

# 강부재의 대변형 예측을 위한 3차원 탄소성 유한변위해석의 정식화에 대한 비교연구

## A Comparative Study on Formulation of Three-Dimensional Elastic-Plastic Finite Deformation Analysis for Prediction Large Deflection

장 갑 철\*  
Jang, Gab-Chul

장 경 호\*\*  
Chang, Kyong-Ho

### 요 약

본 연구에서는 임의의 반복하중 작용시 강구조물에 발생하는 대변형 및 반복소성거동을 정확히 예측하기 위하여 유한변위이론과 반복소성이력모델을 적용한 3차원 탄소성 유한요소 해석기법을 개발하였다. 반복소성이력모델은 강재의 단조재하실험 및 반복하중실험 결과에 기초하여 정식화되었다.

개발된 해석기법의 정도는 Bilinear모델 및 미소변위이론을 적용한 해석기법 및 실험결과와 비교하여 검증하였다. 본 연구에서 개발한 유한변위이론과 반복소성이력모델을 적용한 3차원 유한요소 해석기법이 임의의 반복하중을 받는 원형강교각의 대변형 및 반복소성거동을 정확히 예측할 수 있음을 알 수 있었다.

### Abstract

In this paper, to predicting the large deformation and cyclic plastic behavior of steel members under loading, 3-Dimensional elastic-plastic FE analysis method is developed by using finite deformation theory and proposed cyclic plasticity model. Finite deformation theory, described the large deformation, is formulated by using Updated-lagrangian formulation and Green's strain tensor, Jaumann's derivative of Kirchoff stress. Also, cyclic plasticity model proposed by author is applied to developed analysis method.

To verification of developed analysis method, analysis result of steel plate specimen compare to the analysis result using infinitesimal deformation theory and test result. Also, load-displacement and deflection shape, analysis result of pipe-section steel column, compare to test result. The good agreement between analysis result and experiment result shown that developed 3-dimensional finite element analysis can be predict the large deformation and cyclic plastic behavior of steel members.

**키워드 :** 유한변위이론, 미소변위이론, 반복소성이력모델, Bilinear모델, 원형강교각

**Keywords :** Finite Deformation Theory, Infinitesimal Deformation Theory, Cyclic Plasticity Model, Steel Members

## 1. 서 론

지진과 같은 임의의 반복하중 작용시 강구조물은 대변형 및 반복소성거동을 보이며 이로 인하여 국부좌굴 및 네킹등이 발생한다. 이러한 거동은 대상 강구조물의 내진 및 변형성능을 저하시키는 주요한 요인이 된다. 그러므로 강구조물의 정밀한 내진 및 소성설계를 위해 반복하중 작용시 발생하는 대변형 및 소성거동을 예측하는 것은 중요한 사항이다. 그리

고 이러한 거동을 정확히 예측할 수 있는 해석적 기법이 필요하다.

최근 강재 제작기술의 발달로 인하여 점차 후판화되며 다양한 형상의 강구조물이 시공되고 있다. 이러한 강구조물은 기존의 격자, 판 및 셸이론을 이용한 해석기법으로는 그 성능 및 안전성을 평가하기에는 많은 결점이 있다. 그러므로 기존 변형이론 및 소성모델에 비해 발전된 3차원 해석기법이 필요하다.

근래 유한요소법을 적용한 강구조물의 해석기법은 지속적으로 발전되어 왔다. 국외의 경우 반복소성이력모델에 관한 연구<sup>1~5)</sup> 및 대변형 구현에 관

\* 정회원·중앙대학교 기술과학연구소, 공학박사

\*\* 중앙대학교 공과대학 건설환경공학과, 교수

한 연구<sup>6,7)</sup>가 지속적으로 진행되고 있다. 그러나 국내의 경우 독자적인 반복소성이력모델에 관한 연구가 일부 진행 중에 있으나 3차원 입체요소를 적용한 대변형 반복소성거동의 구현에 관한 연구는 아직 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 먼저 강부재의 반복소성거동을 구현하기 위해 강재의 단조재하실험 및 반복하중실험 결과에 기초한 반복소성이력모델<sup>8,9)</sup>을 제안하였다. 제안된 반복소성이력모델은 일축응력 상태에서 정식화하였으며 소성이면모델(Two-surface plasticity theory)<sup>10)</sup>을 통해 다축응력상태로 확장하였다. 그리고 강부재의 대변형을 예측하기 위해 그린변형률텐서와 키르쵸프응력의 야만속도형 구성식으로 정의된 유한변위이론을 정식화하였다. 그리고 반복소성이력모델과 유한변위이론을 적용한 3차원 8절점 입체요소 탄소성 유한요소 해석기법을 개발하였다. 개발된 해석기법의 정도를 검증하기 위해 기존 해석시 주로 사용된 미소변위이론과 Bilinear모델을 정식화하였다. 각각의 해석모델을 이용한 해석결과와 기존의 실험결과<sup>11)</sup>를 비교하여 본 연구에서 개발된 해석기법이 실제 반복하중을 받는 강부재의 반복소성거동 및 대변형을 정확히 예측할 수 있음을 검증하였다.

