안정성에 대한 연구가 오래 전부터 수행되어 왔다. Mote 등은 초기응력에 의해 디스크의 회전 임계속도(critical speed)와 동적 안정성을 증가시키는 방법을 원형톱(circular saw)에 응용하였다.[4,5] 디스크의 임계속도를 높이기 위하여 롤 텐싱(roll tensing)이라고 불리는 얇은 원형 링을 사용하여 디스크에 잔류응력을 부가하는 방법,[6] 다양한 초기응력 패턴을 사용하여 원형 톱의 임계속도를 증가시키는 방법,[7] 디스크의 안쪽 경계조건을 회전속도에 따라 변화시키는 방법[8] 등이 제시되어 왔다. Iwan 등은 횡하중(transverse load)이 가해지는 탄성디스크(elastic disk)의 동적 안정성에 관한 해석을 수행하였으며,[9] Adams, Renshaw 등은 플로피 디스크와 같은 유연한(flexible) 디스크의 임계속도와 변형에 대하여 연구하였다.[10,11]

† 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부
E-mail : sinhyo@snu.ac.kr
TEL : (02)880-7140 FAX : (02)880-1910
* 서울대학교 기계항공공학부

최근에 광 디스크의 사출성형 시 의도적으로 잔류응력을 발생시켜서 디스크의 강성(stiffness)과 임계속도를 높이는 연구가 수행되었다.[12]

본 연구에서는 충전, 보압, 냉각 과정을 고려한 사출성형 공정해석을 통하여 디스크에 존재하는 잔류응력을 예측하였다. 사출성형 해석을 통하여 얻어진 잔류응력을 디스크에 존재하는 초기응력으로 놓고 모드해석을 통하여 디스크의 진동모드와 임계속도를 구하였다. 공정조건들을 독립변수로, 임계속도를 반응변수로 설정하고 반응표면분석[13,14]을 수행하여 각 공정조건들과 임계속도 사이의 관계를 구한 후, 디스크의 동적 안정성을 개선하기 위한 공정조건을 제시하였다.

2. 이 론

2.1 지배 방정식

Fig. 1은 안쪽 경계가 고정되어 있고 바깥쪽 경계가 자유로이 회전하는 디스크를 도식화한 것이다. i는 내경(inner radius), a는 클램퍼(clamper)에 의해 고정되는 반경, b는 외경(outer radius)이며, h는 디스크의 두께이다.

디스크가 등방성(isotropic)의 탄성재질이라고 가정하고 수직방향 변위를 w 라고 하면 원통 좌표계 (r,θ) 에 대하여 다음과 같은 운동 방정식이 알려져 있다.[9]

$$\rho h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2\Omega\frac{\partial^2 w}{r\partial t\partial\theta}+\Omega\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)+\nabla^2\left(D\nabla^2 w\right) -\frac{\partial}{r\partial r}\left(r\sigma_r\frac{\partial w}{\partial r}\right)-\frac{\partial}{r\partial\theta}\left(\sigma_\theta\frac{\partial w}{r\partial\theta}\right)=0 \tag{1}$$

여기서, $D=Eh^3/12(1-\nu^2)$ 이며, Ω, ρ, E 는 각각 회전속도, 밀도(density), 탄성계수(Young's modulus)를 나타낸다.

안쪽 경계가 고정되어 있기 때문에 $r=a$ 에서 경계 조건은

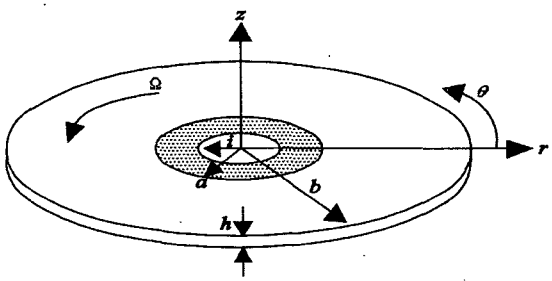

Fig. 1 Schematic of a rotating disk

$$w=\frac{\partial w}{\partial r}=0 \tag{2}$$

이다. 또한, 바깥쪽 경계에서는 디스크가 자유로이 회전하고 있으므로 $r=b$ 에서 전단응력(V)과 굽힘모멘트(M)은 0이고, $r=b$ 에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$V=\frac{\partial}{\partial r}\nabla^2 w+(1-\nu)\frac{\partial^2}{r^2\partial\theta^2}\left(\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{w}{r}\right)=0 \tag{3}$$

$$M=\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\nu\left(\frac{\partial w}{r\partial r}+\frac{\partial^2 w}{r^2\partial\theta^2}\right)=0 \tag{4}$$

여기서, ν 는 푸아송비(Poisson's ratio)를 의미한다.

