韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 20집 제 2호, 2006. 5. 231-248

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 20, No. 2, May. 2006. 231-248

분석과 종합문제의 분류 기준에 대한 연구
-러시아 구세프의 수학교과서를 중심으로-

권 영 인 (경상대학교)
서 보 억 (계성중학교)

수학적인 사고에는 여러가지 유형이 있는데 그 중에서 가장 기본이 되는 사고유형이 분석과 종합이다. 이러한 사고유형을 담고 있는 분석과 종합문제는 수학문제의 가장 중요한 근간이라고 할 수 있다. 이러한 분석과 종합문제에 대한 체계적인 분석과 구체적인 논의를 위해 러시아의 구세프 교수가 편찬한 수학교과서를 중심으로 이러한 두 가지 유형의 문제에 대한 분석을 실시한다. 또한, 역사적으로 제시되어진 분석과 종합에 대한 다양한 문헌연구를 통해 두 가지 사고유형의 분류에 대한 기본적인 기준을 설정하고, 이를 바탕으로 분석문제와 종합문제에 대한 구체적인 분류기준을 제시하고자 한다.

I. 서 론

수학적인 사고에는 여러 가지 유형이 있다. 일반적으로 수학의 방법과 관련된 수학적인 사고를 나열한다면, 귀납적인 생각, 유추적인 생각, 연역적인 생각, 분석적인 생각, 통합적인 생각, 발전적인 생각, 추상화의 생각, 단순화의 생각, 일반화의 생각, 특수화의 생각, 종합적인 생각, 기호화의 생각 등이 있다. 이렇게 다양한 수학적인 사고 중에서 가장 기본적인 사고 유형을 선택하라고 한다면 일반적으로 분석적인 생각과 종합적인 생각을 선택한다. 실제로 한인기(1996)는 '수학적 사고에 대한 연구는 분석과 종합에 대한 연구로 모아지고 있다' 라고 밝히고 있다. 즉, 수학적 지식이나 새로운 내용의 발견과 탐구에 있어서 종합적인 생각과 분석적인 생각이 매우 중요하게 기여를 한다는 것이다. 수학교육분야에서 종합과 분석에 대한 논의는 유클리드의 원론에 제시된 종합적인 증명기술 방법, 파푸스의 분석법에 대한 고찰을 필두로 해서 현대의 폴리아와 라카토스에 이르기까지 폭넓고 깊이 있는 연구가 진행되어지고 있다.

수학과 교육과정은 수학교육목표를 달성하기 위하여 무엇을 선정해서 어떻게 조직하여 가르칠 것인가를 종합적으로 묶은 교육의 전체적인 계획이다. 즉, 수학교실 환경 속에서 학생들이 갖게 되는 모든 수학적인 경험과 수학활동의 총체로서 제시되어지는 것을 의미한다. 하지만, 아무리 합리적이고 체계적인 교육목표와 교육내용, 교육방법, 교육평가가 이러한 수학과 교육과정을 통해 교사들에게 소

* ZDM 분류 : D13
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 분석, 종합, 분류기준, 수학교과서

개되어지더라도 제시된 교육과정 그 자체로는 교육활동을 실시할 수 없다. 새롭게 제시되어진 교육과정을 학교현장에서는 교육과정이 아닌 수학교과서로서 인식하고 받아들이게 된다. 교육과정의 이상을 가장 잘 반영한 수학교과서가 가장 현실적인 수학과 교육과정이라고 볼 수 있다.

이처럼 수학적인 사고에서 분석과 종합적 사고에 대한 중요성은 이미 널리 알려져 있으며, 이러한 사고를 길러주기 위해 수학과 교육과정이 체계적으로 확립되어져야 한다고 생각하고 있다. 따라서, 수학과 교육과정의 가장 중요한 반영이 수학교과서이기 때문에 수학교과서에 나타난 종합과 분석에 대한 분명한 이해와 분석이 요구되어진다고 볼 수 있다.

종합과 분석과 관련된 선행연구를 살펴보면, 신정희(2005), 윤선자(2004), 이경숙(2003), 강지명(2003), 박완희(1995)는 분석적 활동을 이용한 증명 혹은 작도문제와 관련된 활동에 초점을 맞추고 있으며, 한인기(2001), 최윤자(2004)는 분석-종합적 활동에 대해 구체적인 사례를 들어 그 활동을 분석하고 있다. 강문봉(1992)은 역사적 순서로 중요하게 다루어진 분석법에 대한 폭넓은 접근을 소개하고 있다.

이처럼 많은 학자들에 의해 분석 및 종합과 관련된 다양한 연구 성과를 보여주고 있다. 그러나, 이러한 분석적 활동과 종합적 활동에 대한 연구성과에도 불구하고 분석과 관련된 문제와 종합과 관련된 문제에 대한 체계적인 분석 결과에 대한 구체적인 논의는 아직 활성화되지 못하고 있다. 따라서, 본연구에서는 분석 및 종합과 관련된 문제를 구체적으로 분류하고 체계적으로 그 분류기준을 제시하고자 한다. 이러한 연구의 원활한 진행을 위해 분석, 종합에 대한 문제를 체계적으로 분류한 교과서가 우리에게 요구되어진다. 우리의 연구방향에 부합하고 분석, 종합에 대한 문제를 구체적으로 분류한 교과서로 러시아의 Gusev의 실험용 교과서를 선택하였다. Gusev의 실험용 교과서는 학습자의 개인차를 고려한 수학교과서의 구현으로 볼 수 있으며, 이 교과서에서 제시되어진 연습문제는 종합, 분석, 표준문제, 학습문제, 창의적문제, 탐구문제로 분명히 구분되어져 있다고 한인기(2004)는 밝히고 있다.

본 연구에서는 러시아의 Gusev의 수학교과서를 바탕으로 분석과 관련된 문제, 종합과 관련된 문제를 구체적으로 분석하고 이것을 바탕으로 분석 문제와 종합 문제에 대한 실제적인 분류방법에 대한 규준을 제시하고자 한다.

II. 연구문제

분석과 관련된 문제와 종합과 관련된 문제의 분류기준을 제시하기 위해 본 연구에서는 다음과 같이 세 가지 연구문제를 제시한다.

첫째, Gusev 실험교과서에 나타난 종합과 관련이 있는 문제는 어떤 문제들로 이루어져 있는가?

둘째, Gusev 실험교과서에 나타난 분석과 관련이 있는 문제는 어떤 문제들로 이루어져 있는가?

