

볼 베어링과 형상오차를 갖는 하우징의 끼워 맞춤에 따른 베어링 진동 및 피로 수명의 영향[#]

Bearing Vibration and Fatigue Life Analysis According to Fitting between Ball Bearing and Housing with Geometrical Errors

이 영 근* · 이 석 훈* · 정 일 권* · 차 철 환* · 한 효 섭*

Young-Keun Lee, Seok-Hoon Lee, Il-Kwon Jung, Cheol-Hwan Cha
and Hyo-Seup Han

(2005년 9월 30일 접수 ; 2006년 4월 25일 심사완료)

Key Words : Fitting(끼워맞춤), Roundness(진원도), Waviness(표면파형), Bearing Fatigue Life(베어링 피로 수명), Bearing Vibration(베어링 진동), Hertzian Contact Theory(Hertz의 접촉이론)

ABSTRACT

It is known that ball bearings mounted in housing or on shaft are playing a key role to keep it running smoothly. The roundness of a housing bore on which bearing outer ring is mounted with interference has directly affected the running accuracy of bearing. The running accuracy of bearing, therefore, can extend the significant influence to the rotating machinery as well. In this paper, bearing's vibration and fatigue life considering raceway roundness of ball bearing before and after mounted in housing bore are theoretically estimated. To perform analysis, a simple three degrees of freedom model was proposed and then Newton-Raphson iterative method was introduced to be utilized in the analysis. The results show that the vibration magnitude of ball bearing fitted into housing unit is appeared considerably larger than the one of its pre-assembling. And theoretical L_{10} life which ninety percent of the bearing population will endure decreased in about fifty percent.

1. 서 론

볼 베어링은 내륜, 외륜, 볼, 케이지 및 시일로 구성되어 있고, 각각의 볼은 내륜 및 외륜과의 접촉으로 강성이 발생하여 회전체를 지지하게 된다. 베어링은 회전체의 원활한 회전을 담당하는 역할뿐만 아니라,

베어링의 궤도론과 볼의 표면파형(waviness)으로 인해 가진원의 역할도 하게 된다. 이러한 가진원의 영향은 베어링이 하우징 및 축에 억지끼워맞춤 되었을 때 더욱더 심각하다. 보통 베어링 궤도론의 진원도는 수 μm 로 가공되는 반면에 하우징 내경의 진원도는 수십에서 수백 μm 로 가공된다. 만약 볼 베어링이 하우징에 억지끼워맞춤 된다면 베어링 궤도론의 진원도는 하우징 내경의 진원도 영향을 고스란히 받게 된다. 이에 따라 베어링 자체의 정밀도가 아무리 좋다 할지라도, 주변 부품들의 정밀도가 뒷받침 되어지지 않는다면 베어링 및 축 시스템의 회전 정밀도는 그만큼 저하된다. 이것은 베어링의 피로수명과도 연관되어져 베어링의 수명 저하를 야기하게 된다. 그동안 국내·외에

† 책임저자; 정희원, FAG 베어링 코리아(유) 연구소

E-mail : youngkeun.lee@schaeffler.com

Tel : (055) 260-8943, Fax : (055) 260-8970

* FAG 베어링 코리아(유)

이 논문은 2005 추계 소음진동 학술대회 우수논문으로 추천되었음.

서는 진원도의 형상과 상응하는 베어링 궤도의 waviness를 임의의 정현(sine)과 역현(cosine) 함수로 단순화하여 그로 인해 야기된 진동성분을 규명한 많은 연구들이 보고된 바 있다.^(3~11) 하지만 베어링이 주변부품과의 장착에 의해 궤도론이 변형된 영향을 고려하여 실제로 베어링 진동과 피로수명에 어떠한 영향이 있는지 고찰한 연구는 찾아보기 힘들다. 이 연구에서는 베어링이 하우징과 역지끼워맞춤 되었을 때를 전, 후로 하여 베어링 궤도론의 진원도 형상을 측정하였으며, 측정된 진원도 형상을 수학적 모델이 가능하도록 하기 위하여, 수치적 방법을 통해 waviness 차수(order)에 따른 크기와 위상을 도출하였다. 도출된 waviness 형상을 Newton-Raphson 반복법을 이용한 3자유도 진동해석 프로그램에 적용함으로써, 베어링 궤도의 변형에 따른 베어링 진동을 예측하였으며 또한 90% 신뢰도를 갖는 이론적인 베어링 피로수명(L_{10})의 영향을 평가하였다.

2. 베어링의 진동 해석 이론

2.1 Waviness 에 의한 강성해석

각각의 볼은 궤도론과 탄성접촉으로 구름운동을 하게 된다. 이때 볼은 회전하면서 지속적으로 궤도론과 변하는 접촉력과 접촉각을 갖게 된다. 이것은 베어링의 하중조건과 더불어 볼 베어링의 구성요소가 이상적인 조건이 아닌, 제조상의 결함이라고 볼 수 있는 waviness를 갖고 있기 때문이다. 그러므로 식 (1)에서 δ_k 와 C_k 는 k 번째 볼의 위치에 따라

변하게 된다. 이에 따라 내륜과 외륜의 곡률반경 중심을 포함하여 탄성 변형을 표현할 수 있는 좌표계를 Fig. 1과 같이 도입할 수 있다.⁽⁹⁾

접촉각 방향으로 k 번째 볼의 내륜 및 외륜에 작용하는 힘 P_k 와 변형량 δ_k 은 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$P_k = C_k \delta_k^{3/2} \quad (1)$$

여기서, C_k 는 강성계수로서, 볼과 내륜 및 외륜의 접촉강성 K_i 및 K_o 에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$C_k = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_i}\right)^{2/3} + \left(\frac{1}{K_o}\right)^{2/3}} \right]^{3/2} \quad (2)$$