## 2. 탄소성 유한변위해석의 정식화

### 2.1. 유한변위이론 및 미소변위이론

반복하중을 받은 강재의 대변형 소성거동을 구현하기 위해 갱신라그랑지안식 (Updated-lagrangian formulation)에 기초한 유한변위이론(Finite deformation theory)을 정식화하였다. 그리고 유한변위이론을 적용한 해석기법을 비교하기 위해 미소변위이론(Infinitesimal deformation theory)을 정식화하였다.

#### 2.1.1 유한변위이론

유한변위이론은 응력증분 및 변형률증분과 같은 물리량의 기준위치가 시간에 따라 변화하는 갱신라그랑지안식에 기초하여 정식화하였다.

유한변형중인 변위-변형률 관계의 정식화에 있어서 그린변형률텐서(Green's strain tensor)를 적용하

였다. 그린변형률텐서는 외력을 받는 강재의 변위구배( $\partial u/\partial X$ )중 2차항을 고려하여 강재의 기하학적 비선형성을 구현하였으며 식(2.1)과 같이 정의된다.

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_r}{\partial X_j} \frac{\partial u_r}{\partial X_i} \right) \quad (2.1)$$

여기서,  $X_i$ 는 변형 전 강재의 위치를 나타내며 식(2.1)을 공학변형률로 표현하면 식(2.2)와 같다.

$$\{\epsilon_{ij}\} = \{\epsilon_{ij}^0\} + \{\epsilon_{ij}^L\} \quad (2.2)$$

$\{\epsilon_{ij}^0\}$ 는 변형률텐서의 1차항으로 미소변형성분을 나타내며  $\epsilon_{ij}^L$ 는 2차항으로 기하학적 비선형을 구현하고 있다. 식(2.2)는 식(2.3)과 같이 증분형 변위-변형률 행렬로 표현할 수 있다.

$$d\epsilon_{ij} = B_{ijkl}^L \cdot du_{kl} \quad (2.3)$$

여기서,  $[B_{ijkl}^L]$ 은 유한변형을 고려한 변위-변형률 행렬이다.

유한변형중인 강재의 응력-변형률 관계를 정식화하기 위해 본 연구에서는 좌표계상 강체회전과 대변형을 수반하는 재료의 비선형거동을 정확히 구현할 수 있는 키르쵸프응력의 야만속도형(Jaumann's derivative of kirchoff stress) 구성식을 식(2.4)와 같이 적용하였다.

$$\tau_{ij}^J = \tau_{ij}^* - w_{ik} \tau_{kj} + w_{jk} \tau_{ki} \quad (2.4)$$

여기서,  $\tau_{ij}^J$ 는 속도형으로 표시되는 야만형 응력성분이며  $\tau_{ij}^*$ 는 시간 t에서 계산되어진 응력성분이다.  $\tau_{ij}$ 는 전 단계에서 계산된 응력성분이며  $w_{ij}$ 는 순간적인 강체 회전을 나타내는 스핀텐서(Spin tensor)로 식(2.5)와 같이 정의된다.

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} - \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (2.5)$$

식(2.4)의 응력-변형률 관계를 증분형 행렬식으로

정식화하면 식(2.6)과 같다.

$$d\epsilon_{ij}^I = D_{ijkl}^{ep*} \cdot d\epsilon_{kl} \quad (2.6)$$

$D_{ijkl}^{ep*}$ 는 유한변위이론에 기초하여 강체의 회전을 고려한 탄소성재료행렬이다.

### 2.1.2 미소변위이론

유한변위해석 결과의 정도를 비교하기 위해 미소변위이론을 정식화하여 해석을 수행하였으며 정식화과정은 다음과 같다.

시간에 따른 강체의 변형중 변위구배( $\partial u/\partial X$ )의 절대값이 1이하의 값을 갖는 경우 미소변형(Infinitesimal deformation)이 발생하며 식(2.1)의 그린변형률텐서의 2차항은 상대적으로 1차항의 값에 비해 매우 작아 무시할 수 있으며 이는 식(2.7)과 같이 표현할 수 있다.

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (2.7)$$

여기서,  $e_{ij}$ 를 코시의 미소변형률텐서(Cauchy's infinitesimal strain tensor)라 하며 식(2.8)과 같은 행렬식으로 변형률과 변위의 관계가 정의된다.