셋째, 실험교과서에 나타난 분석과 관련된 문제와 종합과 관련된 문제를 분류하는 방법은 무엇이고, 이러한 방법에 대한 일반적인 분류기준은 무엇인가?

III. 용어의 정의

본 연구에서는 종합문제와 분석문제라는 용어를 사용하려고 한다. 종합문제는 종합적 활동과 관련된 문제이고 분석문제는 분석적 활동과 관련된 문제이다. 그런데, 종합과 분석에 대한 개념 정의가 수학교육에서 생각하는 것과 일반적으로 생각하는 것과 차이가 있다는 것이다.

러시아의 심리학자 페트로프스키는 다음과 같이 언급하면서 종합과 분석에 대해 정의를 내리고 있다. 인간의 사고는 분석과 종합에 힘입어 실재(reality)에 대한 결과를 일반화할 수 있으며, 실천적인 활동으로부터 파생되고, 감각지식으로부터 발전되기 시작하여 그 지식 한계를 뛰어넘게 된다. 분석이란 한 대상을 구성요소로 분리하는 것, 대상의 측면, 요소, 속성, 연관, 관계 등을 전체로부터 추상하는 것을 말한다. 종합이란 분석에 의해 분리된 요소들로 전체를 재건하는 것을 말한다. 종합과정은 인지하는 동안 대상으로부터 분리된 요소들을 통합하고 상호 관련시키는 것이다. 즉, 여러 요소들간의 연관성을 밝히는 작업이다. 분석, 종합적인 사고는 외부 현상들을 모두 설명할 수 있는 중요하고 특수한 사고법칙이다. (김정태, 1993)

이에 반해서 수학교육분야는 다른 의견을 지니고 있다. 편동중남(1992)은 '구하려는 것이 얻어졌다고 하면 어떤 사실이 성립하지 않으면 안되는가'라는 식으로 생각을 전개하는 것이 분석적인 사고라고 하였고, '주어진 조건으로부터 무엇을 말할 수 있는가, 또는 어떤 사실이 성립하는가 라는 방향으로 사고를 전개해 가는 것이 종합적인 사고' 라고 하였다. 즉, 수학교육분야에서의 종합적인 활동이라는 것은 문제해결이나 논리적 추론, 논증에서 주어진 것들로부터 구하는 것으로 향하는 인지적 활동을 의미하고, 분석적인 활동이란 구체적인 탐구활동의 출발점이 바로 구하는 것이 되는 인지적 활동을 의미한다고 볼 수 있다.

따라서, 본 연구에서는 종합적인 활동과 관련이 있는 문제를 종합문제로 정의를 내리고, 분석적인 활동과 관련이 있는 문제를 분석문제로 정의를 내린다.

IV. 분석문제와 종합문제의 분류기준 추출을 위한 문헌연구

무에서 유를 창조한다는 것은 쉬운 문제가 아니다. 분류기준을 설정하기 위해 분석문제와 종합문제에 관련된 선행연구를 검토하는 것은 의미 있는 일이다. 역사적으로 진행되어왔던 분석과 종합에 대한 논의로부터 일반적으로 받아들여진 하나의 일반화된 패턴을 찾고 그것을 바탕으로 Gusev의 실험교과서에서 보여지는 두 가지 유형의 문제를 분석하여 하나의 분류기준을 확립하는 것이 타당할 것으로 여겨진다.

따라서, 여기서는 여러 학자들에 의해 오랫동안 진행된 선행연구를 바탕으로 의미 있는 분류기준을 추출하고자 한다.

1. 파푸스의 분석법을 통한 분석문제와 종합문제의 분류기준 추출

문제해결에서 분석법과 종합법이 아주 오래전부터 사용되어져 오고 있다. 이것을 체계적으로 정리한 최초의 사람이 파푸스(Pappus)이다. 폴리아(Polya)는 그의 책 'How to solve it' 에서 다음과 같이 언급하고 있다.

'분석에서는 요구되는 것으로부터 시작하여 요구되고 있는 것이 옳다고 가정하고 그 결과로부터 다시 결과를 이끌어 내어, 종합에서 출발점으로 사용할 수 있는 점에 도달할 때까지 계속한다. 분석에서는 하도록 요구되고 있는 것을 이미 이루어진 것처럼 가정하는 것이다. 선행하는 어떤 것으로부터 바라는 결과가 유도될 수 있는가를 묻고 다시 그 선행자의 선행자는 무엇인가 묻기를 계속하여 결국 이미 알려져 있거나 참인 것으로 가정한 것에 이르게 된다. 이러한 절차를 분석 또는 거꾸로 풀기 또는 역행적 추론이라고 부른다.'

폴리아는 파푸스의 분석법을 '거꾸로 연구하기'라고 명명하고 그와 관련된 문제를 분석 문제라고 생각하였다.

이제, 여기서 파푸스의 분석법으로부터 분석문제의 분류기준으로 한 가지를 추출하고자 한다. 그것은 요구되는 것 즉, 결론의 존재 유무이다. 또한, 주어진 조건이 주어져 있느냐에 따라 종합문제의 분류기준으로 제시할 수 있겠다. 따라서, 주어진 조건으로부터 무엇을 말할 수 있고, 주어진 조건이 어떤 사실이 성립하는가 라는 방향으로 사고를 전개하는 것이 가능해야 한다.

2. 폴리아의 분석에 대한 입장에서 분류기준 추출

폴리아가 생각하는 분석은 다음과 같다.

'폴리아의 수학적 발견술의 예를 보면 그림을 그리고 적절한 기호 붙이기, 문제의 변형, 정의로 되돌아가기, 분해와 재결합, 유추하기, 일반화와 특수화, 보조요소 도입하기, 거꾸로 연구하기, 방정식 세우기 등이 있다. 이 중에서 거꾸로 연구하기가 분석과 관련된 발견술이라고 볼 수 있다. 즉, 이것은 구하고자 하는 것, 증명하고자 하는 것을 이미 찾은 것처럼, 증명한 것처럼 가정하고 그것이 무엇으로부터 비롯되는지, 그 원인이 무엇인지를 거꾸로 추적해 감으로써 이미 알고 있는 혹은 증명된 것에 도달할 때까지 계속하여 문제 해결의 실마리를 찾아가는 방법이다. 종합에서는 그 과정을 반대로 하여 분석에서 제일 마지막에 도달한 점, 즉 이미 알려져 있거나 참인 것으로 가정한 것으로부터 시작한다. 그로부터 분석에서 그에 선행한 것을 이끌어 내며 분석과정을 되밟아 가면서 마지막에 요구하는 것에 도달할 때까지 그러한 연역과정을 계속한다. 이러한 절차를 종합 또는 구성적 풀이 또는 점진적 추론이라고 부른다.'

