

논문 2006-43SP-3-5

가설-검증 문제를 이용한 혼합 프라이어어를 가지는 베이지안 영상 잡음 제거

(Bayesian Image Denoising with Mixed Prior Using
Hypothesis-Testing Problem)

엄 일 규*, 김 유 신**

(Il Kyu Eom and Yoo Shin Kim)

요 약

일반적으로 웨이블릿 계수는 적은 수의 계수에 거의 대부분의 정보가 저장되어 있다. 이러한 웨이블릿 계수의 성긴 특성은 가우스 확률밀도 함수와 영점에서의 점 질량(point mass) 함수의 혼합으로 모델링될 수 있으며, 이 프라이어(prior) 모델에 대한 베이지안 추정법으로 잡음 제거를 수행한다. 본 논문에서는 가설-검증 기법을 이용하여 잡음 제거를 위한 파라미터를 추정하는 방법을 제안한다. 가설-검증은 관찰된 웨이블릿 계수의 분산에 적용되며, χ^2 -검증을 사용한다. 모의실험 결과를 통하여 본 논문의 방법이 직교 웨이블릿 변환을 사용한 최신의 잡음 제거 방법보다 대략 0.3dB 정도 우수한 PSNR(peak signal-to-noise ratio) 성능을 나타낸다.

Abstract

In general, almost information is stored in only a few wavelet coefficients. This sparse characteristic of wavelet coefficient can be modeled by the mixture of Gaussian probability density function and point mass at zero, and denoising for this prior model is performed by using Bayesian estimation. In this paper, we propose a method of parameter estimation for denoising using hypothesis-testing problem. Hypothesis-testing problem is applied to variance of wavelet coefficient, and χ^2 -test is used. Simulation results show our method outperforms about 0.3dB higher PSNR(peak signal-to-noise ratio) gains compared to the states-of-art denoising methods when using orthogonal wavelets.

Keywords: 혼합 프라이어 모델, 웨이블릿, 베이지안 추정법, 잡음 제거, 가설-검증 문제

I. 서 론

디지털 영상에 대한 잡음 제거 문제는 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$o = v + n \quad (1)$$

여기서 v 는 잡음이 없는 영상, o 는 관측된 잡음이 첨

가된 영상을 나타낸다. n 은 평균이 영이고 분산이 σ_n^2 인 독립적이고 동일하게 분포된 가우스 랜덤 변수이다. 관측된 o 로부터 최적의 v 를 추정하는 것이 잡음 제거의 목적이다. 이 때 잡음에 대한 정보는 알 수 있거나 쉽게 추정할 수 있다고 가정된다.

Donoho와 Johnston^[1]이 웨이블릿 영역에서의 임계화를 이용한 잡음 제거 방법을 발표한 이래 웨이블릿 변환을 이용한 영상 및 신호의 잡음을 제거하는 방법이 일반화되고 있다. 웨이블릿 영역의 잡음 제거에 대한 모델링은 식 (1)을 웨이블릿 변환함으로써 다음과 같이 구성된다.

$$y = w + n \quad (2)$$

* 정회원, 부산대학교 전자공학과, 컴퓨터및정보통신연구소
(Dept. of Electronics Engineering, Research Institute of Computer, Information and Communication)

** 정회원, 부산대학교 전자공학과
(Dept. of Electronics Engineering, Pusan National University.)

접수일자: 2005년9월12일, 수정완료일: 2006년3월29일

여기서 w 와 y 는 각각 웨이블릿 영역에서의 원영상과 잡음이 첨가된 관찰 영상이다. n 은 식 (1)에서와 마찬가지로 분산이 σ_n^2 인 가우스 랜덤 변수이다.

베이지안 추정법에 의한 잡음 제거 방법은 웨이블릿 계수의 프라이어 모델 및 파라미터의 추정이 중요한 요소로 작용한다. 일반적으로 웨이블릿 계수의 프라이어를 가우스 모델로 설정하는 경우^[2,3,4,8,9]가 많은데 이는 해석적으로 풀리는 해를 구하기 위함이다. 이 경우에는 원 신호의 분산이 파라미터가 되는데, ML(maximum likelihood) 추정법 또는 MAP(maximum a posterior) 추정법 등을 일반적으로 사용한다.

