

# 삼차원 소성가공 공정 시뮬레이션을 위한 지능형 사면체 요소망 자동생성

이민철<sup>1</sup> · 전만수<sup>#</sup>

## Automated Adaptive Tetrahedral Element Generation for Three-Dimensional Metal Forming Simulation

M. C. Lee, M. S. Joun

(Received June 27, 2005)

### Abstract

In this paper, an automated adaptive mesh generation scheme, based on an advancing-front-Delaunay method, is presented for finite element simulation of three dimensional bulk metal forming processes. Basic approach is introduced in detail, including a surface meshing and volume meshing technique and a mesh density control scheme. The presented approach is applied to automatic forging simulation in order to evaluate the effect of the developed schemes. Comparison shows a good agreement between required mesh density and generated mesh density, implying that the presented approach is appropriate for automatic mesh generation in metal forming simulation.

**Key Words :** Mesh Generation, Metal Forming, Volume Loss Minimization

### 1. 서 론

최근에 컴퓨터 하드웨어의 급속한 발전으로 소성가공, 사출성형 등 생산기술 분야와 열전달, 유체역학 등에 대한 유한요소법을 이용한 해석기술의 응용이 가속화되고 있다. 특히 전용 프로그램의 필요성이 부각되면서 숙련된 사용자가 아니더라도, 손쉽게 사용할 수 있는 지능화된 요소망 자동생성 프로그램의 자체 확보가 연구업무의 경쟁력을 좌우하는 환경으로 바뀌어 가고 있다. 또한 요소망 자동생성 기술은 공학해석 및 응용설계 업무의 생산성과 직결되어 있다.

유한요소법을 이용한 삼차원 해석기술의 활용을 위해서는 해석대상 물체를 유한한 육면체 또는 사면체 요소로 분할한 요소망 데이터가 필요하다. 요소망 데이터는 사면체 요소망보다 수치적

측면과 해석시 필요한 메모리 저장공간의 측면에서 효율적인 육면체 요소망이 주로 사용되고 있다. 그러나 요소망 생성 과정을 자동화하기가 어려워 요소망 재생성이 필수적인 소성가공 분야에서는 해석기술의 활용 및 확산에 큰 걸림돌이 되고 있다. 반면에 요소망 자동생성 기술이 개발된 사면체 요소망은 비압축성 조건 처리시 발생하는 과구속의 문제 또는 로킹(locking) 현상으로 인하여 제한적인 문제에 대하여 적용되고 있는 실정이다. 그러나 약 20년전에 로킹 현상이 발생하지 않는 MINI-요소[1]가 개발됨으로써, 최근에는 상용프로그램의 개발을 비롯한 많은 응용 연구가 사면체 요소를 이용하는 환경으로 바뀌어 가고 있다.

사면체 요소망 자동생성은 표면상의 삼각형 요소망을 생성한 후 내부의 요소망을 생성하는 방

1. 경상대학교 항공기부품기술연구소

# 교신저자: 경상대학교 기계항공공학부, 항공기부품 기술연구소  
E-mail: msjoun@gsnu.ac.kr

법이 주로 사용되고 있다[2~5]. 그러나 기존의 연구는 요소망 생성방법에 초점을 두고 있어 요소밀도 제어나 요소품질에 관한 연구를 찾아보기 어렵다. 특히 정교한 해석을 수행하기 위해서는 국부 영역의 요소밀도 제어가 가능한 고품질의 요소망 생성에 관한 폭넓은 연구가 선행되어야 한다. 따라서 본 논문에서는 요소밀도 제어가 가능한 최적의 요소망 생성법을 제안하고자 한다.

## 2. 접근방법 요약

### 2.1 요소 밀도장 생성

본 논문에서는 해석대상 물체의 요소밀도 표현을 목적으로 Rassineux[3]와 Lee 등[5]이 제안한 기본길이와 구의 중첩 기법을 이용한다. 해석대상 영역의 요소밀도를 기본길이로 초기화한 후, 밀도 제어가 필요한 영역에 구형태의 밀도함수를 중첩함으로써 가상의 요소 밀도장을 생성한다. 생성된 요소의 밀도 계산을 원활히 수행할 목적으로, Asana[6]등이 제안한 요소 밀도장을 가상의 격자 구조(virtual grid)를 분할하는 기법을 사용함으로써 계산시간을 단축한다.