식 (1)을 변분형으로 변환하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta\left\{\int_0^{2\pi}\int_i^b\left(\rho\left(\frac{\partial w_n}{\partial t}\right)^2+2\rho\Omega\frac{\partial w_n}{\partial t}\frac{\partial w_n}{\partial\theta} +\rho\left(\Omega\frac{\partial w_n}{\partial\theta}\right)^2-\sigma_r\left(\frac{\partial w_n}{\partial r}\right)^2-\sigma_\theta\left(\frac{\partial w_n}{r\partial\theta}\right)^2 -\frac{D}{2h}\left[\left(\nabla^2 w_n\right)^2-2(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 w_n}{\partial r^2}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial w_n}{\partial r} +\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w_n}{\partial\theta^2}\right]-\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w_n}{\partial\theta}\right)\right]^2\right)\right]\right)hr\,dr\,d\theta\right\}=0 \tag{5}$$

위의 운동 방정식 식 (5)에서 σ_r, σ_θ 는 반경 방향과 원주 방향으로 작용하는 외부 응력을 의미하며 회전에 의해 발생하는 응력과 초기(잔류) 응력에 해당하는 값으로 나누어 생각할 수 있다.

$$\sigma=\sigma_r^{rotational}+\sigma_\theta^{rotational}+\sigma_r^{residual}+\sigma_\theta^{residual} \tag{6}$$

$$\sigma_r^{rotational}=\frac{\rho\Omega^2 b^2}{8}\left(A_1+\frac{A_2}{(r/b)^2}-(3+\nu)(r/b)^2\right) \tag{7}$$

$$\sigma_\theta^{rotational}=\frac{\rho\Omega^2 b^2}{8}\left(A_1-\frac{A_2}{(r/b)^2}-(1+3\nu)\left(\frac{r}{b}\right)^2\right) \tag{8}$$

여기서, A_1, A_2는 다음과 같이 정의된다.

$$A_1=(1+\nu)\frac{(3+\nu)+(1-\nu)(a/b)^4}{(1+\nu)+(1-\nu)(a/b)^2} \tag{9}$$

$$A_2=(1-\nu)\left(\frac{a}{b}\right)^2\frac{(3+\nu)+(1-\nu)(a/b)^2}{(1+\nu)+(1-\nu)(a/b)^2} \tag{10}$$

위의 식들을 이용하여 고유 진동수를 구하기 위하여 Rayleigh-Ritz 방법이 사용되었다.[15] 수직방향 변위를 다음과 같이 가정하고,

$$w_n(r,\theta,t)=\phi_n(r)\cos n\theta\cos\omega_n t \tag{11}$$

식 (6)~(11)을 식 (5)에 대입한 후, 수치적분을 통

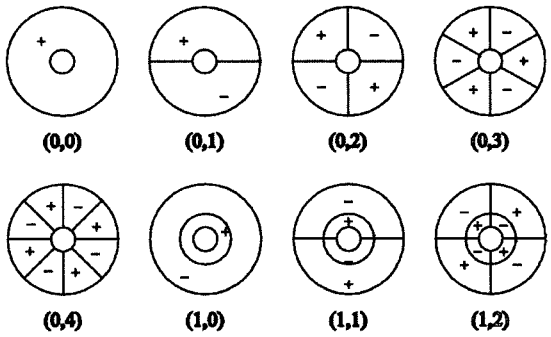

Fig. 2 Mode shape of a rotating disk

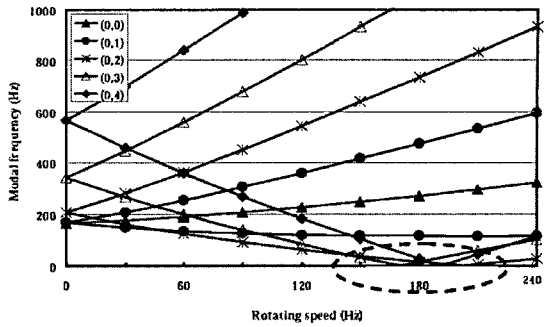

Fig. 3 Modal frequencies of a rotating disk

하여 고유진동수 ω_n을 계산할 수 있다. 식 (11)에서 $\phi_n(r)$을 다음과 같은 함수로 가정할 수 있다.