그러나 웨이블릿 계수의 통계적 특성은 일반적으로 비-가우스 분포를 가지는 것으로 알려져 있다^[6,7,10,11]. 잡음 제거를 위한 웨이블릿 계수의 비-가우스 통계적 특성으로 가우스 혼합 모델^[6,7], 가우스 스케일 혼합 모델^[10], 베르누이-가우스 모델^[11] 등이 사용되고 있다. 비-가우스 분포를 사용하는 경우에는 신호의 분산뿐만 아니라 베르누이 모델 등에 대한 추가적인 파라미터의 추정이 필요하게 된다.

본 논문에서는 웨이블릿 계수의 성긴(sparse) 특성을 가우스 확률밀도 함수와 영점에서의 점 질량 함수로 모델링하고 이에 대한 베이지안 추정법에 의한 잡음 제거를 수행한다. 잡음 제거를 위한 파라미터의 결정은 웨이블릿 계수의 분산에 대한 가설-검증 기법을 사용한다. 또한 간략화된 파라미터 추정법을 제시하고 이에 대한 타당성을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 웨이블릿 계수에 대한 혼합 프라이어 모델과 이에 대한 베이지안 추정 방법을 기술하고, III장에서는 가설-검증 기법을 이용한 파라미터의 추정 방법을 제시한다. 모의실험 결과를 통하여 제안 방법의 우수성을 IV장에서 보이고, V장에서 결론을 맺는다.

II. 웨이블릿 계수에 대한 혼합 프라이어 모델

1. 프라이어 모델

웨이블릿 계수는 적은 수의 크기가 큰 계수에 대부분의 정보가 저장되어 있다. 이러한 특성을 통계적으로 반영하기 위하여 가우스 확률밀도 함수와 영점에서 점 질량 함수의 혼합^[12]을 웨이블릿 계수에 대한 프라이어 모델로 설정할 수 있다. 즉,

$$w_{jk}^O \sim p_{jk}^O N(0, (\sigma_{jk}^O)^2) + (1 - p_{jk}^O) \delta(0) \quad (3)$$

여기서 w_{jk}^O 는 $j (= 0, \dots, J-1)$ 스케일에서 $k (= 0, \dots, 2^j - 1)$ 위치의 $O (\in \{LH, HL, HH\})$ 방향성을 가지는 웨이블릿 계수이며 각 w_{jk}^O 는 독립적이라고 가정한다. 앞으로 혼돈의 여지가 없는 한 j 와 O 는 생략한다. 식 (3)에서 $N(\mu, \sigma^2)$ 은 평균이 μ , 분산이 σ^2 인 가우스 확률밀도 함수이고, $\delta(0)$ 는 영점에서 점 질량 함수이다. 혼합 파라미터 p_k 는 $0 \leq p_k \leq 1$ 의 범위 내에 존재하고, 다음과 같이 설정된다.

$$p_k = P(\gamma_k = 1) \quad (4)$$

여기서 γ_k 는 베르누이 랜덤 변수이다. 웨이블릿 계수가 어떤 위치 k 에서 존재할 경우 $\gamma_k = 1$ 의 값을 가지며, 웨이블릿 계수의 크기가 거의 무시할 정도로 작을 경우 $\gamma_k = 0$ 의 값을 가진다. 위와 같은 프라이어 모델에 따르면, 웨이블릿 계수 w_k 는 $1 - p_k$ 의 확률로 영이 되거나 p_k 의 확률로 평균이 0이고 분산이 σ_k^2 인 가우스 분포를 가진다. 확률값 p_k 는 영이 아닌 웨이블릿 계수의 존재 비율을 나타내며, σ_k^2 은 그 계수들의 크기의 척도가 된다.