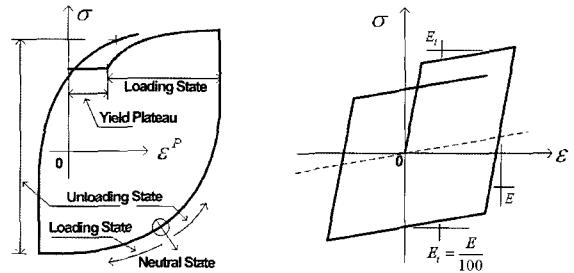
$$d\epsilon_{ij} = B_{ijkl}^0 \cdot du_{kl} \quad (2.8)$$

여기서,  $B_{ijkl}^0$ 은 미소변형중인 강체의 변위-변형률행렬이다.

미소변형의 경우 응력-변형률의 관계에 있어서 강체의 회전과 대변형을 고려하지 않으며 구성식은 식(2.9)과 같은 증분형 행렬식으로 표현된다.

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \cdot d\epsilon_{kl} \quad (2.9)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 미소변형 후 하중벡터에 의해 정의되는 진응력으로 코시응력(Cauchy stress)이라 한다.  $D_{ijkl}^{ep}$ 는 식(2.6)의  $D_{ijkl}^{ep*}$ 과는 달리 미소변위이론에 기초한 탄소성재료행렬이다.



(a) 제안 반복소성이력모델 (b) Bilinear 모델

〈그림 1〉 반복소성이력모델

## 2.2. 반복소성이력모델

임의의 반복하중을 받는 강구조물의 복잡한소성거동을 예측하기 위해선 사용된 강재의 응력-변형률 이력곡선을 정확히 구현할 수 있는 반복소성이력모델이 필요하다. 본 연구에서는 <그림 1(a),(b)>에 보인바와 같이 제안 반복소성이력모델<sup>10)</sup>과 Bilinear 모델을 정식화하였다.

### 2.2.1 제안 반복소성이력모델

본 연구에서는 단조재하실험과 반복하중재하실험을 수행하였으며 실험결과에 기초한 반복소성이력모델을 제안하였다. 제안 반복소성이력모델은 실험에 의해 얻어진 단조재하곡선에 기초하여 일축응력상태에서 정식화되었다. 일축응력상태에서 정식화된 반복소성이력모델은 소성이면이론을 적용하여 다축응력상태로 확장하였다.

<그림 1(a)>에 나타낸 바와 같이 제안 반복소성이력모델은 일축응력상태에서 식(2.10)과 같이 재하상태>Loading State), 중립상태(Neutral State) 및 제하상태(Unloading State)로 구분할 수 있다.

$$\begin{aligned} F(\sigma) < 0 & : \text{탄성상태} \\ F(\sigma) = 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma > 0 & : \text{재하상태} \\ F(\sigma) = 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = 0 & : \text{중립상태} \\ F(\sigma) = 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma < 0 & : \text{제하상태} \end{aligned} \quad (2.10)$$

여기서,  $F(\sigma)$ 는 Von Mises의 항복함수를 나타내고 있다.

제안 반복소성이력모델은 소성이면이론을 적용하여 다축응력상태로 확장하였다. 소성이면모델은 항복곡수로 표현되는 항복곡면(Yield surface)과 최대상당응력으로 표현되는 기억곡면(Memory surface)으로 구성된다. 이 두 곡면은 각각 이동경화법칙(Kinematic hardening rule)과 등방경화법칙(Isotropic hardening rule)에 의해 이동하며 식(2.11)과 식(2.12)와 같이 정의된다.

$$f(\sigma_{ij}, a_{ij}, k) = \frac{3}{2}(S_{ij} - a_{ij})(S_{ij} - a_{ij}) - k^2 = 0 \quad (2.11)$$

$$F(\sigma_{ij}, \bar{k}) = \frac{3}{2}S_{ij}S_{ij} - \bar{k}^2 = 0 \quad (2.12)$$

여기서,  $S_{ij}$ 는 주응력공간상의 편차응력성분을 나타내며  $\bar{k}$ 는 최대상당응력으로 기억곡면의 크기를 나타낸다.

식(2.11)에서  $a_{ij}$ 는 항복곡면의 중심으로 바우싱어효과를 고려하여 식(2.13)과 같이 표현된다.

$$a_{ij} = S_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{k}{|S_{ij}|}}\right) \quad (2.13)$$

식(2.11) 및 식(2.13)에서  $k$ 는 항복곡면의 반지름으로 탄성영역의 크기를 나타낸다. 구조용 강재의 경우 반복하중이 진행될수록 탄성영역의 크기가 감소하며 이러한 “탄성영역감소효과”를 구현하기 위해  $k$ 를 식(2.14)과 같이 정식화하였다.

$$k = k_{\infty} - (k_0 - k_{\infty}) \cdot \tanh(a_k x) \quad (2.14)$$

여기서,  $k_0$ 는 초기탄성영역의 크기이며  $x$ 는 항복고원을 제외한 소성변형률을 나타내고 있다.  $k_{\infty}$ 와  $a_k$ 는 강재의 반복하중재하실험을 의해 계산되어 지는 재료상수이다.