폴리아의 위와 같은 생각은 분석문제와 종합문제에 적용한다면 분석은 계획을 세우는 것이고 종합은 그 계획을 실행하는 것으로서 그 둘 사이에 자연스러운 관계가 있음을 알 수 있다. 또한, '자연스럽게 분석이 먼저 이루어지고, 종합이 나중에 이루어진다' 라고 생각하고 있으며, '분석은 발명이고

종합은 실행이다' 라고 그는 표현하고 있다.

이제, 여기서 폴리아의 생각으로부터 종합문제와 분석문제의 분류기준으로 두 가지를 추출하고자 한다. 하나는, 계획을 세우는 것(발명)과 관련되는 것인지 아니면 계획을 실행하는 것과 관련되는 것이냐의 문제이다. 다른 하나는 창의적인 것을 요구하는 것인지 아니면 주어진 알고리즘에 순응하는 것인지를 분류기준으로 제시하겠다.

3. 페트로프스키의 사고의 유형으로부터 분류기준 추출

분석은 한 대상을 구성요소로 분리하여 전체로부터 범주화시켜 추상하는 것을 말하고, 종합이란 분리된 요소들을 통합하고 상호 관련시키는 것이다.

여기서 페트로프스키로부터 분석문제의 분류기준으로 한 가지를 추출하고자 한다. 그것은 범주화 시키느냐 아니면 관계성을 요구하느냐를 분류기준으로 제시할 수 있다.

4. 유클리드의 원론에 사용된 전개방식으로부터 분류기준 추출

유클리드는 어떤 정리를 증명하기 위해 타당성이 이미 알려진 명제들, 문제의 가정에 기초하였다. 얻어진 명제로부터 새로운 결과를 얻는 과정을 반복하여 최종적으로 증명하려는 명제에 도달할 때까지 이러한 과정을 반복하였다. 이러한 방법을 우리는 종합적 방법이라고 할 수 있다. 이와 반대로 증명하려는 명제를 옳다고 혹은 증명된 것으로 받아들이고 이로부터 새로운 결론을 얻는 과정을 반복하여 참임이 알려진 결론을 얻을 때까지 계속한다. 이것을 분석적 방법이라고 하는데 유클리드는 이러한 방법을 전혀 사용하지 않고 있다.(한인기, 2003)

이제, 여기서 유클리드의 원론의 전개방식으로부터 분류기준 한 가지를 추출하고자 한다. 그것은 옳은 것을 밝히는 방법으로 순차적이냐 아니면 귀납적이냐에 따라 종합문제와 분석문제로 분류할 수 있다.

V. 실험교과서에서의 분석문제와 종합문제의 분석

1. 선행연구를 통해 본 분석문제와 종합문제의 고찰

첫째, 종합문제에 대해 살펴보자. 한인기(2004)는 Gusev의 실험교과서에 대한 고찰에서 다음과 같은 유형을 종합문제로 예시하고 있다.

[종합1] 정 n각형이 주어져 있다.(단, n은 3이상의 자연수) 이 모든 정다각형에서 각과 변이 가지는 성질은 어떤 것이 있는가? 정 n각형은 몇 개의 대각선을 가지는가?

서보억(2005)은 수열단원에 대한 개인차를 고려한 연구에서 다음과 같은 유형을 종합문제로 제시하였다.

[종합2] 다음 수식의 값을 구하여라.

$11^3+12^3+13^3+\cdots+20^3$

[종합3] 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)$ (2) $\sum_{k=1}^{n} k^2(k-2)$

구세프(Gusev)의 실험교과서에서의 종합문제에 대해 다음과 같은 언급을 하고 있다. 종합문제는 결론을 스스로 만들도록 학습하는 것, 결론을 도출하는 것, 문제의 조건으로부터 결론을 유도하는 것과 관련된 문제이다.(Gusev, 2005)

둘째, 분석문제에 대해 살펴보자. 한인기는 Gusev의 실험교과서에 대한 고찰에서 다음과 같은 유형을 분석문제로 예시하고 있다.

[분석1] 주어진 원에 모든 변의 길이가 같은 다각형이 외접하고 있다. 이 다각형은 정다각형이 되는가?

서보억은 수열단원에 대한 개인차를 고려한 연구에서 다음과 같은 유형을 분석문제로 제시하였다.

[분석2] $2^{n-1}(2^n-1)$ **과 같이 나타내어지는 수는 이차도형수 중에서도 육각수임을 증명하여라.**

[분석3] 집합 $S=\{1^3,2^3,3^3,\cdots,n^3\}$ **이 있다. 이 때, 집합 S의 모든 부분집합들에 들어 있는 모든 원소들의 총합은** $2^{\alpha}(n^2+n)^{\beta}$**이다. 이때,** $\alpha+\beta$**의 값은 ?**

구세프의 실험교과서에서의 분석문제에 대해 다음과 같은 언급을 하고 있다. 분석문제는 그것의 원인을 이끌어 내도록 하는 것, 자기조절과 자기통제 및 스스로 생각하도록 하는 것이 가능하도록 제시되어진 좀 더 어려운 문제들로, 이들 문제에서는 문제의 조건으로부터 결론을 얻는 것 뿐만 아니라 그러한 결론의 도출에 대한 원인을 규명해야 하는 것과 관련된 문제이다.(Gusev, 2005)

2. 구세프의 기하학 교과서 문제 모음집으로부터 종합문제와 분석문제의 분석

구세프의 기하학 교과서 문제 모음집으로부터 다음 여덟 가지 유형으로 종합문제와 분석문제를 분류하였다. 각각의 문제가 하나의 기준으로 묶을 수는 없지만 가장 유사한 방법으로 범주화시키려는 시도를 하였다. 물론, 한 문제가 종합문제와 분석문제 둘 다 속하는 문제도 있지만 분류라는 입장에서 이원화하는데 노력하였다.

가. 결론이 주어져 있지 않은 문제와 결론이 주어진 문제

아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제1>

문제1.115) 정육면체에서 임의의 한 꼭지점을 지나는 평면을 생각해 보자. 이 한 꼭지점을 지나고 정육면체의 다른 꼭지점을 지나는 평면의 개수는 모두 몇 개인가? (단, 한 평면이 다른 평면에 포함되거나 일치하는 경우는 한 개로 본다.)