2. 베이지안 추정 방법

베이지안 추정 방법은 어떤 랜덤 변수의 프라이어를 알고 있을 때, 관측된 정보로부터 원래의 정보를 추정할 수 있는 방법으로 널리 사용되고 있다. 베이지안 추정 방법을 이용하여 백색 가우스 잡음이 첨가된 관측 영상으로부터 원 영상은 위해서는 먼저 원 영상에 대한 프라이어 모델을 설정하고, 설정된 손실(loss) 함수 최소화시키는 방법으로 추정된다. 이 때 손실 함수는 일반적으로 자승 오차(squared error), 즉 L^2 -손실^[12,13]을 사용한다. 웨이블릿 영역의 어떤 위치 k 에서 백색 가우스 잡음이 첨가된 웨이블릿 계수 y_k 가 관측되었을 때, y_k 에 대한 확률밀도 함수는 식 (3)에 가우스 확률 분포를 가지는 잡음이 첨가된 형태로 다음과 같이 나타난다.

$$y_k \sim p_k N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2) + (1 - p_k) N(0, \sigma_n^2) \quad (5)$$

식 (5)의 y_k 에 대한 확률 분포함수를 이용하여 원래의 웨이블릿 계수 w_k 는 사후 평균(posterior mean)으로 다음과 같이 추정할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} E(w_k|y_k) &= E_{\gamma_k|y_k}(w_k|y_k, \gamma_k) \\ &= P(\gamma_k = 1|y_k)E(w_k|y_k, \gamma_k = 1) \\ &= P(\gamma_k = 1|y_k)\frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2 + \sigma_n^2}y_k \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $P(\gamma_k = 1|y_k)$ 은 잡음이 첨가된 웨이블릿 계수 y_k 가 관측되었을 때, 0이 아닌 w_k 가 존재할 확률이다. 즉, y_k 가 순수한 잡음 성분만 있는 지, 웨이블릿 계수 w_k 에 잡음이 첨가되었는지를 확률적으로 나타내는 확률값이다. $P(\gamma_k = 1|y_k)$ 의 값은 베이즈 법칙에 의해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P(\gamma_k = 1|y_k) &= \frac{P(\gamma_k = 1, y_k)}{P(y_k)} \\ &= \frac{P(y_k|\gamma_k = 1)P(\gamma_k = 1)}{P(y_k|\gamma_k = 0)P(\gamma_k = 0) + P(y_k|\gamma_k = 1)P(\gamma_k = 1)} \\ &= \frac{p_k N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2)}{(1-p_k)N(0, \sigma_n^2) + p_k N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2)} \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 양변을 $(1-p_k)N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2)$ 로 나누고

$$\eta_k = \frac{p_k N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2)}{(1-p_k)N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2)} \quad (8)$$

로 두면 $P(\gamma_k = 1|y_k)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다. 즉,

$$P(\gamma_k = 1|y_k) = \frac{\eta_k}{1 + \eta_k} \quad (9)$$

그리고 식 (8)의 η_k 는 가우스 확률밀도 함수 수식을 대입하여

$$\eta_k = \frac{p_k}{1-p_k} \frac{\sigma_n}{\sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_n^2}} \exp\left(\frac{\sigma_k^2 y_k^2}{2\sigma_n^2(\sigma_k^2 + \sigma_n^2)}\right) \quad (10)$$

로 계산할 수 있다. 참고문헌 [12, 13]의 경우에는 위와 같은 프라이어 모델을 웨이블릿 부대역에 적용한 예가 있다. 이 경우는 분산 및 파라미터를 웨이블릿 부대역에 적용하였기 때문에 웨이블릿 계수 하나에 대하여 국부 공간에 적응적인 파라미터를 구하는 본 논문의 방법

과는 차별성을 가진다.

식 (3)과 같이 주어진 프라이어 모델에 대한 잡음 제거를 수행하기 위해서는 식 (9) 및 (10)에서 보는 바와 같이 p_k 및 σ_k^2 의 파라미터를 추정해야 한다. 일반적으로 신호의 분산 σ_k^2 는 ML 또는 MAP 등의 방법을 사용하여 추정할 수 있으며, 혼합 파라미터 p_k 의 추정은 다양한 방법을 통해서 수행할 수 있다. 본 논문에서는 공간 적응적으로 p_k 의 추정을 위하여 가설-검증 문제를 사용하는 방법을 제안하고자 한다.