### 2.2 부피변화 최소화

요소망 재생성으로 인한 부피변화의 최소화를 목적으로 입력된 삼각형 요소망의 특성경계는 3 차 현길이 스플라인[7]으로 보간(fitting)하며, 특성 경계를 제외한 표면 요소망은 양 3 차 Bezier 패치 [7,9]로 보간한다. 또한 곡률이 큰 영역에서는 Frey[10] 등이 제안한 절점곡률 공식을 사용하여 구형태의 밀도함수를 추가함으로써 요소밀도를 제어한다.

### 2.3 요소품질 최적화

생성된 요소망의 품질 향상을 목적으로 Bossen 의 함수[11]를 이용한 절점평활화(nodal smoothing)를 실시한다. 절점평활화와 연계하여 모서리 분할(edge splitting), 모서리 제거(edge collapsing)를 실시 한다[3,12]. 분할 또는 제거되는 모서리의 양 끝점 중에서 하나의 절점을 공유하는 모든 모서리는 모서리 교환(edge swapping)[3,13] 또는 면 교환(face swapping)[3,4,12]을 실시한다.

## 3. 요소망 생성

Fig. 1 은 본 논문에서 제안하는 요소망 생성 절

차를 나타내고 있다. 본 논문에서는 CAD 시스템의 STL(STeRolithography) 파일로 정의된 요소망과 기본길이와 구형태의 밀도함수로 정의된 요소 밀도장을 입력으로 취한 후, 가상격자를 생성하여 입력된 구가 교차하는 격자에 교차하는 구의 정보를 저장한다. 입력된 요소밀도를 만족하도록 곡면 요소망을 생성한 후 체적요소망을 생성한다. 각각의 절차에 대한 세부적인 설명은 다음과 같다.

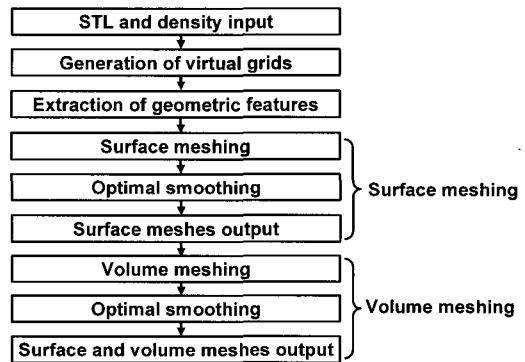


Fig. 1 Flowchart of mesh generation

### 3.1 곡면 요소망 생성

Fig. 2 는 삼차원 곡면 요소망 생성절차를 이차원으로 단순화하여 설명하고 있다. 삼각형 요소망 재생성시 CAD 시스템에서 생성한 STL 모델을 입력데이터로 취하는 경우에는 Fig. 2(a)와 같이 형상비가 큰 삼각형 요소의 처리는 필수적이다. 따라서 본 논문에서는 Rivara[14]가 제안한 이차원 평면상의 LEPP(Longest Edge Propagation Path) 기법을 삼차원 공간으로 확장함으로써 입력된 삼각형 요소의 내각을 증가시켰으며, 그 결과를 Fig. 2(b)에 나타내었다. 그러나 LEPP 기법은 단순히 최소 내각을 증가시키는 기법이므로, LEPP 과정을 거친 삼각형 요소망은 최종적인 밀도분포를 만족하지 못한다. 따라서 본 논문에서는 길이가 최대인 모서리를 반복적으로 분할[12,13]함으로써 입력된 밀도분포를 만족하는 요소망을 생성하였으며 그 결과를 Fig. 2(c)에 나타내었다. 그리고 반복적으로 분할된 요소망의 품질 향상을 목적으로 절점평활화와 연계한 모서리 분할과 모서리 제거를 실시한다. 분할 또는 제거되는 모서리의 양 끝점 중에서 하나의 절점을 공유하는 모든 모서리는 모서리 교환을 실시하였으며 그 결과를 Fig. 2(d)에 나타내었다.