Fig. 1에서 z 축과 r 축은 각각 축방향과 경방향의 좌표축을 의미한다. 깊은홈 볼 베어링의 경방향 틈새로 인해 자유접촉각 α_o 는 발생한다. 축방향 하중에 의해 초기 내륜 곡률 중심은 O_a 에서 O_b 로 이동하게 되며, 접촉각은 α_p 로서 모든 볼이 같은 접촉각을 갖게 된다. 하지만 경방향 하중과 더불어 볼과 궤도론의 waviness로 인하여 볼이 회전하면서 접촉각 α_p 는 모든 볼에 대해 일정하지 않고 볼의 위치에 따라 변하게 된다. 즉, 축방향으로는 O_b 에서 O_c 로 변하고, 경방향으로는 O_b 에서 O_d 로 변하게 된다. Fig. 1의 기하학적인 조건에 따라 축방향 성분 Δ_{zk} 및 경방향 성분 Δ_{rk} 를 도입함으로써 볼의 탄성변형량 δ_k 와 변형후 접촉각 α_k 는 식 (5)와 식 (6)과 같이 간략하게 표현할 수 있다.

$$\Delta_{zk} = A_o \sin(\alpha_o) + z_o + z \quad (3)$$

$$\Delta_{rk} = \delta_r + A_o \cos(\alpha_o) \quad (4)$$

$$\delta_k = \sqrt{\Delta_{rk}^2 + \Delta_{zk}^2} - A_o \quad (5)$$

$$\alpha_k = \tan^{-1} \frac{\Delta_{zk}}{\Delta_{rk}} \quad (6)$$

궤도론과 볼에 waviness가 있을 경우에, 시간에 따른 볼의 위치에 따라 내륜과 외륜의 초기 곡률 중심거리 A_o 는 A 로 변하게 된다. 이와 같은 원리를 이용하여 볼 베어링 구성요소의 waviness 모델을

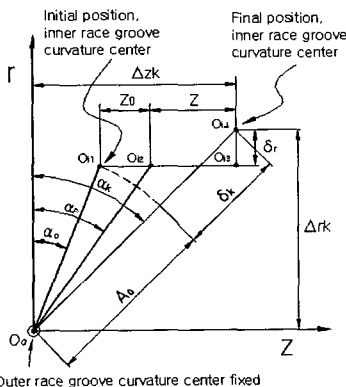


Fig. 1 Positions of raceway groove curvature centers at angular position α

식 (8)과 같이 궤도 곡률반경과 볼 직경에 표현할 수 있다.

$$A_0 = r_i + r_o - D_k \quad (7)$$

$$A = r_i(\theta_k) + r_o(\theta_k) - D_k(f_b t) \quad (8)$$

여기서 r_i 와 r_o 는 각각 내륜 및 외륜 곡률반경이고, D 는 볼 직경이며, waviness 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$r_i(\theta_k) = r_i + \sum_{m=1}^N a_m \cos(n\theta_k + \phi_m) \quad (9)$$

$$r_o(\theta_k) = r_o + \sum_{m=1}^N a_{Ro} \cos(n(\theta_k - f_r t) + \phi_{Ro}) \quad (10)$$

$$D_k(f_b t) = D + \sum_{n=0}^N a_{bkn} [\cos(n2\pi f_b t + \phi_{bkn}) + \cos(n(2\pi f_b t + \pi) + \phi_{bkn})] \quad (11)$$

여기서, N 은 waviness 차수를 의미하며 a_{index} 와 ϕ_{index} 는 차수별 크기와 위상을 의미한다. 그리고 θ_k 와 f_b 는 시간의 변화에 따른 waviness의 위치각과 볼의 자전속도를 의미한다.

$$\theta_k = f_c t + 2\pi(k-1)/Z \quad (12)$$

$$f_c = \frac{f_r}{2} \left(1 - \frac{D}{d_m} \cos \alpha \right) \quad (13)$$

$$f_b = \frac{f_r d_m}{2D} \left[1 - \left(\frac{D}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right] \quad (14)$$

식 (13)에서 f_c 는 볼의 공전속도 또는 케이지의 회전속도이며, f_r 과 d_m 은 각각 베어링 내륜의 회전속도 및 피치직경(pitch diameter)을 의미한다.

2.2 비선형 힘 평형 방정식

외력이 베어링 내륜에 작용한다면 볼과 궤도륜의 접촉력과 접촉각에 따라 각 방향은 힘 평형이 이루어진다. 이것은 내재된 궤도륜의 waviness 표면과 임의시간에 위치하는 각각의 볼과의 상호 작용에 의해서 발생하는 힘과 탄성변형과의 평형을 의미한다.

베어링에 작용하는 외력과 더불어 볼과 궤도륜의 waviness에 기인하여 발생하는 경방향 및 축방향의 평형 위치는 내륜이 회전하는 시간마다 변하게 된다. 그러므로 외력과 베어링 구성요소의 waviness를 고려한 힘 평형 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$F_x = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \alpha_k \cos \theta_k \quad (15)$$

$$F_y = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \alpha_k \sin \theta_k \quad (16)$$

$$F_z = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin \alpha_k \quad (17)$$

여기서, 첨자 x, y 는 경방향을 의미하고, z 는 축방향을 의미한다. 식 (15) ~ (17)는 각 방향의 변위 x, y, z 에 관한 비선형 방정식이므로, 다음과 같이 Newton-Raphson반복법에 의하여 해를 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_i - J^{-1}(x, y, z) \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix}_i \quad (18)$$

식 (18)에서 $J(x, y, z)$ 는 강성행렬 또는 Jacobian matrix로서 식 (19)와 같다.

$$J(x, y, z) = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial x} & \frac{\partial F_x}{\partial y} & \frac{\partial F_x}{\partial z} \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} & \frac{\partial F_y}{\partial y} & \frac{\partial F_y}{\partial z} \\ \frac{\partial F_z}{\partial x} & \frac{\partial F_z}{\partial y} & \frac{\partial F_z}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

해당 편미분 항은 식 (20)~(28)에서 보여준다.