III. 가설-검증 기법을 이용한 파라미터의 추정

1. 가우스 분포의 분산에 대한 χ^2 -검증

n 개의 랜덤 변수 $X = (X_1, \dots, X_n)$ 를 고려해 보자. 각 X_i ($i = 1, \dots, n$)는 서로 독립적이고 균일하게 분포하며, 각각 가우스 분포 $N(0, \sigma^2)$ 를 가지는 랜덤 변수라 하고, 분산을 모른다고 가정한다. 이 때 분산을 기준으로 다음과 같이 두 가지의 가설을 정의할 수 있다.

$$H_0 = \{\sigma_0^2\}, H_1 = \{\sigma_1^2\}, \sigma_1^2 > \sigma_0^2 \quad (11)$$

위와 같은 가설은 분산을 기준으로 랜덤 변수를 두 가지의 부류로 나누는 역할을 할 수 있다. 본 논문에서 웨이블릿 계수의 프라이어를 식 (3)과 같이 두 확률밀도 함수의 혼합으로 설정하였기 때문에 식 (11)의 가설을 이용하여 관측된 웨이블릿 계수가 신호 성분을 가지는 지 잡음 성분만을 가지는지를 판단하는 근거로 사용할 수 있다. 식 (10)의 가설을 검증을 위해서 먼저 분산을 추정하는 것이 필요하다. 분산 σ^2 는 다음과 같이 추정할 수 있다. 즉,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} \quad (12)$$

식 (12)에서 구한 분산값 $\hat{\sigma}^2$ 이 어떤 임계값 q 보다 크다면 가설 H_0 는 거절된다. 즉, 가설 H_1 이 채택된다. 반대의 경우는 가설 H_0 이 채택되고 H_1 이 거절된다. 여기서 임계값 q 는 주어진 유의수준 α 에 따라 결정되는 상수이다. q 를 결정하기 위하여 σ_0^2 의 관점에서 $\hat{\sigma}^2 > q$ 인 확률을 구해 보면,

표 1. n 과 α 에 따른 $(\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1}$ 의 값.
Table 1. Values of $(\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1}$ according to n and α .

	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.1$
$n = 9$	16.92	14.68
$n = 25$	37.65	34.38

$$P_{\sigma_0^2}[\hat{\sigma}^2 > q] = P_{\sigma_0^2}\left[\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} > q\right] \quad (13)$$

$$= P_{\sigma_0^2}\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\sigma_0}\right)^2 > \frac{nq}{\sigma_0^2}\right]$$

식 (13)에서 $\sum_{i=1}^n (\frac{X_i}{\sigma_0})^2$ 은 $\chi_n^2(0)$ 분포를 가진다^[14]. 따라서 주어진 유의수준 α 에 대하여

$$P\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\sigma_0}\right)^2 > nk/\sigma_0^2\right] \quad (14)$$

$$= 1 - P\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\sigma_0}\right)^2 \leq nk/\sigma_0^2\right] = \alpha$$

로 두면, 다음과 같은 가설 H_0 의 거절 조건을 다음과 같이 구할 수 있다. 즉,

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sigma_0^2} \geq (\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1} \quad (15)$$

즉, 식 (15)의 조건에서 가설 H_0 는 거절되고 분산값은 σ_1^2 의 범주에 속하게 되고, 반대의 경우 분산값은 σ_0^2 의 범주에 속하게 된다.