다축응력상태에서 항복곡면과 기억곡면에 의해 강재의 응력상태가 결정되어지며 응력경로는 소성변형을 증분이론에 의해 전개된다. 이때, 두 곡면의 접선계수인 소성계수( $E^p$ )는 반복소성이력모델에 의해 계산된다.

본 연구에서 제안한 반복소성이력모델은 변형률

경화영역에서의 비선형성을 구현하기위해 로그함수(ln)을 이용하여 정식화하였으며 기존의 소성이력모델(1-5)과 달리 재하상태와 제하상태에서의 동일한 식(2.15)에 의해 표현된다.

$$E^p = E_i^p + \beta_i \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{a_i}\right) \quad (2.15)$$

다축응력상에서 재하상태는 그림2에 나타낸바와 같이 항복곡면이 기억곡면에 접하여 등방경화법칙에 의해 두 곡면이 움직이는 상태로 정의되며 이때의 소성계수( $= E_{Li}^p$ )는 단조재하곡선에 기초하여 정식화하였다. 재하상태의 소성이력모델을 식(2.16)과 같이 정의할 수 있다.

$$E_{Li}^p = E_{st}^p + \beta_{Li} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{a_{Li}}\right) \quad (2.16)$$

여기서,  $a_{Li}$ 와  $\beta_{Li}$ 는 강재의 단조재하실험에 의해 계산되어 지는 재료상수이며  $E_{st}^p$ 는 초기변형률경화계수로 단조재하실험을 통해 계산된다.

제하상태는 하중반전 후 항복곡면이 그림2에 보인바와 같이 이동경화법칙에 의해 기억곡면내에서 이동하는 상태로 정의되며 이때의 소성계수( $E_{Ui}^p$ )는 재하상태의 소성계수( $E_{Li}^p$ )에 기초하여 식(2.17)와 같이 정의된다.

$$E_{Ui}^p = E_{Li}^p + \beta_{Ui} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{a_{Ui}}\right) \quad (2.17)$$

여기서,  $a_{Ui}$ 와  $\beta_{Ui}$ 는 반복하중재하실험에 의해 계산되어 지는 재료상수이며  $E_{Li}^p$ 는 하중 반전 전 재하상태의 소성계수이다.

### 2.2.2 Bilinear모델

<그림 1(b)>는 반복하중 재하시 Bilinear모델의 응력-변형률 이력곡선의 경로를 나타내고 있다. Bilinear모델은 탄성영역과 소성영역에서 응력-변형률 관계를 탄성계수( $E$ )와 소성계수( $E_s$ )를 이용하여 선형적으로 식(2.18)과 같이 표현하고 있다.

$$E_t = \frac{E}{100} \quad (2.18)$$

정식화 과정에서 등방 및 이동경화법칙을 적용하였으며 탄성영역감소효과를 고려하였다.

### 2.3 3차원 탄소성 유한요소해석의 정식화

2.1절에서 유한변위이론과 미소변위이론을 2.2절에서는 Bilinear모델 및 제안 반복소성이력모델을 정식화 하였다. 본 절에서는 이를 3차원 탄소성 유한요소법에 적용하기 위해 각각의 이론이 적용된 행렬식을 요소 강성행렬로 정식화 하였다. 그리고 전체 강성방정식은 가상일의 원리를 이용하여 식(2.19)와 같이 정의된다.

$$[K]\{du\} = \{dF_s\} + \{dF_v\} \quad (2.19)$$

여기서,  $[K]$ 는 요소의 강성행렬로 적용된 변형 이론 및 소성이력모델에 따라 정식화과정이 다르게 전개된다. 본 연구에서는 다음과 같이 적용이론에 따라 4가지의 강성행렬을 정식화하여 해석을 수행하였다.

- ①  $[K_{CL}]$  : 유한변위이론 + 제안 반복소성이력모델
- ②  $[K_{CS}]$  : 미소변위이론 + 제안 반복소성이력모델
- ③  $[K_{BL}]$  : 유한변위이론 + Bilinear모델
- ④  $[K_{BS}]$  : 미소변위이론 + Bilinear모델

각각 요소 강성행렬의 정식화과정은 다음과 같다.

#### 2.3.1 $[K_{CL}]$

강성행렬  $[K_{CL}]$ 은 갱신라그랑지안 정식화식에 의해 식(2.20)과 같이 정식화된다.

$$[K_{CL}] = \int_V ([B^L]^T [D^{ep*}] [B^L] + [G]^T [M] [G]) dV \quad (2.20)$$

여기서,  $[G]$  행렬의 정의는 식(2.21)과 같다.

$$\{dL\} = [G] \cdot \{du\} \quad (2.21)$$

여기서,  $\{dL\}$ 은  $\left\{ \frac{\partial du}{\partial x}, \frac{\partial dv}{\partial x}, \frac{\partial dw}{\partial x}, \frac{\partial du}{\partial y}, \frac{\partial dv}{\partial y}, \frac{\partial dw}{\partial y}, \frac{\partial du}{\partial z}, \frac{\partial dv}{\partial z}, \frac{\partial dw}{\partial z} \right\}^T$ 을 나타낸다. 식(2.20)에서  $[M]$ 은 초기응력행렬(Initial stress matrix)로 식(2.22)와 같다.