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos^2 \alpha_k \cos^2 \theta_k + \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin^3 \alpha_k \cos^2 \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos^2 \alpha_k \cos \theta_k \sin \theta_k + \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin^3 \alpha_k \cos \theta_k \sin \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos \alpha_k \sin \alpha_k \cos \theta_k - \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin \alpha_k \cos^2 \alpha_k \cos \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial x} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos \alpha_k \sin \alpha_k \cos \theta_k - \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \alpha_k \sin^2 \alpha_k \cos \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (26)$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos^2 \alpha_k \cos \theta_k \sin \theta_k + \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin^3 \alpha_k \cos \theta_k \sin \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (23)$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial y} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos \alpha_k \sin \alpha_k \sin \theta_k - \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \alpha_k \sin^2 \alpha_k \sin \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (27)$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial y} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos^2 \alpha_k \sin^2 \theta_k + \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin^3 \alpha_k \sin^2 \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (24)$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \sin^2 \alpha_k + \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos^3 \alpha_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (28)$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{1/2} \cos \alpha_k \sin \alpha_k \sin \theta_k - \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin \alpha_k \cos^2 \alpha_k \sin \theta_k \frac{1}{\Delta_{zk}} \quad (25)$$

식 (18)에서 구해진 각 방향의 변위는 내륜이 회전하는 시간동안 변화되는 내륜의 움직임을 의미한다. 즉, 시간에 따라 변형되는 x, y, z방향의 내륜 진동을 의미한다. 이러한 진동에 대해 FFT(fast Fourier transform)를 취함으로써 주파수 영역으로 변환되어 베어링에서 유발되는 진동성분들을 파악할 수 있다. Fig. 2는 비선형 힘 평형 방정식의 수치해석 흐름을 보여준다.

Newton-Raphson 반복법의 허용오차는 10^{-8} %로 하였으며, 시간에 따른 베어링의 진동을 구하기 위한 시간간격은 1.2×10^{-4} sec로 두고 해석하였다.

3. 베어링의 피로수명

볼 베어링의 주된 파손 원인은 회전으로 인하여 볼과 레도륜에 반복적으로 가해지는 하중에 의한 재료의 피로 파괴이다. 베어링에서 발생하는 피로 현상으로는 플레이킹(flaking), 스폐링(spalling) 등이 있으며, 베어링의 수명은 내륜, 외륜 및 볼에서 이러한 피로 현상이 최초로 발생할 때까지의 회전 수나 주어진 회전속도에서 운전시간으로 표시한다. 이 논문에서는 베어링의 기본 설계 관점에서 전통적으로 널리 사용되는 Lundberg-Palmgren⁽¹⁾의 피로수명식을 이용하였다. Lundberg-Palmgren은 베어링의 파손원인을 접촉 표면하에서 구름 방향과 평행한 최대 전단응력으로 인해 피로 크랙이 발생

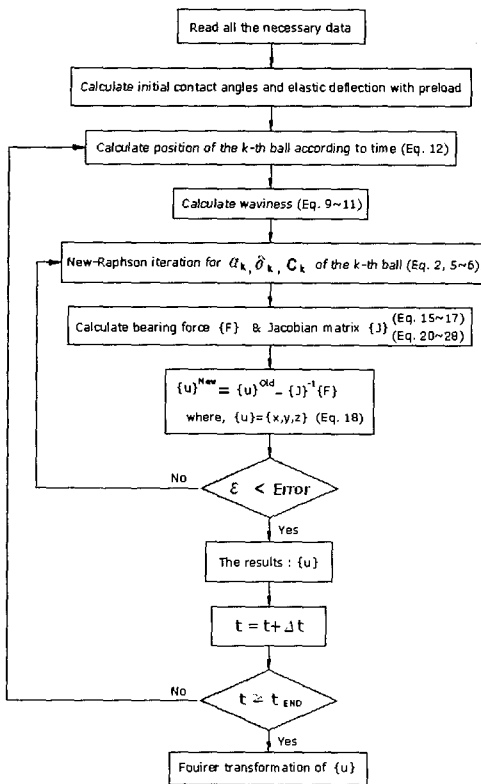


Fig. 2 The flow chart of numerical analysis

하고, 이의 진전에 의해 접촉면에 피로파괴가 발생한다는 최대 전단 응력설을 제안하였다. 그리고 수많은 베어링 피로수명 실험과 통계적 기법을 이용한 Weibull⁽³⁾ 이론을 기초로 하여 베어링의 생존확률(S)을 가정하였다.

$$\ln \frac{1}{S} \propto \frac{\tau_o N^e}{z_o^h} V \quad (29)$$

여기서, τ_o 는 최대 전단응력, z_o 는 최대 전단응력이 작용하는 깊이, N 은 반복응력 수($\times 10^6$), V 는 응력을 받는 체적, c, h 는 실험 계수, e 는 Weibull 분포의 기울기이다. 식 (29)로부터 90%의 베어링이 10^6 회전후 생존할 수 있는 하중의 개념으로 동정격 하중(Q_c)이 정의되고, 수명(L)과 작용 하중(Q)과의 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$QL^{(3e/c-h+2)} = Q_c \quad (30)$$

식 (30)에서 계수 e, c, h 값은 각각 수많은 실험 결과로부터 도출된 10/9, 31/3, 7/3 값이며, 이를 이용하여 ISO 281⁽⁶⁾에서 규정한 기본 정격 수명 식은 다음과 같다.

$$L(\text{million rev.}) = \left(\frac{Q_c}{Q}\right)^3 \quad (31)$$

여기서, 기본 동정격하중(Q_c)은 베어링의 기하학적 형상을 이용한 접촉응력 해석을 단순화 하여 식(32)로부터 계산된다.