문제9.1) 다음 빈칸에 알맞은 말을 채워 넣어라.

주어진 점으로부터 ....점들을 모두 모아 놓은 집합을 우리는 ....이라고 부른다.

주어진 점으로부터 ....점들과 그 내부에 있는 모든 점들을 모아 놓은 집합을 우리는 ....이라고 부른다.

<분석문제1>

문제7.260) 세 각이 직각이 되는 사다리꼴이 존재하는가? 세 각이 예각인 사다리꼴은 존재하는가? (한쌍이 평행인 사각형만을 사다리꼴로 본다.)

문제7.261) 두 변의(세변, 네변) 길이가 같은 사다리꼴은 존재하는가?

문제7.262) 대각선의 길이가 같은 사다리꼴은 존재하는가?

일반적으로 종합문제는 주어진 조건으로부터 결론을 이끌어내는 것과 관련이 된다. <종합문제1>의 문제1.115)에서 보듯이 주어진 모든 조건을 충족시키면서 그 결과를 찾아가는 문제이다. 문제9.1)은 용어의 정의를 물어보는 형식으로 정의 자체를 결론으로 볼 수 있는데 이 결론을 찾아내는 문제이다.

이에 비해 <분석문제1>은 문제7.260)~문제7.262)에서 보듯이 사다리꼴이 존재하는가? 라는 물음이 주어져 있다. 이 문제를 해결하기 위해서는 사다리꼴이라는 주어진 결론에서부터 출발하여 주어진 조건에 해당되는지를 확인하면서 문제를 해결하는 문제이다.

나. 점진적 추론이 요구되는 문제와 역행적 추론이 요구되는 문제

아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제2>

문제8.2) 사각형, 오각형, 육각형, n각형이 있다. 한 개의 꼭지점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 몇 개인가?

문제8.3) 사각형에는 몇 개의 대각선이 있는가? 오각형에는 몇 개의 대각선이 있는가? 육각형에는 몇 개의 대각선이 있는가? n각형에는 몇 개의 대각선이 있는가?

<분석문제2>

문제2.48) 보이는 부분이 다음과 같이 되도록 정육면체를 배치할 수 있는가? 각각의 경우에 가능하다면 어떻게 배치하면 되는지 기술하여 보아라.

1. 보이는 것이 오직 단 한 개의 면만이 보이도록 배치하기

2. 오직 두 개의 면이 보이도록 배치하기

3. 오직 세 개의 면이 보이도록 배치하기

문제8.47) 다각형에서 예각은 최대 몇 개를 가질 수 있는가?

<종합문제2>에 주어진 문제8.2)와 문제8.3)를 한 문제로 생각해 보자. 주어진 조건은 사각형, 오각형, 육각형, n각형이다. 각각의 한 꼭지점에서 그을 수 있는 꼭지점의 개수를 찾는다. 그리고 이것을 바탕으로 전체 대각선의 개수를 점진적으로 연역적인 사고과정을 거쳐 해결해 가는 문제이므로 점진적 추론에 의한 문제라고 볼 수 있다.

<분석문제2>에 주어진 문제2.48)은 한 개의 면, 두 개의 면, 세 개의 면 만이 보인다고 가정하고 문제해결을 시도하여야 한다. 예를 들어, 두 개의 면이 보인다고 가정하여 보자. 그렇다면, 보이는 두 개의 면을 A, B라고 설정하고 그 면만이 보인다면 어떻게 배치할 수 있는가에 대한 거꾸로 풀기가 요구되어지는 문제이다. 문제8.47)에서 예각의 최대 개수를 해결하기 위해서는 삼각형인 경우, 사각형인 경우 등으로 나누어 각각의 경우에 대해 역행적 추론 절차를 거쳐 문제를 해결하는 것이 타당하다.

다. 주어진 계획을 실행하는 문제와 계획을 수립하는 문제

아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제3>

문제6.85) 합동인 삼각형 ABC와 $A_1B_1C_1$이 있다. 다음 물음에 답하여라.

(1) AB=5cm, ∠A=90°일 때, A_1B_1의 길이와 ∠A_1의 크기는?

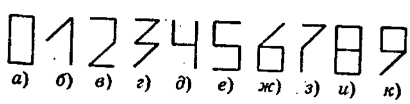
(2) AB=2cm, BC=4cm, CA=8cm 일 때 삼각형 $A_1B_1C_1$의 세 변의 길이는?

(3) ∠A=34°, ∠B=56°일 때, ∠C의 크기와 삼각형 $A_1B_1C_1$의 세 각의 크기는?

(4) $\angle A_1 = 76°$, $A_1B_1 = 10cm$, $C_1A_1 = 5cm$일 때, ∠A의 크기와 AB, CA의 길이는?

문제4.3) 그림에서 단순한 연결로 되어져 있는 것을 모두 찾아라.

문제4.4) 그림에서 단순, 닫힌 연결로 되어져 있는 것을 모두 찾아라.



<분석문제3>

문제5.11) 정육면체의 꼭지점을 방향으로 가지는 서로 다른 반직선은 모두 몇 개나 만들 수 있겠는가?

<종합문제3>에서는 주어진 정리를 적용하여 그 정리에 합당한지 아닌지를 확인하는 문제로서 주어진 계획을 실행하는 문제로 볼 수 있다. <분석문제3>은 주어진 틀에 적용하는 것이 아니라 자신의 경험을 바탕으로 계획을 수립하여 주어진 결론에 도달하는 문제이다. 비록 결론에서부터 출발하는 문제는 아니지만 자신의 풀이 전략을 수립하는 문제는 Gusev는 분석문제로 취급하고 있다.

라. 알고리듬에 의해 해결되어지는 문제와 창의적이고 독창적으로 해결되어지는 문제

아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제4>

문제3.29) 두 점 사이의 거리가 12cm 이라면 몇 mm 인가?

문제3.30) 두 점 사이의 거리가 9mm 이라면 몇 cm 인가?

문제3.31) 두 점 사이의 거리가 54cm이라면 몇 dm인가? 또 몇 m인가?

문제3.32) 두 점 사이의 거리가 54dm이라면 몇 cm인가? 또 몇 m인가?

<분석문제4>

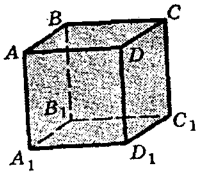
문제1.77) 다음 질문에서 문장이 완성되어지도록 빈칸에 알맞는 말을 채워넣어라.