$$\phi_n(r) = (r-a)^2(1+c_1 r + c_2 r^2) \tag{12}$$

여기서, 계수 c_1, c_2는 식 (3), (4)로부터 결정되며, 기하학적 경계조건인 식 (2)는 자동적으로 만족되게 된다.

2.2 회전하는 디스크의 임계속도

앞 절에서 기술한 운동 방정식을 통해서 다음과 같은 n번째 모드의 고유 진동수를 얻을 수 있다.

$$\omega_n^2 = \omega_{sn}^2 + \Omega^2(\alpha_n + n^2\beta_n) \tag{13}$$

이 때, ω_n는 회전하는 디스크의 고유 진동수이며, ω_{sn}은 정지된 디스크의 고유 진동수를, α_n, β_n은 회전에 의해 생기는 응력항을 나타낸다.

원형 디스크의 진동 모드는 수직 방향의 변위가 영이 되는 절지름(nodal diameter, nd)과 절원 (nodal circle, nc)을 갖는다. 본 연구에서는 이와 같은 모드 형태를 (nc, nd)로 표기한다. Fig. 2는 디스크가 회전할 때 나타나는 몇 가지 형태의 진동 모드를 회전하는 좌표계 위에서 나타낸 것이다.

디스크가 회전할 때, 디스크의 모드 주파수는 회전수가 증가함에 따라 증가하는 주파수인 진행파(forward traveling wave)와 감소하는 주파수인 후퇴파(backward traveling wave)로 나누어지며 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.[9, 16]

$$\omega^f{}_n = \left|\sqrt{\omega_{sn}^2 + \Omega^2\left(\alpha_n^2 + n^2\beta_n^2\right)} + n\Omega\right| \tag{14}$$

$$\omega^b{}_n = \left|\sqrt{\omega_{sn}^2 + \Omega^2\left(\alpha_n^2 + n^2\beta_n^2\right)} - n\Omega\right| \tag{15}$$

Fig. 3은 회전수에 따른 진행파와 후퇴파를 보여주고 있다. 후퇴파의 경우 회전수가 증가함에 따라 감소하며, 특정 회전수에서 0의 값을 갖게 되는데 이 때의 회전 속도를 임계속도(critical speed)라 부른다. 일반적으로 동하중(dynamic force)이 작용할 때 진폭이 증가하는 공진현상이 발생한다. 하지만, 디스크가 임계속도 이상으로 회전하게 되면 동하중이 아닌 정하중(static force)이 가해지는 상황에서도 불안정한 상태가 될 수 있다. 또한, 임계 속도 이상의 매우 높은 속도에서 디스크가 회전하게 되면 플러터(flutter) 현상까지 나타날 수 있다. 플러터는 공기유동이 디스크의 후퇴파 모드를 가진면서 큰 폭의 진동이 발생하게 되는 현상을 말하며, 광디스크의 데이터를 기록하거나 재생하는데 치명적인 오류를 일으키게 한다. 실제 광학 디스크는 임계속도 이상에서 작동하며 플러터가 나타나는 속도가 디스크가 견딜 수 있는 최대의 작동 속도라고 할 수 있으므로 이 속도의 예측이 가장 중요한 문제라고 할 수 있다. 그러나, 플러터 속도를 수치적으로 예측하는 것은 매우 어려운 일이기 때문에 본 연구에서는 디스크의 강성을 나타내는 특성치로서 임계속도를 선택하였다. 디스크의 강성이 증가하게 되면 임계속도가 높아지게 되고 플러터 속도의 증가로 이어지게 된다. 일반적으로 디스크의 강성에 따른 임계속도와 플러터 속도의 변화는 비슷한 경향을 나타내므로, 본 연구에서는 잔류응력 분포의 변화를 통하여 디스크의 강성을 증가시켜 임계속도를 높이는 것을 목표로 하였다.