$$Q_c = 98.1 \left(\frac{2f_\xi}{2f_\xi - 1}\right)^{0.41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1.39}}{(1 \pm \gamma)^{1/3}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha}\right)^{0.3} D^{1.8} z^{-1/3} \quad (32)$$

여기서, $\gamma = D \cos \alpha_o / d_m$ 이며, ξ 는 i 또는 o 로서 각각 볼-내륜과 볼-외륜 접촉에 대한 것이다. 베어링에서는 각각의 볼에 작용하는 하중이 다르기 때문에, 수명을 계산할 때 각각의 전동체 하중으로부터 등가 하중을 계산해야 한다. 문헌 (1)에 의하면 점 접촉인 경우 3승 평균 하중이 실험 결과와 잘 일치한다고 보고되고 있다. 즉, 회전륜인 내륜과 비회전륜인 외륜에 대한 동등가하중(Q_{eq})은 식 (33)~

(34)로 계산된다.

$$Q_a = \left(\frac{1}{z} \sum_{i=1}^z Q_{ai}^3\right)^{1/3} \quad (33)$$

$$Q_{ao} = \left(\frac{1}{z} \sum_{i=1}^z Q_{oi}^{10/3}\right)^{3/10} \quad (34)$$

동정격하중과 동등가하중으로 부터 베어링의 피로 수명은 식 (35)~(36)로 구할 수 있으며, 볼 베어링 전체수명은 확률의 곱셈 법칙에 의해 식 (37)로 구할 수 있다.

$$L_i = \left(\frac{Q_a}{Q_i}\right)^3 \quad (35)$$

$$L_o = \left(\frac{Q_{ao}}{Q_o}\right)^3 \quad (36)$$

$$L_{10} = (L_i^{-10/9} + L_o^{-10/9})^{-9/10} \quad (37)$$

여기서, L_i, L_o 는 각각 볼-내륜 및 볼-외륜 접촉에 대한 피로수명을 의미하고, L_{10} 은 90% 신뢰도를 갖는 베어링의 피로수명이다.

4. 베어링과 하우징의 진원도

베어링이 하우징에 억지끼워맞춤 되었을 때 베어링 내륜 및 외륜 궤도의 진원도는 하우징 내경의 진원도 영향을 고스란히 받게 된다. 이 논문에서 진원도의 측정과 진동 해석을 수행하기 위하여, 실제로 미국 B사에서 사용하는 트랜스퍼 케이스 (transfer case)용 하우징에 베어링을 끼워 맞춤하여 그에 따른 영향을 평가하였다. 베어링 외경 및 하우징 내경의 가공치수와 재질은 Table 1과 같으며,

Table 1 Dimension and Material of each part

Bearing (6008 equivalent)		Housing	
Outer diameter	Material	Inner diameter	Material
$\varnothing 68$ +0 -0.012	STB2	$\varnothing 68$ -0.030 -0.080	Aluminum alloy

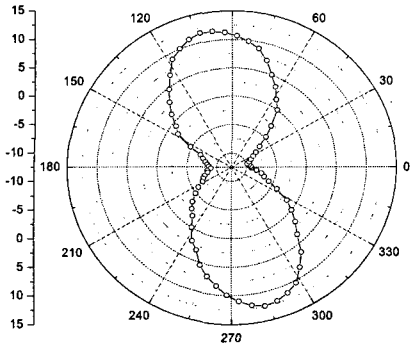


Fig. 3 Roundness of housing inner diameter

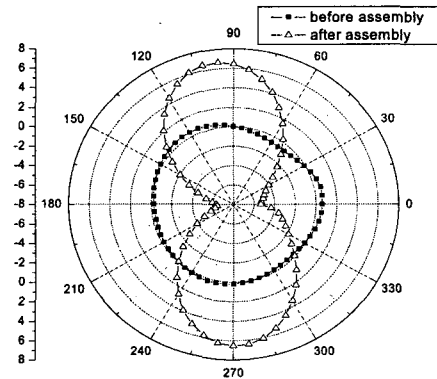


Fig. 4 Roundness of bearing inner raceway

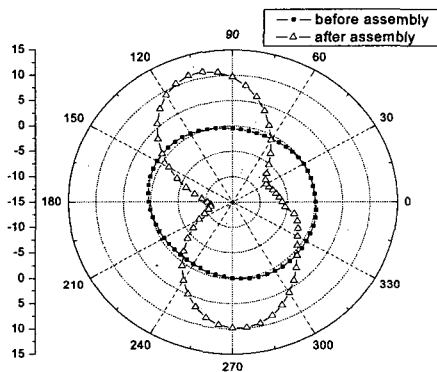


Fig. 5 Roundness of bearing outer raceway

Table 2 Roundness of each part

	Roundness of each part [μm]		
	Inner raceway	Outer raceway	Inner diameter of housing
Before assembly	1.42	1.98	21.69
After assembly	13.78	23.94	

waviness 측정은 궤도의 중앙부에서 원주방향으로 이루어졌다.

Fig. 3은 하우징 내경의 진원도 형상을 나타내며, Fig. 4와 Fig. 5는 각각 끼워 맞춤 전,후의 베어링 내륜 궤도와 외륜 궤도의 진원도 형상을 보여주고 있다. 여기서, 끼워 맞춤 후 내륜 궤도의 진원도 측정은 불가하여 내륜 내경의 진원도를 측정하였으며, 내륜 내경의 거칠기에서 발생된 고차 waviness 성분을 제거하고 이를 끼워 맞춤된 내륜 궤도의 진원

Table 3 Waviness component values obtained numerical solution for Fourier coefficient