$$[M] = \begin{Bmatrix} [\sigma_0] & 0 & 0 \\ 0 & [\sigma_0] & 0 \\ 0 & 0 & [\sigma_0] \end{Bmatrix}, [\sigma_0] = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

식(2.20)의  $[B^L]$ 은 유한변형중인 변위-변형을 행렬로 식(2.3)과 동일하다. 식(2.20)의  $[D^{ep*}]$ 는 식(2.6)의 강제회전을 고려한 탄소성재료행렬이며 그 정의는 식(2.24)와 같다.

$$D_{ijkl}^{ep*} = D_{ijkl}^e - (D_{ijkl}^p + D_{ijkl}^*) \quad (2.23)$$

여기서,  $D_{ijkl}^e$ 와  $D_{ijkl}^p$ 는 탄성재료행렬과 소성재료행렬을 나타내며  $D_{ijkl}^*$ 는 스핀텐서(Spin tensor)을 고려한 재료행렬이다. 식(2.23)의 탄성재료행렬  $D_{ijkl}^e$ 은 Hooke의 법칙에 근거하여 식(2.24)와 같이 정의된다.

$$D_{ijkl}^e = 2G\delta_{ik}\delta_{jl} + 2G\frac{\nu}{(1-2\nu)}\delta_{ik}\delta_{jl} \quad (2.24)$$

여기서,  $G$ 와  $\nu$ 는 전단탄성계수와 포아송비를 나타내며  $\delta_{ij}$ 는 크로네커델타(Kroneck delta)이다.

식(2.23)에서 소성재료행렬인  $D_{ijkl}^p$ 는 제안 반복소성이력모델에 근거하여 재하상태와 제하상태로 구분되어 식(2.25)와 식(2.26)으로 정의된다.

$$D_{ijkl}^p = \frac{1}{k^2} \frac{9G^2}{((E_{Li}^p)^2 + 3G)} S_{ij} \cdot S_{ij} \quad (2.25)$$

$$D_{ijkl}^p = \frac{1}{k^2} \frac{9G^2}{((E_{Li}^p)^2 + 3G)} (S_{ij} - a_{ij})(S_{ij} - a_{ij}) \quad (2.26)$$

여기서,  $\bar{k}$ 와  $k$ 는 식(2.11)과 식(2.12)에서 정의된 것과 같이 기억곡면과 항복곡면의 크기를 나타내며

$\alpha_{ij}$ 는 식(2.13)에서 정의되었다.  $E_{Li}^p$ 와  $E_{Ui}^p$ 는 재하상태와 제하상태에서의 소성계수로 식(2.16)과 식(2.17)에서 정의되었다.

### 2.3.2 $[K_{CS}]$

미소변위이론과 제안 반복소성이력모델을 적용한 강성행렬  $[K_{CS}]$ 는 식(2.27)과 같이 정의된다.

$$[K_{CS}] = \int_V [B^O]^T [D^{ep}] [B^O] dV \quad (2.27)$$

여기서,  $[B^O]$ 는 미소변위이론에 기초한 변위-변형률 행렬로 식(2.8)에서 정의되었다.

식(2.27)에서  $[D^{ep}]$ 는 식(2.9)에서 정의된 것과 같이 미소변위이론에 기초한 탄소성재료행렬로 식(2.28)과 같다.

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl}^e - D_{ijkl}^p \quad (2.28)$$

윗식은 식(2.23)에서 스핀텐서(Spin tensor)를 고려한  $D_{ijkl}^*$  행렬이 제외된 형태로 이때의 탄성재료행렬 및 소성재료행렬은 식(2.24)와 식(2.25), 식(2.26)과 동일하다.

### 2.3.3 $[K_{BL}]$

유한변위이론과 Bilinear모델을 적용한 요소강성행렬  $[K_{BL}]$ 의 정식화과정은  $[K_{CL}]$ 의 정식화식인 식(2.20)과 동일하다.

이때, 적용된  $[B^L]$ 행렬과  $[K_{CL}]$ 의 경우와 동일하다. 그러나  $[D^{ep*}]$ 행렬의 경우 요소강성행렬  $[K_{CL}]$ 의 경우와 동일하게 식(2.23)이 적용되나 소성행렬  $D_{ijkl}^p$ 는  $[K_{CL}]$ 의 경우와 다르게 식(2.29)와 같이 정의된다.

$$D_{ijkl}^p = \frac{1}{k^2} \frac{9G^2}{(E_t^2 + 3G)} S_{ij} \cdot S_{ij} \quad (2.29)$$

여기서,  $E_t$ 는 Bilinear모델에 의해 계산된 소성계수로 식(2.18)과 같다.