Table 1 은 몇 가지 모드의 임계 속도를 나타낸 것이다. (0,0)과 (0,1) 모드는 임계속도가 나타나지 않으며, 다른 모드들은 회전속도가 증가함에 따라 후퇴파가 임계점에 도달하게 된다. Table 1 에서 알 수 있듯이 회전속도가 증가함에 따라 (0,3) 모드가 가장 먼저 임계점에 도달하게 될 것으로 예상할 수 있으므로, 앞으로의 해석에서는 (0,3) 모드가 임계점에 도달하게 되는 회전속도를 디스크의 임계속도로 정의하였다.

Table 1 Critical speed of some rotating modes with initial stresses

Mode	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)
Hz	∞	∞	201	170	191
Rpm			12060	10200	11460

2.3 회귀 방정식 도출

본 논문에서는 사출성형의 공정조건들을 제어인자로 임계속도를 단일목적 함수로 선정하여 회귀방정식 도출 및 최적화를 위한 반응표면분석[13]이 수행되었다. 사출성형 공정조건 중에서 충전시간, 충전온도, 보압압력, 금형온도가 제어인자로 선정되었다. 본 연구에서는 2차 회귀모형을 사용하였으며 모델식은 다음과 같은 식으로 나타난다.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{4} \beta_i x_i + \sum_{i \le j}^{4} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \tag{16}$$

여기서, y, β_i, x_i, ε 는 각각 임계속도, 회귀계수, 제어인자, 오차항이다.

2차 회귀모형을 적합시키기 위한 실험계획으로 회전가능설계 기법[14]을 사용하였고 중심점의 개수는 1개를 잡았으며, 실험 횟수는 25가 된다. 식 (16)을 행렬식으로 나타내면

$$y = \beta_0 + \vec{x}^T b + \vec{x}^T B \vec{x} \tag{17}$$

이며, $\vec{x}$, b, B 는

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12}/2 & \beta_{13}/2 & \cdots & \beta_{1k}/2 \\ & \beta_{22} & \beta_{23}/2 & \cdots & \beta_{2k}/2 \\ & & \beta_{33} & \cdots & \vdots \\ & (\text{대칭}) & & & \beta_{kk} \end{pmatrix} \tag{18}$$

이다. y 를 최대 또는 최소화하는 $\vec{x}$ 의 값을 구하기 위하여 y 를 $\vec{x}$ 로 미분하면

$$\frac{\partial y}{\partial \vec{x}} = \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \left(\beta_0 + \vec{x}^T b + \vec{x}^T B \vec{x} \right) = b + 2B\vec{x} \tag{19}$$

가 된다. 식 (19)가 0이 되는 어떤 점 $\vec{x}_0$ 가 존재한다면 이 점을 정상점(stationary point)라고 하며,

$$\vec{x}_0 = -B^{-1} b / 2 \tag{20}$$

에 의해 구해진다. 이 정상점에서 y 의 추정 값은 최대 또는 최소가 되거나, 최대도 최소도 아닌 안부점(saddle point)이 될 수 있으므로 최적화에 부응하는 값 인지에 대한 조사가 필요하다.

2.4 정중분석을 통한 반응표면 분석

앞서 구해진 반응표면의 성질을 분석하기 위하여 정중분석(canonical analysis)이 사용되었다. 정상점에서의 y 의 추정값을 y_0 라고 하면 식 (17)은 다음과 같이 변하게 된다.

$$y_0 = \beta_0 + \vec{x}_0^T b + \vec{x}_0^T B \vec{x}_0 \tag{21}$$

x 좌표의 원점을 0에서 $\vec{x}_0$ 로 옮기기 위한 선형좌표변환 $\vec{Z} = \vec{x} - \vec{x}_0$ 을 수행하면 식 (17)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y &= \beta_0 + (\vec{Z}^T + \vec{x}_0^T) b + (\vec{Z}^T + \vec{x}_0^T) B (\vec{Z} + \vec{x}_0) \\ &= y_0 + \vec{Z}^T B \vec{Z} \end{aligned} \tag{22}$$

$\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_k$ 를 B 의 고유값(eigenvalues)이라고 하면, 직교변환(orthogonal transformation) $Z = PW$ 가 존재하게 되며 식 (22)에서 $Z^T BZ$ 는

$$\begin{aligned} \vec{Z}^T B \vec{Z} &= \vec{W}^T P^T B P \vec{W} \\ &= \vec{W}^T \Lambda \vec{W} \\ &= \lambda_1 W_1^2 + \lambda_2 W_2^2 + \cdots + \lambda_k W_k^2 \end{aligned} \tag{23}$$

가 된다.