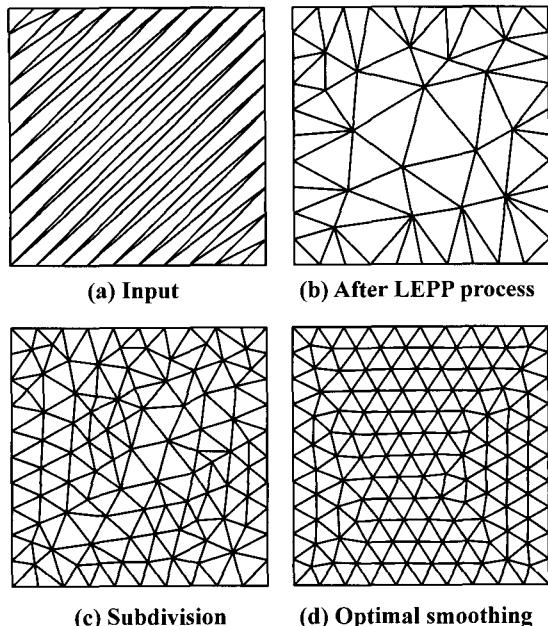


Fig. 2 Conceptual procedures of the presented approach

제안한 방법을 삼차원 곡면 요소망 재생성[15]에 적용하였으며 그 결과를 Fig. 3(a)와 Fig. 3(b)에 나타내었다. Fig. 3(b)는 Fig. 3(a)를 입력으로 취하여 재생성한 곡면 요소망을 나타내고 있다.

### 3.2 사면체 요소망 생성

본 논문에서는 사면체 요소의 생성을 위한 후보절점 생성을 목적으로 육트리 분할법[2]을 이용한다. 육트리 분할로 생성한 입방체는 BCC(Body Centered Cubic) 격자구조를 사용하여 각 꼭지점과 무게중심에 위치한 절점을 후보절점으로 취한다 [4]. 구의 표면에 요소망을 생성한 후 육트리 분할을 이용하여 입방체를 생성한 예를 Fig. 3(c)에 나타내었다.

생성된 후보절점들을 Radovitzky 가 제안한 방법[4]에 따라 전진삼각형(advancing triangle)과 연결함으로써 사면체 요소망을 생성한다. 전진삼각형과 후보절점의 연결시 두 개 이상의 절점이 Delaunay 절점으로 선택된 경우에는 전진삼각형과 각 절점들을 연결한 사면체의 품질을 평가하여 품질이 가장 우수한 절점을 Delaunay 절점으로 선택한다.

생성된 사면체 요소망의 품질 향상을 목적으로 절점평활화와 연계하여 모서리 분할과 모서리 제거를 실시한다. 분할 또는 제거되는 모서리의 양 끝점 중에서 하나의 절점을 공유하는 모든 모서리

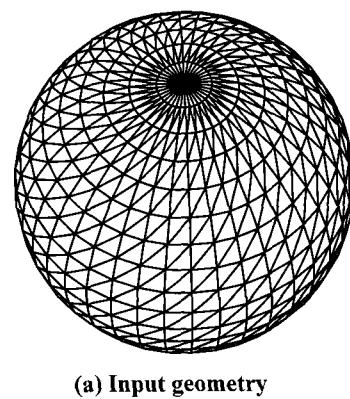
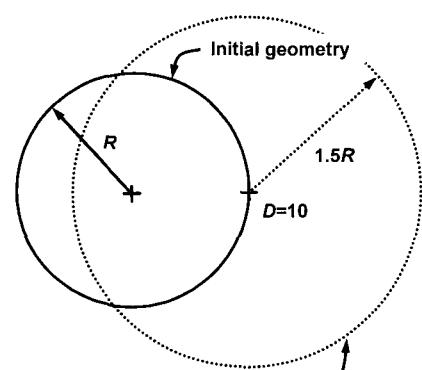