2. χ^2 -검증을 이용한 파라미터의 추정

본 논문에서는 하나의 웨이블릿 계수에 대하여 공간 적응적인 파라미터를 구하는 방법을 제안하고자 한다. $\gamma_k = 1$ 인 경우 y_k 는 $\sigma_k^2 + \sigma_n^2$ 을 분산으로 하는 가우스 분포를 따르며, $\gamma_k = 0$ 인 경우 y_k 는 잡음 성분만 가지므로 σ_n^2 을 분산으로 가지는 가우스 분포를 가진다. 따라서 y_k 와 y_k 를 중심으로 하는 정방형의 이웃 계수를 X 로 정의하고, y_k 의 분산을 추정하여 다음과 같이 식 (11)의 가설을 다시 설정할 수 있다.

$$H_0 : \sigma_0^2 = \sigma_n^2, H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_n^2 \quad (16)$$

이 때 식 (15)에 의해 다음의 조건에서 가설 H_0 가 거절된다.

$$\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{\sigma_n^2} \geq (\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1} \quad (17)$$

즉, 가설 H_0 가 거절될 경우 분산은 σ_n^2 보다 크기 때문은 $\gamma_k = 1$ 의 값을 가지게 되고, 반대의 경우는 $\gamma_k = 0$ 의 값을 가진다. 식 (17)에서 $(\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1}$ 은 유의수준 α 에 의해서 결정되는 상수값이다. 표 1은 n 과 α 에 따른 $(\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1}$ 의 값의 예를 나타낸 것이다. 이때의 n 값은 y_k 와 그 주위의 정방형 이웃에 있는 웨이블릿 계수의 수를 나타낸다. $(\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1}$ 의 값은 n 과 α 에 따라 통계표에 의해서 구할 수 있다. 유의수준 α 의 값은 일반적으로 0.05(5%의 오차) 및 0.1(10%의



그림 1. (a) $\sigma_n^2 = 100$ 일 때의 잡음이 섞인 Lena 영상 (b) 잡음이 첨가된 Lena 영상의 γ_k 값.

Fig. 1. (a) Noisy Lena image when $\sigma_n^2 = 100$ (b) γ_k value of noisy Lena image.



그림 2. (a) $\sigma_n^2 = 100$ 일 때의 잡음이 섞인 Barbara 영상 (b) 잡음이 첨가된 barbara 영상의 γ_k 값.

Fig. 2. (a) Noisy Barbara image when $\sigma_n^2 = 100$ (b) γ_k value of noisy Barbara image.

오차)의 값을 많이 사용한다.

그림 1 및 2는 $\sigma_n^2 = 100$ 일 때, 본 논문의 방법에 의해서 Lena 및 Barbara 영상에 대하여 추정된 γ_k 의 값이다. 그림에서 하얀색 점은 $\gamma_k = 1$ 을 표현하고 검은색 점은 $\gamma_k = 0$ 를 표현한다. 그림에서 볼 수 있듯이 가설-검증 기법을 이용한 제안 방법으로 신호의 중요한 성분을 잘 추정할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 그림 1 및 2에서 볼 수 있듯이 대각 성분에 대한 추정 성능은 수직 및 수평 성분에 대한 추성 성능보다 떨어지는데 이는 대각 방향 정보에 대한 분해 성능이 떨어지는 직교 웨이블릿 변환의 특성에 근거한 것이다. 따라서 대각 방향 정보에 더 우수한 분해 성능을 가지는 복소수 웨이블릿 변환 등을 사용하면 대각 성분에 대한 성능이 개선될 것으로 본다.

앞서 가설-검증 기법에 의해 구해진 γ_k 를 이용하여 $p_k = P(\gamma_k = 1)$ 의 값을 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{p}_k = \frac{1}{|c_j(k)|} \sum_{m \in c_j(k)} \gamma_m \quad (18)$$

여기서 $c_j(k)$ 는 j 스케일의 위치 k 를 포함한 정방형의 이웃 영역을 나타내고 $|c_j(k)|$ 는 정방형 영역에 속하는 인자의 수이다. 또한 식 (18)은 베르누이 랜덤 변수에 대한 ML 추정이 된다.