식 (23)을 식 (22)에 대입하면

$$y = y_0 + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i w_i^2 \tag{24}$$

로 표현된다. 식 (24)는 y 값이 변하는 방향이 w_i 축 방향이며 변화의 크기는 λ_i 의 크기에 달려있음을 보여준다. 이와 같은 반응표면의 성질의 분석을 통해서 관심영역 내에서 y 값을 최대로 만드는 최적의 조건을 결정할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

3.1 물성데이터 및 공정조건

Fig. 1에 주어진 Center-gated 디스크에 대하여 사출성형 및 진동해석을 수행하였다. 해석에 사용된 디스크의 바깥쪽 반지름은 6cm, 안쪽 반지름은 0.75 cm이며 두께는 1.2mm이다. 또한, 회전하는 디스크는 1.5cm의 위치까지 클램퍼에 의해 고정되어 있는 상태에서 진동해석을 수행하였다. 해석에 사용된 수지는 폴리카보네이트(Lexan OQ1020 / GE)이며, 점성모델은 Cross-WLF 모델[17,18]이 사용되었다 수지의 물성 데이터 및 해석에 사용된 공정조건들은 Table 2와 Table 3에 주어져 있다. 사출성형 해석은 충전, 보압, 냉각 과정의 효과만을 고려하여 수행되었다. 즉, 러너(runner), 스프루(sprue), 취출핀(ejection pin)등에 의한 효과, 취출 후에 발생하는 변형 등은 고려하지 않기로 하였다. 금형과

Table 2 Properties of injection molded disk

Mechanical properties	Thermal expansion coef.	Density
$E=2280(MPa)$, $G=805(MPa)$, $\nu=0.36$	$\alpha=7.3\times e^{-5}\,(1/C)$	$\rho=1.195\,g/cm^3$

Table 3 Processing condition of injection molding

선형화된 값	실제의 독립변수			
	사출시간 (x_1 : sec)	사출온도 (x_2 :℃)	금형온도 (x_3 :℃)	보압압력 (x_4 : %)
-2	0.5	250	80	60
-1	0.75	260	90	70
0	1	270	100	80
1	1.25	280	110	90
2	1.5	290	120	100

과 수지는 두께 방향으로 대칭인 것으로 가정하였으며, 금형온도는 사출성형 과정 중에 변하지 않는 것으로 가정하였다. Table 3에서 주어진 공정조건들은 수지 제조사에서 제시한 가이드라인(guide line)내에서 선정하였으며, 보압압력은 충전에서 보압으로 넘어가는 시점에서 게이트 압력에 비례하여 10초 동안 주어진다. 유한 요소해석을 위하여 1080개의 삼각형 요소와 1140개의 노드가 사용되었다.

사출성형 해석을 통하여 얻어진 잔류응력들을 디스크 내부에 존재하는 초기응력으로 놓고 모드해석을 수행하였다. 디스크의 두께 방향으로의 응력분포(σ_{zz})와 전단응력(σ_{xz}, σ_{yz}, σ_{xy})들은 디스크의 진동 특성에 거의 영향을 미치지 않으므로 디스크를 쉘 모델(shell model)로 가정하여 해석을 수행하였다. 0 Hz에서 240 Hz까지 디스크를 회전시키면서 디스크의 회전 모드와 주파수를 계산하고, 임계속도를 구하였다.

3.2 반응표면분석을 통한 공정조건 산출

사출성형된 디스크의 임계속도를 반응인자로 하여 3.1 절에서 선정된 4 개의 독립변수에 대한 회귀분석을 통하여 식 (16)의 회귀변수들을 구하였다. Table 4 는 회귀분석을 위해 사용된 독립인자들에 관한 계획행렬을 나타내고 있다. 주어진 조건들에 대하여 각 독립변수들에 대한 임계속도의 반응을 2 차로 가정한 후, 식 (17)에 의해 구해 진 모델식은 다음과 같다.