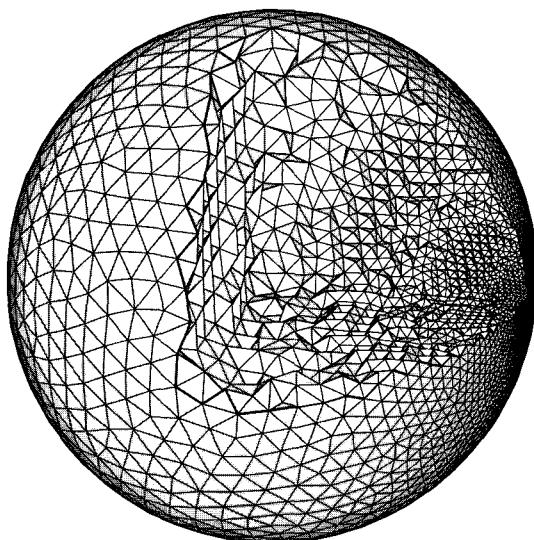
Fig. 3 Surface meshing and octree decomposition

는 모서리 교환을, 모든 면은 면교환을 실시한다.

본 논문에서 사용한 육트리 분할법은 천이영역에서 요소밀도 제어가 어려운 단점이 있다. 따라서 제안한 방법을 천이영역이 지배적인 예제에 적용함으로써 제안한 방법의 우수성을 검증하였다. Fig. 4(b)는 Fig. 3(a)를 입력으로 취하여 Fig. 4(a)의 밀도분포를 만족하도록 생성한 요소망으로써 18,229 개의 절점과 101,815 개의 사면체 요소로



(a) Density distribution



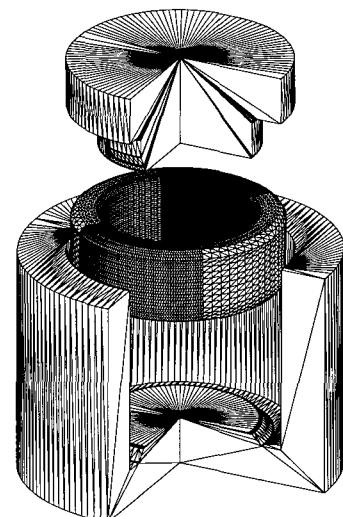
(b) Cross-sectional view of the generated mesh

Fig. 4 Comparison of required mesh density with generated mesh system

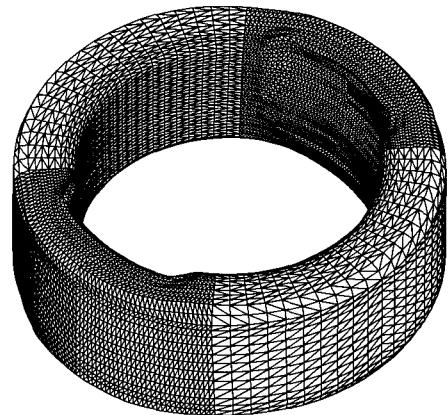
이루어진 구를 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 천이영역이 지배적임에도 불구하고 우수한 요소망을 생성하고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 적용 예제

본 장에서는 본 논문에서 제시한 요소망 생성 기법을 단조공정 중의 소재에 적용하여 사면체 요소망을 생성한 후, 그 결과를 검토함으로써 제안한 방법의 유용성을 검증하였다. 적용예제로 선정한 단조공정은 Fig. 5에서 보는 바와 같이 베어링 레이스에 홈을 성형하는 공정이다. Fig. 5(a)는