### 2.3.4 $[K_{BS}]$

미소변형이론과 Bilinear모델을 적용한 강성행렬  $[K_{BS}]$ 는 강성행렬  $[K_{CS}]$ 의 식(2.27)과 동일하게 적용된다. 여기서,  $[B^O]$ 는 미소변위이론에 의한 변위-변형률 행렬로 식(2.8)과 같다.

적용된 재료행렬  $[D^{ep}]$ 는 강성행렬  $[K_{CS}]$ 와 동일하게 식(2.28)과 같이 정의되나 이때의 소성행렬  $D_{ijkl}^p$ 는 강성행렬  $[K_{BL}]$ 의 소성계수식인 식(2.29)를 적용한다.

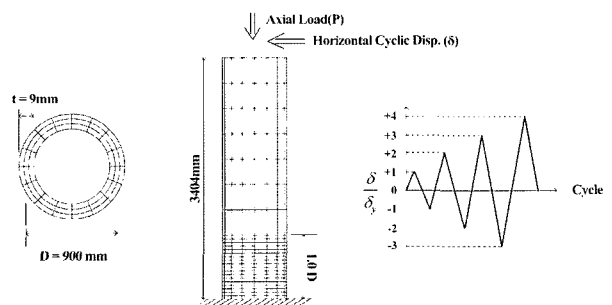
본 연구에서는 대변형 반복소성거동을 정확히 구현하기 위해 유한변위이론과 제안 반복소성이력모델이 정식화된 강성행렬  $[K_{CL}]$ 을 적용한 해석기법을 개발하였다. 그리고 개발한 해석기법의 정도를 검증하기 위해 개발된 해석기법에 의한 원형강교각의 수치해석결과와 강성행렬  $[K_{CS}]$ ,  $[K_{BL}]$ ,  $[K_{BS}]$ 이 적용된 해석기법에 의한 해석결과를 실험결과와 각각 비교하였다.

## 3. 원형강교각의 수치해석

본 연구에서는 각각의 이론에 의해 정식화된 해석기법을 8절점 입체요소를 이용한 3차원 탄소성 유한요소법에 적용하여 원형강교각에 대한 수치해석을 수행하였다. 그리고 해석결과를 통해 나타난 결과를 실험결과와 비교하였다.

### 3.1 해석모델과 조건

해석모델은 <그림 3>에 보인 바와 같이 직경 900(mm), 높이 3404(mm), 두께 9(mm)인 원형단면의 강교각이다. 경계조건은 실험의 조건과 동일하게



<그림 3> 해석모델 및 반복하중패턴

〈표 1〉 해석모델의 분류

해석모델	제원				해석이론	
	높이 (mm)	외경 (mm)	두께 (mm)	강재	강성행렬	해석모델 및 적용이론
B-S	3404	900	9	SS400	[K <sub>BS</sub> ]	Bilinear 모델+미소변위이론
B-L					[K <sub>BL</sub> ]	Bilinear 모델+유한변위이론
C-S					[K <sub>CS</sub> ]	제한반복소성이력모델+미소변위이론
C-L					[K <sub>CL</sub> ]	제한반복소성이력모델+유한변위이론

교각하부의 모든 자유도를 구속하였다. 그리고 원형 강교각 상부에는 일정한 상재하중(P)과 반복수평변위(δ)를 재하하였다.

상재하중은 항복상재하중(P<sub>y</sub>)에 비례하여 0.124 P<sub>y</sub>값이 일정하게 되도록 재하하였다. 반복수평변위는 실제지진하중을 이상화하여 그림3과 같이 항복수평변위(δ<sub>y</sub>)값에 비례하여 점차 증가하는 반복하중패턴으로 재하하였다. 이때, 항복수평변위 및 수평항복하중(H<sub>y</sub>)은 식(3.1)에 의해 계산된다.<sup>14)</sup>

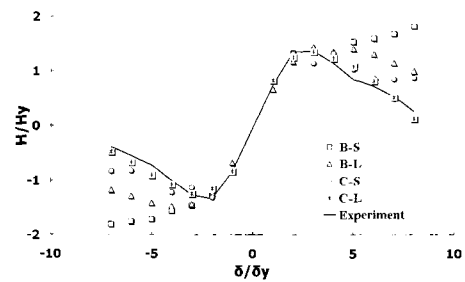
$$H_y = \frac{M_y}{h} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad \delta_y = \frac{H_y h^3}{3EI} \quad (3.1)$$