Table 4 Design matrix for response surface design

실험번호	x_1	x_2	x_3	x_4	임계속도(Hz)
1	-1	-1	-1	-1	104.53
2	-1	-1	-1	1	128.749
3	-1	-1	1	-1	121.832
4	-1	-1	1	1	103.601
5	-1	1	-1	-1	125.643
6	-1	1	-1	1	121.879
7	-1	1	1	-1	124.096
8	-1	1	1	1	114.762
9	1	-1	-1	-1	140.613
10	1	-1	-1	1	139.14
11	1	-1	1	-1	121.086
12	1	-1	1	1	140.718
13	1	1	-1	-1	131.045
14	1	1	-1	1	142.326
15	1	1	1	-1	126.612
16	1	1	1	1	121.112
17	-2	0	0	0	104.968
18	2	0	0	0	146.447
19	0	-2	0	0	126.413
20	0	2	0	0	125.481
21	0	0	2	0	137.2
22	0	0	-2	0	116.144
23	0	0	2	0	128.036
24	0	0	-2	0	129.483
25	0	0	0	0	122.724

$$\begin{aligned} y = {} & 122.724 + 8.35x_1 + 0.22x_2 - 4.26x_3 + 0.82x_4 \\ & + 0.53x_1^2 - 3.01x_1x_2 - 1.69x_1x_3 + 1.94x_1x_4 \\ & + 0.59x_2^2 - 0.53x_2x_3 - 1.97x_2x_4 + 0.77x_3^2 \\ & - 2.73x_3x_4 + 1.29x_4^2 \end{aligned} \tag{25}$$

구해진 모델식에 대하여 식 (19)의 조건을 이용하여 정상점을 구하면, 정상점(stationary point)에서의 임계속도의 예측값은 128.838 Hz 이며, 이 때의 각 공정조건들은

$$\vec{x}_0 = (1.327, 0.576, -0.155, -1.758) \tag{26}$$

이 된다.

원점을 $\vec{x}_0$로 옮기는 선형 좌표 변환과 2.4 절에 주어진 정중분석을 통하여 얻어지는 식 (23)의 고유값과 고유벡터는 다음과 같다.

$$\vec{\lambda} = (-3.438, -1.405, 1.625, 6.407) \tag{27}$$

$$P=\begin{bmatrix} 0.515 & 0.612 & 0.264 & 0.538 \\ 0.612 & 0.148 & -0.639 & -0.441 \\ 0.499 & -0.354 & -0.678 & 0.407 \\ 0.332 & -0.691 & 0.251 & 0.591 \end{bmatrix} \quad (28)$$

그러면, 식 (23)와 (24)를 이용하여 구해진 y 의 추정식은

$$y=128.838-3.438w_1^2-1.405w_2^2 +1.625w_3^2+6.407w_4^2 \quad (29)$$

이 된다. λ_i 값이 양수이면 정상점을 중심으로 w_i 의 축 방향으로 y 값이 증가하게 되며, λ_i 값이 음수이면 감소하게 된다. λ_i 값이 모두 양수이면 구해진 정상점이 최소점이 되며, λ_i 값이 모두 음수이면 정상점이 최대점이 된다. 식 (29)에서 정상점을 중심으로 y 값이 증가하는 방향과 감소하는 방향이 모두 존재하므로 회귀분석을 통하여 얻어진 정상점은 최대도 최소도 아닌 안부점이라고 판단할 수 있다.