(a) Configuration of dies and workpiece

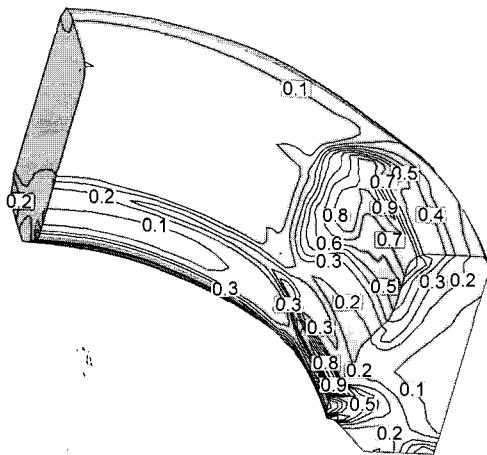


(b) Deformed shape

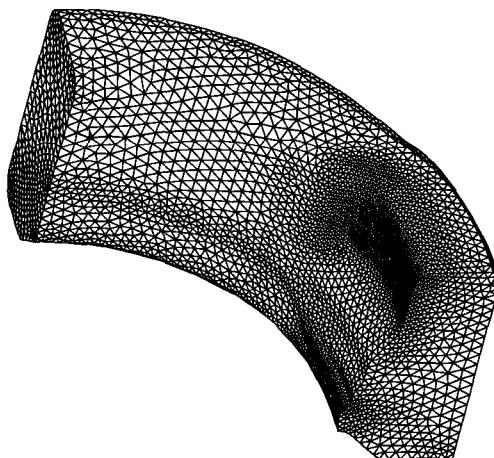
Fig. 5 Definition of the application example

상하부 금형과 초기소재를 나타내고 있으며, Fig. 5(b)는 최종 성형체의 형상이다. Fig. 5(b)는 육면체 요소망을 이용한 유한요소해석 결과를 입력으로 받아 개발된 프로그램에서 요구하는 삼각형 표면 정보, 즉 입력 정보를 나타내고 있다.

정교한 소성가공 공정해석을 위해서는 요소밀도 제어가 필수적이다. 일반적으로 소성가공 공정에서 요소밀도 제어는 유효변형률과 유효변형률 속도를 이용한다. 따라서 본 논문에서는 유효변형률과 유효변형률속도를 정규화하여 중첩함으로써 요소밀도를 제어하였다[16]. Fig. 6(a)는 입력으로 취한 유효변형률과 유효변형률속도를 중첩한 밀도분포를 나타내고 있다. Fig. 6(b)는 Fig. 5(b)의 요



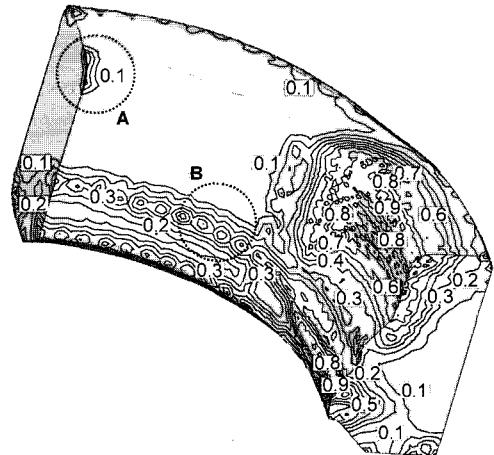
(a) Distribution of density



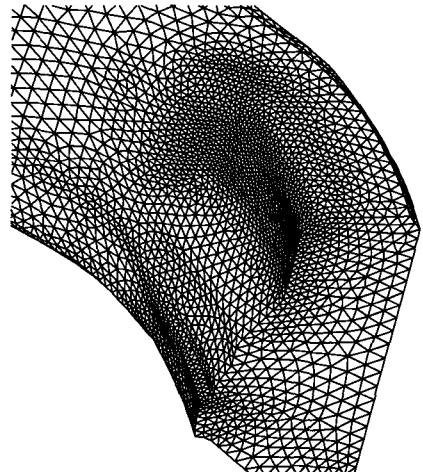
(b) Generated mesh system

Fig. 6 Distribution of density and generated mesh system

소망을 입력으로 취하여 Fig. 6(a)의 밀도분포를 만족하도록 요소망을 재생성한 결과이며, 총 20,651 개의 절점과 108,222 개의 사면체 요소로 이루어져 있다. 재생성한 요소망이 입력으로 취한 밀도분포를 만족하는지 여부를 검토하기 위하여 Fig. 6(b)의 결과에서 요소망의 밀도분포를 정규화하여 Fig. 7 (a)에 나타내었다. 입력으로 취한 Fig. 6(a)의 밀도분포와 비교해 볼 때, 전반적으로 입력된 밀도분포를 만족하는 요소망이 생성되었음을 알 수 있다. Fig. 7(a)에서 A 영역은 곡률이 큰 영역의 밀도를 추가적으로 제어함으로써 생성된 결과이며, B 영역은 국부적인 요소밀도를 제어하기 위하여 사용한 구형태의 밀도함수로 인하여 생성된 결과