Waviness order (n)	Inner raceway		Outer raceway	
	Before assembly (after assembly)		Before assembly (after assembly)	
	Amplitude (μm)	Phase (degree)	Amplitude (μm)	Phase (degree)
0	0.031 (0.362)	-	0.027 (0.243)	-
1	0.010 (0.093)	-74.5 (-60.4)	0.012 (0.227)	-59.4 (-69.5)
2	0.168 (6.123)	-23.2 (67.3)	0.749 (9.628)	-34.1 (54.9)
3	0.416 (0.634)	59.8 (76.4)	0.232 (2.043)	-42.0 (72.3)
4	0.152 (0.296)	45.7 (81.8)	0.059 (0.761)	-81.2 (66.5)
5	0.052 (0.090)	26.2 (-71.5)	0.027 (0.168)	35.8 (65.5)
6	0.018 (0.055)	-10.7 (-10.2)	0.022 (0.036)	0.2 (36.8)
7	0.010 (0.062)	-71.5 (12.8)	0.017 (0.092)	-17.3 (46.3)
8	0.010 (0.062)	69.8 (16.8)	0.014 (0.099)	-29.0 (44.4)
9	0.010 (0.058)	49.2 (15.7)	0.011 (0.089)	-38.1 (42.1)
10	0.009 (0.051)	34.6 (12.6)	0.009 (0.074)	-45.9 (40.4)
11	0.008 (0.045)	22.2 (8.5)	0.007 (0.060)	-53.0 (40.0)
12	0.007 (0.039)	10.8 (3.8)	0.006 (0.048)	-59.4 (41.0)
13	0.006 (0.034)	0.1 (-1.2)	0.005 (0.038)	-65.3 (44.2)

도로 가정하였다. 변화된 진원도는 약 10배 정도 크게 나타났으며, 이는 Table 2에서 보여주고 있다. 여기서, 내륜 내경의 진원도에도 영향을 미치는 것은 베어링의 내부틈새가 음의틈새로 변하면서 하우징 내경의 형상에 따라 전동체를 매개로한 내륜 궤도에 접촉하중이 발생하기 때문이다.

5. 진원도 형상의 수학적 모델

실제로 볼 베어링의 궤도론은 진원상태가 아니라, 제조상의 결함이라 볼 수 있는 진원도 형상과 상응하는 waviness를 갖고 있다. 이는 궤도부의 연마과정에서 회전면의 불균일성과 기계요소의 진동에 의해서 주로 발생한다. 베어링 궤도가 본래 갖고 있는 진원도 형상과 더불어 하우징에 끼워맞춤 되었을 때 변형되는 진원도 형상에 대한 수학적 모델의 표현은 정현(sine) 및 여현(cosine) 함수를 중첩하여 표현할 수 있다. 즉, 측정된 waviness 형상을 수치적 방법에 통해 waviness 차수별 크기와 위상을 도출할 수 있다. Table 3은 베어링이 하우징에 장착되기 전, 후의 waviness에 대해서, 차수별 크기와 위상을 13차까지 해석한 값이다.

1967년 Yhland⁽³⁾로부터, waviness 차수에 따라 발생하는 비반복적인 진동성분들에 관한 많은 연구결과들이 보고된 바 있다. Table 4는 그동안의 선행 연구에서 밝혀진 waviness 차수에 따라 발생하는 비반복적 진동성분들이다. 이러한 진동 성분들은 waviness 차수와 베어링 부품의 회전속도와 관계가 있음을 보여준다. 여기서 f_c 는 케이스의 회전속도로서 34.7 Hz로 계산되어지고, j 는 양의 정수를 의미한다.

Table 4 Relationship between waviness order and vibration frequencies

Parts	Waviness order	Vibration frequencies	Direction of motion
Outer raceway	$jZ \pm 1$	jZf_c	Radial
	jZ	jZf_c	Axial
Inner raceway	1	f_r	Radial
	$jZ \pm 1$	$jZ(f_r - f_c) \pm f_r$	Radial
	jZ	$jZ(f_r - f_c)$	Axial

6. 볼 베어링의 진동 및 피로수명

6.1 볼 베어링의 제원

진동해석을 수행하기 위한 볼 베어링의 제원과 수명해석을 실시하기 위한 하중조건은 Table 5에서 보여준다. 실제로 베어링에 작용하는 하중은 변속기의 기어비에 의존하지만 이 논문에서는 해석의 용이함을 위하여, 베어링 동정격하중의 20%를 축방향 하중으로 간주하고, 축방향 하중의 약 80%를 경방향 하중에 적용하여 해석을 실시하였다. 또한 베어링 궤도론의 waviness 영향만을 고려하고자, 모든 볼은 이상적인 진구로 가정하였다.

6.2 내륜 궤도의 waviness에 의한 진동

내륜 궤도에 진원도 형상을 고려한 waviness를 적용하여 베어링 단품 해석을 실시하면 내륜이 회전하는 시간에 따라 내륜은 진동을 하게 된다. Fig. 6과 Fig. 7은 각각 하우징에 베어링을 끼워 맞춤하기 전, 후의 경방향 및 축방향 주파수 영역의 진동을 나타낸다. Fig. 6에서 f_r 에 해당하는 80 Hz 성분은 내륜의 회전 속도에 해당하는 진동 성분으로서, 회전체의 불균형 질량에 의해서 대부분 발생되지만 1차의 waviness 성분에 의해서 발생함을 보여준다. 그리고 f_r 의 조화 성분에 해당하는 $2f_r$ 성분이 2차 waviness 크기로 인해 지배적으로 나타나고 이후의 조화성분들도 작게 존재한다. 또한 11차 및 13차 waviness로 인해 $Z(f_r - f_c) \pm f_r$ 에 해당하는 463Hz, 623Hz의 경방향 진동 성분이 발생한다. Fig. 7에서도 f_r 에 해당하는 80 Hz 성분이 작게 발

Table 5 Specification of the ball bearing

Parameter		Value
Ball diameter	D (mm)	7.9375
Number of balls	Z	12
Pitch diameter	d_m (mm)	54
Curvature ratio of IRW	f_i	0.507
Curvature ratio of ORW	f_o	0.532
Rotating speed	f_r (Hz)	80
Axial load	F_z (N)	3300
Radial load	F_x (N)	2600

생하며, 조화성분인 $2f_r$ 성분이 비교적 크게 존재한다. 또한 12차 waviness로 인해 $Z(f_r - f_c)$ 에 해당하는 543 Hz의 축방향 진동 성분이 발생한다. Fig. 6 및 Fig. 7에서 기위 맞춤 전, 후의 진동 크기를 비교해 보면 기위맞춤 후 모든 진동 성분은 전반적으로 크게 증가하며 전체 진동의 크기는 약 20배 증가하였다. 그리고 내륜 궤도의 2차 waviness 성분의 급격한 증가에 따라 $2f_r$ 진동성분이 두드러지게 증가하였다.