2 개 이하의 변수를 가지는 경우에는 등고선 그림을 이용하여 y 값이 증가 또는 감소하는 방향을 간단하게 판단할 수 있으며 주어진 설계영역 내에서 y 값을 최대로 하는 구간을 구해낼 수 있다. 그러나, 본 연구에서처럼 4 개의 변수를 가지는 경우에는 모든 변수가 포함된 등고선을 그리는 것이 불가능하다. 따라서, Fig. 4 에 나타낸 것처럼 x_3, x_4 의 값을 임의의 값으로 고정시킨 상태에서 x_1, x_2 에 따른 y 값의 변화를 나타낸 등고선을 그려 y 값이 가장 크게 증가하는 방향의 x_1, x_2 의 값을 결정한 후, 이 값을 고정값으로 하여 x_3, x_4 에 따른 y 값의 등고선 그래프를 그려서 x_3, x_4 를 결정한다 새롭게 구해진 x_3, x_4 들을 고정값으로 하여 등고선을 그리면 x_1, x_2 를 새롭게 결정할 수 있다. 이와 같은 방법으로 두 개의 등고선 그림을 반복해서 그리면서 각 공정조건들을 구하면 공정조건들은 한 점으로 수렴하게 되며, 이 점을 임계속도를 가장 크게 만드는 최적의 공정조건으로 결정하였다. Fig. 4에서 iteration을 위한 초기값으로 정상점에서의 x_3, x_4 값을 사용하였으며, 최적화 과정에서 사용된 각 공정조건들의 설계영역은 -1.75에서 1.75 사이로 설정하였다.

Table 5 는 폴리카보네이트 수지를 사용한 사출성형에서 일반적으로 사용되고 있는 공정조건과 위와 같은 과정을 통하여 구해진 최적 공정조건을 비교하여 나타내고 있으며, Fig. 5 는 두 공정조건을 사용하여 구해진 반경 및 원주방향 응력 값을 보여주고 있다. 그림에서 나타난 바와 같이 새롭게 제시된 공정조건에서 디스크의 반경 방향으로의 응력 값이 크게 증가하였으며, 원주 방향으로는 소폭의 변화를 보이는 것을 확인할 수 있다. 증가된 응력 값은 디스크의 강성을 높이게 되어

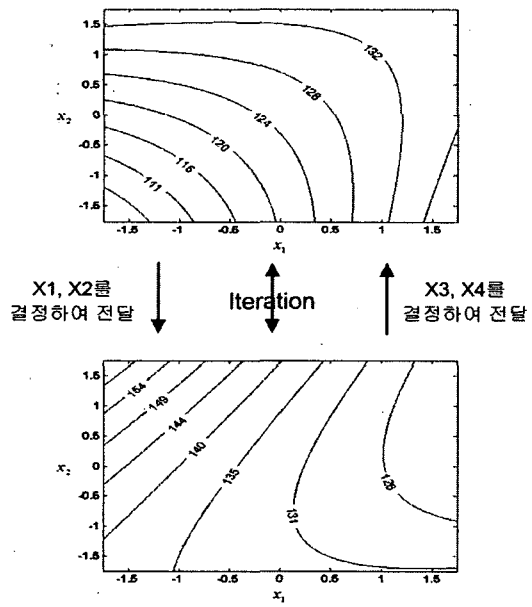

Fig. 4 Contour line of critical speed and procedure of response surface analysis

Table 5 General and optimal process condition

	t_{inj} (sec)	T_{melt} (℃)	T_{mold} (℃)	P_{pack} (%)
General conditions	1	270	100	80
Optimized conditions	1.4	252.5	82.5	96

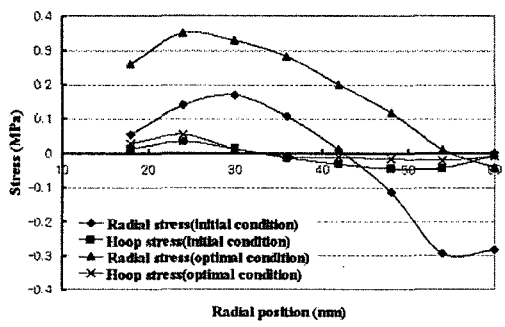

Fig. 5 Residual stress distributions of PC both in the initial conditions and in the optimal conditions

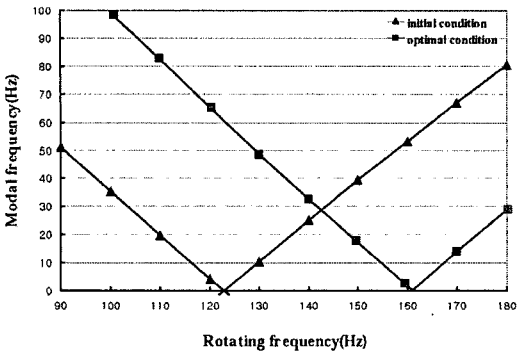

Fig. 6 Critical speed for initial and optimal process condition vs. rotating frequency

Fig. 6에서 나타난 바와 같이 새로운 공정조건에서의 임계속도는 약 160HZ 정도로 증가하게 되며 디스크는 더 높은 작동 속도를 가질 것으로 예상할 수 있다.