1. 만약에 공통점을 가지지 않는 공간상의 두 직선이 있다면, 그들은.................

2. 만약에 한 평면에 포함되지 않는 두 직선이 주어진다면, ...

3. 만약에 사각형ABCD가 정사각형이면, 직선AB와 직선CD는 ....

4. 그림가 같이 정육면체가 주어져 있다. 직선 ...... 는 직선 AA_1과 교점을 가지고 있고, 직선 AB와 CC_1은............ 이고, 따라서, ...



문제6.49) 다음 조건을 만족하는 평면상의 한 점이 존재하는가?

조건1. 삼각형의 외부에 존재한다.

조건2. 삼각형의 세 각의 외부에 속한다.

<종합문제3>에서는 주로 기하적인 요소와 관련하여 주어진 틀에 적용하는 문제였다면 <종합문제4>는 대수적인 연산과 관련된 주어진 규칙에 적용하여 주어진 계획을 실행하는 문제로 설정하였다. 실제 주어진 계획을 실행하는 문제와 알고리즘에 따른 사고 문제는 유사하지만 풀이 과정에서 다루어지는 영역에 따라 분류한 것으로 볼 수 있다. <분석문제4>독창적인 사고능력을 활용하는 문제를 다루고 있다.

마. 주어진 조건과 새로운 조건들의 상호관계성을 찾는 문제와 범주화시키는 문제
아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제5>

문제7.2) 평행사변형의 정의를 이용하여 정사각형의 정의를 내려보아라.
마름모의 정의를 이용하여 정사각형의 정의를 내려보아라.
사각형의 정의를 이용하여 정사각형의 정의를 내려보아라.
문제8.41) 그림8.17은 다각형을 나타내고 있다. 다음 물음에 답하여라.
(1) 이 다각형에는 몇 개의 내각이 있는가?
(2) 이 다각형에는 몇 개의 변이 있는가?
(3) 앞의 두 문제(1),(2)로부터 어떤 결론을 이끌어 낼 수 있는가?

<분석문제5>

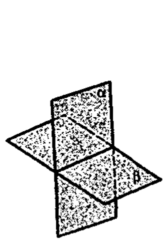
문제6.7) 삼각형과 임의의 한 직선은 어떤 위치관계가 있을 수 있는가?
문제6.8) 삼각형과 임의의 한 평면은 어떤 위치관계가 있을 수 있는가?

<종합문제5>의 문제유형을 보면 주어진 조건들과의 관련성을 맺는 것과 깊은 관계가 있다. 문제7.2)에서는 마름모라는 조건 혹은 사각형이라는 조건으로부터 새로운 조건을 추가하여 정사각형이 되기 위한 조건과 상호관련성을 맺어 가는 문제이다. 문제8.41)에서는 n각형의 변의 개수, n다각형의 내각의 개수라는 서로 다른 조건으로부터 n각형에서의 n과 내각과 변의 개수사이의 상호관련성을 맺어 가는 유형의 문제이다.

<분석문제5>에서는 문제6.7)과 문제6.8)은 삼각형과 직선의 위치관계는 삼각형과 평면과의 위치관계와는 다른 독특한 자신만의 상호관계를 가지고 있는데 그 관계를 찾는 문제이다. 자신의 고유한 속성을 분석하여 그 속성에 따라 범주화시켜나가는 활동과 관련된 문제이다.

바. 가정에서 결론을 유도하는 문제와 결론에서 가정을 이끌어내는 문제
아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제6>



문제1.113) 그림에서는 두 개의 평면 α, β 를 나타내고 있다. 이 두 평면의 공통된 점들은 어떻게 존재하고 있는가?
문제3.1) 직선 a가 주어져 있고, 그 위에 세 점이 있다. 이 직선 위에 몇 개의 선분을 얻을 수 있는가? 이들 선분들은 어떤 특성을 가지는가? 만약 점의 개수가 4개, 5개라면 이 문제는 어떤 답을 가지는가?

<분석문제6>

문제7.211) 마름모의 모든 꼭지점으로부터 등거리에 있는 점이 존재하는가?
마름모의 네 변으로부터 등거리에 있는 점이 존재하는가?

<종합문제6>에서 문제1.113)은 두 개의 평면이 만나고 있다는 가정으로부터 두 평면에 공통인 점들이 어떤 형식으로 존재하는지를 밝히는 문제이다. 문제3.1)은 직선 a위에 주어진 점의 개수로부터 선분의 개수를 찾아내는 문제이다. 따라서, 주어진 가정에서부터 결론을 이끌어내는 문제이다.

<분석문제6>에서는 임의의 사각형에서 등거리에 있는 점이 존재한다고 가정하고, 이 가정에 부합되는 사각형의 종류를 찾아가는 문제이다. 또한, 임의 사각형의 네 변으로부터 등거리에 있는 점이 존재한다는 가정으로부터 이 가정에 부합되는 사각형을 찾아가면 된다. 즉, 결론으로부터 이 결론에 해당되는 가정을 찾아가는 문제이다.

사. 주어진 것에서 어떤 것을 유도할 수 있는가를 묻는 문제와 결론도출의 원인을 묻는 문제

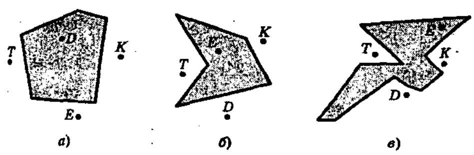
아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제7>

문제5.121) 세 직선이 한 점에서 만난다고 한다. 이 때 생기는 180°미만의 각은 모두 몇 개 인가?
문제7.256) 사다리꼴에서 서로 평행인 변은 모두 몇 개의 쌍이 존재하는가?
문제7.267) 측면에서 이웃하는 두 각의 크기의 합은 얼마와 같아지는가?

<분석문제7>

문제6.9) 정삼각형은 등변삼각형이라고 말할 수있는가? 그 이유를 설명하여라.
문제6.10) 등변삼각형은 정삼각형이라고 말할 수 있는가?
문제8.4) 그림에서 점 D와 K가 다각형의 동일한 영역(내부 혹은 외부)에 속하는 것은 어떤 그림인지 말하고, 또한, 점 E, T가 서로 반대영역(한쪽이 내부이면 다른 쪽은 외부)에 속하는 것은 어떤 그림인지 말하여라.