여기서 베어링 회전속도 f_r 의 조화성분들은 궤도 룬에 waviness가 내재된 상태에서 경방향 하중에 작용할 때 베어링 본래의 회전 중심이 편향(offset)

되어 회전함으로서 발생되어진다.⁽⁴⁾ 또한 n 차 waviness 성분의 크기(amplitude)로 인해 nf_r 성분의 진동 크기에 영향을 주게 된다. 이상의 진동 성분들은 Table 4에서 규명된 진동성분과 동일하다.

6.3 외륜 궤도의 waviness에 의한 진동

내륜 궤도에 waviness를 적용하여 해석한 방법과 동일하게 외륜 궤도에 waviness를 적용하여 베어링 단품의 진동해석을 수행하면 Fig. 8과 Fig. 9와 같다. Table 4에서 나타난 waviness 차수에 따라 발생하는 진동성분들을 살펴보면, Fig. 8에서 11차 및 13차 waviness로 인해 Zf_c 에 해당하는 416 Hz의 경방향 진동이 발생하며, Fig. 9에서 12차 waviness로

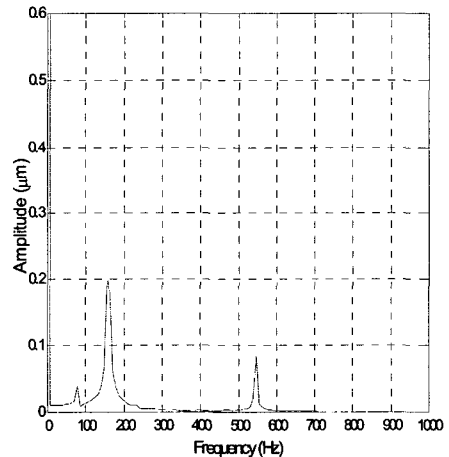
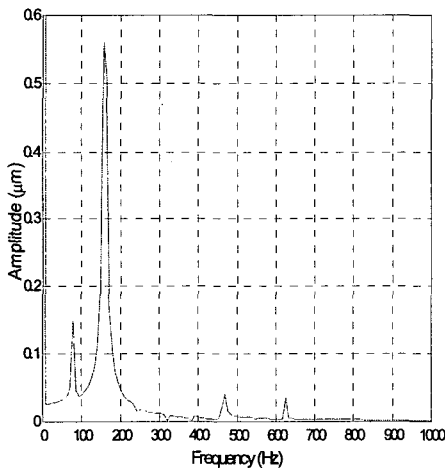
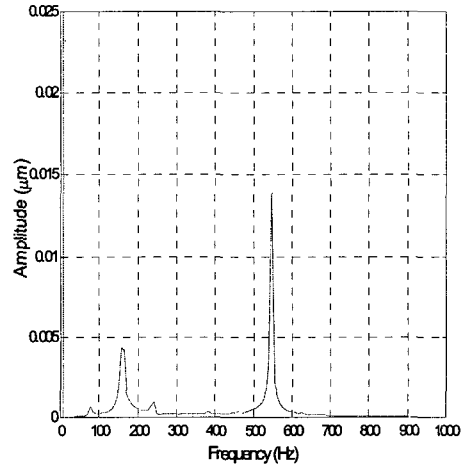
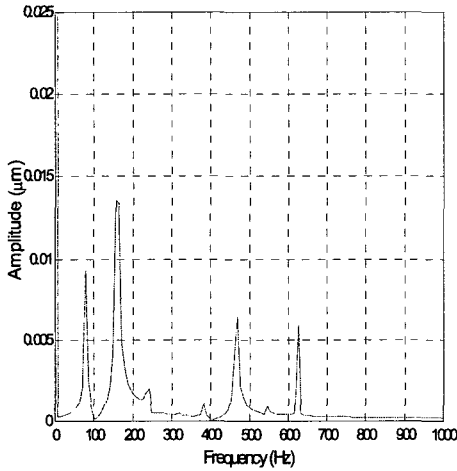


Fig. 6 Radial vibration spectrum before(upper) and after(lower) assembly due to inner race waviness

Fig. 7 Axial vibration spectrum before(upper) and after(lower) assembly due to inner race waviness