마지막으로 신호의 분산 σ_k^2 은 다음과 같이 추정된다.

$$\hat{\sigma}_k^2 = \left(\frac{1}{|c_{j1}(k)|} \sum_{m \in c_{j1}(k)} \gamma_m y_m^2 - \sigma_n^2 \right)_+ \quad (19)$$

여기서 $|c_{j1}(k)|$ 는 $c_j(k)$ 에서 $\gamma_k = 1$ 인 계수의 수이고, $(g)_+$ 는 $g \geq 0$ 일 때 g 이고, 반대의 경우는 0이 되는 연산자이다. 본 논문에서 제안된 잡음 제거 방법을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 관측된 잡음 영상 o 를 웨이블릿 변환하여 y 를 획득
- 2) 결정된 유의수준 α 와 n 에 대하여 $(\chi_{n,1-\alpha}^2(0))^{-1}$ 을 구함(표 1 참조)
- 3) 각 웨이블릿 스케일 및 방향에 대하여
 - 2.1) $\sum_{i=1}^n y_i^2 / \sigma_n^2$ 을 구함
 - 2.2) 식 (17)에 의해서 γ_k 의 추정값을 구함
 - 2.3) 식 (18)에 의해서 p_k 의 추정값을 구함

- 2.4) 식 (19)에 의해서 σ_k^2 의 추정값을 구함
- 2.5) 식 (10)을 이용하여 η_k 을 값을 구함
- 2.6) 식 (7)을 이용하여 $P(\gamma_k = 1|y_k)$ 을 구함
- 2.7) 식 (6)을 이용하여 잡음 제거를 수행함
- 4) 전체 스케일 및 방향에 대하여 잡음 제거를 수행함
- 5) 추정된 \hat{y} 를 웨이블릿 역변환하여 잡음 제거된 영상 \hat{v} 를 얻음

3. η_k 의 간략화

식 (10)의 η_k 는 지수항을 포함하고 있기 때문에 계산량이 많은 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 가우스 확률밀도 함수의 성질을 이용하여 지수항을 제거함으로써 η_k 의 계산을 줄이는 방법을 제안한다.

$N(0, \sigma^2)$ 의 의해 생성된 랜덤 변수는 정규화된 $N(0, 1)$ 에 의해 생성된 랜덤 변수에 σ 을 곱한 값과 동일하다고 볼 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2) &= \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_n^2} N(0, 1), \\ N(0, \sigma_k^2 + \sigma_n^2) &= \sigma_n N(0, 1) \end{aligned} \quad (20)$$

로 표현된다. 그러므로 식 (10)의 η_k 은 다음과 같이 수정될 수 있다. 즉,

$$\eta_k = \frac{p_k}{1 - p_k} \frac{\sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_n^2}}{\sigma_n} \quad (21)$$

식 (21)에 의해서 식 (7)은 다음과 같이 지수항이 제거된 간략화된 형태로 수정될 수 있다.

표 2. 다양한 잡음 제거 방법 및 잡음 강도에 대한 잡음 제거된 Lena 영상의 PSNR 값.

Table 2. PNSR results for several denoising methods with Lena image.

σ_n	PSNR				
	10	15	20	25	
LAWML[2]	34.18	32.11	30.65	29.50	
LAWMAP[2]	34.32	32.33	30.90	29.80	
Bivariate[8]	34.23	32.32	31.04	29.92	
Cai[9]	34.22	32.23	30.85	29.79	
Chang[3]	-	32.36	31.04	30.04	
제안방법(Db8)	η_k	34.43	32.45	31.08	29.98
	η_k	34.45	32.48	31.13	30.04
제안방법(QMF9)	η_k	34.60	32.68	31.32	30.28
	η_k	34.62	32.72	31.38	30.34



그림 3. $\sigma_n = 20$ 일 때의 Lena 영상에 대한 기존 방법과 제안 방법의 잡음 제거 결과. (a) LAWML (30.65dB), (b) LAWMAP (30.90dB), (c) Bivariate (31.04dB), (d) 제안 방법 (31.38dB).

Fig. 3. Denoising results for Lena of conventional methods and the proposed method when $\sigma_n = 20$. (a) LAWML (30.65dB), (b) LAWMAP (30.90dB), (c) Bivariate (31.04dB), (d) The Proposed method (31.38dB).

$$P'(\gamma_k = 1|y_k) = \frac{p_k \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_n^2}}{p_k \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_n^2} + (1 - p_k)\sigma_n} \quad (22)$$

모의실험 결과에서 보여지겠지만 η_k 을 사용한 경우와 η_k 를 사용한 결과는 거의 동일함을 알 수 있다.