<종합문제7>에서 문제5.121)은 세 직선이 한 점에서 만난다는 조건으로부터 180°미만의 각의 개수를 유도하는 문제이다. 문제7.266)과 문제7.267)은 사다리꼴이라는 조건으로부터 평행한 변의 개수와 측면에 있는 이웃하는 두 각의 크기의 합을 연역적인 방법으로 유도해 낼 수 있다.

<분석문제7>은 왜 그러한 결론에 도달하는지 그 이유를 구체적으로 물어보는 문제이다.

아. 주어진 것과 개념에 대해 무엇을 알고 있는가와 이것을 위해 무엇을 알아야 하는가를 묻는 문제

아래의 문제는 이번 분류기준과 관련되어진 종합문제와 분석문제의 예시이다.

<종합문제8>

문제2.33) 당신이 알고 있는 평면도형을 불러 보아라.

문제2.34) 당신이 알고 있는 입체도형을 불러 보아라.

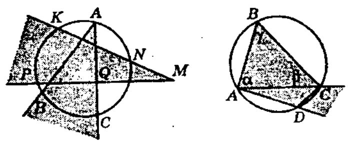
문제8.1) 당신이 아는 다각형에 대해 말해 보세요.

문제10.1) 그림의 왼쪽에서 원주각을 찾아라. 이 원주각의 꼭지점과 각을 만드는 변을 찾아라.

문제10.2) 그림의 오른쪽을 보고 물음에 답하여라.

(1) 각B, 각C, 각CAD를 만드는 호를 찾아라.

(2) 호BC, 호BCD가 만드는 원주각을 찾아라.



<분석문제8>

문제3.7) 두 선분이 서로 교차하고 있다고 주장하기 위해서는 우리는 무엇을 알는 것이 필요한가?

문제7.91) 어떤 사각형이 평행사변형이라고 주장하기 위해서는 사각형에서 무엇을 알아야 하는가?

문제8.69) 정다각형임을 보이기 위해서 어떤 것을 무엇을 알고 있어야 하는가?

문제10.4) ∠AMC와 ∠ATC는 같은 원에서의 원주각이다. 이 두각의 크기에 대해 말해 보아라.

<종합문제8>에서 문제2.33)과 문제2.34), 문제8.1)은 개념에 대해 무엇을 알고 있는가를 묻는 문제이고, 문제10.1)과 문제10.2)는 주어진 것으로부터 개념에 대해 구체적으로 알고 있는 지식이 분명한가를 물어보는 문제이다. <분석문제8>에서는 무엇을 알아야하는가를 물어보는 문제이다.

VI. 분류기준의 체계화

1. 분류기준에 대한 이해

앞의 연구에서 구세프의 교과서에 나오는 종합문제와 분석문제에 대한 여러 가지 분석결과들을 총 8가지로 살펴보았다. 이러한 분석결과를 보면 어떤 분명한 기분에 의해서 나누어졌다 라고 보기에는 어려운 점이 많다. 분석과 종합이라는 사고활동 자체가 독립적으로 일어나는 것이 아니듯이 문제의 분류도 많은 유사한 점을 가지고 있다는 것을 간과해서는 안 될 것이다. 게다가, 구세프는 그의

실험교과서에서 분석, 종합이란 용어를 직접적으로 사용하지 않고 있다는 것에 주의를 기울일 필요가 있다. 그의 교과서를 보면 ⇓ 표시가 있는 문제는 결론을 만들도록 학습하는 것이라고 설명하고 있으며, ⇑표시가 있는 문제는 그것의 원인을 이끄는 것이라고 설명하고 있다. 물론, 이 의미가 각각 종합과 분석을 의미하고 있지만 완전히 그렇다고는 볼 수는 없을 것이다. 즉, 앞에서 언급하였지만, 여기서 말하는 종합문제란 결론을 스스로 만들도록 학습하는 것, 결론을 도출하는 것, 문제의 조건으로부터 결론을 유도하는 것과 관련된 문제이며, 분석문제는 그것의 원인을 이끌어 내도록 하는 것, 자기조절과 자기통제 및 스스로 생각하도록 하는 것이 가능하도록 제시되어진 좀 더 어려운 문제들로, 이들 문제에서는 문제의 조건으로부터 결론을 얻는 것 뿐 만 아니라 그러한 결론의 도출에 대한 원인을 규명해야 하는 것과 관련된 문제이다.

그럼에도 불구하고 우리는 지금까지의 논의를 통하여 종합문제와 분석문제를 분류하는 체계화된 분류기준을 제시하고자 한다. 이 분류기준은 앞에서 제시한 여덟 가지 특성을 체계적으로 정리함으로써 설정하고자 한다.

이러한 문제의 분류에 앞서 우리가 하는 것이 문제와 관련되어 있다는 사실에 주의를 기울이자. 문제라는 것이 어떻게 분류되어지는지를 알아야 결국은 문제분류의 기준도 그에 따라 확립되기 때문이다. 본 연구에서는 문제분류의 기준으로 러시아의 수학자 깔야긴의 분류를 소개하고자 한다. 깔야긴은 문제를 구성하는 기본요소로 네 가지 즉, 주어진 것, 배경지식, 풀이 방법, 구해야 할 것을 제시하였다.(한인기, 1998)

첫째, 주어진 것은 출발점에 해당되는 것으로 문제에 제시되어진 주어진 조건이나 가정, 초기상태를 의미한다.

둘째, 배경지식은 문제의 해결과 관련되어져 있는 수학적인 지식, 이론적인 근거, 공리, 정의 , 정리등이 여기에 속한다.

셋째, 풀이절차는 주어진 것으로부터 구해야 할 것에 도달하는 방법 및 절차, 전략 등이 해당한다.

넷째, 구해야 할 것은 최종 결론에 해당하는 것으로 미지의 요소와 이들의 관계를 포함한다.

이러한 네 가지 구성요소로부터 각각의 구성요소의 유무에 따라 총 16가지의 문제분류가 가능하다.

2. 분류기준

앞에서 제시되어진 내용에서 볼 수 있듯이 Gusev의 교과서에 나타난 종합문제와 분석문제를 분석한 결과를 바탕으로 각각의 문제의 특성을 제시하면 다음 표와 같다.