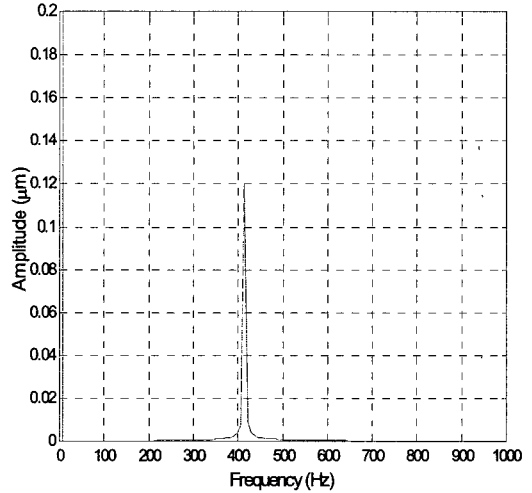
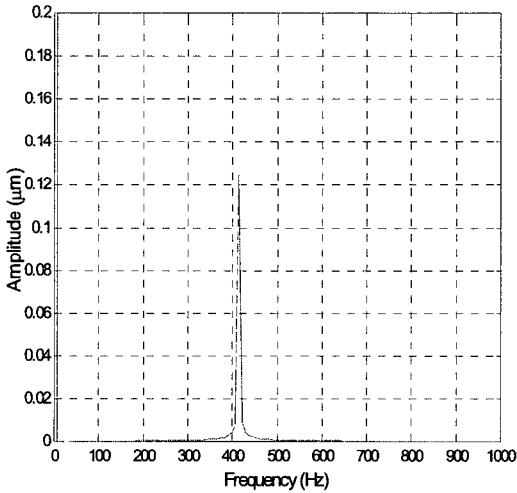
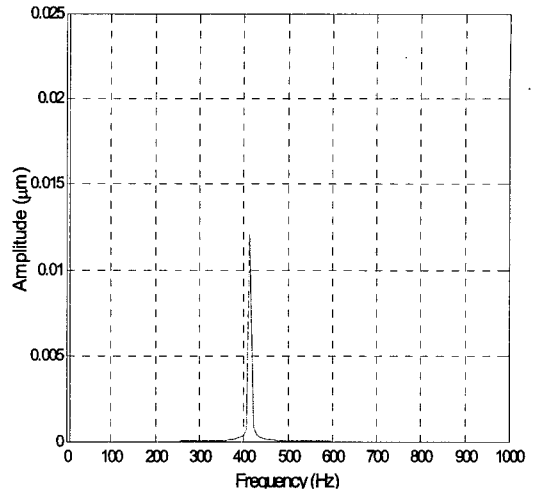
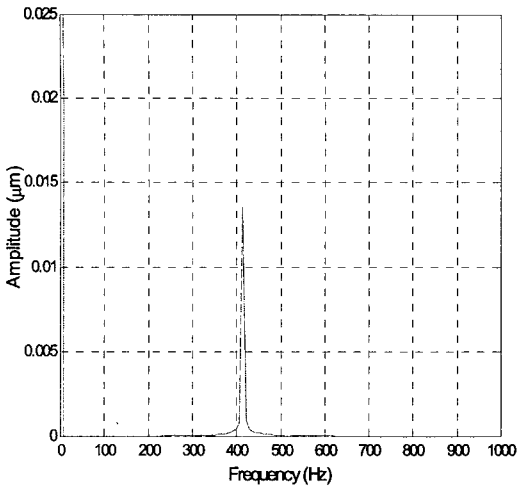


Fig. 8 Radial vibration spectrum before(upper) and after(lower) assembly due to outer race waviness

Fig. 9 Axial vibration spectrum before(upper) and after(lower) assembly due to outer race waviness

인해 Zf_c 에 해당하는 416 Hz의 축방향 진동이 발생한다. 베어링의 끼워 맞춤 여부에 따른 영향은 끼워 맞춤 후 베어링 진동이 끼워 맞춤 전보다 약 9배 정도 증가함을 확인할 수 있다.

6.4 볼 베어링의 피로수명

베어링 궤도를 이 이상적인 진원이 아니라 waviness가 내재되었을 경우를 고려한 90% 신뢰도를 갖는 이론적인 베어링의 피로수명 L_{10} 은 3절과 같은 방식으로 계산되어진다. Fig. 10은 베어링이 하우징에 끼워 맞춤 되기 전, 후의 베어링 단품에 대한 이론적인 L_{10} 수명으로서, 횡축은 시간을 의미

하고, 종축은 베어링의 수명에 해당하는 회전수(백만회전)를 의미한다. 여기서 시간과 회전수라 함은 베어링이 시간의 함수로 회전할 때 진원도 형상의 위치에 따라 볼 및 궤도에서 받는 하중조건은 달라진다. 즉, 진원도의 굴곡이 심한 부분에서는 그만큼 진동이 크고, 수명 감소를 초래하게 된다. 만약에 베어링의 모든 구성요소가 이상적인 진원이라 가정하고, Table 5에 제시된 하중조건을 베어링에 적용하여 L_{10} 수명을 계산하면 약 47×10^6 이 산출된다. 하지만, 베어링 궤도에 waviness를 적용하여 끼워 맞춤 전의 조건에서 수명을 계산하면 Fig. 10의 좌측에 있는 그래프와 같이 최소 수명이 약 46×10^6

회전수를 보이고, 하우징에 끼워 맞춘 조건에서 최소 수명을 산출하면 우측의 그래프와 같이 약 22.5×10^6 회전수의 수명이 산출된다. 즉, 베어링이 하우징에 끼워맞춤 되었을 때 하우징 내경 진원도의 영향을 받아 베어링 진동의 증가와 더불어 베어링의 피로수명이 50% 정도 감소하고 있음을 보여준다.

일반적으로 베어링의 실제 L_{10} 피로수명은 이론적인 수명보다 수배 이상의 영역에 속해 있다. 이는 베어링 재료의 발달과 더불어 베어링 가공정밀도의 영향을 받고 있지만, 주변 부품들의 정밀 가공에 대한 부분이 충족되어지지 않는다면, 보다 정밀한 축 시스템에서의 베어링 진동과 피로수명의 취약성은 상기와 같이 불가피하게 된다.