IV. 모의실험

제안된 영상 잡음 제거 방법을 이용하여 8비트 표준 영상 Lena 및 Barbara에 대하여 모의실험을 하였다. 가우스 백색 잡음은 MATLAB을 사용하여 생성하였다. 웨이블릿 변환을 위해서는 다른 잡음 제거 결과들과의

비교를 위해서 Daubechies의 8-탭 직교 웨이블릿 필터 (Db8) 및 QMF 9-탭 필터(QMF9)^[15]를 사용하여 다섯 번의 변환을 수행하였다. 또한 \hat{p}_k 및 $\hat{\sigma}_k^2$ 을 추정하기 위한 $|c_j(k)|$ 의 값은 정방형의 형태로 스케일이 증가함에 따라 {9, 9, 9, 25, 25}로 설정하였다.

표 2 및 표 3은 Lena 및 Barbara 영상에 대하여 제안 방법과 다양한 잡음 제거 방법을 비교한 결과를 나타낸다. 표 2 및 표 3에서 η_k 은 식 (10)을 사용한 결과이며, η_k 은 식 (21)을 사용한 경우이다. 표에서 알 수 있듯이 η_k 와 η_k 를 사용한 결과는 거의 동일하며, 적은 계산량으로 동일한 결과를 얻을 수 있다.



그림 4. $\sigma_n = 20$ 일 때의 Barbara 영상에 대한 기존 방법과 제안 방법의 잡음 제거 결과. (a) LAWML (28.50dB), (b) LAWMAP (28.53dB), (c) Bivariate (28.36dB), (d) 제안 방법 (28.97dB).

Fig. 4. Denoising results for Barbara of conventional methods and the proposed method when $\sigma_n = 20$. (a) LAWML (28.50dB), (b) LAWMAP (28.53dB), (c) Bivariate (28.36dB), (d) The Proposed method (28.97dB).

표에서 볼 수 있듯이 제안 방법의 결과가 다른 방법의 결과와 대등하거나 우수함을 알 수 있다. 특히 QMF 9-탭 필터를 사용한 경우는 Lena 및 Barbara 영상에 대하여 다른 방법보다 우수한 결과를 보이고 있다. 일반적으로 잡음 제거에 사용하는 Daubechies의 8-탭 직교 웨이블릿 필터보다 QMF 9-탭 필터가 잡음 제거에 효율적이라는 것을 알 수 있다.

그림 3 및 그림 4는 각각 $\sigma_n^2 = 400$ Lena 및 Barbara 영상에 대하여 다양한 잡음 제거 방법을 수행한 비교 결과이다. 그림에서 볼 수 있듯이 본 논문의 방법은 주관적으로도 우수한 결과를 보임을 알 수 있다.

표 3. 다양한 잡음 제거 방법 및 잡음 강도에 대한 잡음 제거된 Barbara 영상의 PSNR 값.

Table 3. PNSR results for several denoising methods with Barbara image.

σ_n	PSNR				
	10	15	20	25	
LAWML[2]	32.50	30.10	28.50	27.26	
LAWMAP[2]	32.60	30.19	28.53	27.24	
Bivariate[8]	32.25	29.97	28.36	27.16	
Cai[9]	-	-	-	-	
Chang[3]	-	29.92	28.33	27.20	
제안방법(Db8)	η_k	32.68	30.32	28.73	27.51
	η_k	32.69	30.34	28.75	27.54
제안방법(QMF9)	η_k	32.86	30.52	28.94	27.75
	η_k	32.87	30.54	28.97	27.79

V. 결 론

웨이블릿 계수의 성긴 특성을 가우스 확률밀도 함수와 영점에서의 점 질량(point mass) 함수의 혼합 프라이어리로 모델링하고, 이 프라이어리 모델에 대한 베이저안 추정법으로 잡음 제거를 수행하였다. 본 논문에서는 가설-검증 기법을 이용하여 잡음 제거를 위한 파라미터를 추정하는 방법을 제안하였다. 가설-검증은 관찰된 웨이블릿 계수의 분산에 적용되었고, χ^2 -검증을 사용하였다. 또한 파라미터의 간략화를 수행하여 계산량을 줄였다. 모의실험 결과를 통하여 본 논문의 방법이 직교 웨이블릿 변환을 사용한 최신의 잡음 제거 방법보다 우수한 성능을 나타낸다는 것을 보여 주었다.