(a) Distribution of density



(b) Local view of the mesh system

Fig. 7 Distribution of density and local view of the generated mesh system

이다. Fig. 7(b)는 Fig. 6(b)에서 밀도구배가 큰 영역을 부분 확대해서 나타내었다. 본 예제에서 요소망 재구성으로 인한 부피변화는 0.001%이다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 입력된 요소망의 형상비에 제한을 두지 않으며, 요소밀도 제어가 가능한 최적의 요소망 생성법을 제시하였다. 그리고 적용연구를 통하여 제시된 방법의 유용성을 검증하였다. 제안된 방법은 천이영역과 국부적으로 밀도 변화가 큰 영역에 이르기까지 입력된 밀도분포를 만족하

는 우수한 요소망을 생성하고 있다. 따라서 본 논문에서 제안한 요소망 생성법은 소성가공 공정해석 뿐만 아니라 열전달 및 유동해석을 위한 핵심 모듈로써 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

## 후 기

본 논문은 산업자원부 지방기술혁신사업[RT104-01-03]의 지원으로 수행되었음.

## 참 고 문 헌

- [1] D. N. Arnold, F. Brezzi, M. Fortin, 1984, A stable finite element for Stokes equations, *Calcolo*, Vol. 21, pp. 337~344.
- [2] M. S. Shephard, M. K. Georges, 1991, Automatic Three Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 32, pp. 709~749.
- [3] A. Rassineux, 1998, Generation and Optimization of Tetrahedral Meshes by Advancing Front Technique, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 41, No. 4, pp. 651 ~674.
- [4] R. Radovitzky, M. Ortiz, 2000, Tetrahedral Mesh Generation Based on Node Insertion in Crystal Lattice Arrangements and Advancing-front-Delaunay Triangulation, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 187, No.3-4, pp. 543~569.
- [5] J-S. Lee, S. Yoshimura, G. Yagawa, N. Shibaike, 1995, A CAE System for Micromachines: Its Application to Electrostatic Micro Wobble Actuator, *Sensors and Actuators*, Ser. A, No. 50, pp. 209~221.
- [6] T. Asano et al., 1985, Practical Use of Bucketing Techniques in Computational Geometry, *Computational Geometry*, G.T. Toussaint, ed., North-Holland, pp. 153 ~195.
- [7] Byoung K. Choi, Surface Modeling for CAD/CAM, Elsevier, Netherlands, 1991.
- [8] Alex Vlachos, Jorg Peters, Chas Boyd, Jason L. Mitchell, 2001, Curved PN Triangles, *Proceedings of the 2001 symposium on Interactive 3D graphics*, pp. 159~166.
- [9] Steven J. Owen, David R. White, Timothy J. Tautges, 2002, Facet-Based Surfaces for 3D Mesh Generation, *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Meshing Roundtable*.
- [10] Pascal J. Frey, Houman Borouchaki, 1998, Geometric Surface Mesh Optimization, *Comput. Visual. Sci.*, Vol. 1, pp. 113~121.
- [11] Frank J. Bossen, 1996, Anisotropic Mesh Generation with Particles, Master's Thesis, Carnegie Mellon University.
- [12] Pascal Jean Frey, Paul-Louis George, 2000, Mesh Generation-application to finite elements, HERMES Science Publishing, United-Kingdom.
- [13] David Luebke, Martin Reddy, Jonathan D. Cohen, Amitabh Varshney, Benjamin Watson, Robert Hubner, 2003, Level of Detail for 3D Graphics, Morgan Kaufmann Publishers, Elsevier Science, USA.
- [14] M.-C. Rivara, N. Hitschfeld, B. Simpson, 2001, Terminal-edges Delaunay (small-angle based) Algorithm for the Quality Triangulation Problem, *Computer-Aided Design*, Vol. 33, No. 3, pp. 263~277.
- [15] M. C. Lee, M. S. Joun, 1998, General Approach to Automatic Generation of Quadrilaterals on Three-Dimensional Surfaces, *Commun. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 14, No. 7, pp. 609~620.
- [16] R. Thomas, R. Kopp, J. Debye, L. Lausberg, R. Schneiders, W. Oberschelp, 1992, Optimization of Metal Forming Processes, Refinement and Optimization of Quadrilateral Element Meshes, *NUMIFORM '92*, pp. 307~312.