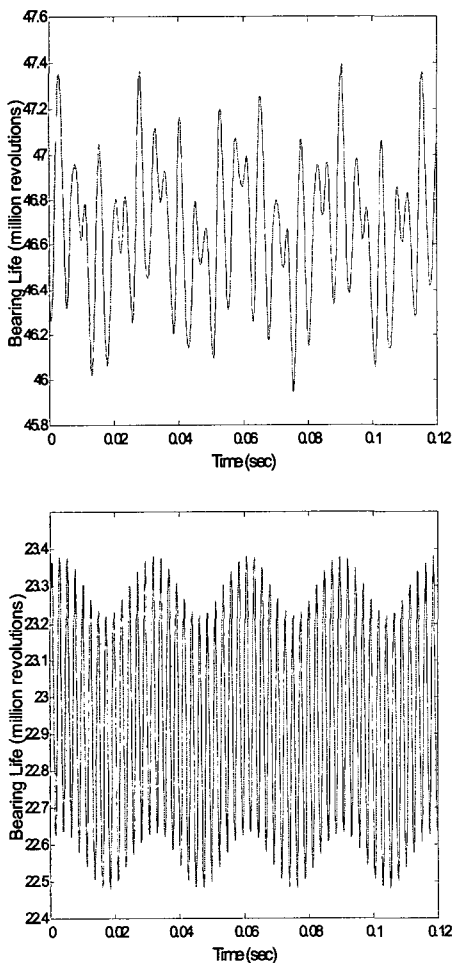


Fig. 10 Bearing L_{10} life before(upper) and after (under) assembly into housing

7. 결 론

이 논문에서는 베어링의 단품상태에서 궤도론의 waviness를 고려하여 베어링의 진동 및 피로 수명의 영향을 평가하였으며, 이와 더불어 베어링이 하우징에 억지 끼워맞춤 되었을 때 베어링에 미치는 진동 및 피로수명의 영향을 분석하였다.

(1) 볼 베어링 궤도와 하우징 내경에서 측정된 진원도를 수학적 모델이 가능하도록 waviness 차수에 따른 크기와 위상을 도출하였으며, 진동 및 피로수명을 예측하기 위한 3자유도 진동 해석 프로그램을 개발하였다.

(2) 베어링보다 비교적 가공정밀도 등급이 낮은 하우징에 베어링을 억지 끼워맞춤 하였을 때 베어링의 내륜 궤도에 의해서 발생하는 진동은 끼워맞춤 전의 진동보다 약 20배가 증가하였으며, 외륜 궤도에 의해서는 약 9배 정도 증가하였다. 이것은 정밀한 회전정밀도를 요구하는 축 시스템에서는 축 및 하우징의 가공정밀도를 고려해야 하는 중요한 요인이 된다.

(3) 베어링의 진동증가와 더불어 베어링의 이론적인 L_{10} 피로수명은 베어링을 하우징에 끼워맞춤 후에 50% 정도 감소하였다. 이러한 영향도 마찬가지로 주변부품의 가공정밀도를 고려해야 하는 주된 요인이다. 또한 하우징 내경의 과도한 진원도로 인하여 베어링의 끼워맞춤 간섭량과 하우징 재질에 따른 영향도 그만큼 커지게 된다.

참 고 문 헌

(1) Lundberg, G. and Palmgren, A. K., 1947, "Dynamic Capacity of Rolling Bearings," ACTA POLYTECHNICA, Mechanical Engineering Series 1, Royal Swedish Academy of Engineering Science, No.3. pp. 36~46.

(2) Weibull, W., 1956, "Scatter of Fatigue Life and Fatigue Strength in Aircraft Structure Materials and Parts," Fatigue in Aircraft Structure, N. Y., Academic Press, pp.126~145.

(3) Yhland, E. M., 1967, "Waviness

Measurement—An Instrument for Quality Control in Rolling Bearing Industry,” Proc. IMechE, Vol. 182, Part 3K, pp. 438~445

(4) Yhland, E. M., 1992, “A Linear Theory of Vibrations Caused by Ball Bearings with Form Errors Operating at Moderate Speed,” ASME, J. of Tribology, Apr, Vol. 114, pp. 348~359.

(5) Harris, T. A., 1991, Rolling Bearing Analysis, 3rd Ed., John Wiley & Sons, INC.

(6) ISO, 1985, “Explanatory Note on ISO 281/1-1977,” Technical Report 8646.

(7) Ono, K. and Takahasi, K., 1996, “Theoretical Analysis of Shaft Vibration Supported by a Ball Bearing with Small Sinusoidal Waviness,” IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, No.3, pp. 1709~1714.

(8) Ono, K. and Takahasi, K., 1996, “Theoretical Analysis of Shaft Vibration Supported by a Ball Bearing with Small Sinusoidal Waviness,” IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, No. 3, pp. 1709~1714.

(9) Akturk, N., Uneeb, M. and Gohar, R., 1997, “The Effects of Number of Balls and Preload on Vibrations Associated with Ball Bearings,” ASME, J. of Tribology, Vol. 119, pp. 747~753.

(10) Akturk, N., 1999, “The Effects of Number of Balls and Preload on Vibrations Associated with

Ball Bearings,” ASME, J. of Tribology, Vol. 121, pp. 667~677.

(11) Jeong, S. W. and Jang, G. H., 2001, “Analytical Theory of Ball Bearing Considering Waviness of Rolling Elements,” Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering. Vol. 11, No. 7, pp. 275~286.

(12) FAG Bearings Korea Corporation, 1999, Rolling Bearing Catalog WL 41 520/2 KA.

(13) Lee, Y. K., Choi, S. K., Yoon, K. C. and Lee, Y. S., 2003, “NRRO Analysis of 3.5inch HDD Spindle Ball Bearings utilizing the Measured Geometric Imperfection,” Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 585~591

(14) Lee, Y. K., Choi, S. K., Yoon, K. C. and Lee, Y. S., 2003, “Analysis of NRRO for Outer Ring Rotation Ball Bearings of 3.5 inch HDD Spindle Motors,” Inter-Noise, N296.

(15) Yoon, K. C., 2000, “Design Methods of Application-based Exclusive Ball Bearings Using Genetic Algorithms,” Ph.D. thesis, Department of Mechanical Design and Product Engineering, Hanyang University.

(16) Lee, Y. K., 2003, “Analysis of NRRO for Outer Ring Rotation Ball Bearings of 3.5 Inch HDD Spindle Motor,” M.E. thesis, Department of Mechanical Design Engineering, Chungnam National University.