〈표 1〉은 적용된 변형이론 및 소성이력모델에 따른 해석모델의 분류를 나타내고 있다. 이때, 사용된

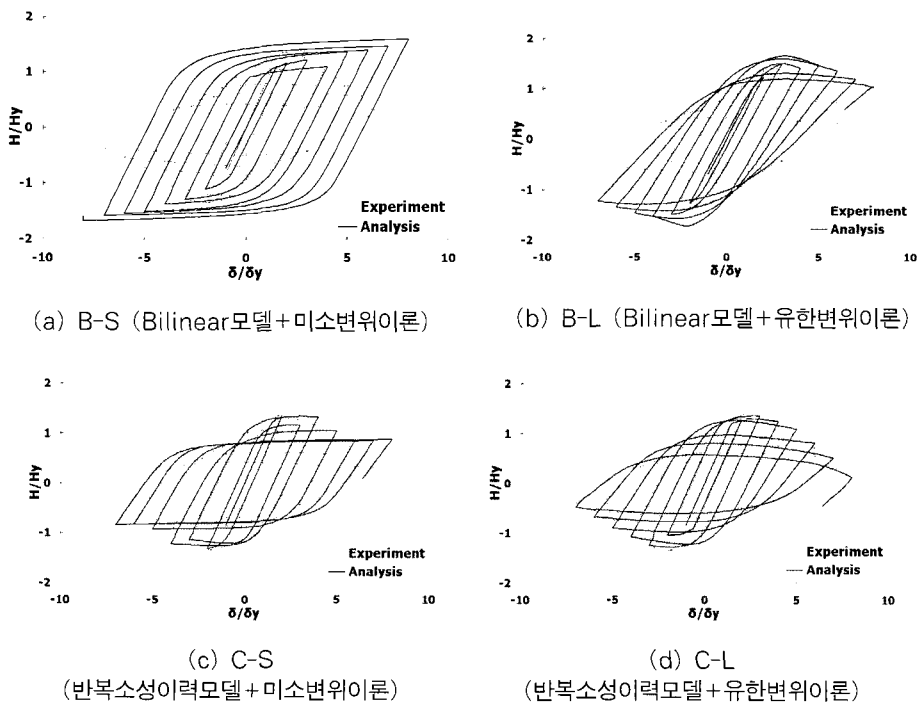
강재는 SS400이다.

### 3.2 해석결과 고찰

〈그림 4〉는 +8δ<sub>y</sub>에서 해석모델에 따른 원형강 교각의 변형형상을 나타낸 것이다. 모든 해석모델이 교각하부에서 국부좌굴이 발생하였으나 적용된 모



〈그림 4〉 하중-변위 포락곡선



〈그림 5〉 하중-변위 이력곡선

델에 따라 좌굴형태의 차이가 있음을 알 수 있다. <그림 5>는 해석모델에 따른 해석결과와 실험결과를 비교한 것이다.

### 3.2.1 B-S모델 해석결과와 실험결과 비교

<그림 5(a)>에서 보는바와 같이 B-S모델 해석결과와 실험결과를 비교해보면 하중-변위 이력곡선의 분포경향이 많은 차이를 나타내고 있다. <그림 5(a)>에서 실험결과는 싸이클이 증가할수록 점차 강도가 감소하는 반면 해석결과는 강도가 점차 증가하고 있다. 즉, 실험결과와 B-S모델은 이력곡선 분포와 강도측면에서 많은 차이가 나타남을 알 수 있다.

### 3.2.2 B-L모델 해석결과와 실험결과 비교

<그림 5(b)>에서 보는바와 같이 B-L모델 해석결과를 실험결과와 비교해보면 싸이클이 증가함에 따라 하중-변위 이력곡선의 강도저하현상은 구현되나 상대적으로 큰 강도값을 보이고 있다. 그리고 싸이클이 증가하면서 해석결과와 실험결과와의 강도 차이는 점차 증가하고 있다. 이는 B-L모델이 반복하중을 받는 원형강교각에서 발생하는 강도저하현상을 구현하고 있지만 정량적인 강도값에서는 실험결과와 차이가 나타남을 알 수 있다.

### 3.2.3 C-S모델 해석결과와 실험결과 비교

<그림 5(c)>에서 나타난바와 같이 C-S모델 해석결과와 실험결과를 비교해 보면 초기 싸이클에서 미소한 강도값의 차이가 나타나지만 하중-변위 이력곡선의 분포는 해석결과와 실험결과가 거의 유사한 거동을 나타내고 있다. 그러나 싸이클이 진행되면서 실험결과와의 강도는 점차 저하되는 반면 해석결과와의 강도값은 거의 변화가 없다. 즉, 초기 싸이클에서 C-S모델은 실험결과와 거의 유사한 거동을 보이고 있으나 싸이클이 증가하면서 강도측면에서 실험결과와 차이가 나타남을 알 수 있다.

### 3.2.4 C-L모델 해석결과와 실험결과 비교

<그림 5(d)>는 유한변위이론과 제안 반복소성이

력모델이 정식화된 강성행렬  $[K_{CL}]$ 을 적용한 3차원 탄소성 유한요소 해석기법에 의한 해석결과와 실험결과를 비교한 것이다. <그림 5(d)>에서 나타난바와 같이 C-L모델과 실험결과를 비교해 보면 초기 싸이클에서 강도값의 미소한 차이를 보이거나 하중-변위 이력곡선의 분포경향은 거의 동일한 거동을 나타내고 있다. 또한, 싸이클이 증가하더라도 강도값과 이력곡선의 분포가 거의 동일한 거동을 나타내고 있다.