4. 결 론

사출성형 공정조건들에 따라서 광디스크 내부의 잔류응력들이 변하게 되고 그에 따라 디스크의 강성 및 진동특성이 변하게 된다. 본 연구에서는 이러한 사실을 이용하여 각 공정조건들이 디스크의 임계속도에 미치는 영향도를 체계적으로 분석하고 반응표면 분석을 통하여 최적의 공정조건을 구하였다. 제시된 공정조건 하에서 디스크는 반경 방향으로 잔류응력이 증가하게 되었으며, 그에 따라 디스크의 강성이 증가하게 되고 높은 임계속도를 가지게 됨을 확인하였다.

본 연구에서 제시된 통계적 기법에 기초한 회귀분석 및 반응표면 분석방법은 냉각 시스템 설계 및 초기 변형 등을 추가로 고려한 공정 최적화에 활용될 수 있을 것이며 이러한 조건들을 추가로 고려하여 보다 높은 동적 안정성을 가진 디스크를 얻기 위한 연구를 진행하고 있다.

참고문헌

(1) Irons, J., 1988, "Analysis of the Effect of Thickness and In-Plane Stress on Disc Vibration," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 121, No. 3, pp. 481~495.

(2) Ogden, R. W. and Roxburgh, D. G., 1993, "The Effect of Pre-Stress on the Vibration and Stability of Elastic Disk," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 31, No. 12, pp. 1611~1639.

(3) Lamb, H. and Southwell, R. V., 1921, "The Vibration of a Spinning Disk," *Proceedings of the Royal Society*, Vol. 99, pp. 272~280.

(4) Mote, C. D., 1965, "Free Vibration of Initially Stressed Circular Disks," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 89, pp. 258~265.

(5) Mote, C. D. and Szymani, R., "Circular Saw Vibration Research," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 10, pp. 15~30.

(6) Dugdale, DS., 1966, "Theory of Circular Saw Tensioning," *International Journal of Production Research*, Vol. 4, pp. 237~248.

(7) Parker, R. G. and Mote, C. D., 1991, "Tuning of the Natural Frequency Spectrum of a Circular Plate by in Plane Stress," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 145, No. 1. pp. 95~110.

(8) Renshaw, A. A., 1998, "Increasing the Maximum Stable Rotation Speed of a Circular Disk Using Speed Dependent Clamping," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 210, No. 4, pp. 431~439.

(9) Iwan, W. D. and Moeller, T. L., 1976, "The Stability of a Spinning Elastic Disk with a Transverse Load Systems," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 43, pp 485~490.

(10) Adams, G. G., 1987, "Critical Speeds for a Flexible Spinning Disk," International *Journal of Mechanics Science*, Vol. 29, pp. 525~531.

(11) Renshaw, A. A., 1998, "Critical Speed for Floppy Disks," *Transactions of the ASME*, Vol. 65, pp. 116~120.

(12) Kim, S. K., Park, S. J., 1999, "Vibration Characteristics of a New Optical Disk (1): Injection Molding and Experiments of Initially Stressed Disks," *Proceedings of KSNVE*, pp. 448~454.

(13) Angela, D. and Daniel, V., 1999, Design and Analsis of Experiments, Springer-Verlag, New York.

(14) G. Taguchi, 1987, System of Experimental Desing, White Plains

(15) Arfken, G., 1985, Mathematical Methods for Physicists 3rd ed., Academic Press, San Diego, pp. 957~961.

(16) Chung, J. T., Kang, N. C., Lee, J. M., 1996, "A Study on Free Vibration of a Spinning Disk," *KSME Journal*, Vol. 10, No. 2, pp. 138~145.

(17) Isayev, A. I. and Hieber, C. A., 1980, "Toward a Viscoelastic Modeling of the Injection Molding of Polymers," *Rheology of Acta*, Vol. 19, pp. 168~182.

(18) Shyu, G. D., Isayev, A. I., 1995, "Residual Stresses and Birefringence in Injection Molded Disks," SPE ANTEC Tech Papers, Vol. 14, pp. 2911~2917.