종합문제의 특성	분석문제의 특성
결론이 주어지지 않았다.	결론이 주어져 있다.
점진적 추론을 사용한다.	역행적 추론을 사용한다.
주어진 계획을 실행하는 활동과 관련된다.	계획을 수립하는 활동과 관련된다.
알고리즘에 따른 문제해결이다.	창의적이고 독창적인 사고의 요구한다.
주어진 조건과 새로운 조건들의 상호관계성이다.	범주화시키느냐와 관계된다.
가정에서 결론을 유도해 가는 문제이다.	결론에서 가정을 이끄는 방식의 문제이다.
주어진 것으로 어떤 것을 유도할 수 있는가를 묻는다.	결론 도출의 원인을 묻는다.
주어진 것과 개념에 대해 무엇을 아는가를 묻는다.	이것을 위해 무엇을 알아야 하는가를 묻는다.

이것을 바탕으로 다음과 같은 분류기준을 제시하고자 한다.

분류기준1. 결론의 존재유무이다. 결론이 없으면 종합문제, 제시되었으면 분석문제이다.

분류기준2. 추론방법이 무엇이냐의 물음이다. 점진추론은 종합문제, 역행추론은 분석문제이다.

분류기준3. 창조적 재생이냐 아니면 기계적 재생적이냐의 물음이다. 기계적이면 종합문제, 창조적이면 분석문제이다.

분류기준4. 범주화인가 아니면 상호관계성이냐의 물음이다. 관계성이면 종합문제, 범주화이면 분석문제이다.

분류기준5. 원인을 찾느냐 아니면 결과를 찾느냐의 물음이다. 결과를 찾으면 종합문제, 원인을 찾으면 분석문제이다.

분류기준6. 정보의 처리냐 아니면 정보의 습득이냐의 물음이다. 정보를 습득하면 종합문제, 정보를 처리하면 분석문제이다.

3. 분류기준의 체계화

구분	분류기준1	분류기준2	분류기준3	분류기준4	분류기준5	분류기준6
핵심요소	제시된 것	추론방법	실행방법	범주/상호관계	인과성	정보의 처리
관련된 문제요소	주어진 것 구해야 할 것	풀이절차	배경 지식 풀이 절차	주어진 것 배경지식	주어진 것 배경지식	배경지식
종합문제 결정요소	주어진 것	풀이절차분석	풀이절차	요소들의 관계성	결과지향	지식의 저장
분석문제 결정요소	구해야 할 것	풀이절차분석	배경지식	요소들의 범주화	원인지향	저장된 지식의 재생

표에서 볼 수 있듯이 종합문제는 풀이절차, 주어진 것으로부터 결과를 찾으려고 하고, 주어진 것들 사이의 관계성을 통해 재생이라는 도구를 이용하여 결론에 도달하려는 활동과 관련되어져 있다. 문

제의 분류상으로 볼 때 풀이절차와 구해야 할 것과 깊은 관계를 맺고 있는 문제유형이다.

분석문제는 결과로부터 주어진 것을 찾으려고 하고, 주어진 것들과 배경지식을 범주화시켜서 창조적인 재생을 통해 원인과 이유를 규명하려고 하는 활동과 관계를 맺고 있는 문제유형이다.

VII. 결론 및 제언

1. 결론

종합과 관련된 활동이란 문제해결이나 논리적 추론, 논증에서 주어진 것들로부터 구하는 것으로 향하는 인지적 활동을 의미하고, 분석적인 활동이란 구체적인 탐구활동의 출발점이 바로 구하는 것이 되는 인지적 활동을 의미한다고 볼 수 있다. 따라서, 종합문제는 결론을 스스로 만들도록 학습하는 것, 결론을 도출하는 것, 문제의 조건으로부터 결론을 유도하는 것과 관련된 문제이고, 분석문제는 그것의 원인을 이끌어 내도록 하는 것, 자기조절과 자기통제 및 스스로 생각하도록 하는 것이 가능하도록 제시되어진 좀 더 어려운 문제들로, 이들 문제에서는 문제의 조건으로부터 결론을 얻는 것뿐 아니라 그러한 결론의 도출에 대한 원인을 규명해야 하는 것과 관련된 문제이다.

Gusev의 실험교과서를 통해 본 종합문제와 분석문제의 특성을 보면 다음과 같다. 종합문제는 결론이 주어지지 않았고, 점진적 추론을 사용하고, 주어진 계획을 실행하는 활동과 관련되고, 알고리즘에 따른 문제해결이고, 주어진 조건과 새로운 조건들의 상호관계성이 중요하고, 가정에서 결론을 유도해 가는 문제이고, 주어진 것으로 어떤 것을 유도할 수 있는가를 묻는 것과 관련되고, 주어진 것과 개념에 대해 무엇을 아는가를 묻는 특성을 가지고 있다. 분석문제는 결론이 주어져 있고, 역행적 추론을 사용하고, 계획을 수립하는 활동과 관련되고, 창의적이고 독창적인 사고를 요구하고, 범주화시키느냐와 관계되고, 결론에서 가정을 이끄는 방식의 문제이고, 결론 도출의 원인을 묻고, 이것을 위해 무엇을 알아야 하는가를 묻는 특성을 가지고 있다.

우리는 이것을 바탕으로 분류기준을 여섯 가지를 설정하였다. 첫째, 결론의 존재유무이다. 둘째, 추론방법이 무엇이냐의 물음이다. 셋째, 창조적 재생이냐 아니면 기계적 재생적이냐의 물음이다. 넷째, 범주화인가 아니면 상호관계성이냐의 물음이다. 다섯째, 원인을 찾느냐 아니면 결과를 찾느냐의 물음이다. 마지막으로 정보의 처리냐 아니면 정보의 습득이냐의 물음이다.

결론적으로 종합문제는 풀이절차, 주어진 것으로부터 결과를 찾으려고 하고, 주어진 것들 사이의 관계성을 통해 재생이라는 도구를 이용하여 결론에 도달하려는 활동과 관련되어져 있다. 문제의 분류상으로 볼 때 풀이절차와 구해야 할 것과 깊은 관계를 맺고 있는 문제유형이다. 분석문제는 결과로부터 주어진 것을 찾으려고 하고, 주어진 것들과 배경지식을 범주화시켜서 창조적인 재생을 통해 원인과 이유를 규명하려고 하는 활동과 관계를 맺고 있는 문제유형이다.

2. 제언

첫째, 수학적 사고에 대한 연구는 분석과 종합에 대한 연구로 모아지고 있는 것이 현실이다. 그런데. 대부분의 수학교과서나 학습참고서를 보면, 분석적 사고를 강조하는 문제는 빈약하고 종합적인 사고가 강조되는 경향이 있다고 한다. 이러한 경향에 대한 분명한 분석과 그 이유에 대한 연구가 필요하다고 생각되어진다. 구체적으로 초등학교 5, 6학년 수학교과서 및 익힘책에 대한 분석, 중학교 1, 2, 3학년, 고등학교 1학년 수학교과서에 대한 분석이 필요하다.