참 고 문 헌

- [1] D. L. Donoho and I. M. Jonhstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," J. Amer. Statist. Assoc., vol. 90, no. 432, pp. 1200-1224, 1995.
- [2] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, and P. Moulin, "Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients," IEEE Signal Processing Letters, vol. 6, pp. 300-303, 1999.
- [3] S. G. Chang, B. Yu, and M. Vetterli, "Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising," IEEE Trans. Image Processing, vol.9, pp.1522-1531, 2000.
- [4] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, "Spatially Adaptive statistical Modeling of Wavelet Image Coefficients and Its Application to Denosing," Proc. IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing, vol.6, pp. 3253-3256, 1999.
- [5] J. Liu and P. Moulin, "Image denoising based on scale-space mixture modeling of wavelet coefficients," Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing, Kobe, Japan, 1999.
- [6] J. K. Romberg, H. Choi, and R. G. Baraniuk, "Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models," IEEE. Trans. Image Processing, vol.10, no.7, pp. 1056-1068, 2001.
- [7] H. Choi, J. Romberg, R. Baraniuk, and N. Kingsbury, "Hidden Markov Tree Modeling of Complex Wavelet Transforms," Proc. IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing, Istanbul, Turkey, June, 2000.
- [8] L. Sendur and I. W. Selesnick, "Bivariate shrinkage with local variance estimation," IEEE Signal Processing Letters, vol.9, no.12, pp.438-441, 2002.
- [9] Z. Cai, T. H. Cheng, C. Lu, and K. R. Subramanian, "Efficient wavelet based image denoising algorithm," Electron. Lett., vol. 37, no.11, pp.683-685, 2001.
- [10] J. Pirtilla, V. Strela, M. Wainwright and E. Simoncelli, "Adaptive Wiener Denoising Using a Gaussian Scale Mixture Model," Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing, 2001.
- [11] J. C. Pesquet, H. Krim, D. Laporini and E. Hamman, "Bayesian Approach to Best Basis selection," IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing, pp. 2634-2637, 1996.
- [12] Hugh A. Chipman, Eric D. Kolaczyk, and Robert E. McCulloch, "Adaptive Bayesian Wavelet Shrinkage," Journal of the American Statistical Association, vol.92, pp.1413-1421, 1997.
- [13] B. Vidakovic, "Wavelet Based Nonparametric Bayes Methods," Lecture note in Statistics, vol.133, pp.133-155, 1998.
- [14] E. J. Dudewicz, and S. N. Mishra, *Modern Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, 1988.
- [15] E. H. Adelson, E. Simoncelli, and R. Hingorani, "Orthogonal pyramid transforms for image coding," Proc. SPIE, vol.845, pp.50-58, 1987.

— 저 자 소 개 —



엄 일 규(정회원)
 1990년 부산대학교 전자공학과
 학사.
 1992년 부산대학교 전자공학과
 석사.
 1998 부산대학교 전자공학과
 박사.

1997년~2005년 밀양대학교 정보통신학과 부교수
 2006년~현재 부산대학교 전자공학과, 컴퓨터 및
 정보통신연구소 부교수
 <주관심분야 : 통계신호처리, 영상처리, 웨이블릿
 변환 신호처리, 신경회로망>



김 유 신(정회원)
 1974년 서울대학교 전자공학과
 학사.
 1980년 U.C. Berkeley 전자공학과
 석사.
 1983년 Standford University
 전자재료 박사과정 수학.

1995년 Cornell University Ph.D
 1983년~현재 부산대학교 전자공학과 교수
 <주관심분야 : 영상처리, 신경회로망, 공학윤리,
 과학기술철학>