### 3.2.5 하중-변위 포락곡선

해석모델에 따른 해석결과와 실험결과를 명확히 구분하기 위해 그림6에서 보인바와 같이 하중-변위 포락곡선으로 나타내었다. 하중-변위 포락곡선은 본 연구에서 개발한 C-L모델이 다른 모델에 비해 실험결과의 곡선과 정확히 일치하고 있음을 나타내고 있다. 즉, 본 연구에서 개발한 유한변위이론과 반복소성이력모델을 적용한 3차원 유한요소 해석기법이 임의의 반복하중을 받는 원형강교각의 강도저하현상과 대변형 반복소성거동을 정확히 예측할 수 있음을 알 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 반복하중을 받는 원형강교각의 대변형 소성거동을 예측하기 위해 유한변위이론과 제안 반복소성이력모델을 적용한 3차원 탄소성 유한요소 해석기법을 개발하였다. 개발된 해석기법의 정도를 검증하기 위해 미소변위이론과 Bilinear모델을 적용한 해석기법을 정식화하였다. 각각의 변형이론과 소성이력모델이 적용된 해석기법을 이용하여 원형강교각의 수치해석을 수행하였으며 그 결과는 다음과 같다.

- 1) Bilinear모델과 미소변위이론을 적용한 B-S모델 해석결과는 실험결과에 비해 강도와 이력곡선의 분포에서 많은 차이를 나타내고 있다.
- 2) Bilinear모델과 유한변위이론을 적용한 B-L모델의 이력곡선 분포는 강도저하현상을 보이거나 실험결과에 비해 상대적으로 큰 강도값을 보이고 있다. 이와 같은 차이는 Bilinear모델이 변형을



도형구성식이 고려되지 않았기 때문에 사료된다.

- 4) 제안된 반복소성이력모델과 유한변위이론을 적용한 C-L모델 해석결과는 강도 및 이력곡선의 경로면에서 실험결과와 거의 동일한 분포를 보이고 있다.
- 5) 본 연구에서 개발된 유한변위이론과 제안 반복소성이력모델을 적용한 해석기법이 임의의 반복하중을 받는 강부재의 대변형 반복소성거동을 정확히 예측할 수 있음을 알 수 있다.

### 참고문헌

1. Tseng, N. T., Lee, G. C., "Simple Plasticity Model of Two-Surface Type", J. Engrg. Mech., ASCE, 109(3), 1983, pp.795 ~ 810
2. Kerig, R. D. "A Practical Two Surface Plasticity Theory", J. Appl. Mech. Trans. ASME, 42(3), 1975, pp.641 ~ 646
3. McDowell, D. L. "A Two Surface Model for Transient Nonproportional Cyclic Plasticity : Part 1. Development of Appropriate Equation", J. Appl. Mech. Trans. ASME, 52(2), 1985, pp.298 ~ 302
4. Shen, C., Mizuno, E., and Usami, T. "A Generalized Two-Surface Model for Structural Steels under Cyclic Loading", J. Struct. Mech. 471, 1992, pp.23 ~ 33
5. Nishimura, N., Ono, K. Ikeuchi, T. "A Constitutive Equation for Structural Steels Based on a Monotonic Loading Curve under Cyclic Loading". Proc. JSCE, 513, 1992, pp.27 ~ 38
6. Mamaghani IHP, Usami T, Mizuno E. "Inelastic Large Deflection Analysis of Structural Steel Members under Cyclic Loading", J Engng Mech., ASCE, 18(9), 1996, pp.659 ~ 668.
7. Banno S, Mamaghani IHP, Usami T, Mizuno E. "Cyclic Elastoplastic Large Deflection Analysis of Thin Steel Plates", J Engng Mech., ASCE ,1998, pp.124 ~ 128.
8. Gab Chul Jang, Kyong Ho Chang, Eun Seok Kim, Eun Taik Lee. "A Study on Application of Constitutive Equation of Steel Material to 3-D FEM", The Ninth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, 2003, CPM.80 ~ 86
9. 장경호, 장갑철, 이은택. "SM570강재의 반복소성모델의 정식화 및 3차원 탄소성 유한요소적용에 관한 연구". 한국지진공학회 논문집, 제8권, 제1호, 2004, pp.59 ~ 65.
10. Dafalias, Y. F., Popov, E. P. "A Model for Nonlinearly Hardening Materials for Complex Loading", Acta Mech., Vol.21, No.3, 1975, pp.173 ~ 192
11. Gao S., Usami T., Ge H., "" Ductility Evaluation of Steel Bridge Piers with Pipe Sections", J Engng Mech, ASCE 1998, 260~267