둘째, 창의적인 수학활동과 좀 더 밀접히 관련된 것이 분석적인 사고활동이다. 이러한 분석적 사고활동과 관련된 문제에 대한 보다 구체적인 문제의 개발과 학교현장에서 적용할 수 있는 자료개발이 필요하다. 이미 교사들은 주어진 문제에서 결과를 찾아가는데 익숙해져 있다. 새로운 자료를 개발하여 교사들에게 실제로 체험할 수 있는 실제적인 자료의 개발이 단원별로 요구되어진다. 구체적으로 중학교 닮음단원에서 분석문제 자료 개발 등이 필요하다.

셋째, 인간의 추론능력이 교육에 의해 바뀔 수 있다는 것이 일반적인 연구의 결과라고 한다. 예들 들면, 통계학 수업을 몇 개만 들은 학생들도 일상생활에서 보통사람들이 범하는 추론의 오류들을 덜 범한다는 것이다. 서로 다른 문화의 사람들은 태어나는 순간부터 특정한 사고의 습관을 가지도록 끊임없이 사회화될 것이고 그 결과 서로 다른 사고 습관을 가지게 될 것이다. 동양과 서양의 차이에 대해서는 놀라울 정도로 의견의 일치를 보고 있다. 예들 들면, 서양인들이 물리적 사물, 동물, 사람을 포함한 사물의 행동을 설명할 때 아주 분명한 규칙들에 의거한다고 한결같이 주장하고 있다. 그들은 범주화에 지대한 관심을 가지고 있고, 범주를 알게 되면 어떤 사물이 속하는 특정 범주를 지배하는 규칙을 사용하여 그 사물의 행동을 설명할 수 있다고 믿는다. 이에 반하여 동양인들은 사물들을 전체의 맥락 속에서 파악하고자 한다. 동양은 집합주의적이고 상호의존적인 특성을 가지고 세상을 보다 넓게 종합적으로 보려고 하는 시각을 가지고 있다는 것이다. 수학분야에서 우리나라 학생들의 이러한 경향성에 대한 연구가 필요하다. 만약 이러한 경향을 보인다면 이러한 문제 극복에 대한 대안을 제시하여야 한다.

넷째, Gusev는 분석문제와 종합문제를 바탕으로 하여 표준문제, 학습문제, 창의적문제, 탐구과제를 제시하고 있다. 이러한 과제는 수준별 및 개인차를 고려한 개별화된 교육에 필수적인 것들이다. 분석문제와 종합문제를 바탕으로 다양한 문제 유형에 대한 체계화된 연구를 통해 개별화된 교육의 실현을 위한 구체적인 방안이 확립되어야 한다.

참 고 문 헌

강문봉 (1992). 분석법에 관한 고찰, 대한수학교육학회논문집 2(2), 서울: 대한수학교육학회.

강지면 (2003). 분석적 활동의 활성화를 위한 사각형과 닮음 단원의 작도 문제 개발에 관한 연구, 경상대 교육대학원 석사학위 논문.

구세프 · 한인기 (1996). 학습자의 수학적 개발, 한국수학교육학회회지 시리즈 A <수학교육> **35권 1호**, 서울 : 한국수학교육학회.

교육부 (1998). 수학과 교육과정, 서울: 대한교과서주식회사.

김정택 역(1993). 인간행동의 심리학, 서울: 사상사.

권영인 · 서보억 (2005). 수열단원을 중심으로 개인차를 고려한 교과서에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **제19권**, 서울: 한국수학교육학회.

박완희 (1995). 분석법을 이용한 증명 교육에서 창의적 사고력의 신장에 관한 연구 : 중학교 2학년을 대상으로, 이화여대 교육대학원 석사학위 논문.

신정희 (2005). 분석법을 활용한 8학년 학생의 증명 활동에 관한 사례연구, 충북대 교육대학원 석사학위 논문.

윤선자 (2004). 분석적 활동을 통한 선분들의 연산 작도와 방정식의 근의 작도, 울산대 교육대학원 석사학위 논문.

양미경 (1998). 교과서 구성의 문제와 발전과제, 교육과정연구 **16권 제1호**.

이경숙 (2003). 분석적 활동을 통한 삼각형의 작도문제 해결에 관한 연구, 경상대 교육대학원 석사학위 논문.

최인철 역(2003). 생각의 지도, 서울: 김영사.

최윤자 (2004). 분석-종합적 증명방법이 중학생 기하증명의 이해에 미치는 영향 연구 :분석적 사고활동이 안내된 학습지 이용, 고려대 교육대학원 석사학위 논문.

편동중남 (1992). 수학적인 생각의 구체화, 서울: 경문사.

한인기 (1998). 깔야긴의 수학문제 분류, 대한수학회 뉴스레터 **제62호**, 서울: 대한수학회

한인기 (2001). 수학교육에서 종합-분석적 활동의 본질 및 체계화에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **제11권**, 서울: 한국수학교육학회.

한인기 (2003). **교사를 위한 수학사**, 서울: 교우사.

한인기 (2004). 학습자의 개인차를 고려한 수학교과서에 관한 연구, 한국학교수학회 논문집 **제7권, 제1호**, 충남: 한국학교수학회.

황혜정 · 임재훈 (1998). 구성주의가 수학교과용 도서에 주는 시사, 1998년도 추계수학교육과연구발표대회 논문집.

Gusev V. A (2005). 기하학 교과서 문제 모음집, 모스크바 : 미르.

A study on the classification standards of the problem of analysis and synthesis

Kwon young-in

Department of Mathematics Education, Gyeongsang National University, 900 Gajwa-dong, Jinju, Korea

yikwon@nongae.gsnu.ac.kr

Suh bo-euk

Keisung middle school, 277, Dae-shin dong, Juong-gu, Daegu, Korea

eukeuk@hanmail.net

There are several kinds of mathematical thinking. The most basic mathematical thinking is analysis and synthesis. The problem of analysis and synthesis is one of the most important things in mathematics. We used mathematical textbook of Prof. Gusev for the study on the problem of analysis and synthesis. We suggested basic classification standard of problem of analysis and synthesis through historical survey and then suggested specific classification standard.

* ZDM Classification : D13

* MSC2000 Classification : 97D40

* Key Word : Problem of analysis, Problem of synthesis, The classification standards, mathematics textbook